

VITELLIO
DE NATURA
RATIONE
ET PROIECTIONE
RADIORUM



F

8285

Cong. F. 8285



CIMELIA 8285

Matem. pols 661

VITELLIONIS MA-

THEMATICI DOCTISSIMI PETRI OPTICI,

id est de natura, ratione, & projectione radiorum uisus, lu-

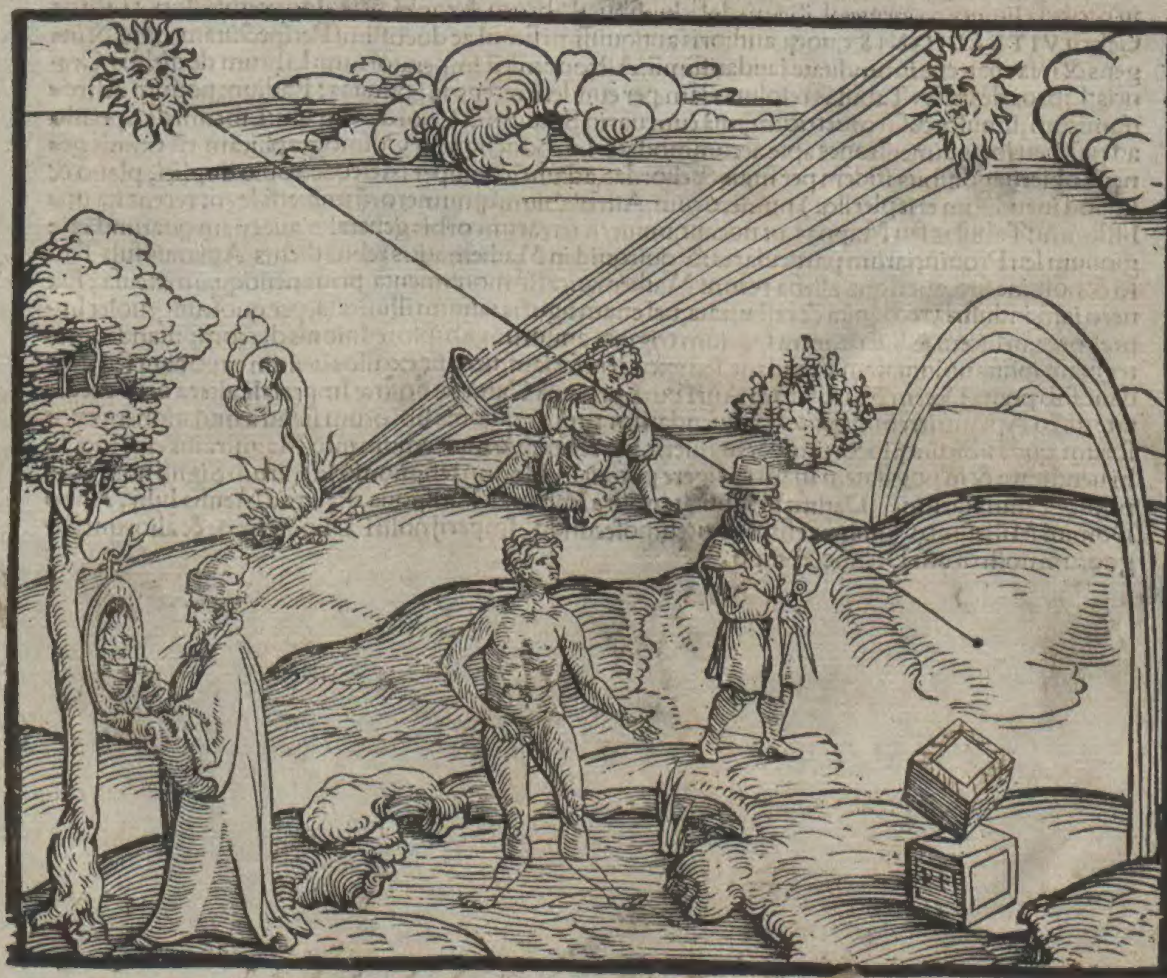
minum, colorum atq; formarum, quam uul-

go Perspectiuam uocant,

LIBRI

II.

Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nusquã extant, tum uero de projectione, infractione, & refractione radiorum uisus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus transparentibus atq; speculis, planis, sphericis, columnaribus, pyramidalibus, cõcauis & conuexis, scilicet cur quædam imagines rerum uisarũ æquales, quædã maiores, quædam minores, quædam rectas, quædã inuersas, quædam intra, quædã uero extra se in aëre magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædã eundem in contrariũ ostendant: quædã Soli opposita, uehementissime adurant, ignemq; admota materia excitent: deq; umbris, ac uarijs circa uisum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet, Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omniũ consensu, primas in hoc scripti genere tenet) diligentissime tradita, ad solidam abstrusarum rerum cognitionem, non minus utilia q̃ iucunda. Nunc primum opera Mathematicorũ præstantiss. dd. Georgij Tanstetter & Petri Apiani in lucem adita.

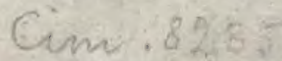


Norimbergæ apud Io. Petreium, Anno MDCXXV.

M. Nicolai Bursij Coll. sp. Astronom. & Geomet. Orisay. Prof. Hon.
Post mortem Clarissimi Viri Bursij erant discipulus suus priuatus M. Josephus Wimmerus Ph. D.
et tandem oratione Diuina et Voluntate Superiorum Collega Minor, Astronomus et Geom. Prof. factus
Præceptor amantissimus Dominus let. requiescat. Anno 1680.

CAROLVS Quintus Diuina fauente clementia Romanorum Imperator semper Augustus, ac Germaniæ Hispaniarū, utriusq; Sicilia, Hierusalem, Hungariæ, Dalmatiæ, Croatia, &c. Rex, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantia, &c. Comes Habsburgi, Flandriæ, Tyrolis &c. Vniuersis & singulis notum esse volumus. Quum nosser & Imperij sacri fidelis dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humiliter supplicauerit, quòd Ephemerides quasdam, unà cum alijs infra commemoratis opusculis, maximo suo sumptu, parq; tum inuentionis tum æditiōnis labore, in cōmunem bonorum studioforumq; omnium usum candide & humaniter adere secum cōstituerit, Vereaturq; iam ne eadem ab alijs quoq; qui ex alterius incommodo suum aucupari contendunt commodum, quicq; alieno labore bene parata, in suum ipsorum male conuertunt usum, imprimerentur, id quod in suum haud vulgare detrimentum redundaret, quatenus Priuilegij nostri prærogatiua ad certum annorum numerum, in quo nemo planè illud tentare auderet, se adiuuare dignemur. Quumq; nos eorū, qui tum opera diligenti ac sedula, tum uigilantia sua non mediocri, quam & prouehendis bonis artibus grauiter impendunt, & inuulgandis uilibus libris nulli nec sumptui parentes nec labori, liberaliter infusunt, Reipub. insigniter prodesse solent, emolumentum promouere, contra dispendium amouere, pro germano & innato nobis ad eximia honestissimaq; ingeniarum artium studia fauore studeamus, si ut facilius Apiano quoq; prædicto, precibus eiusdem & supplici petitioni cōdescenderet, Gratiant nosmet ipsam hac in re impertiamus singularem. Omnibus itaq; & singulis Chalcographis, Bibliopollis, & quibuscumq; alijs tenore præsentium districte inhiibemus, ne uidelicet in scriptis libros, quos præ nominatus Apianus uel iā æditiōni destinauit, uel additurus, eruditis oibus in publicum cōmunicaturus sit, ut quicq; puta Ephemerides ab anno salutis nostræ Millesimo quingentesimo tricesimo quarto ad Septuagesimum supra Millesimum & quingentesimum duraturas, præterea libros de Vmbrijs, Centiloquium, Arithmetices, & alium adhuc de Arithmetica libellum, cum Regulis Cossæ demonstratis: De mensuratione uasorum cum artificiali partis uacue inuentione: Schedulas diarias siue Almanac cum iudicijs annalibus, seu (ut uulgus loquitur) Practicis, quibus aeris mutationes, dierumq; electiores singula continentur: Libros item de conjunctionibus: Ptolemæum ex nouissima illa Vuisibaldi Pyrkameri translatione, ante hac nunquam editum, cū Tabulis correctissimis, & in quadrangularem figuram (cuiusmodi hactenus excusæ non sunt) conformatis: Ptolemæi etiam libros Græce, eruditos eos sanè, & (quod tanto auctore dignissimum erat) elegantes, natiumq; illam suam gratiam in propria lingua retinentes: Librum de Eclipsibus: Librum Azophi Astrologi ueritissimus: Libros Gebri: VITELLIONIS quoq; auctoris antiquissimi simul ac doctissimi Perspectiuam, opus & ingens & ipsa materiæ iucunditate laudatissimū: Astronomicū Imperatoris: Librum de diebus Creticis: Libros de Iride: Tabulas resolutas iam per eundem recens supputatas: Radium nouum Astronomicum, simulq; & Geometricum, unā cum uario Sinuum & Chordarum usu: Librum de Speculo ad pulcherrimas dimensiones apte accommodato: Introductionem Cosmographicam cū omnis generis obseruationibus itidem per sinus & chordas, adiuncto insuper Meteoroscopio duplici, plano & (quod inauditum erit pleriq;) numerorum, Astralabiumq; numerorū uniuersale, ut recens ita utilissimum: Tabulas seu Mappas, ut uocant, uniuersi terrarum orbis generales, aut etiam quorundā Regionum seu Provinciarum particulares: & quicquid in Mathematicis rebus dictus Apianus sub Titulo & nomine suo, aut si qua aliena rerum Mathematicarū monumenta prius neuitquam excusa, sua uero iam industria recognita & restaurata, uel etiam figuris tantum illustrata, per quoscunq; uolet Impressores, in lucem ædiderit, intra spacium triginta annorum, ab ipso æditiōnis die computando, præter suam ipsius uoluntatem, excudant, seu excudere faciant, neq; licet excusos uenium exponant seu uendant, sub poena Decem Marcharum Auri puri, pro una Cameræ nostræ Imperiali, altera uero medietate dicto Apiano irremissibiliter exoluendum, tum amissionis adibitum sic ad æmulationem locosorum, quos ubiq; locorum nactus fuerit, per se siue suos, aut adiumento Magistratus eius loci, sibi uendicare & in potestatem suam redigere poterit. Harum testimonio literarum Sigilli nostri appensione munitur. Datum in Ciuitate nostra Imperiali Ratisspona, die tertia Mensis Iulij, Anno Domini Millesimo Quingentesimo Tricesimo secundo, Imperij nostri Duodecimo, & aliorum Regnorum nostrorum Decimoseptimo.

CAROLVS Quintus Diuina fauente clementia Romanorum Im-
perator Imperi Auguftus, ac Germaniæ, Hifpaniarũ,
utriufq; Siciliæ, Hierufalem, Hungariæ, Dalmatiæ, Croatia, &c. Rex, Archidux Auftriæ, Dux Bur-
gundiæ, Brabantia, &c. Comes Habbſburgi, Flandriæ, Tyrolis &c. Vniuerſis & lingulis notum eſſe
uolumus. Quum noſter & Imperij ſacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis
peritus, nobis humiliter ſupplicauerit, quod Ephemerides quaſdam, unâ cum alijs infra commemora-
tis opufculis, maximo ſuo ſumptu, pariter tum inuentionis tum æditiõnis labore, in comunem ho-
norum ſtudioſorumq; omnium uſum candide & humaniter ædere ſecum cõſtituerit, Vereaturq; iam
ne eadem ab alijs quoq; qui ex alterius incommodo ſuo auguari contendunt commodum, quicq;
alieno labore bene parta, in ſuum ipſorum male conuertunt uſum, imprimerentur, id quod in ſuum
haud uulgare detrimentum redundaret, quatenus Priuilegij noſtri prærogatiua ad certum annorum
numerus, in quo nemo planè illud tentare auderet, ſe adiuuare dignemur. Quumq; nos eorũ, qui
tam opera diligenti ac ſedula, tum uigilanti ſua non mediocri, quam & prouehendæ bonis artibus
grauiter impendunt, & inuulgandis uilibus libris nulli nec ſumptuſi parentes nec labori, liberaliter
inſumunt, Reipub. inſigniter prodeſſe ſolent, emolumentum promouere, contra diſpendium amoue-
re, pro germano & innato nobis ac eximia honeſtiſſimâq; ingenuarum artium ſtudia fauore ſtudea-
mus, ſit ut ſcilicet Apiano quoq; prædicto, præſtibꝫ euſdem & ſupplidii petitioni cõſcendentes, Gra-
tiam noſtram hac in re impetiamus ſingularem. Omnibus itaq; & lingulis Chalcographis, Bibliopo-
lis, & quibuiſq; alijs tenore præſentium diſtrictè inhihemus, ne uidelicet inſcriptos libros, quos præ-
nominatus Apianus uel iã æditiõni deſtinauit, uel ædiuturus, eruditio oĩbus in publicum comunicari
rus eſt unq; putâ Ephemerides ab anno ſalutis noſtræ Milieſimo quingenteſimo triceſimo quarto ad
ſeptuageliſimum ſupra Milieſimum & quingenteſimum duraturas, præterea libros de Vmbris, Cen-
tiſiquium, Arithmetices, & alium adhuc de Arithmetica libellum, cum Regulis Collæ demonſtratis;
De menſuratione ualorum cum artificiali partis uacue inuentione; Schedulas diarias ſiue Almanak
cum iudicij annalibus, ſeu (ut uulgus loquitur) Practicis, quibus aeris mutationes, dierumq; electio-
nes ſingula continentur; Libros item de coniuñctionibus; Ptolemæum ex nouiſſima illa Vſitibaldi
Pyrdæmeri translatione, ante hac nunquam æditum, cũ Tabulis correſpondentijs, & in quadrangula-
rem figuram (cuiuſmodi hætenus excuſæ non ſunt) conformatis; Ptolemæi etiam libros Græcæ, eru-
ditos eos ſanè, & (quod tanto auctore digniſſimum erat) elegantes, natiuamq; illam ſuam gratiam
in propria lingua retinentes; Librum de Eclypſibus; Librum Azophi Afrologi uerutiſſimi; Libros
Gebri; VITELLIONIS quoq; authoris antiquiſſimi ſimul ac doctiſſimi Perſpectiuam, opus & in-
gens & ipſa materiæ iucunditate laudatiſſimũ; Aſtronomiæ Imperatoris; Librum de diebus Cre-
ticis; Libros de Iride; Tabulas reſolutas iam per euſdem recens ſupputatas; Radium nouum Aſtro-
nomicum, ſimulq; & Geometricum, unâ cum uario Sinuum & Chordarum uſu; Librum de Speculo
ad pulcherrimas diſenſiones apte accommodato; Introductiõnem Coſmographicam cũ omnis ge-
neris obſeruatiõibus itidem per ſinus & chordas, adiuncto inſuper Meteorocopio duplici, plano &
(quod inauditum erit perliſq;) numerorum, Aſtrolabiumq; numerorũ uniuerſale, ut recens ita uti-
liſſimum; Tabulas ſeu Mappas, ut uocant, uniuerſi terrarum orbis generales, aut etiam quarundã Re-
gionum ſeu Proinciuarum particulares; & quicquid in Mathematicis rebus dictus Apianus ſub Titu-
lo & nomine ſuo, ſit i qua aliena rerum Mathematicarũ monumenta prius neutiqum excuſa, ſua
uero iam inſtudiata recognita & reſtaurata, uel etiam figuris tantum illuſtrata, per quocunq; uolet Im-
preſſores, in lucem ædiderit, intra ſpacium triginta annorum, ab ipſo æditiõnis die computando, præ-
ter ſuam ipſius uoluntatem, excudant, ſeu excudere faciant, neq; licet excuſos uenum exponant ſeu ven-
dant, ſub poena Decem Marchiarum Auri puri, pro una Camera noſtræ Imperiali, altera uero medie-
rate dicto Apiano irremiſſibiliter exoluenturam, cum amiſſiõnis librorum ſic ad æmulationem locu-
ſorum, quos ubicunq; locorum nactus fuerit, per ſe ſiue ſuos, aut adiuumento Magiſtratus eius loci, ſi-
bi uendicare & in poteſtatem ſuam redigere poterit. Harum teſtimonio literarum Sigilli noſtri ap-
penſione munitur. Datum in Ciuitate noſtra Imperiali Raſiſpona, die tertia Menſis Julij, Anno
Domini Milieſimo Quingenteſimo Triceſimo ſecundo, Imperij noſtri Duodecimo, & aliorum Re-
gnorum noſtrorum Decimoſeptimo.



ILLVSTRISSIMO PRIN

CIPI AC DOMINO, DOMINO PHILIPPO CO

miti Palatino Rheni, & utriusq; Bauariæ Duci &c. Domino suo
gratiosissimo, Georgius Tanstetter Collimitus Regius phy
sicus & Mathematicus S. D.



Cum iam inde antiquitus moris fuerit, qui ad hanc nostram usque æta
tem defluxit, ut literati uiri quoties uel suas ipsorum lucubratio
nes uel aliena scripta à se è tenebris eruta, ac luci & quasi uitæ re
stituta, in publicum emittere destinarunt, delegerint ex omni mul
titudine uirum aliquem singularem, uel bene de se meritum uel uirtute præ
ditum, uel ipsum eruditum ac literis probe tinctum, ac eius artis quæ in libro
eo tractatur studiosum, cuius nomini dedicati siue proprii siue alieni labo
res auspicio prodirent. Quorum ego in præsentiarum institutum in pri
mis decens atq; honestum rite æmulatus Illustrissime Princeps, tuæ Celsitu
dini alienum, sed præclarum tamen & perutilem laborem mea opera pri
mum, ac deinde tua potissimum ab interitu uindicatum, ac iam primum in
lucem exeuntem inscribere dedicare constitui. Cum præsertim causæ pro
pter quas singulas alij libros suos inscripserunt, in te omnes congruant. Pri
mum enim, id quidem mereri Celsitudinem tuam, atq; his longe maiora,
necessè habeo confiteri. Quandoquidem cum antea ex Petro Apiano pro
bata fide homine ac Mathematices eximie perito cognoueram Celsitudinē
tuam, & huiusmodi studijs maiorem in modum delectari, & eis operam in
terdum dare solere. Tum anno superiore, cum hic inclitus ac potentissimus
Rex Ferdinandus per hyemē ageret, cuius tu in Aulico famulatio Princeps
principem obtines locum, aliquoties studio Mathematico illectus me do
mi meæ inuisere non es grauatus, ac non solum prima illa rudimenta eius
artis scienter mecum exprompsisti, sed etiam de illis, quæ & studium accura
tius & iudicium requirunt recondita magis & abstrusa eleganter differuisti.
Deinde tot sunt uirtutes tuæ ac tantæ quibus insigniter enitescis, ut si p sin
gulis libri sint tibi dedicandi, nulla unq; quæuis copiosa & affluenter instru
cta Bibliotheca sit satis futura, quas si sigillatim nominare uelim modum pro
fecto Epistolæ egrederer. Vnam hanc multis singularem ac notabilem cō
memorabo, quod anno ab hinc quarto, cū grauissima & periculosa obsidi
one Vienna Austriæ cingeretur, circūfuso longe lateq; Turcarum exercitu
prope infinito, tu fama excitus modo aduentus hostium, & formidulosæ
impressionis sponte tua quod uirium de repente contrahere poteras, tecum
Viennam raptim adduxisti, anteq; terribili hostes urbem omni ex parte
circumuenissent. Qua quidem in urbe toto illo obsidionis tempore omnia
propugnationis munia sic obijsti, ut noctes diesq; ad signa nihil laboris ac
discriminis refugiens primis semper immixtus & ipse primus constiteris,
aliosq; defendenda ad mœnia subinde luculenta & mascula oratione fueris
exhortatus, sic ut fortiter dicere, fortius agere, fortissime pugnare, prout
habeare

habeare & expeditus, nihil strennuissimo concessurus. Accum tua uirtute
urbs illa ciuesq; præcipue defensi cōseruatiq; fuerint, Illustrissime Princeps
author hic, quæ tuæ Celsitudini dedico, haud minus q; quicuis ciuis urbis il
lius tibi debere uidetur. Siquidem iam ingruente in Austriam hostium ex
ercitu inter reliquam librariam supellectilem relictus, nisi per te, haud se
cus ac ciuis alter quisq; defensus fui sset, capta urbe ac direpta, & uerè extre
ma passus interisset. Itaq; pro ciuica corona, quam author mecum una tibi
debet, à te cōseruatus, uindicatusq; ab exitio, & mea nunc opera in publicum
emissus tibi dedicationis munere grata mentis confessionem ultro mecum
exponit. Authori porrò nomen est gentile Vitello, qui ex Turingis Po
lonus annis ut conijcio ab hinc plus, minus .dc. uixit. Et absolutum hoc
opus *modi è huius* summo iudicio pariq; diligentia conscripsit, exactoq; ordi
ne omnia tractauit adeo, ut quod ad præclarissimæ huius artis apprehensi
onem cōsummataq; scientiā attinet, nihil in eo desiderari possit, eum Cel
situdini tuæ iam primum in lucem exeuntem nuncupatim dedico, simulq;
obnixè rogo, animum dantis, & affectum potius q; ipsum oblatum munus in
tuearis, & Tanstetterum, quem hactenus fouisti, pari benignitate porrò e
tiam prosequi ne dedigneris. Foeliciter uale Illustrissime Princeps.

A.D. ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM

ac dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni, &
utriusq; Bauariæ Ducem &c. Vrsinus Velius.

Iam pridem magnis animi spectate periculis
Prima Palatinæ fama Philippe domus:
Maxima seruata fueras qui caussa Viennæ,
Hostibus innumeris urbs ubi cincta fuit.
Hic quoq; tum obsessus se nunc tibi dedicat author.
Hæc tibi seruati præmia ciuis habe.
Quod non hostili fuerit deperditus igni,
Perpetuo dici gestit, & esse tuus.
Huic tibi consimilem debere fatetur honorem
Tanstetter, cuius prodit hic auspicijs.
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen
Diulgat populi docta per ora tuum.

ILLVSTRISSIMO VERE

QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMI-

NO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET

utriusq; Boiaræ duci &c. Domino & Mecœnati suo clementissimo

Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnasio In-

golstadiensi p̄fessor, salutē precatur & incolumitatē.

SVBINDE mecum ipse admirari soleo, Princeps illustris-
me, hominum quorundem inhumanum adeo ingenium atq; ab
omni humanitate alienum, ut optimas & nobilissimas quasq;
artes conuicijs impetere non dubitent, illasq; miseris proscinde-
re modis, non sine maximo contemptu, digni profecto ipsi, qui ex hominū
numero rejiciantur. Neq; multo diuersum est & eorum institutum, qui non
quidem semel omnes contemnunt literas, sed ex ea lucrosa ista & illiberalis-
ter quæstiosa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium nume-
ro uix aliquam relinquunt, quæ non sit (ut ipsi loquuntur) de pane lucran-
do. Hinc fieri uidemus, ut ferè pereat hoc nostro sæculo alioqui in bonarū
artium p̄fectu felicissimo suus artibus honos, hinc uidemus uniuersam iam
philosophiā elanguescere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pa-
ni seruiunt lucrando. Solari autem in hac re uicissim nos debet, quod omni-
bus retro sæculis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere malue-
runt quàm potuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti sunt
osores huiusmodi, maximi quoq; uiri usq; adeo à genuino ueræ humanita-
tis ingenio defecerunt, ut dolendū sit Valentinianum Imperatorem Gratia-
ni filium immenso literarum odium cōflagrasse, ac deinde Licinium quoq;
Imperatorem tam infestum fuisse literis, ut uirus ac pestem publicam eas ap-
pellaret, sed quur obsecro non odisset, quorum ipse adeo expers fuerit, ut
ne decretis quidem subscribere posset? Rectius senserunt pleriq; omnes
ueterum Romanorum, quorū quisq; habitus est præstantior, quo fuit in
solidis artibus, maxime uero philosophiæ & eloquētiæ studijs uersatior. Su-
perfluū fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones & reliquos
uiros sapientiæ studijs clarissimos cōmemorare. Quis non eximiū Augusti
admiretur studium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri magni ue-
re regium, & ab optimo præceptore non male institutum commendat inge-
nium? Certe, ut ex nostratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigis-
mundus Imperator non ipse tantum bonarum literarum studia fouit, do-
ctisq; & literatis omnibus egregie fauit, sed reliquos etiam Germaniæ Prin-
cipes pleruncq; accusauit, qui latinas odissent literas. Insuper etiam à quibus-
dam reprehensus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos
amo, quos uirtutibus & doctrina (ex quibus nobilitatem metior) cæteris
uideo antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignū dedit Prin-
cipibus omnibus exemplar, quod imitentur. Frustra autem hæc ego omnia
Celsi

Celsitudini tuæ cōmemoro, cui tantus est in literas & literatos omnes fauor,
tantusq; studij etiam Mathematici amor, & nō infelicitè respondens amo-
ri profectus, ut minus iam mirū mihi fiat, quur non ignobilem hunc de Per-
spectiua authorem illustrissimæ tuæ Celsitudini dedicare instituerit, uir cla-
rissimus D. Georgius Tansteter Collimitius Regius physicus & Mathema-
ticus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex selectissimis suæ bibli-
othecæ libris communicauit, ut optimus hic scriptor ad lucem aliquādo p̄-
gressus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis offi-
cium mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui ministerium illud
offerendi authorem hinc Celsitudini tuæ optimæ de me semper meritæ ne-
gare, neq; uiro illi mihi multis modis deuinctissimo, maxime quum author
ipse nunc ueluti recens natus atq; in lucem æditus, tam præclare de Perspe-
ctiua scripserit, ut unus merito omnibus qui de hac re scripserunt sit antefe-
rendus. Nō male quidem scripsit super hac materia Pomponius Gauricus,
sed paucioribus quàm ut suscepto respondeat argumento, ex ueteribus su-
per sunt monumenta, Alhazen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioānis Pisani
Anglici, fratris Theodorici ordinis Prædicatorū, & forte aliorū quæ aliqñ
æduntur. Quanto plus laudis emeruit hic noster Vitellio, in quo ædendo
nihil sane neglectum est, quod ad uniuersi huius studij faciat p̄fectum, nos
quoq; p̄ candore nostro, & in omnes studiosos beneuolentia authorē hunc
figuris, & omnibus ad hanc rem necessarijs ita illustrauimus, ut ne studiosi
habeant quod in nobis desiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, nisi
ut optimo uiro D. Georgio Tanstetter satis uideor fecisse, & opus hoc illu-
strissimæ Celsitudini tuæ cū paratissimis obsequijs obtulisse. Bene ualeat
nunc nobis omnibus T. C. illustrissime Princeps, & bonarū artium profectū
sedulo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die nō longe ante
meridiem Iupiter blando & amico aspectu Venerem sibi uete-
rem diuq; cognitam adiunxit comitem, quam hoc modo
multis etiam ultra annum integrum diebus non
aspexerat. Anno M. D. XXXV.

VERITATIS AMATO

RI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA, VITE

lo filius Thuringorum & Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis
radio scilicet intuitum, & intellectum perspicuum subscriptorum.



VNIVERSALIVM entium studiosus amor te uinctum detinens, me tibi ut idem appetentem, sic coniunxit, ut uoluntas tua mihi sit imperium, me quoque arceat ab effectibus tibi displicentium passionum. Quia ergo tibi, ut totius entis sedulo scrutatori, dum ens intelligibile à primis suis procediens principiis, entibus indiuiduis sensibilibus per modum causæ, actum mentis coniungeres, & singulorum causas singulas indagares, occurrit diuinarum uirtutum influentia inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales superiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partium uniuersi, diuinæ uirtutis incorporaliter sunt participes, sed per superiora sui ordinis contracta uirtutem participant ut possunt, sicut & in alio substantiarum intellectiuarum ordine inferiores substantias per superiores sui ordinis illustrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout uniuscuiusque natura fert, per modum intelligibilium influentiarum fieri mentis acumine perspexisti. Sic ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omnisque uitalitas à diuina uita, quarum influentiarum diuinum lumen per modum intelligibile est principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia disponunt. Corporaliuero influentiarum lumen sensibile, est medium superioribus corporibus perpetuis secundum substantiam solum in potentia ad ubi existentibus infima corpora, quæ secundum formas & ubi uariantur mirifice illuminans & connectens. Est enim lumen supremarum formarum corporalium diffusio per naturam corporalis formæ materijs inferioribus se applicans, & secundum delatas formas diuinorum & indiuidualium artificum per modum diuisibilem caducis corporibus imprimens, suisque cum illis incorporatione nouas semper formas específicas aut indiuiduas producens, in quibus resultat per actum luminis diuinum artificium tam motorum orbium quam mouentium uirtutum. Quia itaque lumen corporalis formæ actum habet, corporalibus dimensionibus corporum, quibus influit, se coequat, & extensione capacium corporum se extendit: attamen quia fontem, à quo profluit, habet semper secundum suam uirtutis exordium, prospicere dimensionem distantiam, quæ est linea recta, per accidens assumit, sicutque sibi nomini radii coaptat. Et quoniam linea recta naturalis semper est in aliqua superficie naturali. Superficierum uero passio, quæ per terminantes lineas eis accidit est angulus: ideo radio luminoso consideratio adiacet angularis, & rectis angulis radiorum perpendicularitas est causa. Obliquatio uero irradiantis corporis super irradiatum corpus, acutos causas angulos & obtusos, & secundum huiusmodi luminariu influentiarum uariantur. Cum itaque tua solertis diligentia ingenij secundum hæc celestium influentiarum diuinam uirtutem respectu rerum capacium imitari prospiceret, & non solum secundum uirtutes agentes, sed secundum diuersitatem modi actionis, res actas diuersari uideret, placuit tibi in illius rei occulta indagine uersari, eiusque diligenti inquisitioni studiosam animam applicare.

Libros itaque ueterum tibi super hoc negotio perquirenti, occurrit tedium uerborum Arabicæ, implicationis Græcæ, paucitas quoque exarationis Latine, præsertim quia tibi commissum officium poenitentiarie Romanæ ecclesiæ, cuius curæ partem geris, credens plus intellectu practico quam speculatiuo, poenitentibus succurrere, te cohibuit à multitudinem uidendorum: maluisti enim languentium animarum diuino antidoto languoribus succurrere, quam ipsorum hominum ignorantias releuare. Mecum putans uacare ocio, sub amoris nequæ, quo tibi coniungor, uoluisti constringere, ut hoc laboris tibi placiti onus subirem, hisque materijs mihi nondum cognitis, animam applicarem. At ego, qui cunctis iussionibus tuis obtemperare desidero, uelle tuum suscipiens pro mandato, maioris negotij, quod de ordine entium olim conscribendum susceperam capitulum, in tempus semoui, presentisque operis dispendium pro mea possibilitatis uiribus, quibus hic impar fateor,

adij conscribendum. Attendens quoque, quia eadem uis formae immittitur in contrarium & in sensum, & quod lumen sit primum omnium formarum sensibilium, quodque rerum sensibile omnium causas efficientes intendamus perquirere, quoque plurimas differentias uisus nobis ostendit. Praemissorum per modum entium uisibilium perscrutatio placuit, sicut & eadem uiri, qui ante nos plurimi tractauerunt huius scientiae negotium, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes, quoque & ego nominatione ut placita approbo: licet plus ad naturalium formarum actionis modum occultissimum pertractandum, ut opus praesens tuis affectibus respondeat, scribentis intentio se declinet. Quod enim in sensu uisus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipsius sensus absentia in rebus naturalibus nulla tenus euitatur. Sensus enim praesentia nihil addit actionibus naturalium formarum. Omnem itaque modum uisionis Mathematica uel naturali demonstratione transcurrente, ea quae de naturalibus formarum actionibus per modum passionum uisibilium iuxta triplicem uidendi modum pro mea possibilitatis modulo tractabo. In omnibus enim illis uidendi modis, formae naturales ad uisum se diffundunt, radijque uisuales non exeunt ad capescendas formas rerum. Vnde si praesentiae formae diffusarum per corpora naturalia ipsarum susceptibilia, uisus non affuerit, non propter hoc naturalis actio non erit, sed formae in subiecta corpora sibi dissimilia, imprimunt quantum possunt. Tu itaque uir desideriorum omnis scientialis boni, suscipe quod fieri mandasti, in quo si quid incultu inueneris, perspicaciori ingenio modereris.

TOTIVS OPERIS IN DECEM LIBROS diuisio, & quid in singulis tractetur.

PRAESENS itaque negotium decem libris partialibus duximus distinguendum. Videntes enim omne ens uisibile, ut suae uisibilitati passio accidit, Mathematica demonstratione concludere, & hac uia eatenus ut nobis est possibile, certius ambulare, librum hunc per se stantem effecimus, exceptis his quae ex Elementis Euclidis, & paucis quae ex Conicis elementis Pergaei Appollonii dependent, quae sunt solum duo, quibus in hac scientia sumus usi, ut in processu postmodum patebit. In primo itaque huius scientiae libro axiomata praemittimus, quae praeter elementa Euclidis huic scientiae sunt necessaria. Et in hoc ea duo, quae demonstrata sunt ab Appollonio, declaramus. Plurima & haec, quae in hoc libro praemittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis conclusionibus nominamus, in quo uniuersaliter omnia conscripsimus, quae nobis uisa sunt, & quae ad nos peruenierunt a uiris posterioribus Euclide, pro particularium necessitate scientiarum uniuersaliter conclusa. In secundo quoque hoc nostro libro, de modo projectionis radij per medium unius diaphani, uel plurium, super figuras corporum diuersas: Necnon de projectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per fenestras tractauimus, ut de his quae praebula sunt actioni sensibili formarum naturalium, & quae sunt non existente sensu. In tertio uero libro de organo uisus, deque essentiali modo uidendi suo modo tractauimus, ut patitur scientia Opticorum. In quarto quoque libro percurramus deceptiones, quae accidunt uisui secundum directum modum uidendi per unum medium, siue sint passionum Mathematicarum, siue etiam naturales. In quinto autem libro nos ad alium modum uidendi, qui fit per reflectiones a politis corporibus, quae specula dicimus, transferentes tractauimus de passionibus communibus omni speculo, siue sit planum, siue sphaericum, columnare siue pyramidale, concauum uel conuexum. Haec enim sunt omnia specula, a quibus regularis potest fieri reflectio, ut nos declarabimus suo loco: nec tamen intelligimus per haec specula solum corpora polita artificio, sed potius per naturam. Quia dum demonstrationem his speculis applicamus, naturalia corpora eiusdem figurae intelligimus. Quod enim in artificialibus corporibus irregulariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere necesse est. Et dum sic per figuras speculorum discurremus, coelestes & om-

2
& omnes naturales influentias a subiectis corporibus sub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuersitatibus latens est naturae operatio, & ab eisdem agentibus secundum huius diuersitatis modum fit diuersitas formarum, & accidit uisibus, si ad locum reflectionis deueniant, ut ad ipsos fiat reflectio: quoniam uisibus ut quodam posteriori formis naturalibus & corporibus existentibus ipsorum praesentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaque speculorum communes passionum, & omnes proprietates speculorum planorum in quinto libro proposuimus. In sexto uero libro demonstramus passionum, quae accidunt uisibus & rebus ex reflectione facta a speculis sphaericis conuexis. In septimo uero posuimus passionum accidentium a speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis, & haec duo specula simul coniunximus propter conformitatem plurimum passionum. In octauo, de reflectionibus quae fiunt a speculis sphaericis concauis prolixius tractauimus. In nono quoque de his, quae fiunt a speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis. Et in eodem de speculis quibusdam irregularibus, a quorum totali superficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctum unum, quae specula comburentia dicimus, adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius scientiae, agimus de tertio modo uidendi, qui est per medium alterius diaphani, ut cum per aerem fit uisio sub aqua uel sub uitro. Et de deceptionibus, quae ex hoc accidunt uisui: nam & si uisus non fuerit, eadem passionum uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoque decimo tractatu adieciimus passionem soli uisui accidentem ex diuersitate mediolorum, ut est impressio arcus daemonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac praesenti scientia ortum habet. Sicque quasi omnium uisibilium generabilibus passionibus percunctatis, operi finem damus. Patet itaque ex praemissis, quod triplex est modus uidendi. Quidam per unum medium tantum, qui est uisio directa. Quidam uero per reflectionem formarum uisibilium a corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uisibilium propter diuersitatem mediolorum. Quoque tres modi uidendi signum sunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum coelestium & naturalium. Quaedam enim agunt directe in obiectum susceptibile, & haec actio est fortior, quoniam est directe intenta per naturam, & fit secundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti, quando est corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipso actu. Sol enim non adeo calefacit remotiora sicut propinquiora calefactibilia quae sunt eiusdem dispositionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem a corporibus alijs, ut radij Solis a corpore Lunae reflectuntur: quibus enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris transeat uirtutis. Plurimi tamen radij reflectuntur inferius, ut a speculo sphaerico conuexo. Est ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in passionibus speculorum: assimilante se figura corporis a quo fit reflectio figurae speculari. Tertia uero maneries naturalium actionum, est per plura media diuersorum diaphanorum, quae similiter in suo modo agendi diuersitatem accipit, quam uisibus accidere dicemus. In his itaque naturalibus actionibus uisus signum est, non causa, nisi forte deceptio sit per se proueniens in uisui: quoniam non existente perceptione uisiva, idem modi sunt omnium naturalium actionum. His itaque praemissis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus, sola nominatione numeri libri & theorematum contenti sumus. Dum uero aliquid ex hoc nostro libro adducimus, & numerum & theorema huius libri nominamus.

LIBER PRIMVS

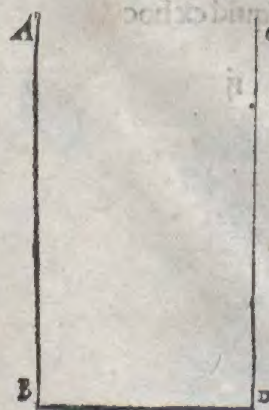
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

DIFFINITIONES.

QUæ uero per modum principiorum huic primo libro præmittimus, sunt ista. Kathetum dicimus lineam perpendicularem super superficiem aliquam erectam. Polum dicimus omnem punctum lineæ super superficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Conuexam lineam uel superficiem dicimus, quæ extrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concavam uel superficiem dicimus, quæ intrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam super superficiem conuexam uel concavam perpendicularem dicimus, quæ super planam superficiem in puncto suæ incidentiæ superficiem conuexam uel concavam contingente est erecta. Circuli seinuicem secantes dicuntur, quorum diametris est aliqua linea communis uno reliquum non continente. Circulus magnus sphaeræ dicitur, qui transiens centrum sphaeræ, diuidit ipsam in duo aequalia. Minor uero circulus sphaeræ dicitur, qui necq; transit centrum sphaeræ, necq; diuidit ipsam in duo aequalia. Sphaeras æquales dicimus, quarum diametri sunt æquales. Sphaeras uel circulos seinuicem continentes æquedistantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concavum maioris sunt æquales. Sphaeras seinuicem contingentes dicimus, quæ se tangentes extrinsecus uel intrinsecus non secant. Sphaeras seinuicem interfecantes dicimus, cum sphaeris se non continetibus diameter unius per alteram refecat. Sphaeras intrinsecus se interfecantes, dicimus quorum maior pars unius in altera continetur. Superficiem planam sphaeræ contingere dicimus, quæ cum sphaeram tangat, ad oem partem ducta non secat. Denominatio proportionis primi ad secundum, dicitur quantitas quæ ducta in minorem producit maiorem, uel quæ maiorem diuidit secundum minorem. Proportio dicitur componi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producit ex ductu denominationum illarum proportionum unius in alteram.

PETITIONES.

Petimus autem hæc. Aequales angulos super idem punctum constitutos, æqualem continere distantiam æqualium linearum, ut si angulus a b c, & c b d, sint æquales, & lineæ a b & b d sunt æquales, tantum distabit lineæ a b à lineæ b c, quantum lineæ b d distat ab eadem lineæ b c. Item inter quolibet duo puncta lineam, & inter quolibet duas lineas superficiem posse extendi. Item cum duæ planæ superficies se contingunt, unam ex eis fieri superficiem. Item duas planas superficies corpus non includere. Item omnes easdem proportionibus ex similibus proportionibus componi, & in similes proportionibus diuidi, & easdem habere demonstrationes.



THEOREMA I.

Omnes lineæ æquedistantes in eadem superficie plana necessario consistunt.

Sint duæ lineæ æquedistantes, quæ a b & c d utrunq; dispositæ, dico quod ipsæ sunt in eadem superficie plana, copulentur enim per lineam b d, quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniunguntur, palam quoniam ipsæ sunt in eadem superficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter coniunguntur, erunt ipsæ in eadem superficie. Si lineæ b d est in una tantum superficie plana, quoniam ipsius partem esse in sublimi, partem in plano est impossibile per primam undecimi. Palam ergo, quoniam lineæ a b & c d necessario consistunt in eadem plana superficie.

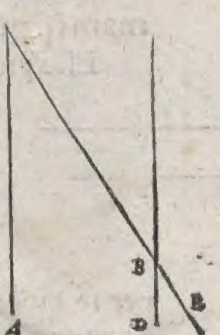
LIBER PRIMVS.

perficie contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, quod est propositum.

II.

Lineam à puncto unius linearum æquedistantium in eadem superficie pertractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere est necesse.

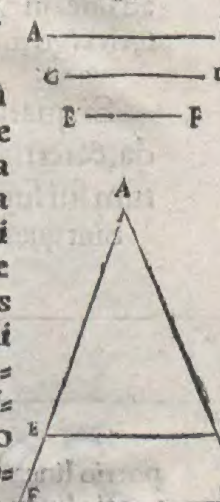
Sint duæ lineæ æquedistantes quæ a b & c d, quæ unam scilicet a b secet lineam a b in puncto b. Dico quod lineæ b e secabit etiam lineam c d, quia enim lineæ c d indefinitæ quantitatis esse supponitur, protrahatur uersus ipsam lineam b e, quæ si concurrat cum c d, habetur propositum. Si non concurrat palam per diffinitionem æquedistantium linearum, quoniam lineæ b e est æquedistans lineæ c d, & quia lineæ a b & b e ambæ sunt æquedistantes lineæ c a, erit per 30. primi lineæ b e æquedistans lineæ a b, sed palam ex hypothesis, quoniam lineam concurrunt, ut in puncto b, non ergo æquedistat lineæ b e lineæ c d, ergo necessario concurrat lineæ b e cum lineæ c d, quod est propositum.



III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ secundum proportionem aliarum duarum proportionabilem inuenire.

Sint datæ tres lineæ quæ sunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b secundum proportionem aliarum duarum quæ sunt c d & e f, quarta proportionalis debet at inueniri. Duæ itaq; lineæ æquales duabus lineis quæ sunt c d & e f, ab una linea continua abscindatur quæ sit a e f per 3. primi, & illi lineæ a e f angulariter tertia data scilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto communi distinguente duas lineas resectas, quod sit punctum e. Ducatur lineæ e b ad extremitatem tertiæ datarum quæ est a b, & à puncto f ducatur lineæ æquedistans lineæ e b per 31. primi, quæ sit f g. Deinde, protrahatur lineæ a b in continuu & directum, quousq; secet lineam f g, secabit autem per præmissam, sit itaq; punctus concursus g. Dico, quod per secundam 6. eadem est proportio lineæ a b ad lineam d g, quæ est lineæ e a datæ ad lineam e f datam. Similiter quoq; de quolibet aliarum respectu reliquarum duarum demonstrari potest, patet ergo propositum.



III.

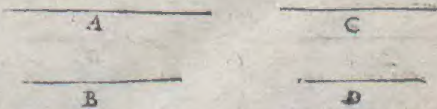
Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualium linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, sitq; lineæ a b maior quæ lineæ c d, addatur quoq; lineæ b e ipsi a b, & lineæ d f ipsi c d, sintq; lineæ b e & d f æquales. Dico, quod minor est proportio lineæ a e ad lineam c f quæ lineæ a b ad lineam c d, quoniam enim datæ sunt tres lineæ quæ sunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem lineam proportionalis lineæ b e secundum proportionem linearum a b & c d quæ sit d g, quia ergo lineæ a b est maior quæ lineæ c d, patet, quia lineæ b e est maior quæ lineæ d g, ergo & lineæ d f est maior quæ lineæ d g, abscindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipsi d g, quia ergo est proportio lineæ a b ad lineam c d sicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c g sicut lineæ a b ad lineam c d, sed per 8. quinti minor est proportio lineæ a e ad lineam c f maiorem, quæ ad lineam c g minorem, est ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d quæ lineæ a c ad lineam c f, & hoc est propositum.

V.

Cum fuerit proportio primi ad secundum tanquam tertiæ ad quartum, erit econtrario proportio sexti ad primum sicut quarti ad tertium.

Sit enim a primum, & b secundum, & c tertium, & d quartum, & sit proportio a ad b sicut c ad d. Dico, quod erit econtrario proportio b ad a sicut d ad c, quoniam enim est proportio a ad b sicut c ad d, erit per 16. quinti a in permuta



permutatim proportio b ad a sicut d ad c, secundi uidelicet ad primum sicut quarti ad tertium, quod est propositum.

VI.

Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad secundam maior quæ tertiæ ad quartam, erit e contrario minor proportio secundæ ad primam quæ quartæ ad tertiam.

Esto proportio lineæ a ad lineam b maior quæ lineæ c ad lineam d. Dico, quod erit e contrario minor proportio lineæ b ad lineam a quæ lineæ d ad lineam c. Sit enim per tertiam huius ut quæ est proportio lineæ c ad lineam d, eadem sit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior est proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ c ad lineam d, ex hypothesi patet, quod minor est proportio lineæ e ad lineam b quæ lineæ a ad lineam d, ergo per 10. quinti lineæ a est maior quæ lineæ e, & quia est proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit per præmissam eadem proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Est autem per 8. quinti minor proportio lineæ b ad lineam a quæ ad lineam e, est ergo minor proportio lineæ b ad lineam a quæ lineæ d ad lineam c, quod est propositum.

VII.

Si quatuor quantitatum proportionabiliū prima fuerit maior quæ secundæ, & tertia maior quæ quarta, erit euerlim eadē proportio primæ ad augmentum sui super secundam, quæ tertiæ ad augmentum sui super quartam.

Sint quatuor lineæ proportionales a prima, b secunda, d tertia, & e quarta. Sitque lineæ a b maior & lineæ b c, & lineæ d f maior quæ lineæ e f excedat quoque lineæ a c lineam b c in lineam a b, & lineæ b f lineam e f in lineam d e. Dico, quod eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim est proportio lineæ a c ad lineam b c sicut lineæ d f ad lineam e f, est ergo per 16. quinti permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f sicut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e sicut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b sicut lineæ d f ad lineam d e, quod est propositum.

VIII.

Si quatuor quantitatum prima fuerit maior secunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam quæ secundæ ad tertiam.

Sint quatuor lineæ a b c d, & sit a prima maior quæ b secunda, & sit c tertia maior quæ d quarta. Dico, quod maior est proportio lineæ a ad lineam d quæ lineæ b ad lineam c, quia enim lineæ c est maior quæ lineæ d, ex hypothesi patet per 8. quinti, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineam d quæ ad lineam c, minor uero est proportio lineæ b ad lineam c quæ lineæ a ad lineam d per eandem 8. quinti, quoniam ut præmissum est, lineæ a est maior quæ lineæ b, & quoniam quicquid est maius maiore est maius minore, patet, quod maior est proportio lineæ a ad lineam d quæ lineæ b ad lineam c, patet ergo propositum.

IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior quæ tertia, & secunda minor quæ quarta, maior erit proportio primæ ad secundam quæ tertiæ ad quartam.

Sint quatuor lineæ a prima, b secunda, c tertia, d quarta, sitque a maior quæ c, & sit b minor quæ d. Dico, quod maior est proportio a ad b quæ c ad d, quoniam enim lineæ a est maior quæ lineæ c, patet per 8. quinti, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ c ad lineam d, sed quia

Sed quia ex hypothesi lineæ b est minor quæ lineæ d, patet per eandem 8. huius quinti, quoniam maior est proportio lineæ c ad lineam b quæ ad lineam d, est ergo maior proportio lineæ a ad lineam b secunda quæ lineæ c tertiæ ad lineam d quartam, & hoc est propositum.

X.

Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad secundam quæ tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quæ secundæ ad quartam.

Sint quatuor lineæ a b c d, sitque proportio a ad b maior quæ c ad d. Dico, quod erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c quæ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit ergo ex hypothesi & ex 10. quinti lineæ e minor quæ lineæ a, ergo per 8. quinti maior est proportio lineæ a ad lineam c quæ lineæ e ad lineam b. Est autem ex præmissis & per 16. quinti, proportio lineæ e ad lineam c sicut lineæ b ad lineam d, palam ergo, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineam c quæ lineæ b ad lineam d, quod est propositum.

XI.

Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad secundam quæ tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam quæ tertiæ & quartæ ad quartam.

Esto 4. lineæ a b c d maior, proportio a ad b quæ c ad d. Dico, quod totius lineæ a b ad lineam c b maior erit, proportio quæ totius lineæ c d ad lineam d. Sit enim per 3. huius, proportio lineæ e ad lineam b, quæ lineæ c ad lineam d, est ergo ex hypothesi maior, proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ e ad lineam b, ergo per 10. quinti lineæ a est maior quæ lineæ e. Tota ergo lineæ a b est maior quæ tota lineæ e b, ergo per 8. quinti maior est, proportio totius lineæ a b ad lineam b quæ totius lineæ e b ad lineam b, per 18. uero quinti est, proportio lineæ e b ad lineam b, quæ lineæ c d ad lineam d, est enim ex præmissis, proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d. Est ergo maior, proportio lineæ a b ad lineam b quæ lineæ c d ad lineam d, quod est propositum.

XII.

Si quatuor quantitatum proportio primæ & secundæ ad secundam sit maior quæ tertiæ & quartæ ad quartam, erit disiunctim maior proportio primæ ad secundam quæ tertiæ ad quartam.

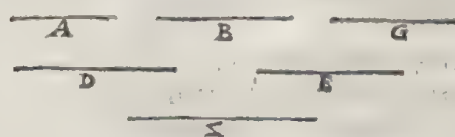
Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineam b maior quæ totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, quod erit disiunctim proportio lineæ a ad lineam b maior quæ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius, proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit ergo ex hypothesi maior, proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ e ad lineam b, ergo per 10. quinti erit lineæ a b maior quæ lineæ e b, abla- ta ergo utrobique lineæ b cōmuni, relinquitur lineæ a maior quæ lineæ e, est ergo per 8. quinti maior, proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ e ad lineam b. Sed per præmissa est proportio lineæ e b ad lineam b sicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti est proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior, proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ c ad lineam d, & hoc est propositum.

XIII.

Quarumlibet trium quantitatum quoque ordine dispositarum, quarum medietas ad utramque extremarum aliqua sit proportio, erit proportio primæ ad tertiam composita ex proportione primæ ad secundam & secundæ ad tertiam, ex quo patet quod proportio extremorum ad inuicem componitur semper ex pro-

exproportione mediorum ad inuicem & ad ipsa extrema.

Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ est a sit maior q̃ media quæ est b, & b sit maior q̃ tertia quæ est g, sitq̃ ipsius b ad ambas extremas p̃portio nota. Dico, q̃ p̃portio lineæ a ad lineam g tertiā componitur ex p̃portione lineæ a ad lineam b, & ex p̃portione lineæ b ad lineam g, quoniā enim p̃portio lineæ a ad lineā b est nota, sit quantitas d denominatio illius p̃portionis, & similiter quia p̃portio lineæ b ad lineam g est nota, sit denominatio illius p̃portionis quantitas e, & sit quantitas z denominatio p̃portionis lineæ a ad lineā g. Dico, q̃ ex ductu e in d fit z, quoniā enim per diffinitionem ex ductu z denominatio p̃portionis lineæ a ad lineam g in ipsam lineam g minorem q̃ sit a sit lineā a, similiter & ex ductu d ad lineam b sit lineā a. Proponitur itaq̃ z primum & d secundū lineā b tertium & lineā g quartū, quia itaq̃ illud quod sit ex ductu primi in quartum est æquale ei quod sit ex ductu secundi in tertium, patet p̃ 15. sexti, quoniā est p̃portio primi ad secundum sicut



tertij ad quartū, est ergo p̃portio z ad d, sicut lineæ b ad lineam g, ergo denominatio p̃portionis z ad d ex suppositiōe est eadem cū denoiatione p̃portionis lineæ b ad lineā g, sed denominatio p̃portionis lineæ b ad lineā g est quantitas e, ergo denoiatio p̃portionis z ad d est idem e, ergo ex ductu e in d fit z, q̃ ita ergo denominatio p̃portionis lineæ a ad lineā g quæ est z producitur ex ductu denominationis p̃portionis lineæ a ad lineā b in denominationē p̃portionis lineæ b ad lineā g, patet per diffinitionē, quoniā p̃portio lineæ a primæ ad lineā g tertiā cōponitur ex p̃portiōe lineæ a primæ ad lineā b secundā, & ex p̃portione lineæ b secundæ ad lineā g tertiā q̃d est propositū primum. Eodem quoq̃ modo potest faciliter demonstrari de quocūq̃ medijs inter quælibet duo extrema collocatis, semper enim p̃portio extremorum ad inuicem componitur ex omnibus p̃portionibus mediorū ad inuicem. Et ipsa extrema similiter demonstrandi uia diuisionis, si mediam contingat esse maiorem qualibet extremarum, patet ergo propositum.

XIII.

Si linea recta super duas rectas ceciderit, feceritq̃ angulos coalternos inæquales, aut duos intrinsecos minores duobus rectis, uel extrinsecum inæqualem intrinseco, illas lineas ad minorum angulorum partem concurrere est necesse, ad aliam uero partem impossibile, & si lineæ concurrunt, necesse est dictos angulos aliquo propositorum modorū se habere.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas fecit lineā e f secundū quod p̃ponitur. Dico, quoniā lineæ a b & c d concurrent, si enim non concurrant, patet q̃ sunt æquedistantes, ergo per 29. primi sequitur contrariū hypothe. q̃ est inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum angulorū cōcurrere est necessarium, quoniā si ad partem maiorum angulorum cōcurrant, sequeretur angulū extrinsecum trigonī tantū fieri minorē angulo intrinseco, & est contra 16. & 32. primi, & quia per præmissas propositiones ad partes minorum angulorū concurrunt, si ex concessio ad partes maiorum angulorū concurrerēt, sequeretur rectas lineas superficiem includere, q̃ est impossibile. Est ergo impossibile, ut ad partes maiorum angulorū concurrant, quod est propositum primum. Sed & si detur q̃ illæ lineæ concurrant, necesse est angulos aliquo propositorū modorum se habere per 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, seruata semper hypothesi.

XV.

Cum lineis se inter duas lineas æquedistantes, a quarum terminis producuntur, secantibus ex utraq̃ parte sectionis, partes eiusdem lineæ inter se fuerint æquales, necesse est lineas, inter quas fit sectio, æquales esse.

Verbi

Verbi gratia: Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquedistantes, a quarum terminis producuntur, quæ sunt a d & c b, secant se in puncto e, ita, q̃ lineā a e sit æqualis lineæ e b, & lineā c e sit æqualis ipsi e d. Dico, q̃ lineā a d est æqualis lineæ e b, q̃n enim per 15. primi angulus a e d est æqualis angulo c e b, erit ex hypothesi & per 4. primi lineā a d æqualis lineæ c b, quod est propositum.

XVI.

Si per terminos duarum linearum æquedistantium & in æqualiū rectæ producant, illas ad partē minoris lineæ cōcurrere est necesse.

Sint duæ lineæ a b & c d æquedistantes & inæquales, sitq̃ lineā c d minor q̃ lineā a b, producanturq̃ per terminos ipsarum lineæ a c & b d. Dico, q̃ illæ lineæ a c & b d concurrēt ultra lineam c d, producantur enim lineā c d ultra punctū d ad punctū e, fiatq̃ per tertiā primi lineā c e æqualis lineæ a b, & ducatur lineā b e. Hic itaq̃ lineā b e per 33. primi est æquedistans lineæ a c, ergo per 2. huius cum lineā b d concurrat cū lineā b e in puncto b. Patet, q̃ ipsa concurrat cum lineā a c, quæ æquedistat lineæ b e, sed & ad partem lineæ c d, quæ est minor q̃ lineā a b concurrere est necesse per 14. huius, uel per 2. sexti, patet ergo propositum, punctus enim concursus plus quā est f, erit ultra lineam c d.

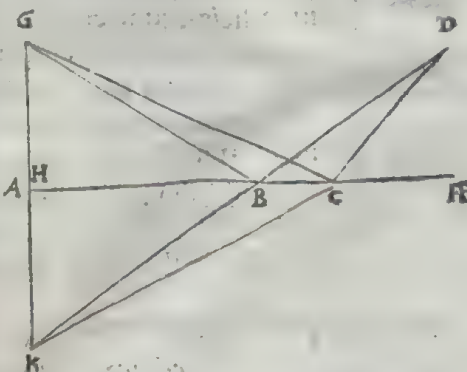
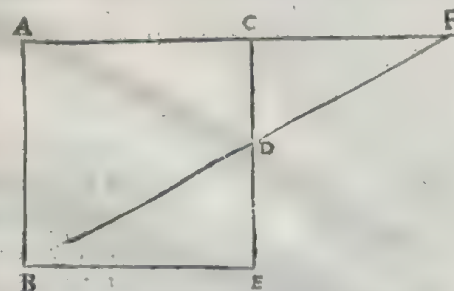
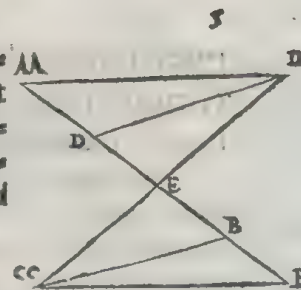
XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum lineā recta, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem lineā angulos inæquales simul iunctis.

Sit lineā recta quæ a b c f, & sint duo puncta d & g, a quibus duæ lineæ g b & d b productæ super lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g sit æqualis angulo c b d. Dico, q̃ si a punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, q̃ sit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g e a sit minor angulo f c d, q̃ lineæ g b & d b si mul iunctæ super minores duas lineas g c & d c simul iunctis. Ducat enim a puncto g super lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ sit g h, & producat lineā g h ultra punctū h, & producat d b donec concurrat cum lineā g h producta, concurrent autem per 14. huius, sit ergo punctus concursus k, & coniungatur lineā k c, & quoniā angulus d b c est æqualis angulo g b h, ex hypothesi & angulo h b k, ex 15. primi palam, q̃ angulus h b k est æqualis g b h, sed anguli g b h & k b h sunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi trigoni g h b & k b h etiam æque anguli, ergo per 4. sexti, cū lineā h b sit cōmunis & æqualis sibi ipsi, erit lineā g b æqualis lineæ k b, & lineā g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratioe per 4. primi erit lineā g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi lineā k d in trigono k d c minor est ambabus lineis d c & k c simul iunctis, & lineā g b æqualis est lineæ b k, & lineā g c æqualis est lineæ k c, palam, quia ambæ lineæ g b & d b simul iunctæ, minores sunt ambabus lineis d c & g c simul iunctis, similiter quoq̃ de quibuscūq̃ lineis a punctis g & d ad lineam a f productis est demonstrandū, patet ergo propositum.

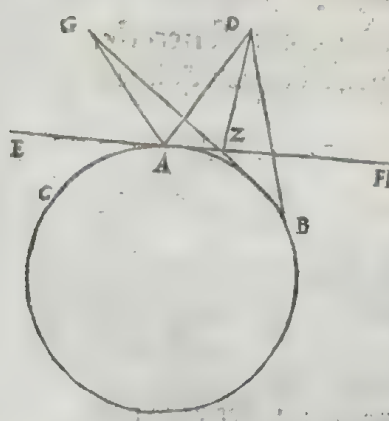
XVIII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum lineā conuexa, cui ad unum punctum



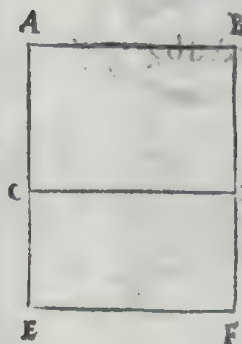
punctum incidunt simul iunctae, sunt breviores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inaequales simul iunctis.

Sit linea curva a b c, super cuius convexum a punctis g & d incidant lineae d a & g a continentes angulos aequales, ita, ut angulus c a g sit aequalis angulo b a d. Dico, qd si ducantur aliae lineae a punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, continentes angulos inaequales cum linea a b c, qd ambae lineae g a & d a simul iunctae, erunt breviores duabus lineis g b & d b simul iunctis. Ducatur enim linea e f, continens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo contingentes qui sunt e a c & f a b sunt aequales per 15. tertij, sed anguli g a c & d a b sunt aequales ex hypothesi, erunt ergo anguli g a e & d a f aequales, & ad punctum ubi linea g b secatur lineam e f, qd sit z, ducatur linea d z, ergo per precedentem ambae lineae g a & d a sunt breviores ambabus lineis g z & d z, cum angulus g z a sit minor angulo g a e, & angulus d z f sit maior angulo d a f per 16. primi. Sed linea g b est maior qd linea g z, quia totum parte & linea d b est maior qd linea d z per 19. primi, quoniam angulus d z b est maior angulo siti trigoni, patet ergo ppositum in areu circuli convexo, & eodem modo demonstrandum in quacumq; alia columnali vel pyramidalis sectione secundum ipsius convexum, patet ergo propositum.

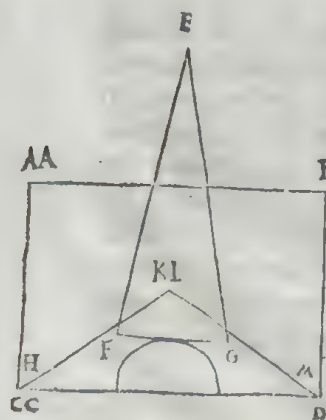


Ab uno puncto in aere dato, super unamquamq; substructam planam vel convexam superficiem, una tantum perpendicularis duci potest.

Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est ut illae duae superficies secundum illam lineam se secent.



Ab uno puncto in aere dato, super unamquamq; substructam planam vel convexam superficiem, una tantum perpendicularis duci potest.



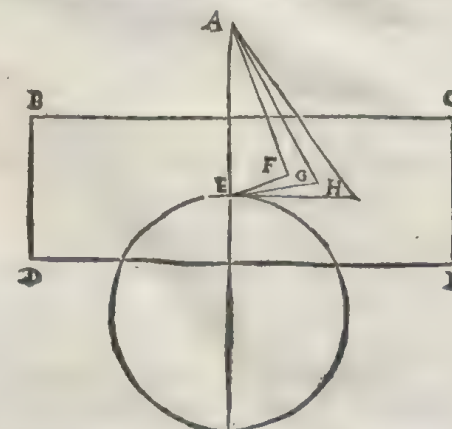
Sit data superficies plana a b c d, & datus in aere punctus e. Dico, qd a puncto e ad substructam superficiem unam tantum perpendicularem duci est possibile, si enim impossibile sit, ut superfluum planam datam quae a b c d, ducantur a puncto e duae perpendiculares, quae sunt e f & e g, quia itaq; lineae e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illae duae lineae sunt in eadem superficie, & quoniam lineae illae sunt perpendiculares super superficiem a b c d, erit superficies, in qua sunt lineae illae, e recta super superficiem a b c d. Huius itaq; superficiei & superficiei a b c d communis sectio est linea f g per praemissam, in trigono itaq; e f g sunt duo anguli recti, scilicet e f g & e g f per definitionem lineae erectae super superficiem, hoc autem est impossibile & contra 3. 2. primi, qd hoc etiam patet in superficiebus convexis, quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis sit quae continet superficiem convexam, est perpendicularis super planam superficiem ipsam convexam, superficiem in puncto incidentiae lineae illius contingentem, patet, quia in omni superficie convexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies sphaerica convexa, in qua sit arcus f g, sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in puncto g superficies plana, in qua sit linea l g m, palam ergo ex praemissis, quia anguli e f k & e g f sunt recti, producta quaeq; corda f g, palam, quia anguli e f g & e g f sunt maiores rectis quod est impossibile, non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiem planam vel convexam, patet ergo ppositum, quoniam in quibuscumq; alijs conuexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.

est impossibile & contra 3. 2. primi, qd hoc etiam patet in superficiebus convexis, quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis sit quae continet superficiem convexam, est perpendicularis super planam superficiem ipsam convexam, superficiem in puncto incidentiae lineae illius contingentem, patet, quia in omni superficie convexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies sphaerica convexa, in qua sit arcus f g, sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in puncto g superficies plana, in qua sit linea l g m, palam ergo ex praemissis, quia anguli e f k & e g f sunt recti, producta quaeq; corda f g, palam, quia anguli e f g & e g f sunt maiores rectis quod est impossibile, non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiem planam vel convexam, patet ergo ppositum, quoniam in quibuscumq; alijs conuexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.

XXI.

Omnium linearum ab eodem puncto ad eandem superficiem planam vel convexam productarum, minima est perpendicularis.

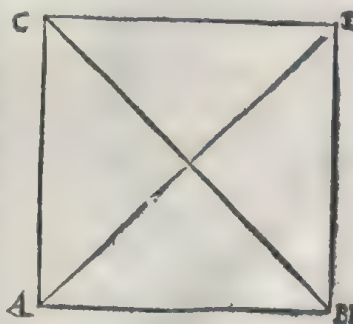
Esto superficies plana b c d, & punctum extra signatum a, a quo ducantur plurimae lineae ad superficiem datam, ut contingit, scilicet a e, a f, a g, a h, sola tamen a e sit perpendicularis. Dico, qd linea a e est omnium aliarum brevissima, ducantur a lineae e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia, palam itaq; cum per 3. 2. primi angulus rectus sit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniam linea a e per 19. primi brevior est qualibet linearum a f, a g, a h, & etiam aliarum quarumcumq; sic productarum, patet ergo propositum in planis, sed & in convexis patet idem, quoniam si perpendicularis super convexam superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingens superficiem convexam secundum punctum e, ducanturq; lineae a f, a g, a h super superficiem planam, erunt illae omnes maiores perpendiculares, sed eadem productae ad superficiem convexam sunt maiores, patet ergo propositum.



XXII.

Ductae a supremo termino lineae super superficiem erectae ad lineam perpendicularem, cuiusque lineae a puncto incidentiae lineae rectae in subiecta superficie, tractae, necesse est correctam lineam superiacentem perpendiculari esse.

Sit punctum in aere datum quod sit a, a quo ad superficiem planam subiectam quae sit b c d, erigatur linea per 1. 2. undecimi quae sit a b, incidens datam superficiem in puncto b, & in superficie b c d ducatur linea d c ut placuerit, & a puncto b ducatur perpendicularis super lineam d c, quae sit b d, & copuletur, linea a d est perpendicularis super lineam d c. Sumatur enim in linea d c quodcumq; punctum ut c, & ducatur linea a c, b c, quia itaq; linea a b est erecta super superficiem b c d, patet per diffinitionem lineae erectae, quoniam angulus a b c est rectus, ergo per penultimam primi quadratum lineae a c est aequale duobus quadratis linearum a b & b c, sed & quadratum lineae b c est aequale duobus quadratis c d & b d per eandem penultimam 10. qd linea b d est perpendicularis super lineam c d ex hypothesi, quadratum itaq; lineae a c est aequale tribus quadratis trium linearum quae sunt a b & b d & c d, sed quadratum lineae a d est aequale duobus quadratis duarum linearum a b & b d, quadratum ergo lineae a c est aequale duobus quadratis duarum linearum a d & d c, ergo per ultimam primi angulus a d c est rectus, patet ergo, qd linea a d est perpendicularis super lineam d c, quod est ppositum.



b ij Duabus

Duabus planis superficiebus æquedistantibus, una linea recta incidente, quæ ad alteram earum erit perpendicularis, erit quoque ad reliquam perpendicularis.

Sit ut duabus superficiebus planis & æquedistantibus incidat una linea quæ a b uni ipsarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico, qd si linea a b fuerit perpendicularis super unam istarum superficiebus, qd erit perpendicularis & super reliquam, & a puncto a ducatur in altera superficie illarum linea recta quæ a c, & in reliqua a puncto b ducatur linea b d, palam itaq; qd niam linea a c & b d æquedistant, in infinitum enim pertractæ non concurrent, quia & superficies in quibus sunt, non concurrunt. Si itaq; alter angulus, qui b a c vel a b d fuerit rectus, palam semper per 29. primi, quoniam & reliquus ipsorum erit rectus, & quoniam eodem modo potest hoc declarari de omnibus lineis in superficiebus hinc inde ductis a punctis a & b, patet, qd linea a b cum singulis sibi conterminatibus lineis in utraq; superficie illarum productis angulos rectos facit. Si est ergo linea a b perpendicularis super alteram superficie, palam, quia est perpendicularis super reliquam ipsarum, & hoc est propositum.

XXIII.

Si duæ superficies uni superficiæ æquedistantes fuerint, eadem inter se erunt æquedistantes, superficies quoque concurrentes cum una æquedistanti superficie & cum reliqua concurrent.

Sint duæ superficies a b c & g h k æquedistantes uni superficiæ quæ d e f. Dico, qd illæ duæ superficies a b c & g h k necessario adinvicem æquedistant, educatur enim a puncto l superficiæ a b c linea perpendicularis super illam superficiem per 12. undecimi, quæ sit l m, palam itaq; per præmissam, quoniam illa linea l m ultra alterutrum suorum terminorum erit ipsa per eandem præmissam perpendicularis superficiem g h k, æquedistantem superficiæ a b c, quia itaq; una linea l m super duas superficies a b c & g h k orthogonaliter insistit, patet per 14. undecimi, qd illæ duæ superficies, etiam si in infinitum pertrahantur, nunquam concurrent, sunt ergo æquedistantes, patet propositum primum, & per hoc & per 2. huius patet etiam secundum propositum.

XXV.

Omnes lineæ perpendiculares inter lineas vel superficies æquedistantes ductæ, sunt æquedistantes & æquales, & si lineæ rectæ lineis vel superficiebus æquedistantibus ad angulos æquales incidant, sunt æquales.

Sint duæ lineæ a b & c d æquedistantes, inter quas ducantur lineæ perpendiculares quæ e f & g h. Dico, qd lineæ e f & g h sunt æquedistantes & æquales, qd enim sunt æquedistantes, hoc patet per 28. primi, qd etiam sunt æquales patet per 34. primi, & eodem modo demonstrandum est, si lineæ a b & c d sunt in superficiebus æquedistantibus signatæ, qd si lineæ e f & g h non perpendiculariter, sed ad angulos æquales incidant, ductis lineis vel superficiebus, ita, ut angulus g h c sit æqualis angulo e f d, erunt etiam lineæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, sic ergo punctus concursus k, quia itaq; angulus k f h est æqualis angulo k h f, ex hypothesi erit per 6. primi trigoni k f h lateri k f æquale lateri k h. Sed per 29. & per 16. primi erit trigoni k e g lateri k e æquale lateri k g, relinquatur ergo linea e f æqualis lineæ g h, quod est propositum, in superficiebus quoque æquedistantibus signatis lineis a b & c d eadem est demonstratio, patet ergo illud quod proponebatur.

Cui-

Cuilibet angulo dato basem æqualem datæ lineæ subtendere.

Est angulus datus a b c, & linea data d e, separetur itaq; a linea b c, & ex parte puncti b linea b f, non maior medietate lineæ d e per 3. primi, & in puncto f posito pede circini immobili, describatur circulus secundum quantitatem semidiametri, de hoc itaq; secabit necessario latus b c per 20. primi, & cum latus b f non sit maius medietate lineæ d e. Sit ergo ut secet ipsam in puncto g, & ducatur linea g f, hic itaq; necessario erit æqualis lineæ d e per circuli definitionem, patet ergo propositum. Potest & idem aliter demonstrari, a puncto enim b ducatur linea b h angulariter, ut contingit super lineam a b, quæ per 3. primi fiet æqualis datæ lineæ d e, & a puncto h ducatur æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ per secundum huius necessario concurret cum lineæ b c, si punctus concursus k, & a puncto k ducatur linea æquedistans lineæ b k, quæ sit k l, erit quoque superficies b h k æquedistanti laterum, ergo per 34. primi linea l k est æqualis lineæ l h, ergo & lineæ datæ quæ est d e, patet ergo propositum.

XXVII.

Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipsorum æquum minori resecare.

Sint duo anguli dati a b c, d e f, sit a b c maior & d e f minor, propositum est, ut ex angulo a b c resecetur angulus æqualis angulo d e f, hoc autem fiet per 23. primi, si super b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui sit a b g, & hoc est propositum.

XXVIII.

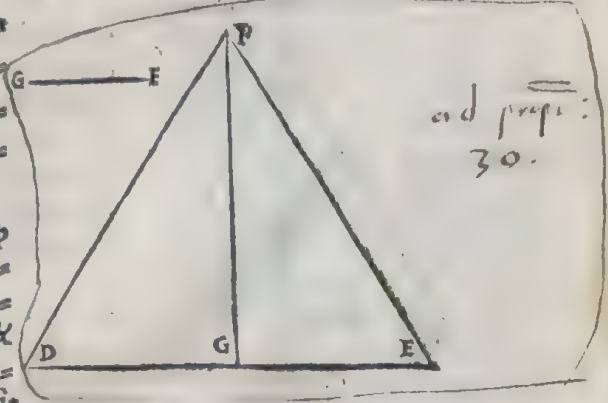
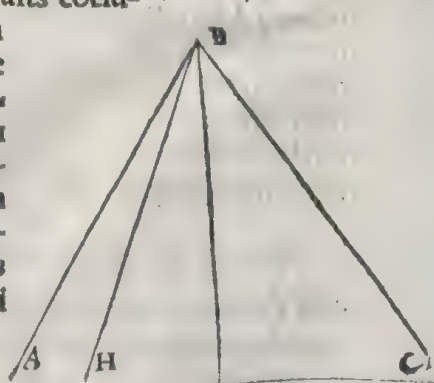
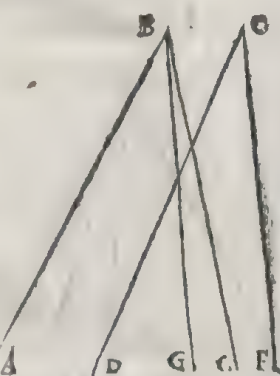
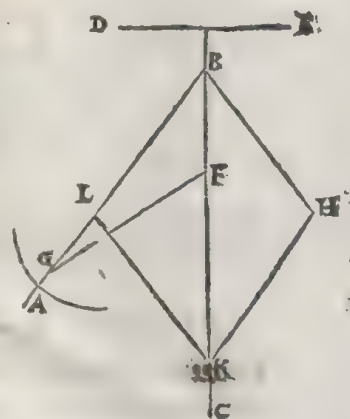
Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.

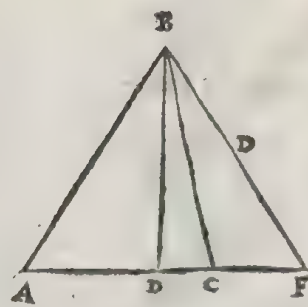
Non indignum quo ad præsens propositum diuisione aliorum angulorum in partes tres æquales, sed solum recto, & ob hoc non proponimus hic nisi de recto in uniuersaliori scientia, ut in ea quæ de elementis conclusionem uniuersaliore dignam propositum existimantes. Sit itaq; angulus rectus a b c, quæ in partes tres æquales uolumus diuidere, assumatur ergo linea quæcumque & sit b e, super quâ constitutur trigonum æquilaterum per primam primi, qd sit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per æqualia per 9. primi, ducta linea f g, erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipse sit g pars duorum rectorum per 33. primi, ergo per præcedentem angulo recto a b e resecetur angulus a b h æqualis angulo d f g, & diuidatur angulus h b c per æqualia per 9. primi, patet ergo propositum.

XXIX.

Linea diuidens angulum alicuius trigoni producta, basem subtensam illi angulo necessario secabit, & si linea secans basem ad punctum, concursus laterum trigoni producat, illa angulum basi oppositum secabit.

Sit ut linea d b secet angulum a b c trigoni a b c. Dico, qd eadem linea b d producta, necessario secabit basem a c illi angulo subtensam. Si enim non secabit basem a c, concurrent tam cum producta a c per 14. huius, ideo quia anguli b a c & a b f sunt minores duobus rectis ex hypothesi & per 32. primi, sit



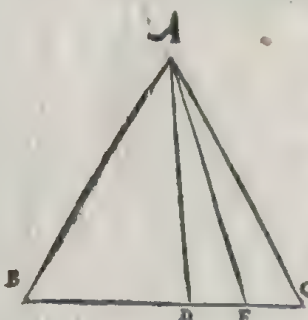


mi, sit ergo concursus in puncto f ultra punctum c, est ergo trigonum a b c & a b f angulus b a c communis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16. primi, erit ergo per 32. primi angulus a b f maior angulo a b c, non ergo secat linea b d f angulum a b c, cadet itaq; necessario inter puncta a & c, & ita secabit basem a c, quia si etiam caderet in punctum a, uel in punctum c, non adhuc divideret angulum a b c, patet ergo, ppositum primū, patet etiā & reliquū, ppositū, quoniam si linea b d secet basem trigoni a b c, & applicetur puncto b, qd' est punctus concursus laterum a b & c b, patet qd' linea b d secabit angulum a b c. Sit enim per 16. primi angulus a d b maior angulo a c b, sed angulus b a c est communis ambobus trigonis a b c & a b d, ergo per 32. primi angulus a b d est minor angulo a b c, est ergo relictus angulus a b c per lineam b d, qd' est secundum propositum.

XXX.

Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad basem producta, si rectum angulum sub partibus basis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis, necesse est angulum a quo fit ductio obtusum esse, si minus acutum, si aequale rectum.

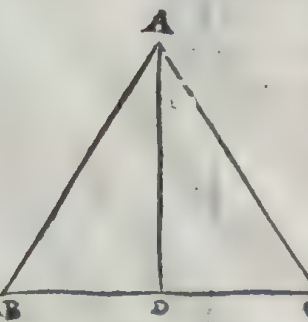
Sit datus trigonus a b c, a cuius angulo b a c ducatur linea perpendicularis super basem b c, secetq; ipsam in puncto d, & sit a d, sitq; illud qd' sit ex ductu b d in d c maius quadrato lineae a d. Dico, quia angulus b a c est obtusus, patet enim per 16. sexti, quia non est pportio lineae b d ad lineam a d, quae lineae a d ad lineam d c. Sit ergo per 10. sexti, ut quae est pportio lineae b d ad lineam a d, eadem sit lineae a d ad lineam g e, erit ergo illud qd' sit ex ductu lineae b d ad lineam g e aequale quadrato lineae a d per 16. sexti, & quia illud qd' sit ex ductu lineae b d in lineam d c, est maius quadrato lineae a d, patet qd' linea g e est minor qd' linea d c per primā sexti, abscindatur ergo a linea d c aequalis lineae g e per 3. primi, & sic d f, ducaturq; linea a f, quia itaq; illud quod sit ex ductu lineae b d in lineam d f, est aequale quadrato lineae a d, patet per 16. sexti, quoniam est pportio lineae b d ad lineam a d, sicut lineae a d ad lineam d f, erit ergo per conuersam 8. sexti angulus b a f re-



ctus, ergo angulus b a c est maior recto. Similiterq; demonstrandum, qd' si illud qd' sit ex ductu b d in d c sit minus quadrato a d, quoniam angulus b a c est acutus, nam per eandem demonstrationem patet etiam per eandem conuersam 8. sexti, quoniam si illud qd' sit ex ductu lineae b d in lineam d c, sit aequale quadrato lineae a d, quoniam angulus b a c est rectus, patet ergo propositum.

XXXI.

Ab angulo ysocheles ducta perpendicularis super basem in duas partes similes trigonos diuidit ysochelem, ex quo patet, qd' linea perpendicularis ad medium punctum basis necessario pertingit.



Sit ysocheles a b c, cuius latera a b & a c sint aequalia, & ab angulo b a c ducatur super basem b c perpendicularis a d. Dico, qd' ppositus ysocheles diuisus est in duos trigonos partiales similes, quoniam enim per 5. primi angulus a b d est aequalis angulo a c d, sed & per diffinitionem perpendicularis anguli a d b & a d c sunt aequales, quia recti, patet per 32. primi, quia anguli b a d & c a d sunt aequales, ergo trigona a b d & a c d sunt aequianguli, ergo per 4. sexti latera illorum trigonorum aequos angulos respicientia sunt, pportionalia, sunt ergo illa trigona partialia, quae a b d & a c d similia per diffinitionem similitum trigonorum, patet ergo, ppositum primum, & quoniam illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sunt aequalia, & latus a d commune, patet, quia etiam latera c d & b d sunt aequalia, linea ergo perpendicularis quae a d, necessario pertingit

git

git ad medium punctum lineae b c, quod est propositum secundum.

XXXII.

Linea ducta a quocunq; puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonū secans latus ab illo puncto remotius & ppinquius illi necessario secabit.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatul ultra punctum b ad punctum d, & a puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, qd' e necessario secabit latus b c. Si non secabit latus b c, sed solum latus a c, ducatur linea d c, & producatul in continuū & directum, secabit itaq; linea d c in aliquo puncto lineam d e, quoniam cum linea d c exeat a puncto d, a quo exit etiam linea d e, & terminetur ad punctum c interiorius punctum e, necessario illa secabit, sit punctus sectionis f, palam itaq; quoniam duae rectae lineae quae sunt d f & d e includunt superficiem, qd' est impossibile. Idem quoq; accidit, si linea d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod est propositum.

XXXIII.

Si a punctis terminalibus unius lateris trianguli duae rectae exeuntes, intra trigonum ad punctum unum conueniant, erit angulus inferior aequalis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

Sit trigonum a b c, a cuius unius lateris a b punctis terminalibus quae sunt a & b ducantur lineae taliter, ut intra trigonum a b c concurrant in puncto d. Dico, qd' angulus a d b est aequalis angulo a c b, & insuper duobus angulis e a d & e d b, qd' enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet per 21. primi. Producatul itaq; linea d c ultra punctum d usq; ad punctum e, est itaq; per 32. primi angulus e d a aequalis duobus angulis d c a & d a c, & similiter angulus e d b aequalis est duobus angulis d c b & d b c, totus ergo angulus a d b aequalis est angulo a c b, & angulus d a c & d e b, quod est propositum.

XXXIII.

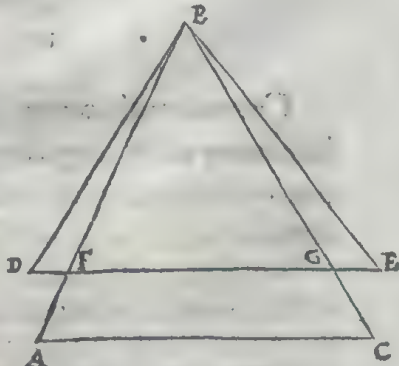
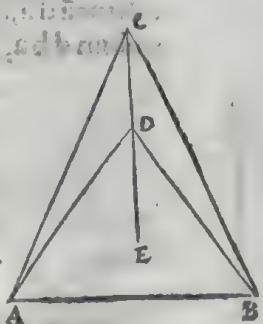
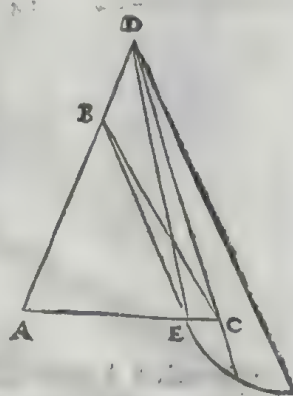
Linea aequalis & aequedistans basi alicuius trigoni uiciniore angulo supremo, maiori angulo necessario subtenditur.

Esto trigonum a b c, cuius basi a c uiciniore a b c, ducatur linea aequalis & aequedistans quae sit d e. Dico, qd' si a puncto b ducantur lineae b d & b e, quia angulus d b e est maior angulo a b c, quia enim linea d e est aequalis lineae a c, palam, quia ipsa sit producta secat lineas a b & b c argumento 15. huius, qd' etiā patet ex alijs. Omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & aequedistans b a c, est maior base per 29. primi & 4. sexti. Secet ergo linea d e latus b a in puncto f, & latus b c in puncto g, quia itaq; per 16. primi angulus b g f est maior angulo b e g, erit per 29. primi angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c est maior angulo b d e, necessario ergo per 32. primi erit angulus b d e cum angulis minoribus ualens duos rectos maior angulo a b c, ualente cum duobus angulis maioribus duos rectos, patet ergo propositum.

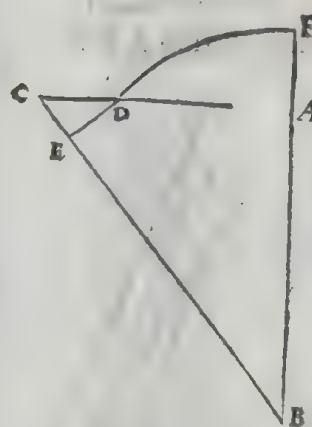
XXXV.

In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad basem, erit remotioris anguli ad propinquorem recto minor pportio, qd' partis basis remotioris ad propinquorem.

Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c sit rectus, & a puncto b ducatur ad



tur ad latus a c, qd' est basis anguli a b c, linea recta quae sit b d. Dico, q' minor est, ppor-
tio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulum d b a propinquire ipsi recto, q'
partis basis remotioris ab angulo recto qui est c d ad latus d a propinquire ipsi angulo



recto, quoniam enim angulus b a c est rectus, patet, quia angulus b
d a est acutus per 32. primi, ergo patet per 23. primi, angulus b d
c est obtusus, ergo per 19. primi latus b d est maius latere a b, &
minus latere b c, a centro itaq' b secundum quantitatem semidia-
metri b d describatur arcus circuli secans lineam b c in puncto e, &
ad ipsum producat'ur linea b a in punctum f, factiq' erunt duae se-
ctiones b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a, &
quonia est, pportio sectionis ad sectorem sicut arcus f d ad arcu
d e, ut patet per modum demonstrationis primae sexti, quoniam
omnes sectores eiusdem circuli sunt eiusdem altitudinis, & aequi-
multiplicia arcuum faciunt aequemultiplicia ipsos sectores, p-
portio uero arcus d f ad arcum d e est sicut anguli d b f ad angu-
lum d b e per ultimam sexti. Cum itaq' trigonum c b d sit maius q'
sector e d b, & sector f d b sit maior trigono a d b, erit per 9. huius
trigoni c b d primi ad trigonum d b a secundum maiorem pportio q' sectoris e d b ad
sectorem d b f quartum. Est autem per primam sexti trigoni c b d ad trigonum d b a, sicut
basis c d ad basem d a, sectoris uero e d f ad sectorem d b f, ut patet ex praemissis, est pro-
portio sicut anguli e b d ad angulum a b f, patet ergo, q' maior est proportio lineae c d
ad lineam d a, q' anguli c b d ad angulum d b a, ergo minor est, pportio anguli c b d ad an-
gulum d b a, q' lateris c d ad latus d a, quod est propositum.

XXXVI.

Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigo-
num priori simile principiant lateribus positione & situ
transmutatis.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b sit dextrum, & latus b c si-
nistrum, quae producantur ultra punctum b, & proportionaliter
prioribus lateribus abscindantur per 11. sexti, linea scilicet a b in
puncto d, & linea c b in puncto e, & coniungat' linea d e, erit itaq'
trigonum d b e simile trigono a b c, sed & latus d b sit sinistrum,
& latus e b dextrum. Sunt itaq' latera istorum trigonorum posi-
ta, & situ transmutata, quod est propositum primum.

XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum
laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquum
uero minus reliquo, erit angulus acutus unius maius latus respiciens maiorem
angulo alterius suum relatiuum latus respiciente.

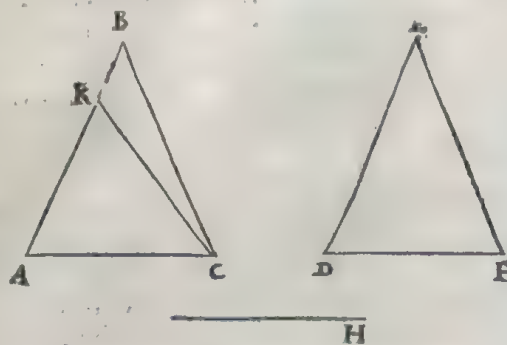
Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a d c, sintq' anguli a b c & a d c re-
cti, & sit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a d c, & reliquum laterum rectos an-
gulos continentium a b unius sit minus reliquo latere alterius, qd' est a d, ut patet in ppo-
sitafiguratione, si linea a b intelligatur erecta super lineam b c superficiem eius, & linea b
d intelligatur perpendicularis super lineam d c in eadem superficie iacentem, tunc enim erit
linea a d perpendicularis super lineam d c per 22. huius, q' etiam patet, si in superficie iacen-
te ducatur linea b e aequidistant' lineam d c per 31. primi, & quonia linea a b est ppendi-
cularis super superficiem iacentem, in qua sunt lineae b d, d c, b e, palam per diffinitionem
lineae erectae, quonia angulus a b e est rectus, sed & angulus e b d est rectus per 29. primi,
cum angulus b d c sit rectus per 22. huius, & lineae b e & d c aequidistant, ergo per 4. unde-
cimi linea b e est erecta super superficiem trigoni a b d, ergo per 8. undecimi linea d c est
ppendicularis super eandem superficiem trigoni a b d, angulus ergo a d c est rectus, sed
& latus

& latus a d maius est latere a b per 19. primi, quonia angulus a b d est rectus. Dico ergo
q' angulus a c d est maior angulo a c b, quonia enim latus
a d est maius latere a b per 19. primi, cum angulus a b d sit
rectus, patet, q' praesens figuratio est conformis hypothe-
si, refecetur ergo per 3. primi a latere d a aequale lateri b a,
q' sit linea d f, & quia linea d c est minor latere b c per 19.
primi, quonia angulus b d c est rectus. Protrahatur linea d
c, & refecetur in puncto g taliter, ut sit linea d g aequalis li-
neae b c, quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt
aequalia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angus-
lus f d g aequalis est angulo a b c, quia uterq' rectus, erit p-
4. primi basis f g aequalis basi a c, & reliqui anguli reliquis
angulis, angulus ergo f g d aequalis erit angulo a c b, quia
uero puncta a & f sunt in linea a d, & puncta c & g sunt in
linea d g, palam, quia lineae a c & f g sunt in una superficie
quae a d g per 2. undecimi, ergo intersecant se lineae g f &
c a, sit earum intersectio in puncto h, quia uero in trigono c h g latus g c protrahitur, pa-
lam ex 16. primi, quonia angulus h c d maior est angulo h g c, ergo & eius aequali scili-
cet angulo a c b, angulus ergo a c d maior est angulo a c b, quo est propositum, similiterq'
demonstrandum in alijs, si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constitu-
ta, palam, quia in ipsis aequalia & aequiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura di-
sponuntur, & demonstratio facta de ijs se extendit ad alia, patet ergo, q' uniuersaliter p-
positum, & ex hoc patet, q' angulus b a c est maior angulo d a c, per 32. primi.

XXXVIII.

Oim duorum trigonorum rectangulorum, quorum latus subtensum recto angu-
lo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quam
latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem, erit angulus
linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris propor-
tionis, & econuerso.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorum anguli a b c & d e f sint recti, sitq' la-
tus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e, sitq' maior pportio lineae a c ad lineam
a m c b, q' linea d f ad lineam f e. Dico, q' angulus a c b maior est angulo d f e, quia enim
maior est proportio lineae a c ad lineam c b, q' linea d f ad lineam f e. Sed per 46. primi qua-
dratum lineae a c ualeat quadratum duarum linearum a b &
c b, & quadratum lineae d f ualeat quadrata duarum li-
nearum quae sunt d e & f e, & q' per 18. sexti, ppor-
tio quadratorum est pportio duplicata laterum, pa-
tet, q' maior est pportio q' drati a c ad q' drati c b,
q' q' drati d f ad quadratum f e, est ergo per 11. hu-
ius maior proportio amborum quadratorum linea-
rum a b & c b ad quadratum b c, q' amborum quadra-
torum linearum d e & f e ad quadratum f e, ergo p-
12. huius maior est pportio quadrati a b ad qua-
dratum b c, q' quadrati d e ad quadratum e f, est
ergo per 24. sexti maior proportio lineae a b ad lineam b c, q' lineae d e ad lineam e f. Esto, ut
quae est proportio lineae d e ad lineam e f, eadem sit arcus lineae ut g h ad lineam c b per 3. hu-
ius, erit ergo linea g h minor q' linea a b per 10. quinti. Refecetur ergo per 3. primi ex li-
nea a b aequalis lineae g h & sit b k, & coniungatur linea c k, erunt ergo per 6. sexti trigona
d e f & k b c aequiangula, angulus itaq' b c k est aequalis angulo e f d, sed angulus b c a est
maior angulo b c k per 24. huius, angulus itaq' a c b maior est angulo d f e, & hoc est p-
positum, ex quo etiam patet, q' eius conuersa est uera, quonia in talibus trigonis lineae ma-
iores



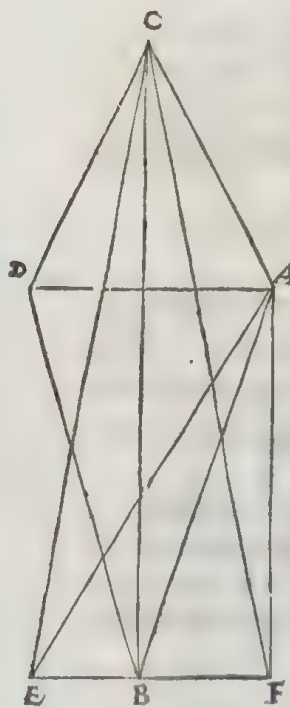
iores angulos continentes, maiorem habent ad se invicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad substratam planam superficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiae in ipsa superficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorum sub illa obliqua & quacunque linea in substrata superficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, est minor remotiore, & duo ex utraque parte aequaliter approximantes, sunt aequales.

Sit punctus in aëre datus a, cui c substrata superficies plana quae b c d, super qua ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducaturque perpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, qd angulus a b c est minimus omnium angulorum contentorum sub linea obliqua a b, & sub unaquaque linearum a puncto b ductarum in superficie b c d, & qd semper propinquior est ipsi minor qd remotior, & qd duo anguli aequales solum ex utraque parte ipsius consistunt. Ducatur enim in data plana superficie, utcumque contingat linea b d, & a puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b d per 13. primi, & copuletur a puncto a linea a d, est itaq; per 22. huius linea a d perpendicularis super lineam b d, & quoniam angulus a c d est rectus, palam per 19. primi, quoniam obliqua linea a d maior est catheto. Ac linea itaq; b a ad lineam a c maiorem habet proportionem qd ad lineam a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a sunt recti, & erit itaq; per praecedentem proximam angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d. Similiterq; patet, quoniam angulus a b c minimus est omnium angulorum contentorum sub linea obliqua incidente a puncto a lineae b c, & sub ipsa linea b c, propinquior quoque illi est minor remotiore, ducatur enim a puncto b in substrata superficie linea, ut contingit, quae sit b e, & a puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b e, quae sit linea c e, & producatur linea a e, quae per 22. huius erit perpendicularis super lineam b e, & quoniam angulus b d c est rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior est angulo b c e per conversam praemissam, quoniam linea c e ad lineam b c maiorem habet proportionem qd linea d c ad lineam c b, linea itaq; e c est multo maior qd linea c d, sed cathetus a c perpendiculariter incidit lineis c e & c d per diffinitionem lineae erectae, maior est ergo linea a e qd linea a d per 46. primi, linea c e est maior qd linea c d. Linea itaq; b a ad lineam a d maiorem habet proportionem qd ad lineam e a per 8. quinti, & anguli a d b sunt recti, angulus itaq; b a d est maior angulo b a e, per praecedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor est angulo a b e. Similiter quoque demonstrandum, qd semper angulus propinquior minor est remotiore, solum vero duo ex utraque parte aequales consistunt, super punctum enim b terminum lineae c b in subiecta superficie constituitur angulus aequalis angulo d b c per 23. primi, qui sit c b f, & a puncto c ducatur linea c f perpendiculariter super lineam b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaq; angulus c b d est aequalis angulo c b f ex hypothesi, & angulus c d b est rectus aequalis angulo c f b recto, & linea c b est communis ambobus trigonis b c d & b c f, palam per 26. primi, quoniam latus b d est aequale lateri b f, & latus d c aequale lateri c f, sed linea a c est cathetus super superficiem b c d, est perpendicularis super ambas d c & f c. Est itaq; linea a d aequalis lineae a f, quoniam itaq; aequalis linea d b lineae b f, & linea b a est communis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a aequalis lineae d f, erit angulus a b d aequalis angulo d b f per 8. primi, similiter quoque demonstrandum, quoniam angulus a b d, non erit aliquis alius aequalis, est ergo angulus a b c minimus etc. ut pponit, patet itaq; intentum.

Omnium



XL.

Omnium superficierum aequedistantium laterum diagoni per aequalia se secant, ex quo patet, qd punctum intersectionis diagonorum est medium punctum eiusdem superficiei.

Sit superficies aequedistantium laterum, siue sit quadrata siue altera parte longior, quae a b c d, in qua ducantur diagoni qui sint a c & b d, secantes se in puncto e. Dico, qd diagoni secantur se ad invicem per aequalia, & qd punctum e est medium punctum superficiei a b c d, palam enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi sunt aequiangula, & erit angulus e b c aequalis angulo e d a, quia sunt coalterti. Similiter quoque angulus a c b, est aequalis angulo e a d, ergo per 4. sexti erit proportio lineae b e, ad lineam e d, sicut lineae c e, ad lineam e a, & sicut b c ad lineam a d, sed linea b c est aequalis lineae a d per 34. primi. Linea ergo b c est aequalis lineae e d, & linea c e aequalis lineae e a. Illi ergo diagoni dividunt se ad invicem per aequalia, & per hoc manifestum est correlarium, punctum enim e aequaliter distat ab omnibus extremis, in quo tñ si aliquod dubium fuerit, ducantur a puncto e lineae aequedistantes lateribus superficiei propositae, per 31. primi, quae sint f g & h k, sequeturq; propter aequalitatem partium ipsorum diagonorum modo praedicto argumentando, lineam f e aequalē fieri lineae e g, & h e aequalē e k. patet itaq; qm in omni modo punctum e aequaliter distat a punctis extremarum linearum directe, igitur oppositus est, ergo medium inter illas, quod est propositum.

XLI.

Data superficiei aequedistantium laterum similem superficiem, cuius latera aequedistant, datae superficiei lateribus inscribere.

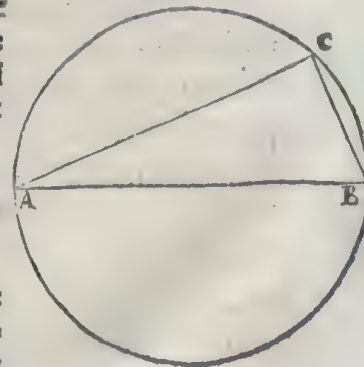
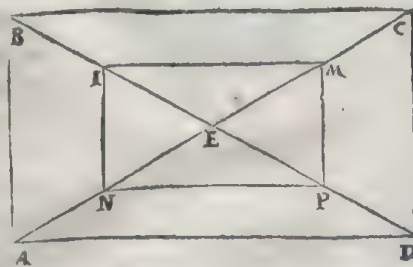
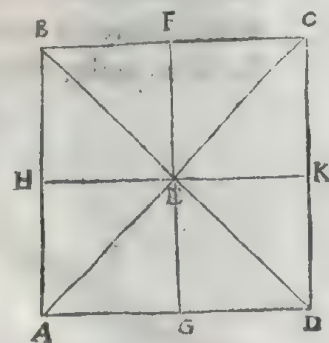
Data superficies aequedistantium laterum, cui altera inscribi modo praedicto debeat, sic a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, secantes se in puncto e, palamq; per proximam praecedentem, qm illi diagoni per aequalia se secant in puncto e, sed & ipsi ad invicem sunt aequales. & si quidem data superficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, qm ipso rum diagoni sunt aequales, & ipsorum medietates aequales, a puncto itaq; e, a medietatibus diagonorum partes aequales abscindantur, per 3. primi, & si data superficies non fuerit rectangula tunc diagoni forsitan inaequales, ab illis ergo partes proportionabiles rescindantur, secundum 3. huius, utcumq; autem hoc contingat, abscindantur illae partes ex parte puncti e, quae sint e l e m, e n, e p, & ducantur lineae l m, l n, n p, m p, dico itaq; qd superficies l m, p n, est datae superficiei similis, & qd latera ipsius aequedistant lateribus datae superficiei, qm enim in trigono b e c resecta sunt latera b e & c e in punctis l & m, & est proportio b l ad l e, sicut e m ad m c, patet ergo per 2. sexti, qm linea l m aequedistat lineae b c, similiter quoque linea l n aequedistat lateri a b, & linea n p lateri a d, & linea p m lateri c d, ergo per 19. primi anguli superficiei l m, p n sunt aequales angulis datae superficiei a b c d, & latera eorum sunt proportionabilia per 4. sexti. patet ergo, qd illae superficies sunt similes, & hoc proponitur faciendum, patet ergo propositum.

XLII.

Omnis angulus à diametro & quacunque linea super circumferentia circuli contentus necessario est acutus.

Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utq; contingit. Dico qd angulus b a c necessario est acutus. Produca-

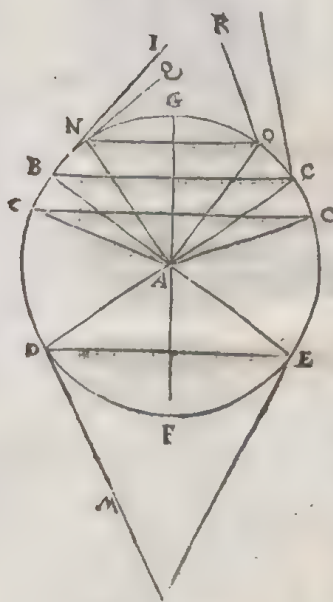
c 2 tur



tur enim linea b'c ad peripheriam in punctum e. & qm angulus a c b est rectus per 30. tertij, patet per 32. primi, quia angulus b a c est acutus, & similiter angulus a b c, patet itaq; propositum, & de hoc theoremate nō finimus intentum, sed breuitati studuimus, quia hanc demonstrationem totiens ut occurrit repetere tædium fuit.

X L I I I.

Omnes angulos æqualium uel similiū portionū eiusdē circuli sub arcu & recta contentos æquales, angulos uero cuiuscunq; minoris portionis minores, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet oēs angulos semicirculorū æquales esse.



Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f, & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis cordis b c & d e dico qd anguli g b c, & f d e, sub arcibus & cordis cōtenti sunt æquales, ducantur enim à puncto b linea cōtingens circulū, per 16. tertij, quæ sit b d, & à puncto d linea d m, & producatur à centro linea a b, a d, a c, a e, erūtq; per 5. primi anguli a b c & a d e æquales, & anguli a d e & a e d æquales; sed trigona a b c & a d e sunt æquiangulara per 4. primi, angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, p. decimā sextā tertij, angulus qd a b l est æqualis angulo a d a, qm uterq; eorū est rectus per 17. tertij, sed angulus cōtingentia l b g, est æqualis angulo cōtingentia m d f. qm uterq; ipso est minus acutus per 15. tertij, relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b, & recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d, & recta d e contento, sed angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione, similiter quoq; angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaq; hi anguli sunt æquales, sit quoq; angulus minor arcu b c, qui refecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & ducantur lineæ a n, a o, ducatur quoq; corda n o, & ducantur cōtingentes n o & o n, quia itaq; trigoni a n o anguli ad basem sunt æquales, & angulus o a n minor est angulo c a b, per 26. tertij, erunt per 32. primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulo a b c & a c b, sit itaq; angulus o n a maior angulo e b a, sed angulus cōtingentia q n g est æqualis angulo cōtingentia l b g, relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum

anguli l b a & q n a sunt æquales, quia uterq; rectus, per 17. tertij, sit enim arcus maior arcu b c, quæ sit s c, & ducatur corda f c, & quia angulus c a s est maior angulo c a b p. 16. tertij, patet tunc, qd angulus a s c est minor angulo a b c, & ita concludatur ut prius, qm angulus g s c cōtensus arcu g s, & corda s c est maior angulo g b c, ergo & angulo g n o. patet & hoc idem de similibus arcibus, quibuscunq; eorundē circulo, qm per diffinitionem similiū arcuū ipsi angulos suscipiunt æquales. Ex quo patet correlariū per penult. qm oēs anguli semicirculo sunt æquales, oēs enim semicirculi sunt similes, & eiusdē circuli similes & æquales. hoc itaq; proponebatur.

X L I I I I.

Si idem angulus super centrum unius æqualium circularum, & super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriā constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorū arcuū proportio ad suas totales peripherias duplicatur.

Sint duo circuli æquales, unus a b c, cuius centrum g, & alius e f g, cuius centrū b, punctū peripheriæ circuli a b c, & producantur lineæ a b & c b, secantes circulū e f g in punctis e & f, palam itaq; qm angulus a b c erit super peripheriā circuli a b c & super centrum circuli e f g, dico qd arcus a d c, capiens angulū a b c super circūferentiā sui circuli est duplus arcui e g f, capienti eundem angulum super eius centrū b. sit enim ut linea b a secet circulū e f g in puncto e, & linea b c in puncto f, ducatur quoq; linea e f, & ducta li

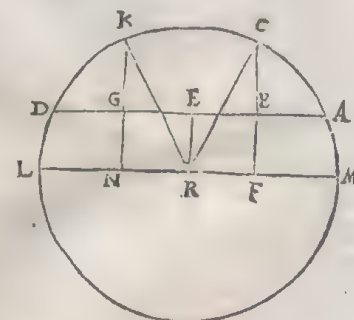
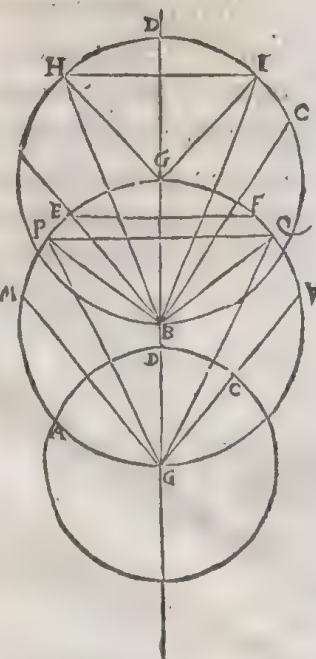
nea

nea g h super centrum g, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo a b c qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circuli circumferentiā a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, palam itaq; per 19. tertij, quoniā angulus h g l est duplus angulo h b l, ergo etiā angulus a b c est duplus eidem, ergo p. ultimā sexti arcus a d c est duplus arcui h d l, sed arcus h d l est æqualis arcui e g f per 25. tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod est propositū primum. Quod si circulus a b c d sit minor circulo e f g, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrū b, per 23. primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19. tertij, ergo angulus a g c est duplus angulo p g q, p. portio itaq; arcus m f n ad sui totā circūferentiā duplicatur respectu arcus a c ad totā sui peripheriā, qm enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per ultimam sexti arcus m f n duplus arcui p f q, sed arcus p f p eiusdē est proportio ad sui peripheriā, cuius est arcus a d c ad suam, arcus enim a d c si fuerit quinq; partiū respectu suæ circūferentiæ, erit arcus m f n decem partiū respectu suæ peripheriæ, & hoc est p. propositum.

X L V.

A terminis lineæ intra circulū collocatæ partibus æqualibus resectis, & à punctis sectionū perpendicularibus super illā lineā ad circumferentiā productis, necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpendiculares sunt æquales, necessarium est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.

Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata sit linea a d, à cuius terminis a & d refecentur lineæ a b & d g æquales, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares super lineam a d, quæ producta ad circūferentiā sint g k & b c, dico qd linea g k est æqualis lineæ b c, ducatur enim à centro r linea æquidistans a d per 31. primi, quæ sit l m diameter, & diuidat lineam d a in duo æqualia in puncto e per 10. primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12. primi, hæc ergo p. primam tertij transibit centrū circuli quod est punctū r, eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctū g ad diametru l m in punctū n, & linea c b in punctū f, & copulet lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e est æqualis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypothesi sunt æquales, remanet ergo linea g c æqualis lineæ c b, sed per 34. primi, linea g c est æqualis lineæ n r, et linea c b æqualis lineæ c f, sunt ergo lineæ n r et r f æquales. sed per 46. primi, quadratū lineæ r k ualeat duo quadrata lineæ k n et r n, quia ex præmissis angulus k n r est rectus, et similiter quadratū lineæ c r ualeat duo quadrata lineæ i f et r f, est autē quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniā linea p r est æqualis lineæ c r per diffinitionem circuli, et quadratū lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r, relinquitur ergo quadratū lineæ k n æquale quadrato lineæ c f, est ergo linea k l æqualis lineæ c f, sed per 25. huius linea g n est æqualis b f, relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod est primū propositū. Conuersa etiā patet, manente totali dispositione ut prius, quia enim g n est æqualis lineæ b f, per 34. primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypothesi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f, ergo per 46. primi, erit linea n r æqualis lineæ r f, ergo & linea i p si lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipsi lineæ b a, quod est propositum secundum, patet ergo quod proponebatur.



In duobus circulis inæqualibus duobus similibus arcibus sumptis, productisq; præter illos ad arcus alios similes semidiametris, si à punctis extra circulos proportionaliter semidiametris distantibus, ab utrisq; extremitatibus amborum arcuum per terminos similitudinis arcuum lineæ ad diametros ducantur, pars diametri interiacens lineas, arcus circuli maioris est maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior sit a b c, & eius centrum d, & semidiameter d a minor uero sit e f g, cuius centrum h, & semidiameter h e, signenturq; in ipsis arcus similes in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g, sitq; arcus a b similis arcui e f, sitq; punctum k extra circulum maiorem, & punctum l extra circulum minorem taliter data, ut illa puncta secundum proportionem semidiametri d a ad semidiametrum h e, distent ab utriusq; terminis dictorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineam l f, & lineæ k c ad lineam l g, sicut semidiametrorum a d ad h e, & producantur lineæ ad semidiametros k b in punctum m, & k c in punctum n, Similiter quoq; producantur lineæ l f in punctum o, & l g in punctum p. Dico, qd lineam m n pars semidiametri a d, est maior qd lineam a p

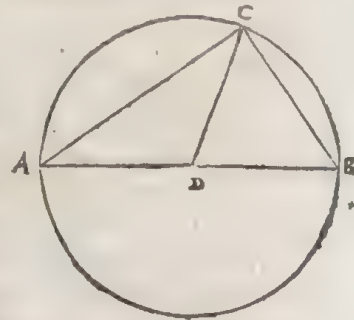
pars semidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centrīs lineæ d b, d c, h f, h g, palamq; propter æqualitatē circuloꝝ, quoniā lineam d b est maior qd lineam h f, sed ppter similitudinē arcuum angulus b d c est æqualis angulo f h g, ergo per 5. primi trigona b d c & f g h propter æquiangula, ergo per 4. sexti latera sunt pportionabilia, est ergo pportio lineæ b c ad lineam f g, sicut lineæ d b ad lineam h f, ergo ex hypothese per 11. quinti, sicut b k ad l f, & sicut b c ad l g, ergo per 5. sexti angulus b k c est æqualis angulo f l g, & angulus k b c æqualis angulo l f g, sed ex præmissis anguli d b c & h f g sunt æquales, est ergo angulus d b k æqualis angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq; in trigonis d b k & f h l anguli æquales, qui d b k & h f l sunt lateribus pportionabilibus contenti, patet per 6. sexti, quoniā illa trigona sunt æquiangula, ergo angulus b k d est æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis angulo f h l, sed angulus a d b est æqualis angulo e h f ex hypothese propter similitudinē arcuum a b & d f, totus ergo angulus m d k est æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l sunt æquiangula, & angulus k m d est æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. sexti erit pportio lineæ m k ad lineam o l, sicut lineæ k d ad lineam l h, ergo per 11. quinti sicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; ex præmissis angulus m k n est æqualis angulo o l p, & angulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniā trigona k g n & l o p sunt æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ m n ad lineam o p, sicut lineæ m k ad lineam o l, ergo sicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; a d semidiameter maior est semidiametro e h, erit lineam m n maior qd lineam o p, patet ergo propositum.

XLVII.

A quocuncq; puncto diameter circuli producta linea ad periferiam, si maior qd illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua sui parte, & si minor, minor.

Esto

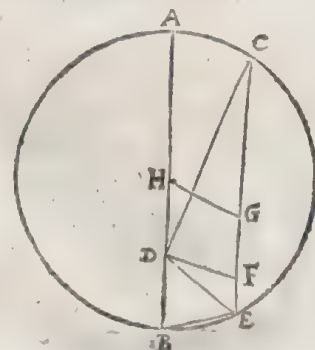
Esto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua sumam punctum d, utcūq; contingit, & ducatur linea d c ad circumferentiā, itaq; pars diametri quæ est a d sit maior qd lineam d c. Dico, qd lineam a d est maior qd lineam d b, quæ est reliqua pars ipsius diametri, qd patet, si copulentur lineæ a c & b c, quia itaq; lineam a d maior est qd lineam d b ex hypothesi, ergo per 18. primi angulus a c d maior est angulo c a d, & angulus a c b est rectus per 30. tertij, palam ergo per 32. primi, quoniā angulus c b d maior est angulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualeat rectū, & angulus d c b cum angulo a c d, qui est maior angulo c a d ualeat rectum, patet, qd angulus c b d est maior angulo d c b, ergo per 19. primi erit latus d c maius latere d b, sed latus a d est maius latere d c, ergo multo maius erit latus a d qd latus d b, & hoc est unum propositum. Eodem quoq; modo demonstrandū, si pars diametri quæ est a d, sit minor qd lineam d c, quoniā erit lineam a d minor qd lineam d b, & hoc proponetur.



XLVIII.

Si à quocuncq; puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum semper una sit maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua sui parte.

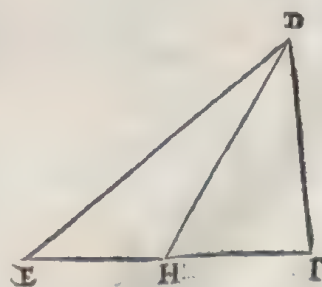
Sit circulus a b c, cuius diameter sit a b, in qua sumatur punctus d, ut libuerit, ducanturq; à puncto d lineæ d c maior & d e minor, sit autem c superior uersus a & e, inferior uersus b. Dico, qd pars diametri quæ est a d, maior est qd d b, ducatur enim lineam c e, & super lineam c e ducatur à puncto d per 12. primi linea ppendicularis quæ sit d f, quia itaq; quadratū lineæ d c per penultimā primi ualeat ambo quadrata linearū d f & f e. Quadratum uero lineæ d c maius est quadrato lineæ d e, ideo, quia lineam d c est maior qd lineam d e, ablato itaq; quadrato lineæ d f, relinquitur quadratū lineæ e f, maius quadrato lineæ f e. Diuidatur itaq; lineam c e in partes æquales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur lineam g h ad diametrum æquedistans lineam d f per 31. primi, erit itaq; per 29. primi lineam h g perpendicularis super lineam c e, secat autem h g ipsam c e in duo æqualia, transit ergo lineam h g per centrum circuli per 1. tertij, & quoniā punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipsum punctum h est centrum circuli, est ergo lineam a d pars diametri a b maior qd lineam d b, & hoc est propositum.



XLIX.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium æqualiū una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sitq; quælibet ductarum maior medietate suæ basis, erit angulus trigoni, à quo ducit perpendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

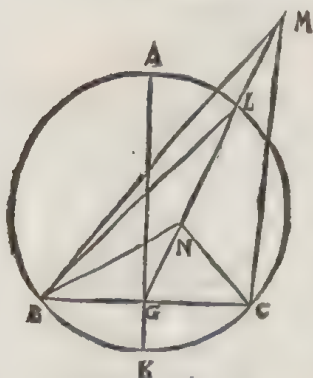
Sint duo trigona a b c & d e f, quorum bases b f, b c, & e f, sint æquales, quæ secant per 10. primi, in partes æquales b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angulis ad bases lineæ a g & d h quæ sint æquales. Sitq; lineam a g perpendicularis super lineam b c, lineam uero d h non sit perpendicularis super lineam e f. Sitq; lineam perpendicularis a g maior lineam b g parte basis. Dico, qd angulus b a c est maior angulo e d f. Circumscribatur enim trigono a b c circulus per 5. quarti, & producatu lineam a g ad circumferentiā in punctum k, hoc autem possibile, quoniā uero suppositum est lineam d g esse maiorem



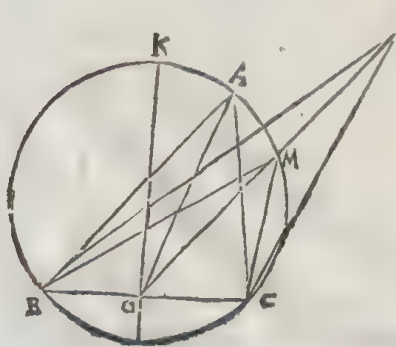
iolem linea g b, erit per 47. huius linea a g maior q̄ linea g k, ergo per primā tertij centrum circuli in linea a g inter puncta a & g, & erit a k diameter, & per 7. tertij linea g a est longissima omnium linearū a puncto g ad circumferentiā, p̄ductarum, & linea g k erit omnium linearū minima, & quaelibet p̄p̄inquir linea g a est maior remotiore. Fiat itaq; per 23. primi super punctū g termini lineæ c g angulus æqualis angulo f h d minori angulo d h e, quæ sit l g c, producta linea l g ulq; ad periferiā circuli, palam itaq; ex figura tertij, qm̄ linea g a f est maior q̄ linea g l, ergo & linea d h, quæ ex hypothesi est æqualis lineæ a g, est maior q̄ linea g l. Producatur itaq; linea g l quousq; sit æqualis lineæ d h per 3. primi, & sit linea g m æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ m b & m c, angulus itaq; b m c est æqualis angulo e d f, ex hypothesi per 4. & per 13. primi, sed angulus b a c est maior angulo b m c. Producantur enim lineæ b l & c l, palam, quia angulus b l c est maior angulo b m c per 21. primi, sed angulus b a c est æqualis angulo b l c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c maior angulo b m c, ergo & angulus e d f, & hoc proponatur, & hoc est propositum.

L.
Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium æqualiū una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sic q̄ quaelibet ductarum minor medietate basis suæ, erit angulus trigoni, a quo ducitur perpendicularis, minor angulo alterius trigoni a quo linea ducitur obliqua.

Remanet dispositio præcedentis, nisi qd' perpendicularis a g sit minor medietate basis b g. Dico, q̄ angulus b a c est minor angulo e d f. Sit enim ut prius angulus c g l æqualis angulo d h f, & quoniam linea a g est minor q̄ linea b g, & linea a k est diameter, palam per 47. huius, quoniam centrum circuli est inter puncta g & k, ergo per 7. tertij linea g a est minima omnium linearū a puncto g ad periferiā circuli productarū, est ergo linea g l minor q̄ linea g a, ergo & maior q̄ linea d h. Fiat itaq; per 3. primi linea g n æqualis lineæ d h, & copulentur lineæ b n & c n, erit itaq; ut in præmissis angulus e d f æqualis angulo b n c, sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21. primi, & angulus b l c æqualis angulo b a c per 26. tertij, erit ergo angulus b a c minor angulo b n c, ergo & eius æquali angulo e d f, & hoc est propositum.



LI.
Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarū basium æqualiū duæ lineæ æquales oblique incidant ad angulos inæquales, & si quaelibet linearum incidentium maior fuerit medietate suæ basis, erit angulus superior illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angulum cum base continet maior angulo superiori alterius, & si minor, minor.



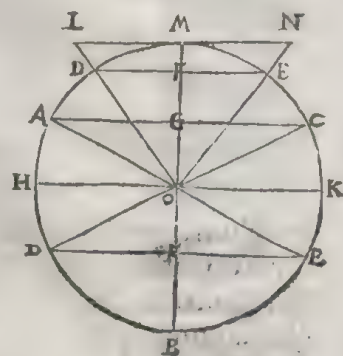
Sint inter duo trianguli a b c & d e f, habentes bases b c & e f æquales, diuidaturq; basis b c per æqualia in puncto g, & basis e f in puncto h, & ducantur lineæ a g, d h quæ sint æquales, & utraq; ipsarum incidat oblique suæ basi, sit autem angulus a g c maior angulo d h f. Dico, q̄ si maior sit a g q̄ linea g c, erit angulus b a c maior angulo e d f. Et si linea a g sit minor q̄ linea g c, erit angulus b a c minor angulo e d f, circumferatur enim per 5. quartij trigono a b c circulus, & ducatur a puncto g perpendicularis super lineam b c per 11. primi, quæ producta ad circumferentiā, sit g k per primā tertij pars diametri circuli propositi

positi quæ completa sit k l, sit itaq; prius linea a g maior q̄ linea g l per 48. huius. In linea ergo g k est centrū circuli, est ergo linea k g maior q̄ linea a g per 7. tertij, ergo & maior q̄ linea d h, quæ est æqualis ipsi a g ex hypothesi. Fiat itaq; per 23. primi super punctū g termini lineæ c g, angulus æqualis angulo d h f qui sit m g c, cadetq; punctum m in periferiā circuli, est itaq; per 7. tertij linea a g maior q̄ linea m g, ergo & linea d h est maior q̄ linea m g, producatur itaq; donec linea g m sit æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ n c & n b, erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f, sed angulus b m c est maior angulo b n c, est angulus ergo b a c maior angulo e d f per modū præostensum, similiter q̄q; demonstrandū, si linea a g sit minor q̄ linea g c, quia minor angulus b a c angulo e d f, quod proponebatur demonstrandum.

LII.

Si duas lineas rectas secantes circulū æquales arcus interiaceāt, illæ necessario sunt æquedistantes, idēq; accidit, si una earū fuerit secans & alia cōtingēs.

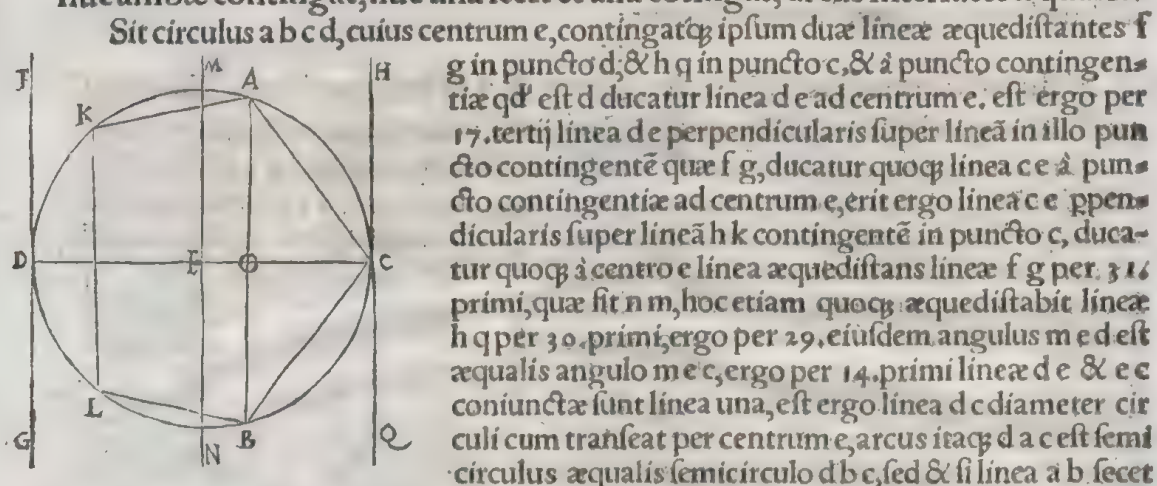
Sit circulus a b c, cuius centrum sit punctum o, secantq; duæ lineæ a c & d e illū circulum taliter, ut arcus d a sit æqualis arcui e c. Dico, q̄ linea a c & d e sunt æquedistantes, aut itaq; o centrū circuli est in altera illarū linearū, aut in neutra, & tūc uel inter utraq; uel extra utraq; si sit in altera ipsarū, esto q̄ sit i linea a c, & a centro o ducatur linea p̄pendicularis super a c p̄ 11. primi, & producatur ad circumferentiā, sitq; o b secans lineam d e in puncto f, & ducantur lineæ o d & o e, quæ cum sint æquales, erūt per 5. primi, anguli o d f & o e f æquales, sed angulus f o a est æqualis angulo f o c, quia sunt recti, angulus uero d o a æqualis est angulo e o c per 26. tertij, cū ex hypothesi arcus d a sit æq̄lis arcui e c, erit angulus d o f æqualis angulo e o f, ergo p̄ 32. primi erit angulus d o f æqualis angulo e o f, est ergo linea o f perpendicularis super lineam d e, erunt ergo per 28. primi d e & a c æquedistantes. Si uero centrū o fuerit inter ipsas lineas a c & d e, ductis lineis a centro ad terminos linearū a c & d e, quæ sint o a, o c, o d, o e, & diametro h k, sient ex utraq; parte centri quatuor anguli æquales duobus rectis, ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quaelibet diameter, sed angulus o c e est æqualis angulo d o a per 26. tertij, remanet ergo angulus d o c æqualis angulo a o c, per diffinitionē ergo circuli & per 6. sextij trianguli d o e & a o c sunt inuicem æquianguli, ergo per 5. primi erit angulus g c o æqualis angulo o d f, sed angulus o g c est æqualis angulo o f d, quia uterq; rectus, ex præmissis ergo per 32. primi trigona g o c, d o f sunt æquiangula, ergo per 14. primi lineæ d o & o c coniunctæ sunt linea una, quia anguli c o h & d o h ex præmissis sunt æquales duobus rectis, ergo per 27. primi patet propositum. Quod si centrum o fuerit extra utraq; ducatur perpendicularis a centro o super ipsarū alterum, & sit linea d g p̄pendicularis sup lineā a c, quæ diuidet ipsam a c in duo æqualia per 23. tertij, p̄ducaturq; linea o g, ut secet lineam d e in puncto f, & ductis lineis o a, o c, o d, o e, palam itaq; per 4. primi, cum in trigonis a g o & g e o duo latera a g & g c sint æqualia, & latus g o commune, q̄ angulus a o g est æqualis angulo c o g, sed a o d æqualis est angulo c o e per 26. tertij, relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e, sed latus d o æquale lateri e o, & latus o f commune, erit ergo p̄ 4. primi angulus o f d æqualis angulo o g a, ergo per 28. primi lineæ d e & a c sunt æquedistantes, qd' est p̄positū primū. Qd' si una illarū duarū linearum secet circulum, & alia ipsum contingat, si secans transit centrum, & sit diameter quæ h k, & linea l m contingat in puncto n, sitq; arcus n h æqualis arcui n k, palam, q̄ illorum arcuū quælibet est 4. circuli, ducaturq; linea n o, ergo per 27. tertij angulus l n o est rectus, sed angulus n o h est rectus, ergo per 28. primi lineæ l m & h k æquedistant, qd' est scdm p̄positū. Qd' si linea l m circulū contingat in puncto n, linea d e secet circulum, inscribat



batur eidem semicirculo linea æqualis lineæ d e & æquedistans, & ducantur lineæ o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus qd' est n, ducatur linea o n secans lineam d e in pñcto f, quia itaq; arcus n d est æqualis arcui n e, erit per 26. tertij. angulus f o n æqualis angulo m o n, sed per 17. tertij. angulus o n l est æqualis angulo o n m, quia ambo sunt recti. Item per 4. primi angulus o f d est æqualis angulo o f e, sunt ergo recti, ergo per 28. primi patet propositum.

LIII.

Lineas æquedistantes trans circuli superficiē productas, siue ambæ secant, siue ambæ contingāt, siue una secet & alia cōtingat, arcus interiaccēt æquales.



Sit circulus a b c d, cuius centrum e, contingatq; ipsum duæ lineæ æquedistantes f g in puncto d; & h q in puncto c, & à puncto contingentiæ qd' est d ducatur linea d e ad centrum e, est ergo per 17. tertij. linea d e perpendicularis super lineā in illo puncto contingentiæ quæ f g, ducatur quoq; linea c e à puncto contingentiæ ad centrum e, erit ergo linea c e perpendicularis super lineā h k contingentiē in puncto c, ducatur quoq; à centro e linea æquedistans lineæ f g per 31. primi, quæ sit n m, hoc etiam quoq; æquedistabit lineæ h q per 30. primi, ergo per 29. eiusdem angulus m e d est æqualis angulo m e c, ergo per 14. primi lineæ d e & e c coniunctæ sunt linea una, est ergo linea d e c diameter circuli cum transeat per centrum e, arcus itaq; d a c est semicirculus æqualis semicirculo d b c, sed & si linea a b secet circulum æquedistans lineæ h q contingenti in puncto c, erit iterum arcus a c æqualis arcui c b, quia enim semidiameter e c secat lineam contingenti quæ h q, palam per 2. huius, quoniam secabit & eius æquedistantē quæ est linea e b, sit ut secet ipsam in pñcto o, & quia angulus h c e per 17. tertij. palā p 29. primi, quoniam angulus b o e est rectus, ergo p 3. tertij. linea a b dividitur per æqualia in puncto o, ducantur itaq; lineæ a c & c b, palāq; per 4. primi, quoniam illæ erunt æquales, ergo per 27. tertij. arcus a c est æqualis arcui b c, q; si linea æquedistans lineæ b c secet circulum qui sit k l, palam, quoniam semidiameter e c pducta secabit lineā k l per æqualia per 29. primi & per 3. tertij, secet ergo ipsam per æqualia orthogonaliter in puncto p, & ducantur lineæ p a, p b, k a, l b, erit ergo in trigonis p a c, p b c per præmissa, & per 4. primi latus p a æquale lateri p b, est angulus p b c æqualis angulo a p c, relinquatur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l, sed linea k p est æqualis lineæ p b, erit ergo per 4. primi linea k a æqualis lineæ l b, ergo per 27. tertij. erit arcus k a æqualis arcui l b, quod est propositum.

LIII.

Duabus cordis in aliquo circulo se secantibus, erit quilibet angulus sectionis æqualis angulo apud circumferentiā cadenti in arcum æqualem, duobus arcibus eidem angulo & suo contrapposito subtensis.

Sit circulus a b c d, in quo secant se duæ cordæ a c & c b, & sit sectionis e. Dico, q; angulus a e b est æqualis angulo qui est in circumferentiā quā subtendunt duo arcus a b & c d, & q; angulus b e c est æqualis angulo in circumferentiā quā subtendunt duo arcus d g a & b z c, ducatur enim puncto b linea b z æquedistans lineæ a c per 31. primi. Si ergo linea b z secat circulum, palam, quia arcus c z est æqualis arcui a b per præcedentē, arcus itaq; z d æqualis est ambobus arcibus a b & d c, qm arcus d c ubiq; est cōmunis, sed arcus d z respicit angulū d b z, qui est æqualis angulo a e b per 29. primi, angulus itaq; a e b est æqualis angulo in circumferentiā cadenti in arcum æqualem duobus arcibus b a & c d. Item ducatur linea d z, & pducatur linea z b extra circulum in punctum h, erit ergo angulus h b d extrinsecus æqualis duobus angulis intrinsecis b d z, b z d p 32. primi, sed duo anguli b z d & b d z respiciuntur à duobus arcibus b f z & b g d, angulus ergo b

go h b d est æqualis angulo quem respiciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem est arcus d a, sed arcus a d est æqualis arcui z c, arcus itaq; d a z est æqualis duobus arcibus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primi angulus h b e sit æqualis angulo b e c, patet, quia angulus b e c est æqualis angulo quē in circumferentiā respiciunt duo arcus d g a & b z c, quoniam si linea h b z continet circulum & non secat, tunc patet per 31. tertij, quia angulus e b z est æqualis angulo cadenti in portionem circuli quæ est b a d, & angulus e b h est æqualis angulo cadenti in portionē circuli b c d, sed angulus e b z est æqualis angulo b e a per 29. primi, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiā cadit in arcum b c d, sed arcus b c est æqualis arcui b a per pximam præcedentē, arcus ergo b c d est æqualis duobus arcibus b a & c d, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiā respicit duo arcus a b & c d, quoniam angulus cadens in arcum b c d est consistens in portionē circuli qui est b g d, similiter q; potest declarari, q; angulus b e c est æqualis angulo apud circumferentiā quem respiciunt duo arcus b c & a d, quoniam angulus b e c est æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 31. tertij. cadit in portionē circuli b c d, qd' est in arcu b a d, est autem ex præmissis arcus a b æqualis arcui b c, patet itaq; propositum.

LV.

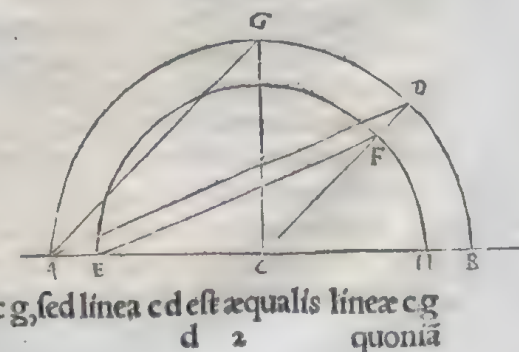
Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato circulum secantibus contentus æqualis est angulo super circumferentiā cadenti in arcu, quo maior arcum inter illas duas lineas compræhensus excedit minorem.

Est circulus a b c d, extra quem sit datum punctum e, & ducantur à puncto e duæ lineæ secantes circulum quæ sint a e d & e c b c. Dico itaq; q; angulus d e c est æqualis angulo qui est apud circumferentiā circuli, quē respicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, à puncto enim a ducatur per circulum linea a f æquedistans lineæ b c per 31. primi, erit ergo per 53. huius arcus e f æqualis arcui a b, est itaq; arcus d f excessus arcus d c super arcum a b, sed angulus d a f apud circumferentiā existens cadit in arcu d f, & angulus d a f est æqualis angulo d e c per 29. primi, ergo angulus d e c est æqualis angulo cadenti super circumferentiā in arcum d f, quod est propositum.

LVI.

In dato semicirculo ad unum punctum circumferentiæ duabus lineis, una à termino diametri, & alia à centro ductis ab eisdem punctis ad aliud pñctum quodcunq; semicirculi dati lineas duas prioribus duabus pportiones duci est impossibile. In diuersis uero semicirculis hoc est possibile.

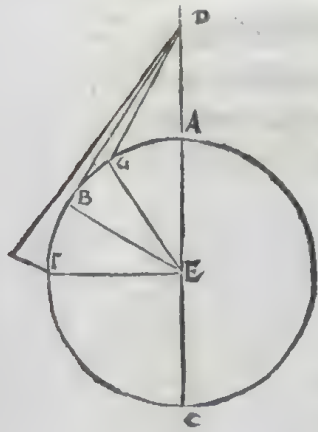
Est datus semicirculus a d b, cuius diameter a b, centrum uero c, & sit a d punctum circumferentiæ d, & ducatur à puncto a tertio diametri ad punctum d linea a d, & à centro c linea c d. Dico, q; si à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum semicirculi ducantur, q; illæ duæ ductæ lineæ duabus lineis a d & c d, proportionabiles non erūt, sit enim, si possibile est, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duæ lineæ a g & c g, & quæ est proportio lineæ a d ad lineam c d, eadem sit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16. quinti, pportio lineæ a d ad lineam a g, sicut lineæ c d ad lineam c g, sed linea c d est æqualis lineæ c g quoniam



quoniam ambae sunt ex centro semicirculi, ergo linea a d aequalis erit lineae a g, hoc autem est impossibile ex 7. tertij & 18. primi, maiori enim angulo subtenditur linea a d q̄ linea a g, & est uicinior diametri, patet ergo propositum primum, quia à quocunq; puncto alio dato idem accidit impossibile, & eodem modo deducendum, in diuersis uero semicirculis hoc est possibile. Si enim semicirculi aequales fuerint, tunc ex centro alterius semicirculi super diametrum constituto aequali angulo a c d, per 23. primi compleatur propositum, ex 4. primi & per 4. sexti, q̄ si alter semicirculus minor fuerit dato semicirculo, inscribatur aequalis illi semicirculo ad idem centrum, erit q̄ aequidistans primo & in punctum ubi linea c d ipsum secabit, qd̄ sit f, ducatur linea a termino sui semidiametri q̄ sit e f, & patet propositum per definitionem circuli & 29. primi, & per 4. sexti, & si dato semicirculo alter fuerit maior, circumscribatur aequidistans eidem, & producta linea à centro primi semicirculi ad datum punctum d quousq; tangat periferiam alterius semicirculi, & eo iungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri, & deinde compleatur ut prius demonstrato, & patet propositum.

LVII.

A puncto uno ad datū semicirculū unam tantū lineā contingentē possibi-
le est duci, ex quo patet, q̄ omnis linea ab eodē puncto sub contingente du-
cta secat semicirculū in uno p̄cto sup punctū cōtingētiae, & in alio sub ipso.



Est datus semicirculus a b c, cuius centrū e, & sit extra datus punctus d, à quo ad semicirculū ducatur linea contingens, quæ sit d b. Dico qđ à puncto d ad semicirculū a b c, aliā contingentē qđ lineā d b duci est impossibile, si enim hoc sit possibile, ducatur, hoc ergo cōtingens aut cadet ultra punctū d, aut citra, sit primo ut cadat ultra punctū b uersus c in punctū f, & sit d f, ducatur à centro itaq; e ad puncta contingentia lineæ e f, e b, & pducatur diameter c e a, sed ad punctū d, palā ergo per 17. tertij, qm̄ angulus e b d, est rectus, similiter angulus e f d est rectus. Sūt itaq; æquales & cadūt in trigono e f d, quod est contra 21. primi. Idem quoq; accidit im- possibile, si linea contingens ducta à puncto d ad semicirculū d b c cadat inter puncta b & a, sit linea d g, palam ergo corollarīū, quonīā enim linea d g non contingit semicirculum, tangit autem, ergo ipsa producta secat ipsum, & hoc est propositum.

LVIII.

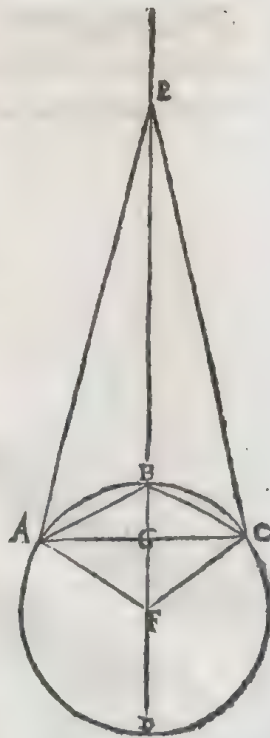
Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulū cōtingentes sunt æquales, & arcus interiaccens puncta cōtingentiæ est minor semicirculo. Linea quoq; diuidens angulū illarumper æqualia, & arcū interiaccētē diuidit per æqualia, & lineæ per æqualia diuidens arcū, hæc productæ per æqualia diuidit & angulum à lineis cōtingentibus contentum.

Sit circulus a b c, cuius centrum f, & sit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circuli cō-
tingentes p 16. tertij, q̄ sint e a & e c, dico q̄ sunt æquales, & q̄ arcus a b c interficēs pun-
cta contingentia est minor semicirculo, & si producatu r à puncto e linea e b, diuidēs an-
gulū a e c per æqualia, dico q̄ linea e b in pūcto b diuidet arcū a c per æqualia, & si linea
d e diuidet arcū a c per æqualia, etiā diuidet angulū a e c per æqualia. Ducatur enim pri-
mo linea d e f, diuidēs a e c, quæ producta secabit circulū, secet ergo ipsum in punctis b
& d. palā itaq; per 35. tertij, qm̄ illud quod sit ex ductu lineæ d e in lineā e b, æqualis est
quadrato lineæ a e, & eadem ratione quadrato lineæ e c, ergo quadratū lineæ a c est æ-
quale quadrato lineæ e c, ergo & linea a e est æqualis lineæ e c, & hoc est primū proposi-
tōe. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 17. tertij, sunt er-
go æquales, ergo per 4. primi lineæ f e diuidet angulū a e c per æqualia, & quia lineæ c e
& a e concurrunt in puncto e, palā per 32. primi, qm̄ anguli e f c & e f a sunt minores re-
ctis, arcus ergo a b c est minor semicirculo per ultimā sexti, quod est. secundū, Ducatur
quoq;

quocq; lineā a c secans lineā e d in puncto g, & ducantur a b & a c, quia ergo lineā e g secat angulū a e c per æqualia, patet per quar-
tā primī, cū lineā a e sit æqualis lineā e c, & latus e g sit cōe, quo-
niā lineā a g est æqualis lineā e g, & angulus e g a est æqualis an-
gulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g est cōmune, ergo
per 4. primī erit lineā a b æqualis lineā b c, ergo per 27. tertij, ar-
cus a b est æqualis arcui b c, eodē quocq; modo patet, q̄ si lineā g e
secat arcū a c per æqualia in puncto b, quod ipsa etiā diuidet per
æqualia angulū a e c, quia em̄ trigona a e b & c e b sunt æquilate-
ra, ut patet, palam ergo per 8. primī, qm̄ angulus a e b est æqua-
lis angulo c e b, & hoc est totū quod proponebatur.

LIX.

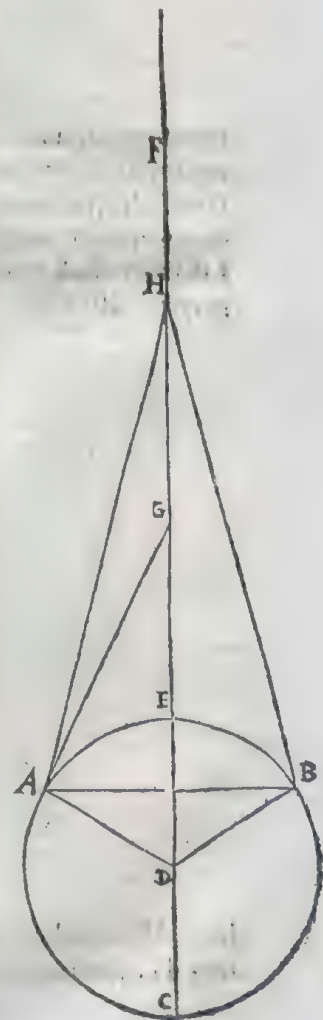
Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta circuli ex utraque parte diametri circuli reflectis à terminis illorum arcuum ductas contingentes in uno punctoeductæ diametri concurrere est necesse, & ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiū arcuum cōtingere est necesse. Ex quo patet, qm̃ oēm angulū & arcum à lineis contingentibus contentū diuidit diametereducta per æqualia.



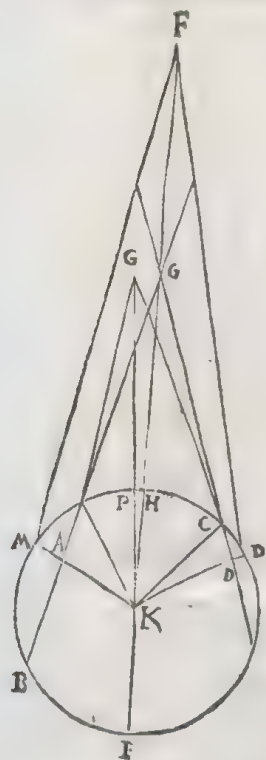
Est circulus a b c, cuius centrū sit d, & eius diameter c e, quæ p
 ducam indefinīte ad punctū f, & ab unaquaq; parte puncti e sint a
 e & b e arcus æquales, & à punctis a & b ducantur lineæ circulū con
 tingentes per 16. tertij. Dico q̃ illæ duæ lineæ concurrēt in uno pun
 cto e ductæ diametri c f. q̃ si dicā ip̃as nō concurrere in puncto u
 no diametri concurrent tñ ambæ contingentes cū diametro d f pro
 ductis lineis d a, d b, erunt anguli in puncto a cū b recti, sed anguli e
 d a & e d b sunt acuti per ultimā sexti. arcus enim a e, b e sunt mino
 res qualibet quarta circuli, ergo per 14. huius, lineæ cōtingentium
 utraq; cōcurrēt cū lineā d f, si itaq; nō fiat, hoc in eodem puncto sit,
 ut lineā contingens ducta à puncto a cōcurrat cū lineā d f in pun
 cto g, & contingens ducta in puncto b cōcurrat cū d f in puncto h.
 & sit utraq; punctum g, & ducatur lineā a h. eritq; per 16. tertij, &
 ex hypothesi angulus h d a æqualis angulo h d b, ergo per 4. primi
 erit angulus h a d æqualis angulo h b a, ergo per 17. tertij uterq; ip̃o
 rū est rectus. quia itaq; angulus d a g est rectus per eandem 17. ter
 tij. patet q̃ ip̃e est æqualis angulo d a h recto, & angulus a d g est cō
 munis. erit ergo per 32. primi, angulus a g d æqualis angulo a h d
 extrinsecus scilicet intrinseco a h g, quod est contra 16. primi, & im
 possibile. patet ergo primum. Sed & si à puncto diametri h ducant
 duæ lineæ circulū cōtingentes in punctis a & b, erūt arcus a e & b o
 æquales, trigona enim a h d & h b d sunt æquilatera per præceden
 tem, ergo sunt æquiangula per 8. primi, est ergo angulus a h d æqua
 lis angulo b d h, ergo per 25. tertij, arcus a e est æqualis arcui b e, qd
 est propositum, & patet corollarium.

LX.

Si intra duas lineas circulū cōtingentes ab uno puncto ductas aliæ duæ lineæ eundem circulū cōtingentes ducantur, cadent puncta contingentiae interiorū intra puncta cōtingentiae exteriorū, & si arcus hinc inde interiaccētes puncta



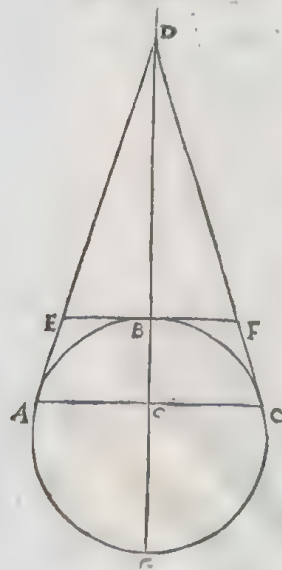
Et cōtingentiæ fuerint æquales, erit utrarūq; concursus semper in eadem diametro circuli educta, interiores quoq; ad utramq; partem productæ cū exterioribus necessario concurrent.



net ergo arcus c h æqualis arcui h b, sed arcus h b est maior arcui p b, ergo arcus c h est maior arcu c p, pars sui toto, quod est impossibile. Nō ergo cadit punctū g extra diametrum e h f, palam est per 14. huius, quoniam si linea g b producta ultra punctū b, necessario concurreret cū linea f a, & linea c g producta ultra punctū c concurreret necessario cū linea f d. linea em̄ k c rectū angulū cōtinens cū linea a g, continet acutū cū linea f d. patet ergo propositum.

LXI.

Si ad mediū punctū arcus interiacentis puncta cōtingentiæ duarū linearū ab uno puncto ad circumulum productarū linearū contingens circulū ad alias cōtingentes pducantur, illa in puncto suo cōtingentiæ per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abscindit æquales.



lia, sed latus d b est æquale sibi, erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f, quod etiā sic patere potest, quia enim a puncto e ducuntur duæ lineæ cōtingentes cir-

tes circulū. f. e a & e b, patet per 58. huius, quod ipsæ sunt æquales. oēs ergo lineæ a e, e b, b f, f e, sunt æquales, ergo lineæ e d & f d sunt æquales. patet ergo propositum.

LXII.

Duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino eductæ diametri & a linea circulū in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliū terminū diametri productis arcus interiacentes illarū linearū alteram & diametrum sunt æquales, illis uero ad aliū punctū circūferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.

Sit circulus a b c d, cuius centrū e, diameterq; eius d b, educta ad punctū f, sintq; duo puncta g & h æqualiter distantia a puncto f eductæ diametri, ducanturq; duæ lineæ g d & h d, ad aliū terminū diametri secantes circulū lineæ g d in puncto a, & lineæ h d in puncto c, & a puncto h ducatur linea contingens circulū quæ sit k b l, a qua æqualiter distet puncta g & h. Dico q; arcus a b & b c sunt æquales. ducatur enim linea g f h, erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineæ h f, ideo quia puncta g & h æqualiter distat a puncto f. & ducantur lineæ h l & g k perpendiculae super lineā k b l contingente per 12. primi, erunt ergo ex hypothesi & illæ æquales, ergo per 33. primi, lineæ g h æquedistat lineæ k l. ergo per 17. tertij, & per 29. primi, anguli d h f & d f g sunt recti, ergo per 4. primi, anguli g d f & h d f sunt æquales, ergo per 23. tertij, arcus a b est æqualis arcui b c. patet quoq; manifeste q; si a punctis h & g lineæ ad aliud punctū circūferentiæ q; ad punctū d producantur, ut ad punctū m uel n, q; illæ lineæ arcus resecabunt inæquales, qualibet enim illarū quæ secat diametrum, abscindit minore arcū, & alia maiore, & hoc est quod proponebatur.

LXIII.

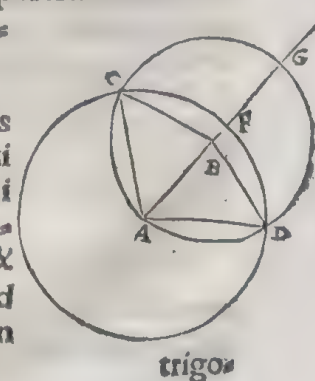
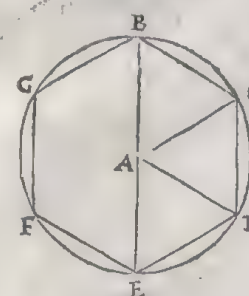
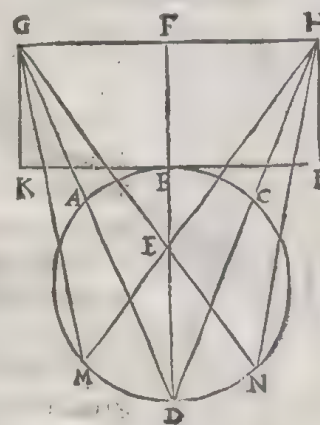
Diameter circuli diuidens exagonū, eidem circulo inscriptū, ab oppositis angulis per æqualia duobus lateribus medijs exagoni erit æquedistans.

Sit circulus, cuius centrū sit punctū a, inscriptus exagonus qui b c, d e, f g, & ab oppositis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e, dico q; illa diameter æquedistat duabus medijs lateribus exagoni, quæ sunt c d & g f. ducant enim lineæ a c & a d, quia itaq; lineæ b c & c d, q; sunt latera exagoni sunt inter se æqualia, & utrunq; ipsorū est æquale semidiametro circuli, per 15. quarti, patet ergo q; trigona a b c & a c d sunt æquilatera, ergo per 8. primi, ipsa sunt æquiangula, erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d, ergo per 27. primi lineæ a b & e d æquedistant. Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g, patet ergo qm̄ diameter b e æquedistat medijs lateribus exagoni, qd est ppositū.

LXIII.

Duobus circulis inæqualibus se secantibus ita, ut minor pertranseat centrum maioris, arcum minoris interiacentem periferiā maioris in centro maioris per æqualia diuidi est necesse.

Sint duo circuli c f d maior, & centrum sit a, & c g d minor, cuius centrum sit b, secantq; hi circuli in punctis e & d, transeatq; minor qui c g d per centrum maioris qd est a, eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra periferiā maioris. Dico, q; arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a. ducatur enim linea copulans centra quæ sit a b, & hac producta compleat diametrum minoris circuli quæ sit a b g, & ad puncta sectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b e, quia itaq; in



trigo

trigonis abc & abd , duo latera ab & b cuius sunt æqualia duobus lateribus ab & b d alterius, quoniam omnes sunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiā, & basis a est basi æqualis a d, quoniam sunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti sunt æquales, angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b , ergo per 25. tertij arcus c g est æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus semicirculorum, qui sunt a c & a d, sunt æquales, arcus ergo c a d diuidit p æq̃lia in p̃cto a , qd̃ est p̃positū.

LXV.

Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam sui circuli sunt æquales.

Esto circulus abc , cuius centrum d , & erigatur perpendiculariter supra circulū à centro lineæ d e, ita, ut p̃ diffinitionē polus circuli super punctū e , & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, q̃ ipse omnes sunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, d , quia itaq̃ quadratū lineæ a e est æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratū quoq̃ lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b, p̃ penultimā primi, quadratū uero lineæ e d est æquale sibi ipsi & quadratū lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratū lineæ a e est æquale quadrato lineæ b e, & similiter quadrato lineæ e c, palam ergo, quoniam lineæ a e, b e, c e, & quæcunq̃ similiter ductæ sunt, & hoc est p̃positum.

LXVI.

Omnis linea centrum sphaeræ cum centro circuli non magni illius sphaeræ continuans est perpendicularis super superficiem illius circuli.

Sit centrum sphaeræ punctum z , sitq̃ punctum e centrum circuli non magni illius sphaeræ, qui sit abg d, & ducatur lineæ z a, z b, z d & z g, omnes erunt æquales per diffinitionem sphaeræ, sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per diffinitionem circuli, lineæ itaq̃ z e existente communī patet q̃ trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia sunt æquilatera, ergo per 8. primi ipsorum anguli æqualibus lateribus contenti, sunt æquales, oēs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt æquales, sunt ergo recti, eodemq̃ modo potest demonstrari de omnibus angulis cōtēntis sub lineæ z e, & cum semidiametro circuli abg d, lineæ ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli abg d, & hoc est p̃positum.

LXVII.

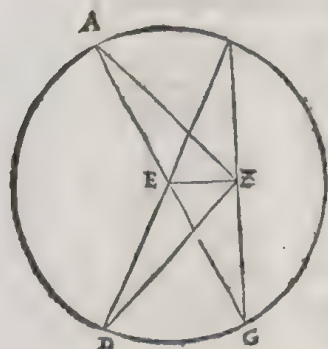
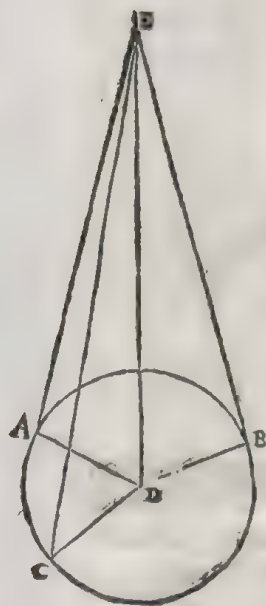
A centro sphaeræ ductam perpendicularem super superficiem circuli non magni ipsius sphaeræ eiusdem circuli centro incidere est necesse.

Sit ut in præmissa centrum sphaeræ punctum z , sitq̃ punctum e centrum circuli nō magni illius sphaeræ, quæ sit abg d, & ducatur à puncto z centro sphaeræ lineæ perpendiculariter super superficiē circuli abg quæ sit z . Dico, q̃ punctū e est centrum circuli abg . ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionē sphaeræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti, patet per 46. primi, quoniam quadratū lineæ z a ualeat quadrata linearū a e & z e, & quadratū lineæ z d ualeat ambo quadrata linearū b e & z e, & similiter quadratū lineæ z g, ualeat ambo quadrata lineæ g e & z e, lineæ uero z a, z b, z g sunt æquales, & quadrata ipsarū æqualia, ablato itaq̃ quadrato lineæ z e cōmuni, relinquitur ut quadrata linearū a e, b e, g e sunt æqualia, ergo & ipse lineæ a e, b e, g e sunt æquales, ergo per 9. tertij punctū e est centrū circuli abg , qd̃ est p̃positū.

LXVIII.

Æquedistantium in sphaera circulorum centra in eadem diametro sphaeræ cōsistere est necesse, ex quo patet, q̃ omnes circuli in sphaera æquedistantes eosdem habent polos, & si eosdem habent polos, sunt æquedistantes.

Sit

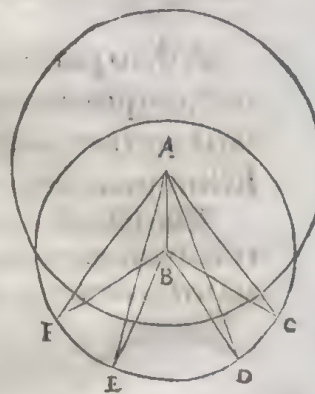
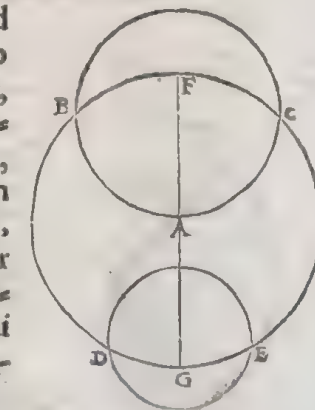


Sit sphaera, cuius centrum sit punctum a , & in ipsa sint duo circuli æquedistantes b c, cuius centrum sit f , & d e, cuius centrū g . & ducatur lineæ a f, quæ producta erit diameter sphaeræ cum ipsa trāseat centrum sphaeræ d e, ergo per 66. huius a f est erecta super superficiem circuli b c, ergo per 23 huius erit eadem diameter erecta super superficiē circuli d e, ergo per præmissam ipsa transit per centrū circuli d e, sunt ergo centra illorū circuloꝝ in eodem diametro sphaeræ, qd̃ est p̃positum, & ex hoc patet, q̃ illi circuli eosdem habent polos per diffinitionem poli. & si aliqui circuli eosdem habent polos, patet per 14. undecimi, q̃ ipsi sunt æquedistantes, & hoc proponitur, q̃ si etiam reliquis circulorum æquedistantiū esset circulus magnus, eadem esset demonstratio, duo uero circuli magni eiusdem sphaeræ sibi inuicem æquedistare non possunt, quoniam amborum est idem centrum, quod est centrum sphaeræ.

LXIX.

Si plana superficies secet sphaeram, communis sectio erit circulus, ex quo patet, quoniam à quolibet puncto in diametro uel superficie sphaeræ dato est possibile totali superfici sphaericæ circulum circumduci, aliq̃ etiam circulo illius æquedistantem.

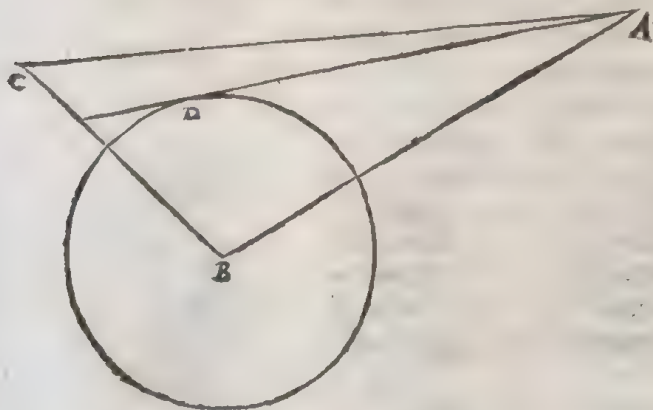
Sit sphaera, cuius centrum a , seceturq̃ per planam superficiē. Dico, q̃ communis sectio superfici sphaericæ & planæ est circulus. Si enim fiat sectio per centrū a , tunc patet, q̃ omnes lineæ ductæ à centro a ad sphaeræ superficiē, quæ sunt in illa plana superficie secante, & terminantur ad cōmunē terminū illoꝝ, sunt æquales per diffinitionē circuli, illa cōmunis sectio est circulus. Si autem superficies plana secet sphaeram non per centrū a , ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis super superficiē secantem, quæ sit b , & cōtinentur lineæ a c, a d, a e, a f, & q̃ quis uoluerit ad aliam sectionem cōmunem à centro ipsius sphaeræ, ducatur quoq̃ lineæ c b, d b, e b, f b, in ipsa superficie secante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro sphaeræ ductæ, palam ergo per penultimā primi, quoniam quadratū lineæ a c est æquale duobus quadratis linearū a b & d b, sed quadratū a c est æquale quadrato lineæ a d, qm̃ lineæ a c est æqualis lineæ a d per diffinitionē sphaeræ, & quadratū lineæ a b est æquale sibi ipsi, relinquitur ergo quadratū lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, est ergo lineæ c b æqualis lineæ d b, & similiter erit lineæ d b æqualis lineis e b & f b, p̃ eandē demonstrationē quocunq̃ alijs lineis à centro sphaeræ a ad aliam cōmunem sectionem productis, omnes itaq̃ lineæ à puncto b ad illam cōmunem sectionem ductæ, sunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionē circuli ut prius punctū b est centrū circuli. Cōmunis ergo sectio istarū superficialiū est circulus, & hoc est p̃positū, patet etiam ex hoc correlariū, qm̃ à puncto dato per 12. primi p̃ducta perpendiculari super diametrum sphaeræ, imagineſ superficies plana secans sphaerā secundū illam p̃pendicularē, & patet p̃positū per præmissa, q̃ si alicui circulo in sphaera signato æquedistans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis super sphaeræ diametrum transeuntē circuli centrū, cui æquedistans debet duci circulus, & p̃ducatur in continuū usq̃ ad aliam sphaeræ superficiē, & ducatur alia lineæ à puncto diametri utcunq̃ super p̃ductā & orthogonally super diametrum sphaeræ, imagineſ superficies plana transiens terminos istarū linearū in ipsa superficie sphaeræ, faciens sectionē, quæ per præmissa necessārio erit circulus, quia per 4. undecimi diameter sphaeræ super quā ducitur lineæ à puncto dato, est perpendicularis super superficiē in punctis illis, ut præmittitur sphaerā secantē, unde à centro sphaeræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.



c

A dato

A dato puncto ad datam sphaeram lineā contingentē ducere.



Sit enim datum punctū a, & centrū da
to sphaeræ sit b, & ducatur linea a b a cer
tro sphaeræ qđ est b, ducatur linea b c, ut cō
tingit, & copuletur linea a c, palamq; p
a, undecimū, quoniam trigonum a b c est in
una superficie plana, hoc itaq; per præce
dentem secabit sphaeram secundū circulū
cui per 16. tertij a puncto a ducatur con
tingens in puncto d, quæ sit a d, & patet
propositum.

LXXI.

Omnis superficies plana contin-
gens sphaeram, secundum unicum

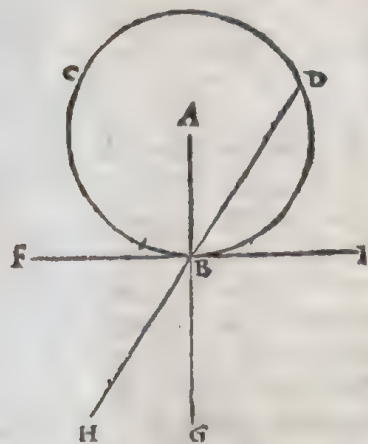
punctum est contingens.

Ducatur in plana superficie contingente sphaeram linea recta trans locum contactus, & in superficie sphaerae circulus magnus. si ergo superficies plana contingit sphaeram secundū aliud q̄ secundū punctum, & linea recta continget circulū secundū idem, non ergo secundū punctum continget linea recta circulum, qd̄ est contra 15. tertij, palam ergo propositum.

LXXII.

A dato puncto ſuperficiẽ ſphæricẽ ſuperficiẽ planam contingentem du-
cere, ex quo patet, qđ omnis linea centrum ſphæræ tranſiens, eſt perpendicu-
laris ſuper eius ſuperficiẽ, & ſi eſt perpendicularis ſuper ſphæricam ſuper-
ficiẽ, neceſſario tranſit centrum ſphæræ.

Est sphaera, cuius centrū sit a, & circulus eius magnus b d c, ducaturq; linea a b ā cē
tro ad circumferentiā. & à puncto b ducatur linea contingens circulum, q̄ sit f b e per
16. tertiū, erunt ergo angulī a b c & a b f rectī, imaginatis quoc; per 60. huius circuli gra



cuncq; in superficie sphæræ secantibus se in puncto b. & ductis li-
neis contingentibus illos círculos in puncto b. palam per 17. ter-
tij, quoniã linea b a cum omnibus illis lineis continet 9. angulos re-
ctos, ergo omnes illæ lineæ sunt in una superficie plana per 2. un-
decimã, illa itaq; superficies contingit sphæram per diffinitionẽ
superficii planæ sphæræ contingentis, ex hoc itaq; patet, qm̃ cũ
omnis linea a centro sphæræ ducta, sit erecta super planam super-
ficiem, sphærã ipsam in puncto suæ incidentiæ contingentem, &
anguli incidentiæ sunt æquales, quoniã ipsa est ppendicularis su-
per sphæræ superficiẽ, per diffinitionem perpendicularis. anguli
enim semicirculorũ omnes sunt æquales per 43. huius, quoniã li-
nea a b producta ad punctũ g est adhuc erecta super superficiem
planam, sphæram contingentẽ in puncto b. palam, quia linea g
b, & quæcuncq; alia ppendicularis erigi potest super superficiẽ pla-

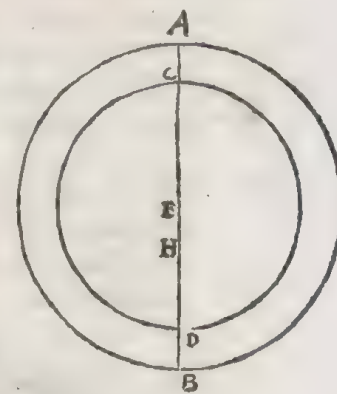
nam in puncto b. contingente sphaeram transire centrū sphaeræ a, quia si a puncto b. pos-
sit alia linea erigi super superficiē contingentē, non transiens centrum sphaeræ a, sit illa h
b d, & sit angulus h b c rectus. Sed angulus g b e est rectus per 13. primi, cum angulus a
b e sit rectus ex hypothesi, erit itaq; rectus maior recto, qd' est impossibile, patet ergo p-
positum.

LXXIII.

Omnium Sphærarum, quarum conuexæ superficies æquedistant, uel secundum se totas se contingunt, necessario est idem centrum,

Sing

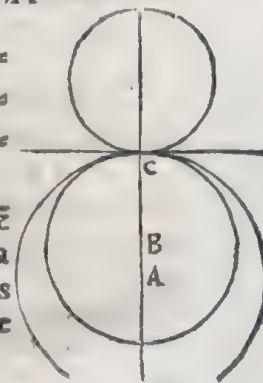
Sint duæ sphaeræ, quaræ conuexæ superficies aequidistēt, sectæ per æqualia per unam planam superficiē, cōis sectio superficiē illarū sphaericæ & huius planæ, erunt circuli, sitq; magnus circulus maioris sphaeræ a b, & centrum eius e, minoris uero sphaeræ circulus magnus sit c d. Dico, qd idem punctū e etiam erit centrum circuli c d, ducatur enim linea a e b taliter, ut si e non sit centrū amborum circuloꝝ, linea tamen a e b transeat per ambo centra, qd potest fieri continuatis centrīs per lineā rectā, & pducta illa ad periferiā maioris sphaeræ huius, itaq; erit diameter circuli a b, quoniā circuli a b & c d sunt in eadem superficie. Sit ut diameter a b secet periferiā circuli c d in punctis c & d, eritq; recta c d diameter circuli c d, quia ergo ppter æquidistantiā circuloꝝ linea a c est æqualis lineæ b d, & linea a c æqualis lineæ b, remanet lineæ c æ æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e, patet, qd punctus e est centrum circuli c d, si enim non sit punctus e, centrū circuli c d, sit centrum eius punctus h, eritq; per diffinitionē circuli linea h d æqualis lineæ a c, erit ergo linea h a æqualis lineæ h b, sed linea h a est maior q̃ linea a c, ergo h b est maior q̃ linea e b, pars suo toto, qd est impossibile, est ergo pūctus c centrū circuli c d, & quia circulus c d est magnus circulus suæ sphaeræ, patet, qd æquidistantium sphaeræ est idem centrum, qd est propositū primum. & eodem modo de sphaeris secundum totas suas superficies contingentibus est demonstrandū. lineæ educæ a centro ad concauū maioris & ad conuexū minoris, sunt æquales, patet ergo illud qd pponatur.



LXXVIII.

Si duæ sphaeræ æquedistantes fuerint, uel secundū totas superficies se contingentes, quæcuncq; linea super unius earum superficiem perpendicularis fuerit, super alterius quoq; superficiem perpendicularis erit.

Istud facilliter patet, quoniam enim ex præmissis tales sphaerae indẽm cẽtrum habere necessario cõprobantur, ergo per 72. huius, linea ppendicula ris super alteram istag sphaerarũ centrum ipsius transit, sed centrum ipsius est centrum alterius, ergo per eandẽm 72. huius super alterius etiam sphærae superficiẽ alia linea perpendicularis erit, & hoc est propositum.



LXXV.

Si duæ sphæræ centra diuerfa habuerint, impossibile est ut lineæ perpen-
diculares super unius superficiem sint perpendiculares super alterius superfi-
ciem, nisi una tantum quæ transit centra ambarum.

Quocumq; modo se habentibus adinuicem sphaeris, siue extrinsecus siue intrinsecus se contingentibus, uel etiam se non contingentibus, uel etiam se adinuicem secantibus semper, patet ex 72. quoniam linea transiens per centra ipsarum, est perpendicularis super superficiem utriusq; aliam quoq; lineam super utriusq; superficiem perpendicularē esse, est impossibile. Si enim sit possibile, ducatur aliqua alia perpendiculariter super utriusq; sphaerae superficiē, palamq; erit ex eadem 72. huius, ipsam per utriusq; centrum transire, qd est oppositum hypothese, patet ergo, qm nullam aliam lineam praeter eam, quae transit centra ambag; perpendiculariter duci super utriusq; sphaerarum superficies est impossibile, & hoc est propositum.

LXXVI.

Si sphaera sphaeram intrinsecus aut extrinsecus contingat, in uno tantum puncto contingere est necesse.

Si enim sphaera contingentes se intrinsecus, non in puncto se contingant, necesse est circulos suos maiores adinuicem applicatos, non se in puncto contingere, quod est contra

contra 12. tertij. & impossibile, qd si sphaera extrinsecus se contingentes, non se contingant in puncto, & hoc est contra naturam circuloꝝ extrinsecus se contingentium, & contra eandem 12. tertij. potest & hoc aliter demonstrari. Si enim inter illas sphaeras, quae se extrinsecus contingant, imaginata fuerit superficies plana, palam ex 71. huius, quoniam utraque illarum sphaerae illam superficiem planam contingit in puncto, ergo & se invicem in puncto contingant, propinquior est utriusque sphaerae ipsa plana superficies interposita quam reliqua sphaerarum, & hoc est propositum.

LXXVII.

Sphaerarum se contingentium, centra diversa esse, est necesse.

Signentur enim in utralibet sphaerarum a puncto contactus duo circuli maiores, per 67. huius, secantes eorum superficiebus planis sphaeras per sua centra, & per puncta contactuum, & quia centra horum circuloꝝ sunt centra sphaerae suarum per definitionem circuloꝝ magnorum, hos autem circulos centra diversa habere, est conclusio 6. tertij. patet ergo, propositum.

LXXVIII.

Centrorum sphaerarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositam ex ambarum sphaerarum semidiametris, intrinsecus utroque contingentium se secundum excessum semidiametri maioris ad semidiametrum minoris esse, palam est.

Hoc patet ex 76. huius, quoniam enim contactus sphaerarum fit secundum unum tantum punctum, punctus vero est, cui pars non est, tunc evidens est, qd punctus ille communis in utraque intersectione nihil adimit de diametroꝝ quantitate, indivisibile enim non fit pars quanti, nec addit nec minuit aliquid de quanto, & sic patet propositum.

LXXIX.

Si concavum alicuius sphaerae superficiem aliquam secundum eam totam contingat, necesse est superficiem contactam partem sphaerae minoris esse.

Sit ut aliqua sphaera secundum suum concavum contingat aliquam superficiem secundum omnes illius partes, sicut vas sphaericum superficiem aquae contentae. Dico, qd verum est quod, proponitur, ducantur enim lineae plurimae a centro sphaerae ad locum contactus sui cum illa superficie, & quia omnes lineae, productae ad concavum sphaerae, sunt aequales inter se ex definitione sphaerae, & sunt aequales productis lineis ad convexum superficiem contactae, patet ex dicta definitione, quoniam illa superficies est pars sphaerae, & quilibet intellectus extendi secundum concavum ambientis sphaerae, sphaeram minorem complebit, est ergo pars minoris sphaerae, linea quoque in illa superficie signata est pars circuli ex 9. tertij. idem habens centrum cum circulo cui applicatur, & sic illa superficies est pars minoris sphaerae, quod est propositum.

LXXX.

Si sphaera sphaeram interfecet, communis sectio superficieꝝ sphaericarum se interfecantium, erit periferia circuli.

Quod hic proponitur, patet, imaginetur enim superficies secans ambas sphaeras secundum lineam communem sectionis sphaerae, quaecumque fuerit, haec ergo superficies, propter similitudinem corporum se interfecantium plana erit, communis ergo sectio illius superficiei & utriusque sphaerae erit circulus per 69. huius, palam ergo, qd communis linea intersectionis superficiei sphaerarum illarum erit periferia circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus communis illi sectioni, quoniam aliud corpus quo utraque sphaerae communicant, est corpus commune sphaerarum intersectioni, & est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphaericis contentum, & diversis secundum dispositionem se interfecantium sphaerarum, patet ergo propositum.

LXXXI.

Sphaerarum se interfecantium maiores circulos se invicem secare, palam est, ex quo patet interfecantium se sphaerarum centra diversa esse.

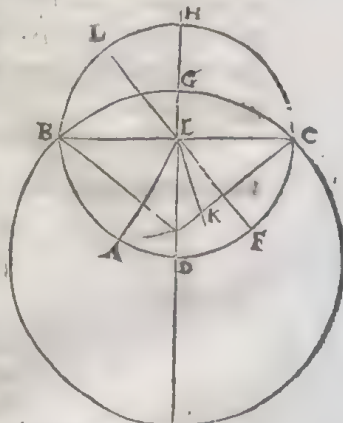
Primum

Primum patet ex definitione sphaerarum se interfecantium, quoniam enim interfecantium se sphaerarum, diameter unius per alteram abscinditur, & maiorum circuloꝝ diametri suarum sphaerarum, dividunt enim circuli magni suas sphaeras per aequalia, tunc patet, qd circulus unius sphaerae & alterius se interfecantium aliqua linea est communis. Cum ergo unus circulus alium non contineat, quia nec una sphaera aliam continet, palam, quia tales circuli se invicem secant ex definitione talium circuloꝝ, quia vero ex 5. tertij. circuloꝝ se invicem secantium centra esse diversa necesse est, & idem est centrum sphaerae quod est centrum circuli magni in illa sphaera, patet corollarium, scilicet, quia interfecantium se sphaerarum centra sunt diversa, & hoc proponebatur.

LXXXII.

Si sphaera sphaeram interfecet linea, quae centra illarum sphaerarum transeat, centrum circuli periferiae communis sectionis transire, & super ipsius superficie perpendicularem esse, necesse est.

Circulus communis sectionis sphaerarum aut est circulus maior alterius sphaerarum se interfecantium, aut minor, si maior, hoc erit solū, cum maior sphaera minorem interfecet. Si enim aequales sphaerae secundum circulum maiorem se interfecarent, non esset sphaerarum intersectio, sed unus sphaerae ex duobus hemisphaerijs aequalibus compositio. Si ergo circulus communis sectionis sphaerarum sit circulus maior, non erit ille circulus maior nisi in sphaera inaequalibus se interfecantibus circulus sphaerae minoris, quoniam ipsum esse circulum maiorem sphaerae maioris est impossibile, quoniam maior circulus sphaerae maioris non potest cadere in superficie sphaerae minoris. Sit itaque circulus talis a b c, & sit centrum maioris sphaerae d, sphaerae vero minoris e, erit quoque e centrum circuli a b c ex hypothesi, ducatur ergo linea d e, & patebit, propositum primum. Item ducantur lineae d a, d b, d c, & linea a e, b e, c e, eruntque trianguloꝝ d a e & d b e latera aequalia, ideo, quoniam linea d e latus est commune, & latus d a aequale est lateri d b ex definitione sphaerae, latus quoque a e aequale est lateri b e ex definitione circuli, ergo per 8. primi anguli aequis lateribus contenti, erunt aequales, angulus ergo d a b aequalis erit angulo d e a, similiter autem angulus d e c erit aequalis angulo d e b, & universalius a quocumque puncto circuli a b c ducantur lineae a d e, centrum sphaerae anguli super centrum e semper erunt aequales, & quia super eandem diametrum oppositis punctis signatis linea d e aequales angulos constituit, patet per definitionem perpendicularis, quoniam ipsa linea d e super omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4. undecimi linea d e super superficiem circuli a b c erecta est, & super eam perpendicularis. Si vero circulus a b c non sit circulus maior alicuius sphaerarum se interfecantium, sed minor, intelligatur in ipso, producta diameter qd sit l f per puncta l f, & utraque sphaerarum imaginetur recta per superficiem planam trans centrum, & per puncta f & l, quae sunt in superficie utriusque sphaerae, erit ergo per praemissa quilibet illorum circuloꝝ circulus maior in utraque sphaerae se interfecantium, secabitque circulum a b c uterque illorum circuloꝝ maiorum per aequalia, quoniam arcus f l est medietas circumferentiae circuli a b c, transeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrum illius circuli a b c, quod est e, imaginentur item duo circuli alij maiores in eisdem sphaerae, quorum quilibet secet portionem circuli maioris suae sphaerae erectam super circulum a b c per aequalia, quod fieri poterit ex 29. tertij, diviso arcu f l utriusque circuli sphaerae se interfecantium per aequalia, & a puncto sectionis utriusque circuli imaginata superficie plana transeunte centrum sphaerae utriusque, fiat itaque sectio arcus sphaerae maioris in puncto g, & sectio arcus sphaerae minoris in puncto h, & similiter hi circuli maiores cum illis circulis quos secant angulos aequales sphaerales, vel inaequales contineant, patet, cum a polo circuli a b c per centra sphaerarum ambae transeant, quoniam ambo secabunt circulum a b c per aequalia, transibunt ergo per centrum ipsi qd est e linea, ergo d g, qd per definitionem maiorum circuloꝝ, & per 3. undecimi est communis sectio duorum circuloꝝ maiorum in sphaera maiori se secantium, transeunt per centrum e, quoniam



quoniam cum centrum e sit in superficie utriusque illorum circulorum, necesse est, ut sit in linea comuni utriusque. Similiter etiam linea e h, quae est communis sectio circulorum maiorum in sphaera minori se interfecantium, transit per centrum e, sed quia linea e h, & linea d g per diffinitionem circulo se secantium est aliqua linea recta communis ut e g, erit illa per primam 11. in eadem superficie cum illis, ergo erunt linea una. tota ergo linea d e g h est linea una transiens per ambo centra sphaerarum se interfecantium, & per centrum circuli, qui est communis sectio, cum centro in periferia communis sectionis superficierum sphaerarum se interfecantium, patet ergo, propositum primum. Secundum vero patet ex praemissis. Circuli enim maiores per aequalia diuidentes circulum minorem orthogonaliter eum secant, & eorum communis sectio, ut linea d h per 19. undecimi super eundem circulum perpendicularis erit, & hoc est propositum. potest & idem per 66. & 67. huius facilius demonstrari diligentiam adhibenti.

LXXXIII.

Si sphaera sphaeram interfecet, lineam transcurrentem centrum circuli periferiae communis sectionis perpendiculariter super ipsius superficiei insistentem, ambarum sphaerarum centra transire necesse est.

Hac est conuersa praecedentis, nec oportet in ipsius demonstratione aliter immorari, si enim sit possibile, ducatur linea per e centrum circuli communis sectionis sphaerarum, qui est a b c, perpendiculariter super ipsius superficiei ad alium aliquod punctum, praeter centrum ambarum, uel alterius sphaerarum, & sit linea e k, & ducatur idem per centra ambarum sphaerarum alia linea, quae sit d h. patet autem per praecedentem, quoniam hic erit transiens per centrum e, & erit perpendicularis super superficiei circuli a b c, ab eodem ergo puncto superficiei circuli a b c utpote centro e duo exeunt perpendiculares super eandem circuli superficiem a b c, quae sunt e d & e k, quod est contra 13. undecimi, & impossibile, patet ergo propositum.

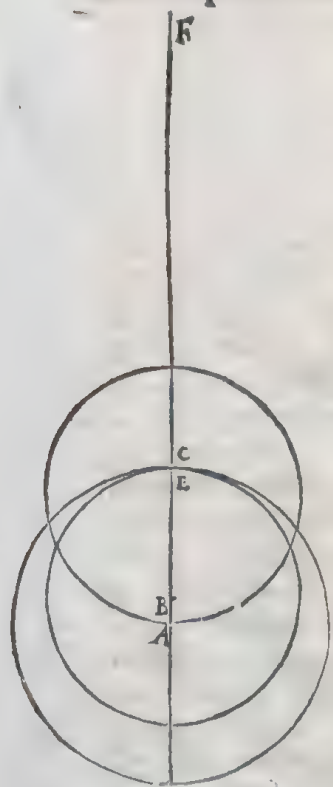
LXXXIII.

Si sphaera sphaeram intrinsecus interfecet, necesse est centra illarum sphaerarum respectu situs sui contactus secundum quantitatem periferiae circuli, qui

est communis sectio suarum superficierum plus distare, centrūque sphaerae continentis plus profundari.

Sphaerae datae interfecare se debentes, si aequales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non se interfecent, tunc ipsae idem erit centrum, facta uero intersectione ipsarum centra diuersantur per 8. huius. & secundum quod circuli periferia, quae est communis sectio illarum superficierum sphaerarum sit maior uel minor, secundum hoc plus uel minus distabunt centra, quod si sphaerae fuerint inaequales, quarum una alteram intrinsecus contingere poterint, tunc in situ suae contingentiae centrorum suorum distantia per 78. huius est excessus semidiametri sphaerae maioris ad semidiametrum minoris. Demus ergo, quod centrū maioris sit a, centrum minoris b, punctus contactus sit c, & quia contactus sit in puncto per 76. huius, intersectio uero sit secundum circulum per 80. huius. palam, quia facta intersectione sphaerarum, abscindet sphaera a diametrum b c in puncto alio quam in termino suo qui est punctus c. sit ergo punctus in quo ipsum a b scindit punctus e, ponaturque ut linea f e sit aequalis diametro sphaerae b, quoniam itaque linea a c excedit lineam b c in linea a b. linea uero f e est aequalis semidiametro b c, & nam sunt diametri eiusdem sphaerae. linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b, sed linea f e est maior quam linea e c, ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, est maior quam linea a b, plus ergo distat centra sphaerarum in intersectione quam in situ contactu, & secundum quod periferia circuli, quae est communis sectio suarum superficierum minoratur,

secundum hoc distantia centrorum augetur, & secundum quod illa periferia augetur, secundum hoc



hoc distantia centrorum minuitur, & respectu partis uniuersi ad quam sit intersectio plus profundatur centrum sphaerae continentis respectu contactus in tanto, quanto linea a e sit maior quam linea a b, & hoc est quod proponebatur.

LXXXV.

Si duae sphaerae intra tertiam secundum circulum aequalem circulo maiori sphaerae, intra quam sit intersectio, se interfecent, utraque illarum sphaerarum sphaeram, intra quam sit intersectio, interfecabit, & omnium illam superficierum sphaerarum communis sectio erit periferia circuli unius.

Verbi gratia: Sit in sphaera, cuius centrum a interfecet sphaeram, cuius centrum sit b intra sphaeram, cuius centrū sit c secundum circulum aequalem circulo maiori sphaerae c, dico quod sphaera a & sphaera b interfecabunt sphaeram c, & omnium superficierum sphaerarum illarum sphaerarum erit communis sectio periferia circuli secundum quod sphaerae a & b fiebat intersectio. hic est cuiusdam circuli magni sphaerae c, quoniam enim circulus maior diuidit sphaeram per aequalia, quia transit per centrū eius ex diffinitione, tunc patet, quod aequalis eidem utrumque contingat eum in sphaera, produci, diuidet eam per aequalia. & sic interfecabit secundum illum circulum utraque sphaerarum. s. a & b sphaera c. Sphaera autem a interfecante sphaeram b, communis sectio est periferia circuli per 79. huius, diuidit autem iste circulus sphaeram c per aequalia, ergo interfecet, est ergo eius periferia in superficie c, sed & eadem periferia est in superficierum sphaerarum a & b. In omnium ergo sphaerarum illarum trium superficierum est illa circuli periferia, est ergo ipsa communis sectio omnium superficierum dictarum sphaerarum, quod est propositum.

LXXXVI.

Lineam a centro sphaerae per centrum circuli sphaeram secantis orthogonaliter ductam, medio abscissae portionis, est necessarium applicari.

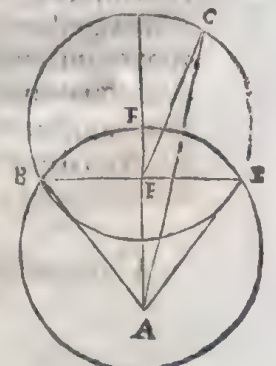
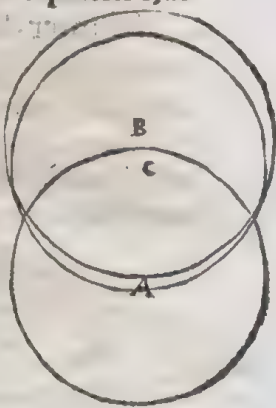
Sit sphaera cuius centrū a, & sit circulus b c d, cuius centrū sit e, abscindens portionem sphaerae, ducaturque linea a e, & producat utque ad superficiei sphaericae m. cui incidat in puncto f. Dico, quod linea a e necessario applicatur puncto, qui est medium abscissae portionis sphaerae in conuexo uel concauo ipsius, & quod hoc est punctum f. ducantur enim lineae a b & a c, & copulentur lineae e b, e c, e d, erunt itaque trigona a e b, a e c, a e d omnia secundum latera aequales angulos respicientia, ad inuicem proportionabilia, quoniam illa ipsorum latera sunt ad inuicem aequalia, ut patet per sphaerae & circuli diffinitiones, & quia latus a e est omnibus commune. anguli itaque b a e, c a e, d a e omnes sunt aequales per 5. sexti, ergo per 25. tertij angulus b f e, c f e, d f e sunt aequales, & quoniam productis quibuslibet lineis a centro a ad periferiam circuli b c d, idem semper accidit. palam, quia punctus f est in medio portionis abscissae de sphaera, & hoc proponebatur.

LXXXVII.

Proportionem partis superficiei sphaericae ad totalem superficiem suae sphaerae, sicut anguli solidi in ipsam a centro sphaerae cadentis ad octo rectos solidos necesse est esse.

Verbi gratia. Sit a b c pars superficiei sphaericae alicuius sphaerae, cuius sit d & ducantur lineae a d, d b, d c, & in ipsa superficie ducantur lineae a b, b c, a c, fietque pyramis, cuius vertex est punctum d, & basis a b c. palam quoque, quoniam angulus circa punctum d est solidus, tribus angulis superficialibus contentus. Dico, quod quae est proportio illius anguli ad 8. rectos angulos, qui replent locum solidum circa centrum d, eadem erit proportio superficiei sphaericae quae est a b c, ad totam sphaericam superficiem suae sphaerae. Imaginentur enim plurimi circuli magni, transcurrentes per omnia puncta illius superficiei,

non



non secantes se super illam, patet itaq; quoniam aliqui arcus illorum circulorum determinantur per lineas terminales illius superficiei, omnium autem illorum arcuum partialium ad totos suos circulos est proportio, sicut angulorum contentorum sub linea a centro d ad ipsorum terminos, productis ad 4. rectos spales per ultimam sexti, patet ergo propositum. & etiam potest patere ex hoc, quoniam sicut ille angulus correspondet illi parti superficiei sphaericae, sic residuum 8. solidorum angulorum rectorum totali residuo superficiei illius sphaerae respondet, ergo p. 16. quinti, erit permutatim anguli ad angulum, sicut superficiei ad superficiem, & per 19. quinti, & per 5. huius e contrario patet propositum.

LXXXVIII.

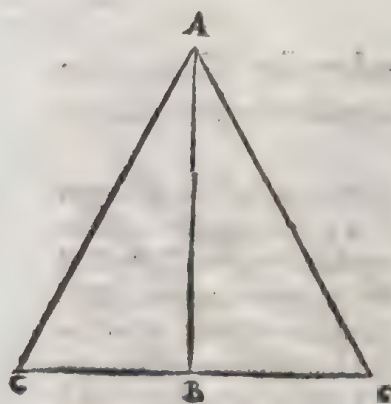
Si inter duas quartas circulorum aequalium in sphaerae superficie se secantium, ad extremitates arcuum aequalium lineae rectae ducantur, illae erunt aequedistantes, & remotior a puncto sectionis erit longior.

Sint arcus magnorum circulorum in superficie alicuius se secantium, quia a b c & a d e. secantes se in puncto a, in quibus signantur arcus aequales, ita, ut arcus a b sit aequalis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineae rectae, quae b d & c e. Dico, qd lineae c e & b d sunt aequedistantes. & qd linea c e est maior qd linea d b, quia itaq; arcus a b est aequalis arcui a d, palam per 28. tertij & per 65. huius, quoniam punctus a & polus circuli transeuntis per puncta d & b, ideo qd rectae lineae quae a d & a b sunt aequales, & similiter est de circulo transeunte per puncta c & e, circumducatur ergo superficiei sphaerae per puncta d b circulus erectus super diametrum sphaerae p. 69. huius, & similiter per puncta e & c, erunt ergo illi circuli aequedistantes per 14. undecimi, erunt ergo lineae c d & b d aequedistantes p.

16. undecimi, imaginata superficie plana in qua sunt puncta b c d e, circulos secundum illas lineas secante, sed & linea c e est maior qd linea d b, si enim sit aequalis cum sit aequedistans, palam, quia circuli a b c & a d e aequedistantes erunt, qd est contra hypothesein, supponunt enim se secare in puncto a, aut sequatur circulum transeuntem per puncta b & d aequalem fieri circulo transeunti per puncta c & e, quorum circulo polus est punctum a, qd iterum est impossibile, & si linea c e sit minor qd linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius qd ultra lineam b d, est ergo linea b d remotior a puncto sectionis, quod est propositum hypotheseis, ergo patet propositum.

LXXXIX.

Omnes lineae longitudinis unius pyramidis rotundae, sunt aequales, & cum semidiametris basis aequales, sed acutos angulos continent, ex quo patet omnem punctum uerticis pyramidis esse polum circuli suae basis, omnemq; lineam longitudinis esse in eadem superficie cum axe, ipsam quoq; axem centrum circuli basis orthogonaliter attingere.



Quoniam enim per principium 11. Euclidis pyramis rotunda sit per transitum trianguli rectanguli, alterutro suorum laterum rectum angulum continentium fixo, donec ad locum suum unde incipit redeat, triangulo ipso circumducto, qui triangulus, si fuerit duorum laterum aequalium, secundum unum laterum aequalium rectum angulum continentium

tium fuerit fixum, causabitur pyramis rectangula, ideo, qd angulus duplicati sui trianguli ad uerticem pyramidis est rectus, per 5. & per 32. primi. & si fixum latus fuerit minus latere moto, erit pyramis ambigonica, qm per 19. primi angulus ad uerticem sit obtusus. & si latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxigonica, quia per eandem 19. primi, angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuvante semper 32. primi. sic ergo diuersantur formae pyramidum secundum diuersitatem proportionis lateris fixi ad alterum latus motum, rectum angulum continens cum fixo, & quia latus subtensum angulo recto, causat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide, palam, qd omnes lineae longitudinis totius rotundae pyramidis uni lineae, sunt aequales ei, s. quae in trigono rectangulo recto, ergo & omnes inter se sunt aequales. Si ergo trigonum orthogonum causans pyramidem sit a b c, cuius angulus a b c sit rectus, erit per 32. primi angulus a c b acutus, & est a c b angulus cui omnes anguli contenti a lineis longitudinis & semidiametris basis sunt aequales, & hoc proponitur, patet enim ex ijs, qm punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, est polus circuli suae basis per 65. huius, & quoniam linea a c est in eadem superficie trigonae cum linea a b, patet, quoniam omnes lineae longitudinis sunt in eadem superficie cum axe a b, & quoniam linea b c motu suo describit circulum basis, patet qd axis a b centrum circuli basis orthogonaliter attingit per 8. primi, quia ex circuli diffinitione & prima parte axis existente communi, omnes anguli ad centrum b constituti sunt aequales, patet ergo propositum.

XC.

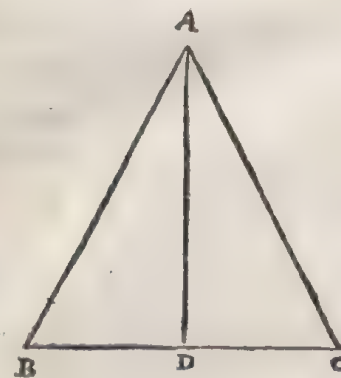
Omnis superficiei planae secantis pyramidem rotundam uel lateratam secundum axem longitudinem & superficiei conicae, communis sectio est trigonum duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentum, ex quo patet, quoniam illa superficies diuidit pyramidem per aequalia, & qd superficies quae pyramidem secundum lineam longitudinis per aequalia secuerit, secundum axem necessario secabit.

Esto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, & diameter basis b c, & sit centrum basis d, & palam per praemissam, qm linea a d est axis illius pyramidis, superficies itaq; plana secans pyramidem rotundam, secundum axem longitudinem pertransit puncta a & d, erit itaq; illa superficies plana orthogonaliter erecta super basem pyramidis per 18. undecimi, communis itaq; sectio basis pyramidis & illius superficiei planae est linea recta p. 3. undecimi, qd est diameter basis, & sit hoc b c, trigonum itaq; a b c est in superficie secante, sed & idem trigonum est in superficie conica pyramidis, & quoniam trigonum orthogonum b a d est illud, ex cuius pertransitu describitur pyramis a b c, & trigonum a b c est duplum illi per 1. sexti, patet illud qd primo, proponitur de pyramide rotunda, patet etiam, qd illa superficies taliter pyramidem secans, diuidit ipsam per aequalia, qm transiens uerticem & conclusa diametro per aequalia diuidit & basem, in laterata uero pyramide, aut superficie plana secans transit latus aut angulum, eritq; productis lineis ad terminum axis pyramidis, illa communis sectio semper trigonis maior uel minor, patet ergo propositum, quoniam & conuersa per se, & ex praemissis patet.

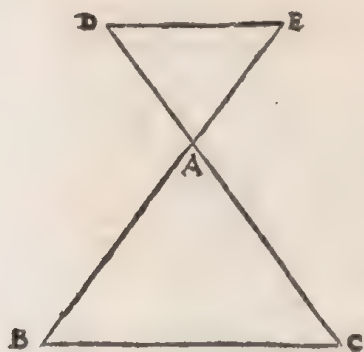
XCI.

Omnis pyramidis rotundae uel lateratae lineae longitudinis super axem in uertice tantum se intersecant, productae quoq; aliam similem pyramidem principiant, cuius lineae longitudinis secundum positionem & situm prioris pyramidi modo contrario se habent.

Quoniam omnes lineae longitudinis pyramidis cuiuscunque, productae se super axem in uertice



in vertice secant, evidens est, quoniam concurrunt omnes in illo puncto verticis, & quoniam omnes sunt æquales per 89. huius, patet, quia circa verticem nulla ipsarum aliam intersectat, & etiā, productæ aliam pyramidē priori similē principiant, patet, secet enim superficies plana pyramidē secundum axis longitudinē, erit ergo p præcedentē cōmunis sectio istius superficie & superficie conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidē causantis, sed palā per 36. huius, q̄ latera cuiuslibet trigoni producta principiant aliū trigonū priori similē, cuius latera positionem & situm prioris trigoni lateribus contrariā habent, & quoniam tot possunt imaginare planæ superficies trās axem pyramidē secantes, quot sunt lineæ longitudinis pyramidales immediatæ pyramidis, patet, quoniam omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidē priori similem, lineis longitudinis à dextra prioris prodeuntibus in sinistrū posterioris, & à sinistro prioris in dextrum posterioris, & econverso, patet ergo, ppositum.



Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ sunt æquales, rectos angulos cum semidiamentris suarum basium continent, & in eadem superficie cum axe existentes, ex quo patet, quoniam axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris suarum basium orthogonaliter insistit.

Hoc non indiget demonstratiōe aliā nisi simili illi, quæ sit in 89. huius, sicut enim trigonum orthogonū altero laterum rectum angulū cōtinentiū fixo, p revolutionē suam causat pyramidē rotundam, sic quadrilaterū rectangulū quoq; suorum laterum fixo manente, alijs tribus quousq; ad locū suum redeat, circumductis causat motu suo figurā columnarē rotundam, fiet ergo ptractio omnium eorum quæ pponuntur hic, ut in illa, quia patet totum evidenter.

XCII.

Omnis superficiei planæ secantis columnā rotundam secundū axis longitudinē & superficiei columnæ, cōmunis sectio est rectangulū sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris basium contentū, ex quo patet, quoniam illa superficies per æqualia diuidit columnā.

Columna rotunda sit, cuius axis e f, secetq; ipsam per e f superficies plana, sitq; cōmunis sectio secundū puncta a b c d. Dico, q̄ sectio a b c d est quadrangula rectangula sub lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris basium cōtenta, ducat enī linea ea in basē columnæ & in superficie secante, hoc est ergo semidiameter circuli basis columnæ. Cōpleat itaq; e g diametrum basis, cadetq; in superficie plana columnā secante, si enī linea e g nō est ducta in superficie plana columnā secante, ducatur linea b e in illa superficie secante, lineæ ergo b e & e a sunt linea una, qm̄ sunt in una superficie, productæ ambo orthogonaliter super axem e f cōtinuæ, similiterq; linea e g cōplet diametrum a e, nō in superficie secante, sed alia, erit ergo linea a g pars in plano, pars in sublimi, qd̄ est contra 1. undecimū, palam itaq; quoniam linea a b est diameter basis, & q̄ punctus g cadit super punctum b. Similiterq; declarandum de linea c d, quoniam est diameter alterius basis, lineæ quoq; a c & b c sunt lineæ longitudinis columnæ, qd̄ est propositum, ex hoc itaq; patet, quoniam cum illa



illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ, qd̄ etiā diuidit p æqualia columnam.

XCIII.

Superficiei secantis columnā rotundā æquedi stāter superficiei per axem secanti, & superficiei columnaris cōmunis sectio, est rectangulū sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus lineis minoribus diametris basium cōtenti.

Sit, ut in præcedenti ppositione, columna secata per planā superficiem secundū sectionem rectangula a b c d, cuius axis sit e f, sitq; nunc superficies plana columnā secans, æquedi stans superficiei a b c d, cuius cōmunis sectio cum superficie columnæ sit h i, k l, ducaturq; à punctis h & i lineæ ppendiculares super diametrum a b per 12. primi, quæ sint h m, i n, erit itaq; linea m n æqualis lineæ h i, ut patet per 34. primi, linea enim a b & h i sunt æquedistantes ex hypothesi, & lineæ h m & i n sunt æquedistantes per 28. primi, est ergo linea h i minor diametro a b, similiter quoq; i k minor est diametro c d, ductis ppendicularibus lineis, quæ l o & k p, sed lineæ h k & i l sunt lineæ longitudinis columnæ, patet ergo, ppositum.

XCV.

Omnis superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam, secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundū punctū contingit superficies plana, pposita corpora sicut sphaerā, qm̄ in ipsis est longitudo, quæ non est in sphaera, sed utiq; contingit ipsa secundum superficiem, qm̄ cum in quolibet istorū corporū sunt infiniti circuli suis basibus æquedistantes & ipsæ bases, accideret illos secundū lineas in superficie plana contingente, ductas ad ipsorū contactum, non contingi secundū punctum, sed secari, qd̄ est contra 15. tertij, & impossibile, non ergo contingit superficies plana, pposita corpora secundū superficiem, restat ergo, ut secundū lineam contingat, & quia cōtingit in pyramide uerticē & basem & in columna ambas bases, patet, q̄ utrunq; illoꝝ secundum lineas suarum longitudinum est contingens, patet ergo propositum.

XCVI.

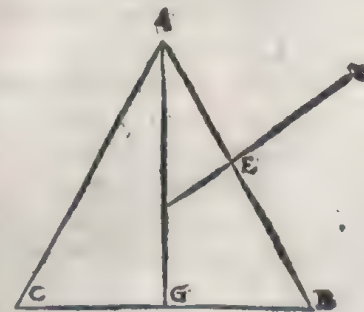
Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ, necessario transit per ipsarum axem.

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius linea longitudinis sit a b, & eius axis a g, & sit linea d e ppendicularis super curuā illius superficiem. Dico, q̄ linea e d transit per axem a g, ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g, quia ergo linea e d est ppendicularis super curuam superficiem, ppositam, palam p diffinitionē, qm̄ linea e d est ppendiculariter erecta super superficiem contingente pyramidem super aliquā lineam suæ longitudinis, sit hoc super lineam a b, cadit ergo linea e d super lineam a b, palam ergo per 2. undecimū, qm̄ lineæ d e & a b sunt in eadem superficie, & quia linea d e est ppendicularis super curuam superficiem pyramidis, patet, q̄ illa superficies erit erecta super superficie conicam pyramidis, & in ipsa est linea a b, producta ergo trās pyramidē, secabit ipsam secundū lineam longitudinis a b p æqualia diuidēs pyramidē, & trāsibit p axem a g per 90. huius, trigonū a b g cum linea d e est in eadem superficie, quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, qd̄ est a b, continet angulum rectum, qui est d e a, angulus uero e a g est acutus, palam, quia linea d e cōcurrit cum linea a g per 14. huius, transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ, qd̄ est ppositum, qm̄ in columna rotunda eodem modo demonstrandū, in illis enim, quia linea longitudinis a b æquedistat axi, & lineæ d e & a b & axis sunt in eadem superficie, patet per 2. huius, quia linea d e concurrens cum una linearum æquedistantium, ideo cum a b & cum axe necessario concurret, & hoc pponebatur.

XCVII.

Omnis superficies plana superficiei contingenti, pyramidem uel columnam

f 2 nam



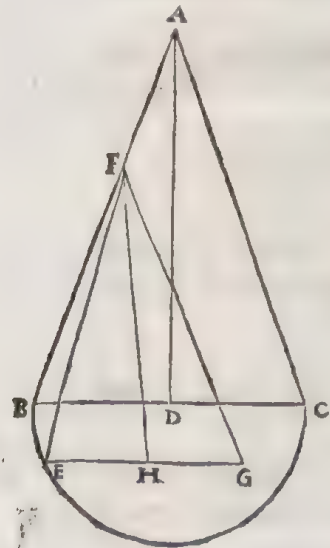
nam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessario secat pyramidē uel columnam per ipsius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana, palam ergo per 95. huius, qm̄ contingerit illam secundū lineam longitudinis, superficies itaq; huic superficie orthogonaliter in loco contactus insistens, est perpendicularis super superficiē curuam pyramidis uel columnae, & ipsoꝝ cōmunis sectio est linea longitudinis, sup̄ quā in superficie erecta ducantur perpendiculares. ea itaq; lineae per praemissam transibunt axem pyramidis uel columnae rotundae, ergo & superficies illam axem transiens, secabit pyramidem uel columnam secundum axem, & hoc pponitur.

XCVIII.

Omnis superficiei planae secantis pyramidem rotundam non per uerticem, & superficiei conicae pyramidis, communem sectionem figuram triangularem esse impossibile.

Esto pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrum basis d, & axis a d, quā secundum axis longitudinē secet superficies plana secundū trigonum a b c per 90. huius,



secetq; ipsam alia superficies erecta super trigonum a b c, nō per uerticem secundū sectionē, quae sit e f g, cuius supremus punctus sit f, & sit linea e g aequedistans alteri diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h, & ducatur linea f h a supremo puncto sectionis ad medium suae basis, & quia linea e g est linea recta, quae est aequedistans diametro basis pyramidis, & punctū f signatū est in superficie conica in supremo, superficies e f g secat conicā superficiē. Si itaq; sectio e f g sit trigonū, f. rectilineū, patet, qm̄ duae lineae longitudinis pyramidis, quae sunt e f & g f, concurrunt in puncto f praeter uerticem pyramidis, quod est impossibile & contra 91. huius. Trigonū quoq; circuli lineam fieri est impossibile, quoniam superficies secās supponit esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una, cum itaq; illa sectio sit linea una, dicat sectio conica uel pyramidalis, si itaq; axis pyramidis q̄ est a d sit aequalis semidiametro basis, quae est b d, palam, quia pyramis a b c est orthogonia, qm̄ angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quae est cōmunis sectio superficie e f g, & trigoni a b c aequedistat lineae a c, quae est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c sit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & similiter angulus h f a, tunc itaq; sectio e f g dicitur sectio rectangula, uel parabola, & est illa, quā Arabes dicunt mukesh. Si uero linea h f & a c non aequedistant, sed cōcurrant, si concursus fiat ad partem puncti a, quae est uertex pyramidis, tūc patet per 14. huius, q̄ angulus h f a erit obtusus, & tunc sectio e f g dicitur ampligonia uel hyperbole uel mukesh addita. Si uero linea d f & a c concurrant uersus punctū c, qui non est uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc sectio e f g dicitur oxigonia, uel elipsis uel mukesh diminuta, & secundum hunc modum istae sectiones & earum passionēs amplissime uariantur.

XCIX.

Omnis superficiei planae secantis pyramidem uel columnam lateratam trās axem, aequedistans basi & superficiei pyramidalis uel columnaris cōmunis sectio est similis periferiae basis, & si illa sectio periferiae basis est similis, superficies secans aequedistat basi pyramidis uel columnae.

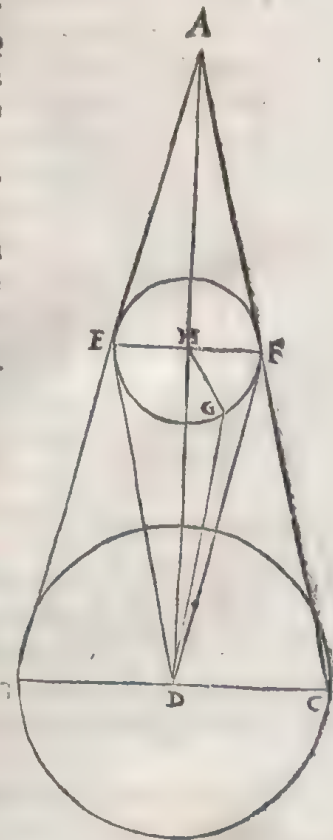
Si enim illa sectio basis aequedistat, omnes trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni sunt aequianguli per 29. primi. patet ergo per 4. sexti, q̄ tota periferia sectionis est similis basi pyramidis, quoniam omnia latera trigonorum totalium & partialium erunt

erūt pportionalia, & si illa sectio est basi similis, est etiā basi aequidistans, qm̄ si nō est aequidistans, erit alia scdm̄ idē punctū secās per axē, aequidistans basi similis periferiae basis p̄missa, sequit̄ itaq; ut una similis, alia quoq; non similis, secundū idem punctū secant axem pyramidis, alia uero aequidistans basi fieri poterit p 31. primi, ducta ab uno puncto primae sectionis linea aequedistans alicui lineae basis pyramidis, & a ternis illius alijs lineis aequedistantibus reliquis lineis basis, pductis, ex hoc autem accidit impossibile, qm̄ sequit̄ ex hypothesi angulum extrinsecū ppter trigonorum similitudinē aequalem fieri intrinsecū, cum ab uno puncto exeant duae lineae aequales angulos cōtinentes angulis illis, qui sunt per lineam periferiae basis. patet ergo ppositum in pyramidibus, & eodem modo demonstrandū est in columnis lateratis, & facilius ppter aequalitatē lineae p 34. primi.

C.

Omnis superficiei planae secantis pyramidem uel columnam rotundam transaxem aequedistans basi, & curuae superficiei pyramidis uel columnae cōmunis sectio est circulus, & si illa sectio est circulus superficies secans est aequedistans basi, ex quo patet, q̄ omnis plana superficies aequedistans basi si secans pyramidē uel columnā, nouam pyramidē constituit uel columnā.

Sit pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, diameter b c, & centrū basis d, secetq; ipsam superficies plana aequedistans basi, & sit cōmunis sectio superficiei illius & superficiei conicae pyramidis linea e f g. Dico, q̄ linea e f g est periferia circuli, secet enim alia superficies plana pyramidē per uerticem & per axem, quae est a d, cōmunis itaq; superficiei & pyramidis sectio, est trigonum, qd̄ sit a b c per 90. huius. secetq; superficies e f g axem a d in puncto h, & trigonum a b c secet superficiem e f g in linea e h f, erit ergo linea e h aequedistans lineae b d p 16. undecimi, est ergo per 29. primi & per 4. sexti, pportio lineae b a ad e a, sicut lineae c a ad lineam e f, ergo per 7. huius, erit euerim pportio lineae b a ad lineam b e, sicut lineae c a ad lineam e f, ergo per 16. quinti erit permutatim pportio lineae b a ad lineam c a, sicut lineae b e ad lineam e f. Sed linea b a est aequalis ipsi c a per 89. huius, & anguli quos continent lineae longitudinis pyramidis cum semidiamentris basium, sunt aequales. palam per 4. primi, quia linea d e est aequalis lineae d f, & angulus e d b est aequalis angulo f d c, quia uero angulus h d b aequalis angulo h d c, qm̄ ambo sunt recti, & angulus e d b aequalis angulo f d c, remanet angulus e d h aequalis angulo f d h, quoniam sunt residuae partes rectorū super angulos aequales. palam ergo per 4. primi, qm̄ linea e h est aequalis lineae h f. Similiterq; ductis lineis h g & d g, & completa, put in praemissis figuratōe declarabitur, quoniam linea f h est aequalis lineae g h, sunt enim trigona aequiangula, ut patet intendenti, ergo per 19. tertij punctū h est centrum circuli, est ergo e f g linea circūferentia circuli, qd̄ est ppositum. Et si sectio e f g est circulus, palam, qm̄ superficies plana secundum illum circulū secans pyramidē, est aequedistans basi, erit enim ea f pyramis, cuius axis a h, & centrum basis h, erit itaq; linea longitudinis, quae est e a, aequalis lineae f a per 89. huius. Sed linea b a aequalis est ipsi c a, remanet ergo linea b e aequalis ipsi e f, erit quoq; linea e d aequalis lineae f d per 4. primi, & quia trigona e h d & f h d sunt aequalia inter se latera habentia, ergo per 8. primi angulus e h d est aequalis angulo f h d, ergo per diffinitionē lineae super superficiem erectae patet, q̄ linea d h erecta est super superficiē e f g, sed eadem linea h d est erecta super basem pyramidis, cuius diameter est b c, ergo per 14. undecimi superficies e f g est aequedistans basi datae pyramidis, quod est ppositum, qm̄ simpliciter secundū praemissum in pyramidibus modū, in columnisq; rotundis potest demonstrari, & propter aequedistans



æquedistantiâ linearum longitudinis columnarum facilitas accedit demonstrationi, sunt enim lineæ d f, d g, d e æquales, ergo & lineæ h e, h g, h f, eritque sectio e g f circulus per 9. tertij, & conuersa simpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc pponatur. Per hæc itaque patet manifeste, quoniam omnis plana superficies secans quamcunque pyramidem æquedistanter suæ basi, nouam constituit pyramidem, cuius in pyramide rotunda basis est circulus, & in laterata pyramide, superficies similis basi illius sectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, semper tamen uertex illius pyramidis abscissus, est idem cum uertice prioris, & axis abscissæ, pars axis ipsius prioris, datæ basis quoque æquedistantat basi. Similiter quoque sit in columnis rotundis uel lateratis, superficies enim æquedistanter basibus secans quamcunque columnam, nouam efficit columnam rotundam uel lateratam, imò duas, scilicet abscissam & ipsam residuam, quod non accidit in pyramidibus, patet ergo totum quod pponatur.

C I.

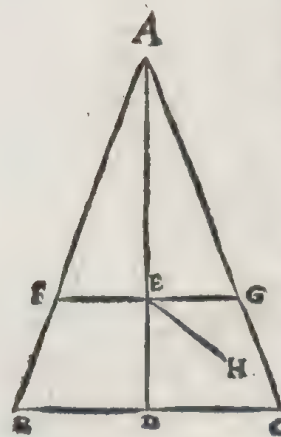
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius superficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim superficies plana secans pyramidem uel columnam trans illius punctum & trans axem, quod fiet, si à puncto dato ducatur linea recta super axem, illa ergo linea & axis sunt in una superficie per 2. undecimi, quæ superficies secabit pyramidem secundum lineam longitudinis per illud punctum transeuntem per 90. huius, columnam quoque per 92. huius, patet ergo propositum.

C II.

A dato puncto, siue in axe, siue in superficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnarum circulum circumducere.

Est pyramidis, cuius uertex punctum a, axis uero a d, in quo sit datus punctus e, à quo debemus circulum totali superficiem conicæ circumducere. Sit itaque, ut superficies plana secet pyramidem secundum axem a d trans punctum e, communis itaque sectio illius superficiem planæ & superficiem conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius basis sit b c, quæ erit diameter basis pyramidis. In hac itaque superficie per 11. primi ducatur à puncto e linea perpendiculariter super axem a d, quæ producta ad conicam superficiem sit f. & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter super a d, cadatque punctum e in conica pyramidis superficie, & similiter ducatur linea e b perpendiculariter super axem a d, cadatque punctus h in conica superficie, quia ergo linea a e super communem terminum lineæ e f, e g, e h orthogonaliter insitit, palam per 5. undecimi, quoniam illæ lineæ sunt in una superficie, eritque per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta super illam superficiem f g h, & quoniam linea a d erecta est perpendiculariter super basem pyramidis per 89. huius, & per diffinitionem pyramidis, patet per 14. undecimi, quoniam superficies f g h æquedistantat basi pyramidis, est ergo per 100. huius f g h circulus, quod si punctus datus sit in superficie conica, sit ille punctus f, & ducatur à puncto f perpendicularis super axem a d, quæ sit f e, per 12. primi, educanturque à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares super axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus compleatur demonstratio, patet itaque propositum, quoniam simpliciter eodem modo negociandum est in columnis.



C III.

Omnis superficiem secantis pyramidem uel columnam rotundam trans axem non æquedistanter basibus, & superficiem curuæ, communem sectionem circulum esse est impossibile.

Sit pyramidis, cuius uertex a, diameter basis b c, & centrum basis d, & axis a d, secetque ipsam superficies plana trans axem a d in puncto e non æquedistanter basi, & sit communis sectio huius superficiem planæ & superficiem conicæ f g h k. Dico quod hæc sectio non est possibile, ut sit circulus. Esto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica superficie du-

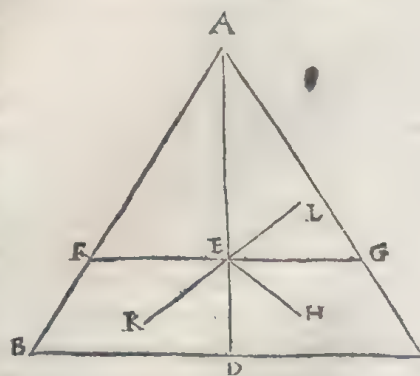
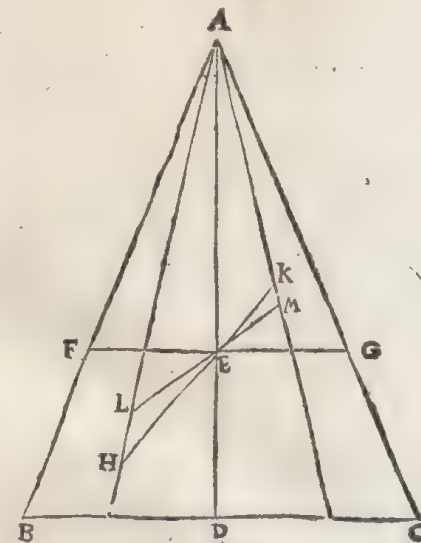
catur

catur circulus per præmissam, hoc itaque æquedistantat basi per 100. huius, sitque f g l m, & signentur lineæ longitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m, & itaque omnes erunt æquales per 89. huius, ideo, quod superficies æquedistantat basi pyramidis, nouam pyramidem abscindit per 100. huius, & quoniam sectio f g h k non æquedistantat basi pyramidis, patet, quod non æqualiter distat à uertice pyramidis, quæ est punctum a, sit itaque punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l, producta, & punctus k sit propinquior uertice a, & cadat in linea a m, erit itaque linea a h maior quam linea a l, & linea a k minor est quam linea a m, & continentur lineæ h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m, & quoniam angulus a l e est acutus per 89. huius, erit angulus h l e obtusus per 13. primi, ergo per 19. primi latus h e trigoni h e l est maius latere e l, sed latus e l est æquale latere e f per diffinitionem circuli, linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum sectionis, quia est communis sectio circuli & superficiem obliquæ pyramidem secantis, inæquales itaque lineæ ab hoc puncto e, producantur ad periferiam sectionis, non est ergo sectio illa circulus per circuli diffinitionem. Dicemus ergo illam sectionem in pyramidibus pyramidalibus, & in columnis columnalibus, est tamen illa in 98. huius prius dicta sectio oxigonía uel elipsis, & quoniam talis sectio est figuræ oblongæ, patet, quod ipsa habet diametros plurimas omnes inæquales, & per illud punctum axis secti corporis transeuntes ipsam quoque sectionem per æqualia diuidentes, quorum maxima est, quæ transit longitudinem sectionis, minima uero est, quæ pertransit latitudinem, & est super maximam diametrum orthogonaliter erecta, patet itaque propositum.

C IIII.

Omnium duarum planarum superficialium secantium pyramidem uel columnam rotundam trans idem punctum axis, si una æquedistanter basi, & alia non æquedistanter secuerit, communis sectio est linea recta transiens pyramidem uel columnam orthogonaliter super axem, ex quo patet, quod siue circuli periferia, siue sectio alia quæcunque non in eadem superficie, quamcunque secuerit sectionem, in duobus tantum punctis ipsam interfecabit.

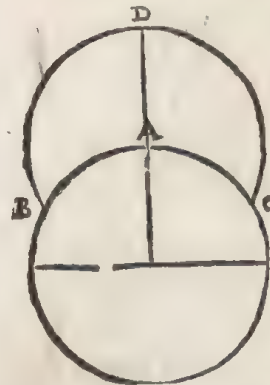
Sit ut pyramidis, cuius uertex a, & axis a d secetur secundum punctum axis e, & per duas planas superficies, quarum una secet æquedistanter basi ut f g h, alia uero non æquedistanter ut f g k l. Dico, quod communis sectio istarum superficialium est linea transiens pyramidem orthogonaliter super axem, ut est linea f e g, quod enim illæ superficies se interfecunt, patet per hoc, quod aliquæ lineæ in ipsis productæ, ad unum communem terminum copulentur, & in illo se interfecant, ut in puncto e. Quod enim illarum superficialium communis sectio sit linea recta, patet per 3. undecimi, quod autem illa linea, quæ est illarum lineæ communis sectio, sit orthogonaliter super axem pyramidis, quæ est a d, patet per 14. undecimi, axis a d est perpendicularis super basem pyramidis & super superficiem f g h, quoniam illæ superficies sunt ex hypothesi æquedistantes, ergo per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in superficie f g h est perpendicularis super axem a d, linea uero quæ est communis sectio istarum superficialium secantium, necessario in superficie cadit f g h, alioquin non esset communis sectio, palam ergo, propositum primum, quoniam communis sectio superficialium taliter, ut pponitur pyramidem secantium, est orthogonaliter super axem pyramidis.



ramidis, & eodem modo demonstrando. Idem patet in columnis rotundis, ex quo patet & corollarium, quoniam si communis sectio salium superficialium est linea recta. In duobus autem tantum punctis, qui sunt termini illius lineae, fiet intersectio illarum sectionum, quibus in pluribus punctis hoc sit fieri possibile, cum se intersecant in eadem plana superficie, patet ergo propositum.

CV.

Ex aliquo puncto basis periferiae columnae rotundae semicirculo in superficie conuexa uel concava columnari circumducto, necesse est lineam semicirculum illum per aequalia diuidentem ad superficiem basis erectam esse.



Sit ut ex aliquo puncto periferiae basis columnae rotundae q sit a, circumducatur semicirculus in superficie columnae concava uel conuexa, quae sit b c d, & eius centrum erit punctum a, sitq; ita, ut linea a d diuidat illum semicirculum per aequalia in puncto d. Dico q linea a d est erecta super superficiem basis columnae, quoniam enim arcus b d est aequalis arcui d c, patet, q angulus d a b est aequalis angulo d a c per 26. tertij, est igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnae, est ergo erecta super basem per 92. huius, patet ergo, ppositum.

CVI.

Datae pyramidi rotundae pyramidem eiusdem uel diuersae altitudinis inscribere, ex quo patet inscriptae angulum ad basem, angulo circumscribentis maiorem esse: & si inscripta pyramis ad aliam basim priori basi aequedistantem producat, anguli productae ad basem, angulis datae pyramidis maiores erunt, & quantumcunque anguli ad basem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

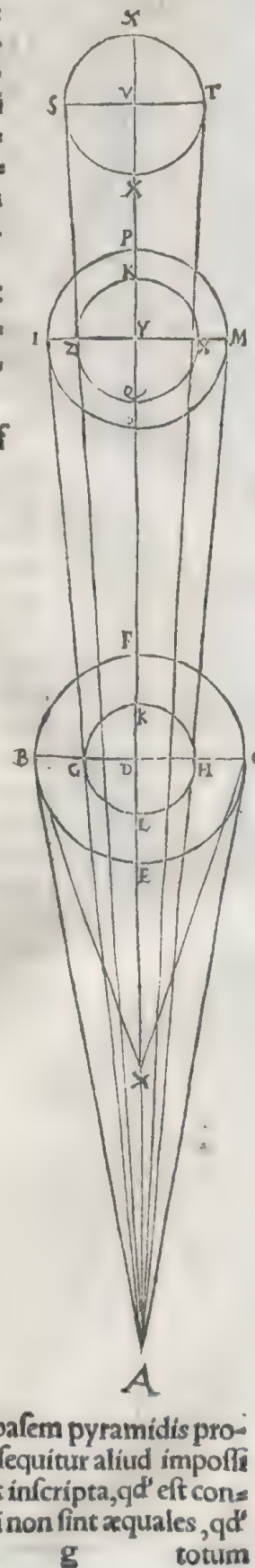
Esto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiusdem altitudinis debet inscribi, sit orthogonia, & sit a b, a c, a e, a f lineis suae longitudinis signata, & axis eius sit a d, abscindatur itaq; semidiameter basis quae est d c, ut libuerit, & sit abscisa in puncto h, producat itaq; linea a h, & habetur triangulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt, prouenietq; pyramis a g h i k, cuius axis a d, & sic potest fieri inscriptio ad quocunque punctum lineae d c, & hoc est qd' proponebatur primum. Qd' si diuersae altitudinis pyramidem ad basem communem inscribere placuerit similem priori datae, signato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis, quod sit x, producat lineam a puncto x ad totam periferiam, ut x b, x c, x e, x f, & patet propositum. Similiter erit faciendum, si quis inscribere uoluerit pyramidem ad basem minorem base pyramidis datae, patet autem ex praemissis, cum omnes anguli cuiuscunque pyramidis ad basem, sint aequales per 89. huius, quoniam ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli causantur, palam, q quicquid in triangulo causante maiorem pyramidem respectu trianguli causantis minorem pyramidem proueniet, in oibus similibus & aequalibus triangulis maioris pyramidis ad similes triangulos maioris prouenire necesse est. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d sit per 16. primi maior angulo a c d, trianguli d c a, quoniam est extrinsecus, patet, q omnes anguli pyramidis a g h i k ad basem sunt maiores omnibus angulis pyramidis a b c e f ad basem existentibus, & eodem modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi a g h i k, & hoc est secundum propositum. Qd' si linea longitudinis, quae est a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiatq; angulus a m n rectus, & secundum eum compleatur pyramis a l m o p super axem a n, patet tertium propositum, quoniam anguli productae pyramidis, qui sunt ad basem, erunt maiores angulis ad basem primae datae pyramidis, quoniam ex 29. primi angulus n m a aequalis est angulo d h a, & angulus d h a maior est angulo d c a, ergo angulus n m a maior est angulo d c a, omnes ergo anguli ad

ad basem pyramidis a l m o p angulis ad basem pyramidis a b c e f sunt maiores, quilibet, s. suo correspondenti. Eodem autem modo demonstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi a g h i k, producat ad basem dictae pyramidis priori basi aequedistantem, est enim idem modus, patetq; ex praedictis ultimum, ppositum, s. quia quantum anguli ad basem ampliantur, tantum anguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuuntur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum sint aequales duobus rectis per 32. primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, q ergo in uno illorum addit, necesse est ut in reliquo minuat, & hoc est totum qd' pponebatur.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundae inscribatur, sic ut ambarum eadem basi existente diuersae sint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea consistere est necesse.

Esto pyramis data, quae sit a b c e f, cuius basis sit circulus b c e f, & eius centrum d, sitq; axis pyramidis a d, & sit exempli gratia orthogonia, inscribaturq; ei per praecedentem ad eandem basem pyramis breuioris axis taliter, q intra illam contineatur. Dico q centrum circuli basis ambarum pyramidum, qd' est d, & uertex datae pyramidis, q est a, & uertex inscriptae pyramidis qui sit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidem patet de punctis a & d, q autem punctum g in eadem sit linea, pbat. Si enim non est in eadem, ergo ad aliquam partem extra illam lineam declinat, sit ergo nunc eius declinatio ad partem dexteram uersus lineam a c in superficie trianguli a d c, producat g d linea, quia itaq; p 89. huius, omnes lineae longitudinis eiusdem pyramidis sunt aequales, patet, q latera g b & g c sunt aequalia, sed & b d est aequalis ipsi c d, & axis g d communis, ergo per 8. primi, angulus g d c est aequalis angulo g d b uterq; ergo est rectus. Sicut autem angulus a d c est rectus, sic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus est pars recti, hoc autem est impossibile, patet ergo, cum ubicunque extra lineam a d signato puncto g, semper idem accidit impossibile, quoniam punctus g necessario erit in linea a d, hoc est, ppositum. Qd' si a puncto g ad basem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in puncto d centrum circuli basis, sequitur aliud impossibile contra hypothesim, s. q ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta, qd' est contra praemissa, uel sequitur, q linea ducta a centro ad circumferentiam non sint aequales, qd'



totum est impossibile, patet ergo illud quod proponebatur.

CVIII.

Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarum æqualium basium & inæqualium altitudinum, uerticem altioris, acutioris anguli esse necesse est.

Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarum sit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h sit bassior, sintque ipsarum bases b c & e g æquales, & axis f h breuior axe a d. Dico quod angulus b a c est minor angulo e f g. Resect enim ab axe a d æqualis axi f h, quæ sit a k, & ducantur lineæ b k & c k, erit itaque pyramis b k c æqualis e f g, secetque superficies plana ambas pyramides a b c & b k c, eruntque per 90. huius communes ipsarum sectiones trigoni. sit ergo ut secetur pyramis a b c secundum trigonum b a c, & pyramis b k c secundum trigonum b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis alijs superficiebus secantibus, erunt semper trigona istis æqualia & æquiangula, patet ergo, ppositum.

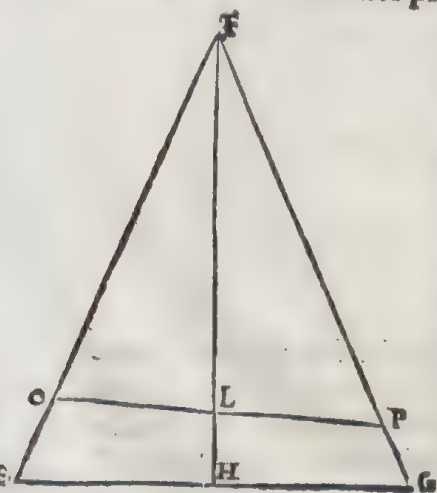
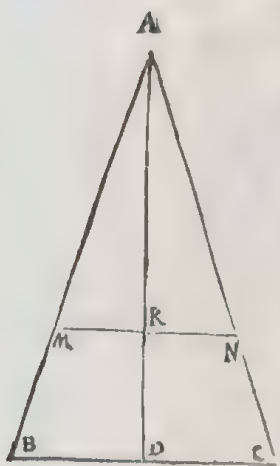
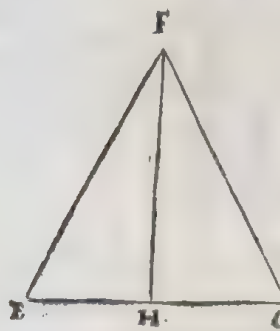
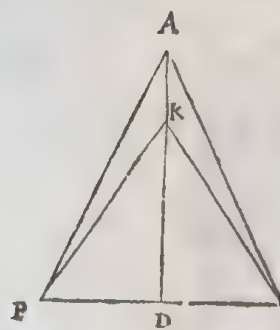
CIX.

Si à uerticibus duarum pyramidum rotundarum uel lateratarum inæqualium altitudinum & æqualium basium, duæ pyramides æqualis inter se altitudinis abscindantur, necesse est basem pyramidis abscisæ ab altiori base alterius abscisæ minorem esse.

Duarum pyramidum rotundarum ambarum, uel lateratarum ambarum æqualium basium sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a, & bassior pyramis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex f, abscidaturque ab axe a d linea a k æqualis lineæ f l, abscisæ ab axe h f. secetur itaque pyramis altior per superficiem planam per axem, eritque per 90. huius sectio communis trigonus qui sit a b c, & similiter secetur altera pyramis per axem, & sit sectio trigonus e f g, & à puncto k ducatur linea k m æquedistans basi b d, & similiter à puncto l ducatur linea l o æquedistans basi e h p 31. primi, eritque per 29. primi, & per 4. sexti, pportio lineæ b d ad lineam k m, sicut lineæ da ad lineam a k, & pportio lineæ e h ad lineam o l, sicut lineæ h f ad lineam f l, est autem linea a k æqualis lineæ f l, & linea d a maior quæ lineæ f h ex hypothesi, ergo per 4. quinti maior est pportio lineæ d a ad lineam a k, quæ sit lineæ h f ad lineam f l, est ergo maior pportio lineæ b d ad lineam m k quæ lineæ e h ad lineam o l, sed lineæ b d est æqualis ipsi e h ex hypothesi, ergo per 10. quinti lineæ o l est maior quæ lineæ k m, & similiter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigonis

g, sequitur lineam l p esse maiorem quæ sit lineam k n, & tota linea o p erit maior quæ lineam m n, circūducatur itaque per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quorum unus diameter sit m n, & alterius o p, eritque o p maior circulo m a, & quia circuli illi æquedistant basibus pyramidis, patet p 100. huius, quod à uerticibus abscindunt pyramides, quarum axes sunt a k & f l, quæ ex præmissis sunt æquales. Idemque penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis æquedistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datæ pyramidis & lineis ad axes æquedistantibus, quibusdam lineis productis à trinis laterum basium ipsarum pyramidum ad punctum terminantem axem super basem, patet ergo propositum per 99. huius.

Si



CX.

Si pyramis rotunda sphaeram intersecet, nec eius conica superficies à superficie sphaeræ intersecetur, communis sectio superficieum sphaeræ & pyramidis erit circumferentia circuli basis pyramidis.

Quoniam enim per 69. huius superficies plana secundum circulum secat sphaeram, basisque pyramidis superficies plana est, quia circulus, palam, quod illa basis sphaeræ secundum circulum interfecabit, interfecat autem pyramis sphaeræ superficiem secundum totam suam basem, quia superficies eius conuexa conica à superficie sphaeræ non interfecatur, ut patet per hypothesim, patet itaque, quod communis sectio superficieum dictarum, erit circumferentia circuli basis pyramidis, superficiesque illa circumferentia contenta, quæ est circulus, quod est basis pyramidis, erit superficies communis, & si alias corpusculum, quod est pars sphaeræ resectum à sphaera per illam superficiem, sit corpus uterque dictorum corporum commune.

CXI.

Si pyramis sphaeram intersecet, sit ut circulus basis pyramidis in sphaeræ superficie circulo maiori sphaeræ æquedistat, diametrum sphaeræ super illum circulum maiorem erectam, centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transire necesse est, ex quo manifestum est, diametrum sphaeræ & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam.

Quia enim per præcedentem circulus, qui est basis pyramidis, communis est sphaeræ, sicut pyramidi, tunc per 68. huius patet, ppositum, quia enim circulus, qui est basis pyramidis, æquedistat circulo magno sphaeræ, & si circuli æquedistantes sunt ambo in superficie sphaeræ, erit diameter sphaeræ centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transiens, transit enim orthogonaliter centra ambo illorum circulorum, & quoniam à termino aliquius lineæ ductæ à centro communis circuli ad circumferentiam exeunt duæ lineæ orthogonaliter super ipsam insistentes, scilicet axis pyramidis, ut patet per 89. huius, & diameter sphaeræ, ut præmissum est, patet ex 14. primi, quod illæ duæ lineæ coniunctæ, sunt linea una, diametrum ergo sphaeræ & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam necesse est, & hoc est quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendicularium super periferiam oxigonie sectionis productarum, trans eius superficiem unica est, perpendicularis super sectionem corporis axem, & ipsa est minima diametrorum sectionis.

Sicut enim patet per 104. huius, communis sectio superficieum ipsius sectionis oxigonie & circuli secundum idem punctum axem secantium, est linea orthogonalis super axem sectionis corporis, in alijs autem omnibus punctis sectionis, perpendiculares super sectionem, productæ, oblique incidunt axi, quoniam si aliqua ipsarum ipsi axi perpendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi, axis super superficiem sectionis perpendicularis erit, quod est contra naturam sectionis, patet ergo propositum.

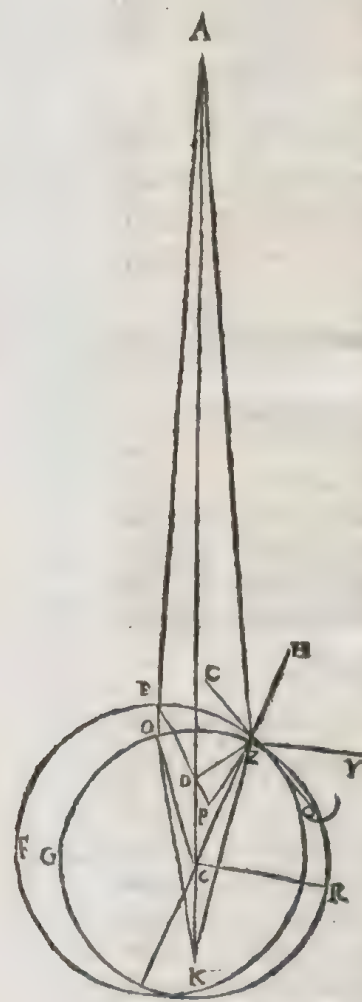
CXIII.

In sectione pyramidalis transeunte punctum datum superficie pyramidis rotundæ, à puncto dato perpendiculari in superficie sectionis, ductam super superficiem pyramidis cum perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis remotiore à uertice pyramidis super lineam in illo puncto sectionem contingentem sub axe pyramidis concurrere est necesse: Dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari, ducta à puncto superiori super axem pyramidis, angulum contineat acutum.

Esto pyramis, cuius uertex sit a, & eius axis sit a k, sitque in superficie conica huius pyramidis signatus punctus e, quæ transeat sectio pyramidalis quæ sit b f, e z, in qua

g 2 etiam

etiam sit punctus z, remotior a puncto a uertice pyramidis q̄ sit punctus e, contineatq̄ linea ducta a puncto z ad axem cum perpendiculari ducta a puncto e angulum acutum. Dico q̄ si ducatur a puncto z linea perpendicularis super lineam in illo puncto z, ipsam sectionem oxigoniā contingētē, & alia perpendicularis super superficiē contingētē pyramidem in puncto e, ducatur a puncto e, q̄ illae duae perpendiculares concurrēt sub axe a c b, sit enim, ut superficies plana secet pyramidem super punctum z aequidistans basi, & hoc quidē per 100. huius, secabit eam secundū circulum, sit ille circulus g b r z, cuius centrum sit c, cōmunisq̄ sectio huius circuli & sectionis oxigoniā sit diameter ut corda circuli, q̄ est g b r z per 104. huius, & a puncto uerticis pyramidis per 101. huius, ducantur per signatā in superficie pyramidis puncta e & z linea lō



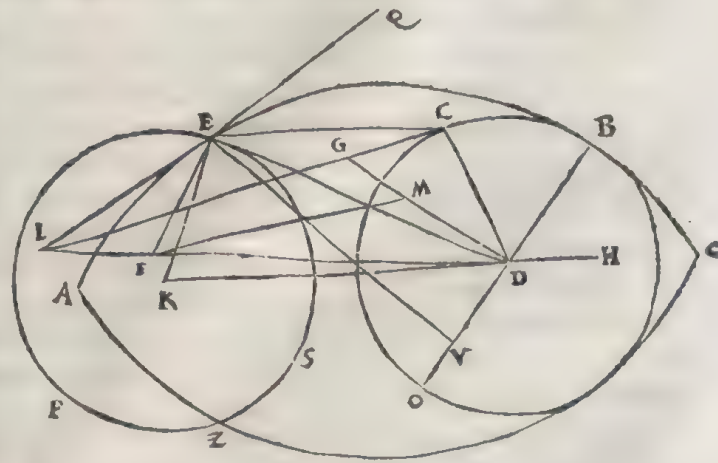
gitudinis pyramidis quā sint lineae a z & a e, & pducatur linea a e, donec ipsa sit aequalis lineae a z. Veniet quidē ad circulum, eo q̄ est linea longitudinis, & quia punctus p̄p̄inquitior est uertici pyramidis q̄ sit punctus z, cadat ergo linea a c producta in punctū circuli o, & a puncto dato qui est e, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingētē pyramidem, hoc quidē per 96. huius concurrat cum axe pyramidis qui est a c k, concurrat ergo in puncto d, & sit illa perpendicularis e d, copuletur quoq̄ linea z d, continens angulū acutum cum perpendiculari e d, qui sit angulus z d e, & qm̄ linea d z est in superficie sectionis per 1. undecimi, sicut & puncta d & z, tunc a puncto o lineae longitudinis a e o ducatur perpendicularis super lineam a d per 11. primi, & ducatur a centro circuli g b r z, qd̄ est c semidiameter c o, quia ergo per 89. huius, angulus c o a est acutus, patet, q̄ perpendicularis super lineam a c ducta a puncto o, cadet sub centro circuli qd̄ est c in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat cum axe in puncto k, & sit o k aequidistans lineae e d per 6. decimi, & ducatur linea k z, & ducatur linea contingens sectionē in puncto z quā sit c q, & ducatur alia contingens circulū g b z in puncto z per 16. tertij, quā sit z u, & ducatur diameter circuli quā sit b c z, & a centro c ducatur semidiameter perpendicularis super diametrum b c z, quā sit c r, & quia axis a c k orthogonaliter erigitur super centrum circuli g b z per 89. huius, erit linea c r perpendicularis super axem a c k, qm̄ est semidiameter circuli, ergo per 4. undecimi linea c r est perpendicularis super superficiē a c z secantem pyramidem per axem. Sed & linea c r est aequidistans lineae contingenti circulū in puncto z, qui est y z per 28. primi, ergo per 8. undecimi linea z y est perpendicularis super superficiē a c z, linea ergo t q contingēs sectionem oxigoniā b f e z, in puncto z continet angulū acutum cum linea y z, & quia linea t q continet angulū acutum cū z y. patet q̄ linea t q non est perpendicularis super illam superficiē a c z, uerum, quia punctus k, qui est punctus axis, ut patet per 89. huius, & per diffinitionē politam, in principio est polus ad circulū b r z, palam per 65. huius, quia lineae k o & k z sunt aequales, & axis a k cōmunis, sed & linea a o est aequalis lineae a z per 89. huius, cum sint lineae 4. longitudinis, ut patet per praemissā, ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k sunt aequianguli, erit ergo angulus a o k aequalis angulo a z k, & qm̄ angulus a o k est rectus, ideoq̄ linea o k ducta est perpendiculariter super lineam a e, ut patet per praemissā, erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z sit perpendicularis super lineā a z, quā est linea longitudinis pyramidis, palam, quia linea k z erit perpendicularis super superficiem contingentem pyramidē secundum lineam a z lineam longitudinis, sed linea t q est in superficie illa contingente, quia est cōmunis sectio superficiē contingētis, & superficiē sectionis b f e z, qm̄ est in superficie contingente pyramidē ducta, contingens sectionem, est igitur linea k z perpendicularis super lineam t q per diffinitionē lineae

lineae super superficiem erectae, ducatur quoq̄ a puncto z in ipsa superficie sectionis per 11. primi, perpendicularis super lineā t q, quā sit linea z h. Cum itaq̄ linea k z sit extra superficiem sectionis concurrens cum linea h z in puncto z, palam q̄ ipsa secabit lineā h z, nec erit una linea cum illa per 1. undecimi. Sunt itaq̄ lineae k z & h z in una superficie per 2. undecimi, superficies ergo k z h secat superficiem sectionis super lineā eis ambobus cōmunē, quā est h z, & per 19. huius, & secat lineam t q in puncto z, & superficies h z k secat superficiem d z h super lineam cōmunem ambobus illis superficiebus, q̄ est linea h z p. Verum linea d z e est in superficie sectionis, ut supra patet, & secatur a lineā k e in puncto z, & punctus t est supra superficiē k z h, & punctus q infra illam, & ita superficies k z h secat superficiē d z q super lineam cōmunē, quā est perpendicularis super lineam t q, & est linea z h, quia linea illa est in superficie h z k, & super eam est perpendicularis linea t q, ut patet ex praemissis, & qm̄ superficies h z k secat superficiē d z q, & de clinatio superficiē h z k a superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q, sit ex parte semidiametri z c, erit linea quā est cōmunis sectionis illarum superficie, & est linea h z p, cadens inter lineas q z & d z, & ita linea z h, quā est a puncto z ducta perpendiculariter super lineam sectionē oxigoniā b f e z, in illo puncto contingētē concurrat cū perpendiculari e d sub axe a c b, qm̄ perpendicularis e d secat axem pyramidis, quā est a c k in puncto d, q̄ autem concurrant, patet per 14. huius, producat enim linea h z ultra punctum z ultra sectionem in puncto p, quia ergo angulus z d e est acutus, & angulus d z p acutus, palam, quoniam concurrunt lineae z k & e d sub puncto d, & sit cōcurus punctum p, patet ergo propositum.

CXIII.

Ab altero duorum punctōrū in sectione columnari signatorū ducta perpendicularis super axem columnae in ipsa superficie sectionis, & a reliquo puncto ducta linea acutum angulū cum illa perpendiculari super axem columnae continente, si ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis super ipsam sectionem, hoc concurrat cum priori perpendiculari sub axe, & sub puncto concursus prioris lineae cum perpendiculari.

Sit sectio columnaris quā a e, b e, in qua signata sunt duo puncta, quā sunt b & e, sitq̄ columnae, in cuius superficie cadit illa sectio, axis linea h d k, & ab altero signatorū punctorum, ut a puncto b, ducatur in ipsa superficie sectionis linea b d, perpendiculariter super axem incidens puncto d, & ducatur item in superficie sectionis a reliquo dato rum puncto, qd̄ est e linea e d, acutum angulū continens cum perpendiculari d b, qui sit e d b, sitq̄ linea contingēs sectionem in puncto e, quā sit exempli causa linea l e q. Dico q̄ perpendicularis a puncto e ducta super lineā l e q, concurrat cum perpendiculari b d sub axe b k, & sub puncto d, q̄ est punctus concursus lineae e d cū perpendiculari b d. Fiat enim per 102. huius super punctū sectionis qd̄ est b circulus aequidistans basibus columnae, qui sit b c o, cuius centrū sit d, & ducatur a puncto e linea lōgitudinis columnae per 101. huius, quā sit e c, & a puncto d per 11. primi, ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d in ipsa circuli superficie, palam ergo, q̄ superficies h d g cū p axem transeat, quā erecta est super circuli superficiem, perpendicularis super eandem circuli superficiem per 18. undecimi, Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit



g 3 aequed

aequedistans superficiei b d g, ideo enim, quia linea longitudinis columnae ducta a puncto b est aequedistans axi h k per 92. huius, & 28. primi, & linea circum b c o contingens super punctum b, est aequedistans lineae g d per 28. primi, angulus enim g d b est rectus ex praemissis, & angulus contentus sub linea d b, & sub linea contingente in puncto b est rectus per 17. tertij, ergo illae superficies aequedistant per 15. undecimi, igitur superficies in qua sunt lineae l e & c, non est aequedistans superficiei h d g per 24. huius, quoniam superficies contingens sectionem oxigoniam in puncto b, non est aequedistans superficiei contingenti eandem sectionem in puncto e, in quo sunt lineae l e q contingens sectionem, & linea longitudinis quae est e c, angulus enim e d b est acutus ex hypothesi. Superficies ergo h d g non aequedistat superficiei l e c, ergo concurret cum illa, concurrat ergo in linea l g p 3. undecimi, & ducatur linea g c, quae necessario erit contingens circum b c o, cuius superficies, in qua ipsa ducitur columna, sit contingens, ducta autem linea c d, erit angulus g o d rectus per 17. tertij, quoniam linea c d est semidiameter circuli, & linea g t contingit circum in puncto t, fiat quoque ut prius super punctum sectionis circuli aequedistans basibus columnae qui sit e s z p, & centrum huius circuli sit punctus axis qui k, & ducatur linea k e, & ducatur in linea d l, quae quidem secabit superficiem e s p, secet ergo illam in puncto f, quia itaque punctum d est in superficie sectionis, ut patet ex praemissis & ex hypothesi, & punctum l, quod est punctum lineae contingens sectionem, est in eadem superficie sectionis, ergo per 1. undecimi tota linea d l est in superficie sectionis, punctum ergo f est in superficie sectionis & circuli e s z p. Sed & punctum e est in ambabus superficiibus, ergo per 1. undecimi linea e f, producta erit in ambabus illis superficiibus, ergo per 19. huius secundum lineam e f secans se superficies sectionis & circuli e s z p, ducatur itaque linea k f, & a puncto f ducatur linea perpendicularis super superficiem circuli b c o per 11. undecimi, quae sit f m, cadetque punctus m in linea d g, ut patet ex praemissis, & ducatur linea t m, palam ergo, quoniam linea k d aequalis, & aequedistans est lineae f m per 25. huius. Sunt enim lineae k d & f m ambae perpendiculares super superficiem circuli b c o & super superficiem circuli e s z p, quoniam illi circuli aequedistant per 32. huius, utraque enim ipsae aequedistat ambabus basibus columnae per 100. huius, quia itaque linea f m est aequalis & aequedistans lineae d k, quae est pars axis, ergo per 33. primi linea k f aequalis & aequedistans est lineae d m, & similiter erit linea f m aequalis & aequedistans lineae longitudinis quae est e t per 30. primi, quoniam linea t e est aequalis & aequedistans axi k d per 92. huius, cum sit linea longitudinis, & erit ut prius linea k d aequalis & aequedistans lineae d t, & linea e f aequalis & aequedistans lineae t m per eandem 33. primi. Verum etiam superficies k d l s, quia transit axem columnae, & angulus g d b est rectus & orthogonalis super superficiem sectionis oxigoniae a e b c, per definitionem superficiei erectae super superficiem, & eadem superficies k d l est orthogonalis super superficiem circuli e s p, quoniam enim illa superficies k d l transiens per axem per 18. undecimi, erecta est super bases columnae, ergo & super superficiem circuli e s p, aequedistans basibus c a, est eadem superficies k d f, quia itaque dicta superficies k d l est erecta super superficiem sectionis oxigoniae & circuli e s p, ergo per 10. undecimi est ipsa orthogonalis super lineam communem dictae sectioni & circulo quae est linea e f, quia linea e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k f, igitur per definitionem lineae super superficiem erectae, angulus e f k est rectus, ergo angulus m d est rectus per 10. undecimi, latera enim illos angulos continentia, neque in aequedistantibus circuloz superficiibus, praetera, aequalia sunt & aequedistantia, ut patet ex praemissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g d c sit rectus per 17. tertij, in trigono autem orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basem perpendicularis quae t m, ergo per 8. & per 16. sexti illud quod sit ex ductu lineae d m in lineam g m, est aequale quadrata lineae m t, & quoniam linea g t contingit circum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentiae quod est t, palam, quoniam linea l g est aequedistans axi k d, quoniam enim superficies secundum lineam longitudinis columnam contingens, quae est l e t g, & superficies secans columnam trans axem quae est h d g sunt erectae super basium columnae superficies per 92. huius, & per 18. undecimi, ergo per 19. undecimi earum communis

munis sectio, quae est in opposita linea l g super eadem superficies basium, perpendicularis erit, aequedistabit ergo axi h k per 6. undecimi, ergo f aequedistat lineae f m per 30. primi, quia ergo in trigono l d g linea f m aequedistat basi l g, patet per 2. sexti, quod linea f m secat illa latera proportionabiliter, est ergo proportio lineae d f ad lineam f l, sicut linea d m ad lineam m g, ergo permutatim per 16. quinti erit proportio lineae d f ad lineam d m, sicut linea f b ad lineam m g, sed d f maior est quam linea d m per 19. primi, quoniam in trigono d m angulus f d m est rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l est maior quam linea m g, ergo illud quod sit ex ductu lineae f d ad lineam f l, maius est illo quod sit ex ductu lineae d m ad lineam m g, ergo & quadratum lineae t m est aequalis lineae y f, ut patet ex praemissis, ergo illud quod sit ex ductu lineae d f ad lineam f l maius est quadrato lineae e f, est ergo trigono d e l angulus l e d maior recto per 30. huius, quia si esset rectus cum linea e f, sit per perpendicularis super lineam d l, esset per 8. & 16. sexti illud quod sit ex ductu lineae d f in lineam f l aequale quadrato lineae e f, restat ergo ut linea sit perpendicularis super lineam contingentem sectionem a e b c, quae est q l, ducta a puncto e, cadat sub linea e d, non perveniet in puncto d, sit ergo illa perpendicularis linea e u, & quia angulus e d b est acutus, & angulus d e b est acutus, quoniam angulus u e q est rectus, ergo per 14. huius lineae e u & d b productae, concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineae e d cum linea b d, quod est evidens, patet ergo oppositum, perpendicularis enim super lineam sectionem contingentem, est perpendicularis super ipsam sectionem columnarem per definitionem factam in principio huius libri.

C X V.

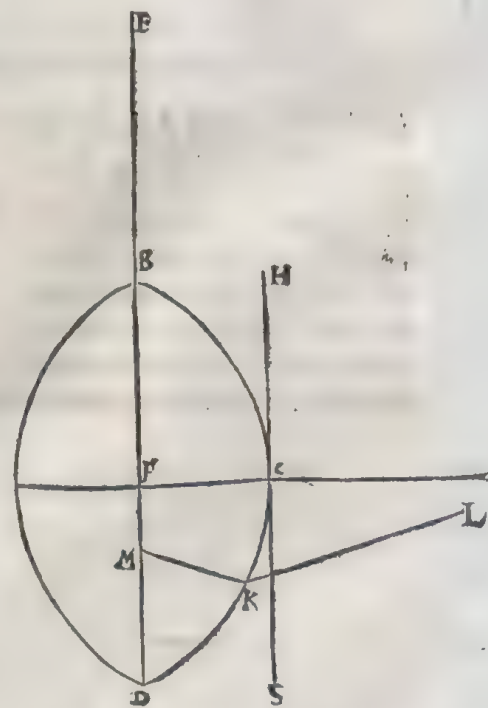
Omnis recta perpendicularis super oxigoniam sectionem producta, taliter dividet sectionem, ut in unaquaque illarum partium unicus tantum sit punctus, a quo ducta contingens aequedistat ipsi perpendiculari.

Esto oxigoniam quae a b c d, quae perpendicularis e b d secet in duas partes quae sint b e d & b a d. Dico quod unaquaque illarum partium est unicus tantum punctus, a quo ducta contingens aequedistat perpendiculari e b d, quoniam enim perpendicularis e b d dividit sectionem, dividatur eius pars b d, cadens intra sectionem per aequalia per 10. primi in puncto f, & ab illo puncto f exigat per 11. primi, perpendicularis super lineam b d, quae producta ad periferiam sectionis in punctum c sit f c, & a puncto c ducatur perpendicularis super lineam f c quae sit g c h, eritque linea g c h contingens sectionem, quoniam ad utramque partem producta, non secabit illam, palam itaque quoniam linea g c h aequedistat perpendiculari super sectionem quae est e b d per 28. primi. Quod si ab alio aliquo puncto partis sectionis quae b e d, ut a puncto k producat lineam contingens sectionem quae sit k b, patet, quoniam illa concurret cum linea g c h per 14. huius, quia ducta linea recta c k a puncto contactus c ad illud aliud punctum k, sient anguli c k l & k c g minores duobus rectis, ideo, quod angulus f c g est rectus, & linea k l cum aliqua linea secante lineam b d, continet angulum rectum, ut forte cum linea k m, quia itaque anguli c k l & k c g sunt minores duobus rectis, ergo per 2. huius illa linea contingens quae k l concurret cum perpendiculari e b d, similiter quoque in parte sectionis quae est b a d facta deductione, patet oppositum.

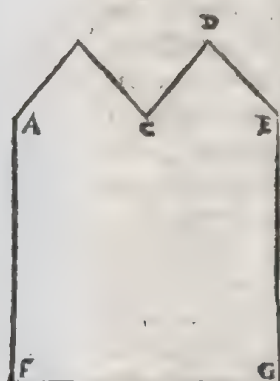
C X V I.

Omnes oxigoniae pyramidales sectiones ampliantur ex parte basis pyramidis, quod non accidit in columnis.

Hoc



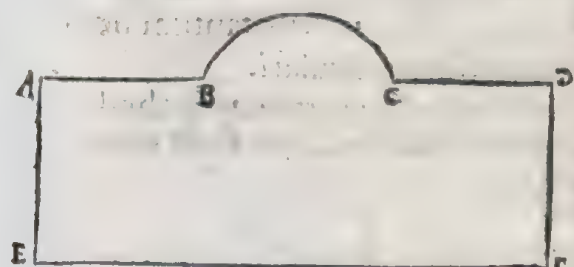
Hoc qd pponitur accidit ppter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. si enim secundū punctum axis pyramidis, cui incidit linea ppendicularis super sectionem pyramidalē ppendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imagineſ columna, cuius basis sit ille circulus. patet q inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit superiorē partem pyramidis, & sic inferior pars sectionis pyramidalis continebit inferiorē partem sectionis columnaris, & superior pars sectionis columnaris continebit superiorē sectionis partem pyramidalis. Partes autē sectionis columnaris sunt æquales propter æqualitatē corporis & angulorum super axem per 92. huius, patet ergo propositum.



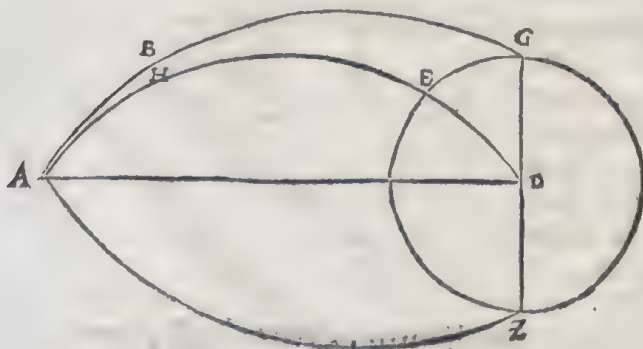
CXVII.

G Omnis superficiei planæ super axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota describit superficiem corporis sibi similẽ, cuius superficiei corporis & superficiei planæ ipsũ corpus per axem secantis, cõmunis sectio est linea similis motæ lineæ illã superficiẽ causante.

Qd̄ hic pponitur, patet satis euidenter in illis lineis rectis motis, quaelibet enim illarum linearū circa axem aliquā mota describit superficiē, cuius omnes lineæ sunt similes ipsi linearū motæ, causante motu suo illam superficiē, hoc enim patet in superficie rectan-



ius diametro fixa describitur sphaera, & omnis superficie plana secantis sphaeram per axem, quae est diameter, & superficiei sphaericae communis sectio est circulus, ut patet haec omnia ex principijs lib. 11. Qd si linea mota circa axem fixum, quae sit f g, fuerit composita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel si linea mota fuerit composita ex lineis rectis & curuis a c t u, ut si a b & c d sint rectae, quarum media b c utramque rectag illarum copulans sit curua, fiatque motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc superficies corporis describitur similes habens lineas ipsis lineis cauantibus illam rotundam superficiem motu suo, qd si linea mota fuerit composita essentialiter ex natura linearum rectag & curuarum, ut sunt multae lineae quae fiunt per motum, uerbi gratia, ali-



qua sectio conica, ut si sectionis pabo-
la medietas quæ mouetur sit a b g, cu-
ius axis a d, & sit linea g d ppendicula-
ris super ipsam axem a d, figuraq; axis
a d, & reuoluat a b g, donec redeat ad
locum a quo exiuit, tunc fiet ex motu
illius lineæ superficies cōcaua uel con-
uexa, cuius basis erit circulus, pueniēs
ex motu lineæ rectæ quæ est d g, sitq;
ille circulus g e z, & eius centrū est pun-
ctū d, qm punctum g motu suo illius
circuli periferiā describit, eritq; uertex
illius

illius causati corporis punctum a, egreditur quoq; ex axe illius corporis quæ est a d superficies plana, utcunq; illius sit possibile accidere, & secet illius corporis superficiem, palam itaq; per 3. undecimi, qm̃ illius superficiei & superficiei corporis cõmunis est linea quæ sit a h e. Dico q; linea a h e est sectio pabola æqualis & similis sectiõĩ a b g, ducatur enim linea d e, & imaginetur moveri sectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctũ g, puenit ad punctum e, cooperit tota superficies a b g d totam lineã a h e d, & sient superficies una, & quoniã sectio a b g d facit euenire superficiem concavam uel conuexam, palam, quoniam linea a b g d semper ubiqunq; reuoluatur sectio, est cõmunis differentia inter superficiem sibi continuam & inter superficiem planam secantẽ. Cũ itaq; supponit sectio a b g d sectiõĩ a h e d, erit cõmunis sectio inter superficiem secantẽ & superficiẽ corporis linea a b g d, sed & eadem cõmunis sectio est linea a h e d, linea ergo a b g d & linea a h e d sibi adinuicem superpositæ sunt linea una, linea ergo a h e est periferia sectionis pabolæ æqualis & similis lineæ a b g, superficies ergo a h e d est sectio pabola, & idem patet in omnibus lineis illius corporis, quæ sunt cõmunes sectiones superficiei planæ secantis corpus per axem a d, & omnis superficiei illius corporis, patet ergo, ppositum in illis sectionibus conicis quibuscunq; patet etiã eodem modo, ppositum de quacunq; linea regulari uel irregulari, & hoc est propositum principale.

CXVIII.

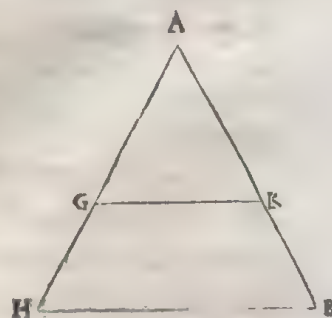
Omnis superficies conuexa uel concaua regularis, aut est pars superficiei sphaerae, aut columnae, aut pyramidis rotundae.

Omnis enim linea regularis quæ uniformis est in qualibet sui parte, aut est circulus, aut linea recta. Circulus uero motu suo facit sphaeram, quoniã sphaera est transitus circumferentiæ dimidiij circuli, ut patet ex principio undecimi. Linea uero recta una motu suo nõ potest causare nisi pyramidẽ, cum est latus trigoni, uel columnã, cũ est latus quadranguli, qm̃ in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo, est angulus causans diuersitatẽ formæ in superficie figuræ productæ, non ergo efficit conuexam superficiem uel concauam regulare, patet ergo, qd̃ omnis superficies conuexa uel concava regularis est talis, ut proponitur.

CXIX.

Lineam datam secundum quamlibet proportionem
duarum datarum diuidere.

Sit linea a b data, quæ debeat diuidi secundum proportionem duarum datarū lineæ c d & e f, & à puncto itaq; a data lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum lineæ a b, & à puncto a incipiendo abscindatur æqualis lineæ c d per 3. primi, quæ sit a g, & à puncto g incipiendo, abscindatur lineæ g h æqualis lineæ e f, & ducatur lineæ b h, & à puncto g ducatur lineæ æquedi-
stanter lineæ b h per 3. 1. primi, hæc itaq; producta secabit lineam b per 2. huius, secet ergo in puncto k, lineæ itaq; a b indiuisa p-
posita erit diuisa secundū modum diuisionis lineæ a b diuisæ, erit enim per 2. sexti, portio lineæ a k ad lineam k b, sicut lineæ a g ad lineæ c d ad lineam e f per 7. quinti, & hoc est propositum.



СХХ.

Ducta à puncto dato linea, aliam lineam secundū datam proportionem partium illarum linearū secante, ab eodem puncto inter easdem rectas, quæ prius diuisam ab eisdem terminis seruata denominatione proportionis, secundum eandem proportionem secet aliam lineam duci, est impossibile.

Verbi gratia: Sit ut linea a b ducta à dato puncto a, fecerit lineam d e in puncto c secundū aliquā datā pportionē. Dico qd à puncto a non potest duci alia linea ad lineam d e, quæ ipsam fecerit secundum eandē datam pportionē, ita, ut denominato pportionis, serpetur ab eisdem terminis lineæ d e, si enim à puncto a lineam aliam duci taliter sit pos-

h
sibile

fibile, fiat super punctum d terminū lineae d per 23. primi, angulus maior recto uersus punctum b terminū lineae a b, & producat lineam d b, fiatq; angulus c d b obtusus, & pducatur lineam d b in continuū uersus punctū a, & a puncto a ducat lineam perpendicularis super lineam d b quae a f, & ducatur lineam a g secans lineam e d in puncto h secundū pportionem prius datam, quae est lineam d c ad lineam c e. & ducatur lineam h i aequidistans lineam c b per 31. primi, erit itaq; lineam h i maior q̄ lineam h s per 18. primi, angulus itaq; i g h est maior recto b f a per 16. primi, angulus uero b f a rectus est maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h est per 29. primi aequalis angulo f b a, angulus uero i g h est maior angulo g i h, ergo per 19. primi lineam i h est maior q̄ lineam h g. & ducatur a puncto h lineam h k aequidistans lineam a b, erit ergo per 34. primi lineam h k aequalis lineam i h, sed lineam b c est maior q̄ lineam k b, ergo lineam c b est maior q̄ lineam h i, ergo c b est maior q̄ lineam h g, sed & lineam h e maior est q̄ lineam c e, qm̄ totum maius est sua parte, erit ergo per 9. huius maior pportio b c ad lineam c e, q̄ lineam g h ad lineam h e, non est ergo eadem pportio qd̄ est cōtra hypothēsim, aut sequitur lineam e c esse maiorem q̄ sit lineam e h per 14. quinti, quia totū est impossibile, facilius uero idem patet in lineam d e, cum lineam d h sit minor q̄ lineam d c, & a e sit maior q̄ c e, per 9. ergo huius concludat ut prius, non est ergo possibile a puncto a duci aliam lineam secantem lineam d e secundum datam pportionem, quod est propositum.

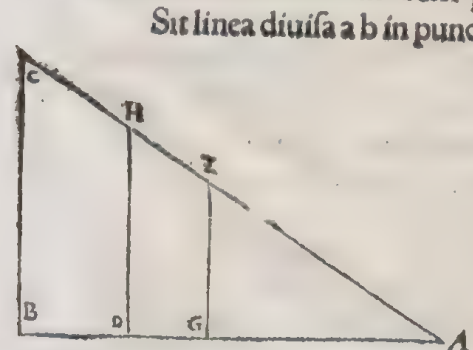
CXXI.

Lineam datam in duobus punctis taliter, secare, ut sui totius pportio ad unam suarum extremarū partium sit similis pportioi alterius extremae partis ad eam partē quae utraq; interiacet sectiones.

Esto data lineam a b, quā secundū modū ppositum debemus diuidere, diuidatur itaq; secundum pportionem quam libuerit per 119. huius, q̄ sit diuisa in puncto c, & sit pars eius a c maior q̄ pars eius c b, quia itaq; ppositae sunt nobis tres lineae a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandē 119. huius lineam a c secundū pportionem lineam a b ad lineam c b, fiatq; diuisio in puncto d, ita, ut sit pportio lineam a d ad lineam d c, sicut lineam totius a b ad lineam c b, palam ergo, q̄ lineam a b est modo pposito diuisa, est enim pportio totius lineam a b ad unam extremarū suarū partium quae est c b, sicut reliquae suae partis extremae quae est a d ad partem, quae utraq; interiacet sectiones quae est d c, patet ergo factū esse qd̄ p ponebatur.

CXXII.

Diuisa lineam recta taliter, ut sui totius pportio ad unam suarum extremarū partium sit similis pportioi partis alterius extremae ad eam sui partem, quae utraq; interiacet sectiones, si fuerint lineae ductae ab uno termino datae lineae, & a punctis sectionū aequidistantes inter se, a terminoq; reliquo datae lineae producat lineam secans illas tres aequidistantes, erit lineam producta secundum eandem pportionem diuisa.



Sit lineam diuisa a b in puncto g & d taliter, ut lineam a b ad lineam d b sit pportio, sicut lineam a g ad lineam d g, & ab uno termino datae lineae qui est b, & a punctis sectionū g & d per 31. primi, ducantur lineae adinuicem aequidistantes quae sint b c, d h, g z, & ab altero termino datae lineae quae est a, pducatur lineam secans illas aequidistantes in punctis z h c, quae sit a z h c. Dico q̄ lineam a c secundū hanc pportionem cum lineam d h sit aequidistans lineam g z ex hypothēsi, erit ex 2. sexti pportio lineam a z ad lineam z h, sicut lineam a g ad lineam d g.

ad lineam d g, & cum lineam b c sit aequidistans lineam d h, erit per eandem 2. sexti, & per 5. pportio lineam a b ad lineam b d, sicut lineam a c ad lineam c h. Sed ex hypothēsi fiat pportio lineam a b ad lineam b d, sicut lineam h g ad lineam d g, erit ergo per 11. quinti pportio lineam a c ad lineam c h, sicut lineam a z ad lineam z h, lineam ergo a c quae producit a puncto h termino lineam datae, secat ductas lineas aequidistantes b c, d h, g z, & secatur p illas secundū pportionē partium diuisionis lineam datae a b, & hoc est propositum.

CXXIII.

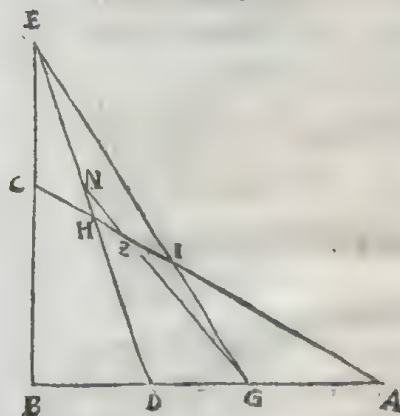
Lineam in duobus punctis taliter diuisa, ut sui totius pportio ad unam suarum extremarū partium similis sit pportioi alterius extremae partis ad eam sui partem, quae utraq; interiacet sectiones, si ab uno termino unius lineae, & a punctis sectionis ducantur tres lineae concurrentes in punctum unum, & ab alio termino producat lineam secans illas tres ductas, erit lineam producta secundum praedictum modum pportionabiliter diuisa.

Esto lineam pposita a b taliter diuisa in punctis g & d, ut sit pportio totius lineam a b ad lineam b d, sicut lineam a g ad lineam d g, & a puncto b, & a punctis sectionū g & d ducantur tres lineae concurrentes in unum punctū e, quae sint g e, d e, b e, & a puncto a ducatur lineam quae sit a c, secans illas tres lineas, s. g e in puncto z, & d e in puncto h, & b e in puncto c. Dico q̄ erit pportio lineam a c ad lineam c h, sicut lineam a z ad lineam z h, ducatur enim a puncto h lineam aequidistans lineam a b per 31. primi, quae sit q h, palam ergo per 13. huius, qm̄ pportio lineam a b ad lineam b d, constat ex pportioi būs lineam a b ad lineam h q, & lineam h q ad lineam b d. Sed qm̄ lineam q h aequidistat lineam a b, erit per 29. primi angulus c q h aequalis angulo c b a, sed angulus c b a est cōmnis ambobus trigonis a b c & q h c, ergo per 32. primi illa trigona sunt aequiangula, ergo per 46. sexti erit pportio lineam a b ad lineam q h, sicut lineam a c ad lineam c h, similiter q̄ trigona q e h & b e d sunt similia, est ergo pportio lineam q h ad lineam b d, sicut lineam h e ad lineam d e. Pportio ergo lineam a b ad lineam b d per 13. huius cōponit ex pportioe lineam a c ad lineam c h, & lineam h e ad lineam d e, pducit itaq; in directū lineam q h ad lineam g e, quā secet in pūcto m, pportio itaq; lineam a g ad lineam d g per 13. huius, cōstat ex pportioe lineam a g ad lineam d g, & lineam h m ad lineam g d. Sed cū angulus e m h sit aequalis angulo z g d per 29. primi, erit per 13. primi p eandem 29. primi angulus h m z aequalis angulo z g d, ergo per 15. & 32. primi triangulus a g z erit aequalis triangulo h z m, ergo p 4. sexti erit pportio lineam a z ad lineam h z, sicut lineam a g ad lineam h m, sed triangulus h e m, ut supra patet, similis est triangulo g e d, erit ergo pportio lineam h m ad lineam d g, sicut lineam h e ad lineam d e, ergo pportio lineam a g ad lineam d g constat ex pportione a z ad lineam z h, & lineam h e ad lineam d e. Sed ex hypothēsi eadem est pportio lineam a b ad lineam b d, quae lineam a g ad lineam d g, pportio lineam a b ad lineam b d constat ex pportione lineam a z ad lineam z h, & lineam h e ad lineam d e, constat aut ex pportione lineam a c ad lineam c h, & lineam h e ad lineam d e, ablata ergo utraq; pportione lineam h e ad lineam d e, restat, ut si eadem pportio lineam a c ad lineam c h, q̄ lineam a z ad lineam z h, & hoc est propositum. Non tamē oportet, q̄ lineam a b & a c sint eiusdem speciei pportionis respectu suarū partium, qm̄ cum ex praemissis lineam a b ad lineam q h sit pportio quae lineam a c ad lineam c h, & lineam q h sit maior q̄ lineam b d p 4. sexti, palam per 8. quinti, qm̄ minor est pportio lineam a b ad lineam b d q̄ sit lineam a c ad lineam c h. Sunt ergo pportionabiles secundū generalem similitudinē pportio nis. Eadem quoq; demonstratio est, quae cūq; lineam ducantur a puncto a, secantes illas tres lineas a tribus punctis a d g ad quodcūq; punctum productas, ut supra e, uel sub e, uel etiam ad aliam partem lineam a b, semper enim lineam ducta a puncto a, secans illas tres lineas, secabitur modo dicto, patet ergo propositum.

h z Duabus

Duabus lineis angulariter cōiunctis, diuisisq; sic ambabus, ut cuiuslibet ipsarum proportio ad unam suarum extremarū partium sit sicut alterius extremæ partis ad illam sui partem, quæ utraq; interiacer sectiones, si producta basi à punctis diuisionis unius ducantur lineæ ad puncta diuisionis alterius, non æquedistantes adinuicem, neq; basi, necesse est productas lineas ambas cōcurrere cum base, producta in puncto uno.

Sit data linea a b taliter, ut proponitur diuisa in punctis d & g, ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq; sibi angulariter lineæ a c, eodem modo diuisa in punctis h & i, ita, ut sit proportio lineæ a c ad a h, sicut lineæ a z ad z h, si producat

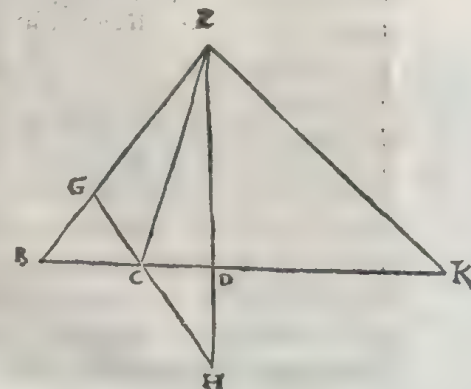


bas b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directū, & ducantur lineæ à punctis sectionū unius ad punctum sectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq; omnes lineæ illæ in continuū & directum. Dico q; omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non sunt æquedistantes, ex hypothesi patet, q; necessario concurrent, cōcurrant ergo in puncto qd sit e, lineæ quoq; g z necessario concurrerunt cum illis. Cum non æquedister alicui illarū, aut ergo ad idem punctū e, sic habemus propositum, aut ad aliū punctum cum aliqua illarū concurrerit, sit illud punctū n, in quo concurrerit cum lineæ d e, ducatur itaq; lineæ e g, secabit ergo lineæ e g lineam a c in alio puncto q̄ in puncto z, quoniā in puncto z secat ipsam lineam n g, sit illud punctum l, erit ergo per præmissa proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam h z, ergo p. 11, quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, sicut lineæ a z ad lineam h z, ergo per 18, quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, sicut lineæ a h ad lineam h l, erit ergo per 9, quinti lineæ h z æqualis lineæ h l, maior minori, qd est impossibile. Idē etiam patet per 12, huius, qm̄ à puncto g productæ sunt quatuor lineæ secantes lineam a h, palam ergo, q; lineæ g z concurrerit cum lineis b c, d h in alio puncto q̄ in puncto e, quod est propositum. Similiter si ponatur q; lineæ g z concurrat cum lineæ d h in puncto e, erit productio modo demonstrandū, q; lineæ b c concurrerit cum ambabus illis in puncto e. & si lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurrerit lineæ d h cum eisdem in eodem puncto e, patet ergo propositum.

Linea taliter diuisa, ut sui totius ad alteram suarum extremarū partium sit proportio, sicut alterius suæ partis extremæ ad eam sui partē, quæ utraq; interiacer sectiones, si à puncto concursus linearum à termino, & à duobus punctis sectionis productarum in puncto concursus æquales angulos continentium, lineæ ad alium eius terminū ducatur, necesse est ipsam super mediam productarum perpendicularem esse.

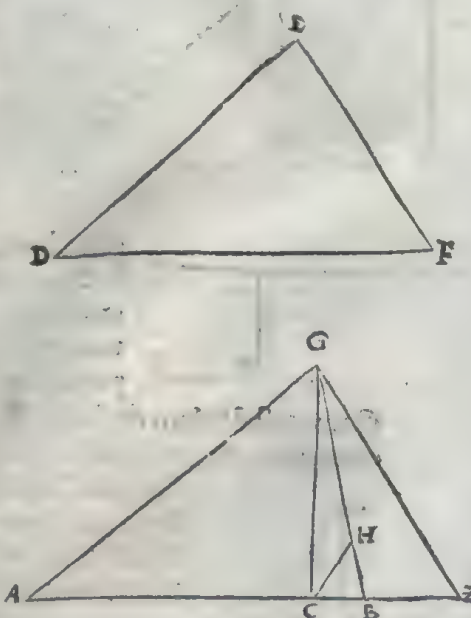
Sit lineæ b k in punctis c & d taliter diuisa, ut proponitur, sitq; proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, producatuq; à punctis b c d lineæ nō æquedistantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, sit punctus concursus z, & lineæ productæ sint b z, c z, d z, sitq; angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur lineæ z k. Dico q; angulus c z k est rectus, à puncto enim c ducatur per 3. 1. primi lineæ æquedistans lineæ z k quæ sit c h, quæ producta secabit lineam z b per 2. huius, secet ergo ipsam in puncto g, & producat lineam z d, donec concurrat cum lineæ g c h, concurrerit autem per 2. huius, & sit concursus punctus h, quia igitur ex hypothesi est proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16, quinti permutatim proportio lineæ b k ad

b k ad lineam b c, sicut lineæ k d ad lineam c d, sed per 29. primi trigona b z k & b g c sunt æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ b k ad lineam b c, quæ est lineæ z k ad lineam g c, ergo p. 11. quinti erit proportio lineæ z b ad lineam g c, sicut lineæ k d ad lineam d e. Sed quæ est proportio lineæ k d ad lineam d e, eadem est lineæ k z ad lineam c h per 15. & per 29. primi, & per 4. sexti, quia trigona k d z & c d h sunt æquiangula, habet itaq; lineæ z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionē, ergo per 9. quinti lineæ g c est æqualis lineæ c h, sed per 3. sexti est proportio lineæ g c ad lineam c h, sicut lineæ g z ad lineam z h, cum lineæ z e diuidat angulum g z h per æqualia, est ergo lineæ g z æqualis lineæ z h, & quoniā lineæ g c est æqualis lineæ c h, & lineæ g z æqualis lineæ z h, & latus c z est cōmune ambobus trigonis g z c & h z c, erit per 8. primi angulus z c h æqualis angulo z c g, uterq; ergo ipsorum est rectus, ergo per 29. primi k z c est rectus, lineæ z k & c k sunt æquedistantes, patet ergo propositum.



Diuisa linea per inæqualia, possibile est minori suæ parti lineam adiungi, ita, ut si illud quod sit ex ductu totius lineæ diuisæ cum adiecta in ipsam adiectam, æquale sit quadrato eius, quæ constat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuisa per inæqualia in puncto c, sitq; lineæ a c maior q̄ lineæ b c. Dico q; est possibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipsi lineæ b c, id efficiat, ut hoc qd sit ex ductu lineæ compositæ ex lineæ a b, & ex adiecta in ipsam adiectam sit æquale quadrato lineæ quæ constat ex b c parte minore, & ex adiecta, assumatur enim quædam alia lineæ æqualis, uel minor lineæ a b, quæ sit d e, & quæ est proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem sit proportio lineæ d e ad quandā aliam lineam per 3. huius, quæ sit e f, assumaturq; lineæ d f æqualis lineæ a b, & qm̄ ex lineis d e, e f, d f quæcūq; duæ simul iunctæ maiores sunt tertia, ut patet ex præmissis, possibile est constitui triangulū per 25. primi, constituatur ergo & sit d e f, super terminū itaq; lineæ a b quæ est a, constituatur angulus æqualis angulo e d f per 23. primi, qui sit g a b, & resecetur lineæ a g ad æqualitatem lineæ d e, & ducatur lineæ g b, ergo per 4. primi, cum lineæ d f sit æqualis lineæ a b, & lineæ a g æqualis lineæ d e, & angulus g a b sit æqualis angulo e d f, erit lineæ g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f, ducatur itaq; lineæ g c, & qm̄ proportio lineæ d e ad lineam d f, sicut lineæ a c ad lineam b c, erit proportio lineæ a g ad lineam g b, sicut lineæ a c ad lineam c b per 7. quinti, ergo per 3. sexti angulus a g b diuisus est per æqualia; palam autē, q; angulus g c b est acutus, si enī sit rectus, tūc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32. primi, quoniā ad punctum g duorū ipsorū anguli sunt æquales, ergo latera eorū sunt proportionabilia per 4. sexti, erit ergo proportio lateris a g ad c b, sicut lateris g c ad seipsum; æqualis est ergo lineæ a c lineæ c b, quod est contra hypothesim & impossibile. Si uero angulus g c b detur esse obtusus maior angulo g c h, palam per 32. primi, qm̄ angulus g b c est minor angulo g a c, ergo per 18. primi in trigono a g b latus g b maius est latere a g, & quia est proportio lineæ l g ad lineam g a, sicut lineæ b c ad lineam c a, erit per 5. huius p. proportionē. secontrario latus b c maius q̄ latus a c, qd est contra hypothesim, palam ergo, qm̄ angulus g b c est acutus, ducatur itaq;

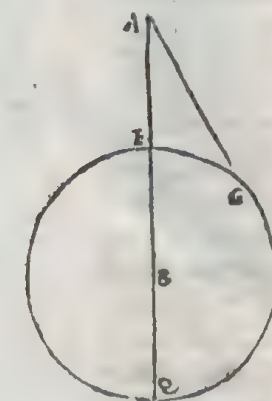
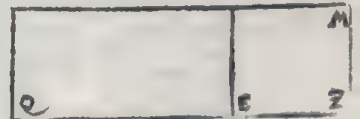
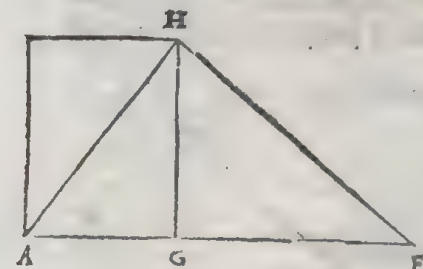
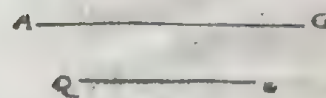


per 3. primi a puncto c linea ch aequidistans lineae g a, secans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29. primi angulus g c b aequalis angulo g a c, ergo & angulus c g h, erit qd angulus h c b aequalis angulo g a c. Super punctu itaq; g terminu lineae b g fiat per 23. primi angulus aequalis angulo g a c, ergo & angulo h c b qui sit b g i, & quia angulus g c b est aequalis duobus angulis c g a & c a g, ut patet ex praemissis, & per 32. primi erit angulus a g c aequalis angulo g c b, & qm angulus g c b est acutus; palam, quia ergo p 14. huius, qm lineae g i & c b concurrent, sit punctus concursus i, ergo per 6. primi erit latus g i aequale lateri c i, quia itaq; angulus b g i est aequalis angulo g a i, & angulus g i a communis ambobus trigonis a g i & b g i, erit per 32. primi angulus a g i aequalis angulo g b i, ergo per 4. sexti erit proportio lineae a i ad lineam a g, sicut lineae i g ad lineam b i. Sed linea i c est aequalis lineae g i, ergo per 7. quinti est proportio lineae a i ad lineam c i, sicut lineae c i ad lineam b i, ergo per 16. sexti illud qd sit ex ductu lineae a i ad lineam b i est aequale quadrato lineae c i, est autem linea b i lineae b c adiecta, palam ergo, ppositu.

CXXVII.

Propositis duabus lineis, possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere, ita, ut illud quod sit ex ductu totius lineae cum adiuncta in adiunctam aequale sit quadrato reliquae datarum.

Verbi gratia; Proponantur duae lineae q e & a g, dico q possibile est uni ipsarum ut



lineae q e adiungere quandā aliam lineam cuiuscunq; sit quantitas, ita q id quod sit ex ductu lineae q e, cū adiuncta in ipsam adiunctam aequalis sit quadrato lineae h g. quadratur ergo linea a g per 45. primi, & sit eius quadratū a h, & linea a g producta resecetur in puncto f, ita, ut linea g f sit aequalis lineae a g, ducaturq; linea b f, palam, qm triangulus a h f aequalis est quadrato lineae a h, est ergo parallellū a h duplum trigono a h g per 41. primi, & trigonum a b f est duplum eidem trigono a h g per 1. sexti, haec ergo triangula superficie pposita, & linea q e possibile est per 18. sexti super datam lineam q e datae superficiei trilaterae a h f aequum parallelum constituere, qd addat super completionē datae lineae q e superficiem quadratā dato quadrato a h simile; sit ergo constituta, & parallellū sit q m aequale trigono a h f constitutū super lineam q e, addens super completionem

datae lineae q e quadratū e m simile quadrato a h. palam ergo, q illud quod sit ex ductu datae lineae q e, cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z, uel eius aequalem lineam z m, est aequale proposito trigono a h f, ergo & eius aequali, s. quadrato lineae a h, & hoc est propositum, qm lineae e z est lineae q e taliter, ut proponitur adiuncta. potest & idem declarari aliter; describat enim circulus, cuius diameter sit q e, & eius centrum b, ducaturq; linea contingens circulu, ut contingit in puncto g per 16. tertij, referent ad aequalitatem lineae a g, & sit g a, & ab eius termino a ducatur linea per centrum b, secans periferiam circuli in puncto e & q, quia ergo id qd sit ex ductu lineae q e in lineam a e, est aequale quadrato lineae a g per 35. tertij, patet q lineae q e est adiecta linea e a, ut proponebatur.

CXXVIII.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto aequaliter distante a terminis diametri, possibile est ab eodem puncto ad diametrumeductam, extra circulu ducere lineam rectam, quae a circumferentia circuli extra circulu usq; ad concursum cum diametro sit datae lineae aequalis.

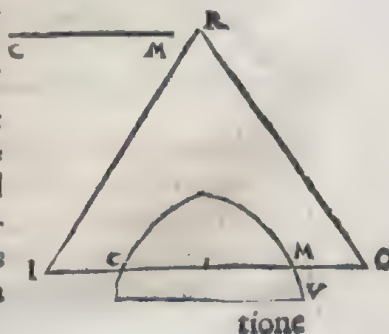
Esto data linea q e, sitq; g b diameter dati circuli quae sit a b g, & sit a punctus

punctus datus in circuli circumferentia aequaliter distans ab extremis terminis diametri quae sunt g & b. Dico q possibile est ab a puncto periferiae circuli duci lineam usq; adeductā diametru g b, quae sit aequalis datae lineae q e. ducant quoq; duae lineae a b & a g, illae ergo necessario erūt aequales ex hypothesi, qm punctus a aequaliter distat a terminis diametri g & b, & adiungatur lineae q e linea talis, ut illud qd sit ex ductu totius lineae cum adiuncta in adiunctā aequale sit quadrato lineae a g per praecedentem proximā, & sit adiuncta e z. Cū ergo id qd sit ex ductu q z in e z sit aequale ei qd sit ex ductu lineae a g in seipsam, erit linea q z maior q; linea a g, & linea e z minor illa, si enim linea e z fuerit maior, uel aequalis lineae a g, tunc est impossibile, ut id qd sit ex ductu q z in lineam e z, sit aequale quadrato lineae a g, qm linea q z est maior q; linea e z, ut totum parte. Si autē linea e z sit minor q; linea a g, palā, quonā linea q z est maior q; linea a g, pducatur ergo linea a g donec fiat aequalis lineae e q per 3. primi, & sit a g e, posito ergo pede circini super punctu a, fiat circulus secundū quantitatē lineae a g e, qui circulus secabit diametrum b geductā, secet ergo ipsam in puncto d, & ducatur linea a d, quae necessario secabit circulu, qm nā concurrat cum diametro; si enim non fecet circulu, contingens erit & aequidistans diametro g b, nuncq; concurrrens cum eadem, quā ex hypothesi lineae a g & a b sunt aequales, & punctum a aequaliter distat ab utrisq; terminis diametri, s. b & g, secet ergo d a circulum a g b in puncto h, & ducatur linea g h, palam ergo, q cum superficies a b g h sit quadrangulum super circulum descriptum, q duo eius anguli oppositi, s. a g b & g h a ualent duos rectos per 21. tertij, sic a g b aequalis est angulo a h g per 6. primi, angulus ergo a g b cum angulo a g h ualeat duos rectos. Cum itaq; per 13. primi angulus g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos, palā, quia angulus a h g erit aequalis angulo d g a, & angulus a h g communis est totali triangulo a d g, & partiali trigono, qui est h a g, restat ergo per 32. primi, ut angulus h d g sit aequalis angulo h g a, & totalis triangulus d g a aequiangulus triangulo g h a, ergo per 4. sexti latera ipsorum aequos angulos respiciētia sunt proportionalia, est ergo pportio lateris d a ad latus a g, sicut lateris a g ad latus a h. Illud uero qd sit ex ductu lineae d a in lineam a h, est aequale quadrato lineae a g per 16. sexti, sed linea d a est aequalis lineae a c, per diffinitionē circuli, ergo linea d a est aequalis lineae q k a, qm nā linea c a ex praemissis est aequalis lineae q z, quia uero illud qd sit ex ductu lineae d a in lineā h a est aequale quadrato lineae a g, qd ex praemissis est aequale ei qd sit ex ductu lineae q z in lineā e z, p illud patet, qd sit ex ductu lineae a d ad lineā h a, est aequale ei qd sit ex ductu lineae q z in lineā e z, & linea d a est aequalis lineae q z, reliquit ergo ut linea a h sit aequalis lineae e z, erit ergo linea d h aequalis ipsi lineae q e, q est data linea, est autē a dato in piferia circuli puncto a ad concursum diametri b g sic, pducta, patet ergo, ppositu.

CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas a dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum, & datum punctum sit cuiuscunq; datae lineae, & insuper reliquae suae parti datum punctum & alterā coniunctarum interiacenti aequalis.

Exempli causa; Sit, ut duae lineae rectae in puncto uno angulariter coniungantur, quae sunt f r & c r concurrētes in puncto r, inter quas sit datus punctus m, & sit data linea m c, proponit nouus, ut a puncto m ducatur linea recta intra lineas c r & f r, secans illas in puncto o uel l, ita, ut eius pars quae est l m, sit aequalis datae lineae a c, & insuper reliquae suae parti quae est m o, ad hoc autem per lineas rectas uel circulares demonstrandū, longus labor & multae diuersitatis nobis incidit, & non fuit nobis hoc possibile complere per huius lineas absq; motu & imagine



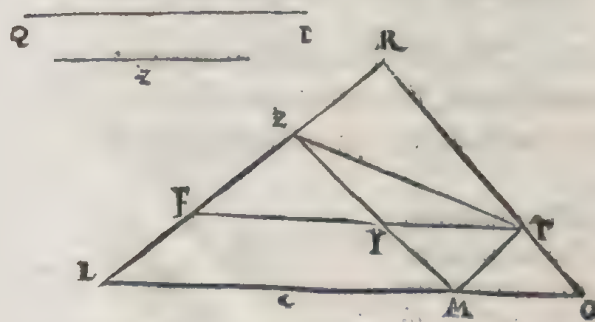
tione moechanica, ita, cum linea f & c & r datae sint nobis indefinitae, linea h fixa in puncto h , imaginem moechanicam quicq; nobis accideret res quaesita, hoc tñ Appollonius Pergē, in libro suo de conicis elementis libro secundo, propositione quarta, per deductionem sectionis amplimonit a dato puncto inter duas lineas assumpto, nullā earum linearum secante demonstravit, cuius nos demonstrationē, ut à multis sui libri principijs praeambulis dependente hic supponimus, et ipsa utimur sicut demonstrata.

СХХХ.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto inæqualiter distante à termino diametri, possibile est assumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum sit datæ lineæ æqualis.

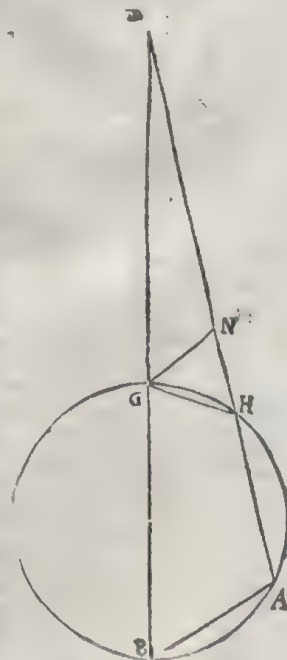
Disponantur omnia ut in 128. huius, nisi q^d punctus datus in circumferentia circuli qui sit a inæqualiter distat à terminis diametri quæ sint g & b, eruntq^{ue} lineæ a b & a g inæquales, ideo q^d punctū a inæqualiter est distans à punctis g & b, protrahat ergo à pun-

The diagram shows a circle with center G and diameter AB. Point C is on the upper right part of the circle. A vertical line segment DN passes through point N on the circle's circumference and ends at point D above it. Another line segment DM passes through point M on the circle's circumference and ends at point D. A line segment GC connects the center G to point C. A line segment AC connects point A on the diameter to point C. A line segment BN connects point B on the diameter to point N. A line segment GM connects the center G to point M. The diagram illustrates geometric relationships between points on a circle and external points, likely related to the proof of the proposition.



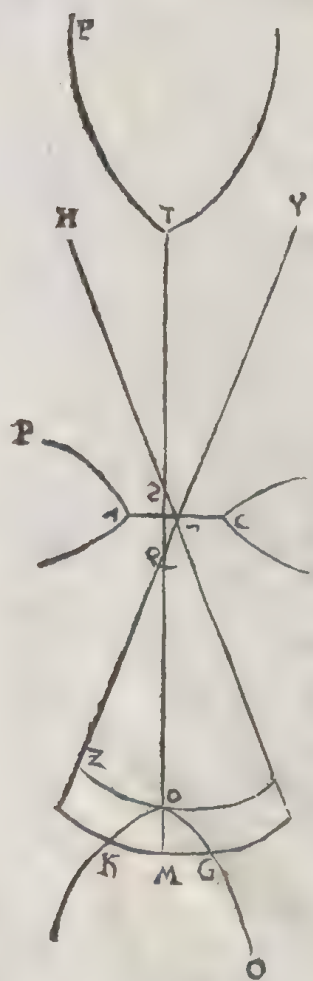
æqualis angulo $f z c$, etiam angulus $g a d$ æqualis angulo $z f c$, erit per eandem trian-
 gulus $a g d$ similis triangulo $f z c$, ergo ut prius quæ est proportio lineæ $a g$ ad lineā g
 d , eadem est lineæ $f z$ ad lineam $z c$. Si ergo quæ est proportio lineæ $a n$ ad lineam $a g$,
 eadem est lineæ $f y$ ad lineam $f z$, & quæ est pportio lineæ $a g$ ad lineam $g d$, eadem est
 lineæ $f z$ ad lineam $z c$, erit ergo per æquiproportionalitatē per 22. quinti, ut quæ est p-
 portio

portio lineæ a n ad lineam g d, eadem sit lineæ f z ad lineam z t, quia uero lineæ t m est
 æquedistans lineæ f l, & lineæ f t æquedistans lineæ l m, erit superficies l f c m æquedista
 tibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, qm̄ lineæ f t est æqualis lineæ l m,
 quasi erit lineæ f t æqualis lineæ c d, quoniā lineæ m o est æqualis ipsi l c per præmissam,
 lineæ ergo c m addita utriq; adhuc sunt æquales, eritq; l m æqualis lineæ c o, sed lineæ m
 o est æqualis lineæ y t per eandem 34. primi, & lineæ y m est æqualis lineæ t o, restat er
 go, ut lineæ f y sit æqualis lineæ c m, sicut lineæ c m ex præmissis est æqlis lineæ f t, est au
 tem ex præmissis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, sicut diameter b g ad li
 neam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam z c, sicut diameter b g ad li
 neam e q, quia uero est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ f y ad lineam z t,
 ergo per æquiproportionalitatē per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, si
 cut lineæ g b ad lineā e q, uerum angulus g a n est æqualis angulo g b a ex 3. 1. tertij, sed
 angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29. primi, quia lineæ a n g æquedistat lineæ b a,
 igitur angulus n g d æqualis est angulo n a g, & angulus n g d est cōmūnis ambobus tri
 gonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, sunt ergo
 dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a d ad g d, sicut lineæ g
 d ad n d, ergo p. 16. sexti erit id qd̄ sit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed
 id qd̄ sit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij est æquale quadrato d a, quadratū uero li
 neæ d a est æquale ei qd̄ sit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a a per 2. secundi, & id qd̄ sit
 ex ductu lineæ b d in d g, est æquale quadrato lineæ d g, & ei qd̄ sit ex ductu b g in d g p.
 3. secundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ sunt quadratū g d & rectangulū a d n,
 restat id qd̄ sit ex ductu lineæ a d in a n sit æquale ei qd̄ sit ex ductu lineæ b g in d g, erit
 q; per 15. sexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundā, sicut lineæ b g tertiæ
 ad lineam a d quartā, ostensum est autem supra, qd̄ est proportio lineæ a n ad lineā g d,
 sicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti lineæ a n æqualis li
 neæ a d, qd̄ est propositum, qm̄ ipsa lineæ a d est datæ lineæ æqualis, in
 teriacet autē periferiā circuli & eductā diametrum, eo, qd̄ est contingēs
 circum. Qd̄ si lineæ a d non sit contingens, sed secans circum, aut
 igitur lineæ a g est maior q̄ lineæ a b, aut e contrario. Sit autem nunc li
 nea a g maior q̄ lineæ b a, palam, quia lineæ a puncto a ad diametrum b g
 extra circum ducta, secabit circum in arcu a g. sit ergo ut fecer ipsūm
 in puncto h, & ductam lineā h g, galam itaq; cum quadrangulū a b g h
 sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij sunt
 æquales duobus rectis, ducatur quoq; lineæ g n æquedistans lineæ b a,
 erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angu
 lus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis. Sed per 13. primi
 angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d est æqualis
 angulo n h g, angulus uero n g d est cōmūnis ambobus trigonis g d n
 & h g d, erit ergo tertius angulus qui est d h g, æqualis tertio qui est d g
 h per 32. primi, ergo per 4. sexti latera æquos angulos respicientia sunt
 proportionalia, est igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ
 d g ad lineā d n, ergo p. 16. sexti illud qd̄ sit ex ductu h d in d n est æquale
 quadrato g d, & illud qd̄ sit ex ductu a d in d h est æquale ei qd̄ sit ex du
 ctu b d in d g per 35. tertij. Item illud qd̄ sit ex ductu a d in d h est æqua
 le ei qd̄ sit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. secundi. Illud uero quod
 sit ex ductu b d in d g, est æquale ei qd̄ sit ex ductu b g in d g, & quadra
 to g d per 3. secundi. Ablatis igitur æqualibus ab utriq; scilicet quadrato a g ex una parte in
 illo qd̄ sit ex ductu d h in d n, ex altera restat, ut illud qd̄ sit ex ductu d h in a n, sit æquale
 ei qd̄ sit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. sexti proportio a n primæ ad g d secundā, si
 cut b g tertij ad d h quartā, sed probatum est in præcedentibus, qd̄ proportio lineæ a n ad
 lineam d g est sicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti lineæ d h est æqualis li
 neæ e q, qd̄ est ppositum. Si uero lineæ a g a g sit minor q̄ lineæ h a, secabit lineā d a cir
 culum in arcu a b. Sit ergo ut fecer ipsūm in puncto h, & ducatur lineæ g h in lineā g e,
 æqua



æquedistans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiâ circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiâ circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, & angulus n d g communis est ambobus trigonis. s. n d g & d b g, est ergo tertius d n g æqualis tertio. s. d h g per 32. primi, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineam d n, ergo per 16. sexti illud quod sit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato lineæ g d. Sed illud quod sit ex ductu b d in d g per 35. tertij, est æquale ei quod sit ex ductu h d in d a. Illud autem quod sit ex ductu h d in d a, est per 1. secundi æquale ei quod sit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a. Illud uero quod sit ex ductu lineæ b d in d g per 3. secundi, valet illud quod sit ex ductu lineæ b g in g d & quadratū g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod sit ex ductu h d in n a æquale ei, quod sit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineam h d. Sed iam ostensum est supra quod est proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineam e q, igitur lineæ a e q est æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod est, propositum, quoniam a puncto a dato, ducta est lineæ secans circumulum, cuius pars a puncto sectionis usque ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.

CXXXI.



Inter duas rectas se secantes ex una parte à puncto dato hyperbolem, illas lineas non contingentem ducere ex alia parte, communis puncti illarum linearum hyperbolem priori oppositam designare, ex quo patet, quod cum fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, & producatæ lineæ minima ab una sectione ad aliam, erit pars illius lineæ interiaccens unam sectionum, & reliquâ lineam æqualis suæ parti aliam sectionum, & reliquâ lineam interiaccenti.

Quod hic proponitur, demonstratum est ab Appollonio in libro suo de conicis elementis, ducuntur autem sectiones ampligonæ siue hyperbolæ oppositæ, quando gibbositas unius ipsarum sequitur gibbositatem alterius, ita, ut illæ gibbositates se respiciant, & ambæ diametri sint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l & z n secant se in puncto x, & ex una parte ipsarum, s. sub angulo b x z, uel sub angulo h x n à dato puncto qui sit t, & ducatur sectio ampligonæ quæ sit p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l, ducatur sectio illi opposita quæ sit c u, ita, quod diametri quarumlibet oppositarum ambæ sectionum illarum sint in una linea quæ sit e, à uertice unius ad uerticem alterius producta, quæ necessario est minima omnium linearum inter illas duas sectiones productarum, & ex ijs declarauit Appollonius illud quod correlatiue proponitur, s. quod si lineæ t c secet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, quod lineæ t q erit æqualis lineæ c f, & si lineæ t c pertranseat punctum x, erit lineæ t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appollonium demonstrato, & propter conformitatem portionis sectionum respectu linearum se interfecantium, patet ergo propositum.

CXXXII.

In uertice alterius conicarum sectionum posito pede circini

cini immobili, secundum quantitatem lineæ breuissimæ inter illas sectiones ductæ, descriptus circulus sectionem reliquâ continget, secundum uero maiorem, in duobus tantum punctis reliquam secabit.

Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratione: Sint enim ut in præcedenti propositione duæ sectiones conicæ oppositæ adinuicem, quæ sint t p & c u, inter quas lineæ minima uertices, s. ambarum sectionum continuans, sit lineæ t c, sit & posito in altero puncto r uel c pede circini, utpote in puncto t describatur circulus secundum quantitatem diametri t c, hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores quæ lineæ t c, sunt ergo maiores semidiametro circuli, secabuntur ergo omnes per circulum, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in puncto c, patet ergo primum propositum, quod si lineæ t g semidiametri circuli sit maior quæ lineæ t c minima, sunt oppositæ sectiones productæ, ut est t c, patet, quoniam illa minima lineæ inter superficiem sectionis produceretur ad periferiâ circuli, ut in punctum m, aliqua ergo superficies communis erit circulo & sectioni, circulus ergo & sectio secabunt, hæc itaque sectio non erit nisi in duobus tantum punctis g & k, quod per modum 10. tertij conuincitur potest, patet ergo propositum.

CXXXIII.

A puncto dato in circuli circumferentiâ extra diametrum, possibile est ducere lineam per diametrum ad circumferentiâ, ita, ut pars eius interiaccens diametrum & reliquam partem circumferentiæ sit æqualis lineæ datæ eidem circulo inscriptibili præmissis modo, sed harum linearum æqualium ab eodem puncto dato in eodem circulo producibiles sunt tantum duæ.

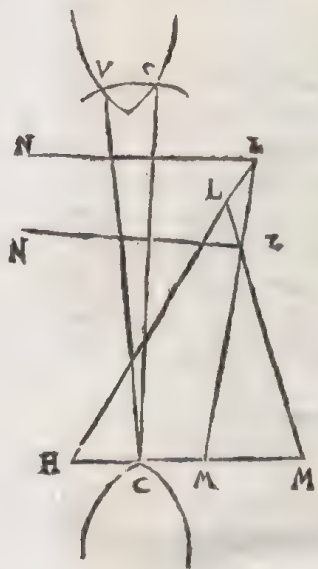
Esto circulus a b g, cuius diameter sit b g, & punctus datus i sui circumferentiâ sit a, & sit h z lineæ data minor diametro b g, præmissis modo possibile inscribi circulo. Dico, quod à puncto a possibile est ducere lineam transeuntē per diametrum b g, cuius pars interiaccens diametrum b g & circumferentiâ sit æqualis lineæ datæ q h z, ducant enim in circulo lineæ b a & a g, & sup punctum h lineæ datæ h z, fiat angulus æqualis angulo a g b, q sit m h z, ducta lineæ m b sup idē punctum h, fiat angulus æqualis angulo a b g, q sit l h z, ducta lineæ h l, & à puncto z ducatur lineæ æque distans lineæ h m q sit z n, q quæ secabit lineam h l, sit ut secet ipsam in puncto x, & à puncto z ducatur alia lineæ æquedistans lineæ h l quæ sit z c, secans lineam h m in puncto t, secabit autem per 4. huius, & à puncto t ducatur sectio conica quæ sit t p, sicut præmissum est in 13. huius, hæc itaque sectio non contingit aliquam lineam z n & h l, inter quas ipsa iacet. Similiter fiat sectio alia conica, isti oppositæ, inter easdem lineas ex parte alia quæ sit c u, & inter illas sectiones dictarum omnium linearum minima ducta à puncto t ad sectionem c u sit

lineæ t c, hæc ergo lineæ t c si fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus secundum semidiametrum t c, posito puncto circuli in puncto t, palam, quia sectionem c u continget. Si uero lineæ t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto secundum quantitatem lineæ b g, secabit sectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmissam, sit ergo nunc primum lineæ t c æqualis diametro b g, cum ergo lineæ t c ducatur ad sectionem

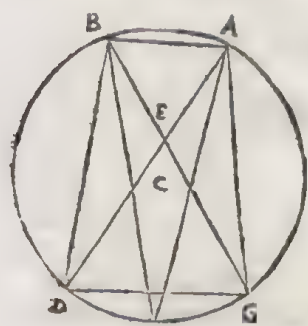
1 2

nem co

nem conicam, quæ interiacet lineas $h l$ & $z n$, necessario secabit linea $t c$ illas ambas lineas, quas si in puncto x , qui est punctus communis sectionis illarum lineæ secaverit, erit



$z h$, quia ergo trigona $d e b$ & $m z h$ sunt æquiangula, erit per 4. sexti proportio lineæ $b d$ ad $d e$, sicut lineæ $m h$ & $h z$. ostensum est autē superius, quod est proportio lineæ $g b$ ad $b d$, sicut lineæ $l m$ ad $m h$, ergo per 22. quinti erit per æquā proportionē pportio lineæ $b g$ ad $d e$, sicut lineæ $l m$ ad $h z$. Sed sicut per 13. 1. huius declaratum est, patet quod linea $q t$ est æqualis lineæ $f c$, sed linea $t q$ est æqualis lineæ $m z$ per 32. primi, cum paralleli $m t$ & $q z$ sit æquedistantiū laterum, ut patet ex præmissis. est igitur linea $m z$ æqualis lineæ $f c$, sed per eandem 34. lineæ $z l$ est æqualis lineæ $t h$, est igitur totalis linea $m l$ æqualis totali lineæ $t c$, ergo per 7. quinti est proportio lineæ $t c$ ad $h z$, sicut lineæ $l m$ ad $h z$, est ergo proportio lineæ $g b$ ad lineam $d e$, sicut lineæ $t c$ ad $h z$, & permutatim. Cum ergo linea $t c$ sit æqualis lineæ $g b$, erit linea $d e$ æqualis ipsi $h z$ data lineæ, quod est propositum. Si autem linea $t c$ sit minor diametro $b g$, producat



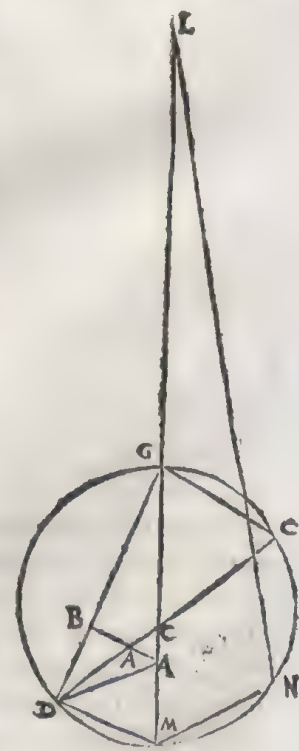
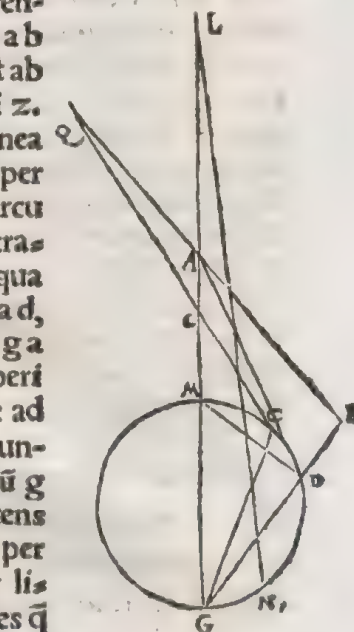
ultra sectionem, donec ipsa sit æqualis diametro $b g$, & secundum quantitatem eius fiat circulus, palam per præmissam, quod ille secabit sectionem in punctis duobus, qui sint c & u , à quibus lineæ ductæ ad punctū t , sunt æquales lineæ $b g$ per diffinitionē circuli, & tunc à puncto z ducatur linea æquedistans alteri illarum, & item alia æquedistans alteri, & tunc erit ducere à puncto a per modum prædictum duas lineas $e d$ æquales lineæ datae, & erit idem penitus probandi modus, qui supra, patet ergo propositum.

CXXXIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno suorum laterum angulum rectum continentium, possibile est ducere à puncto illo ad aliud laterum continentium angulum rectum lineam secantē basem, ita, quod pars ductæ lineæ interiacens punctum sectionis, & latus in quo non est punctus datus, se habeat ad partem basis, quæ est in sectione ad latus, in quo est punctus datus, sicut data linea ad datam lineam.

Esto

Esto $a b g$ triangulus datus, cuius angulus $a b g$ sit rectus, & in latere illius $b g$ sit punctus datus qui sit d extra angulum aut intra, sintque datae lineæ duæ e & z . Dico quod à puncto d possibile est ducere lineam secantē basem $a g$, & concurrentem cum latere $a b$, ita, quod pars lineæ secantis interiacens latus $a b$ & basem $a g$, sit eiusdem proportionis ad partem basis $a g$, quæ est ab illa linea usque ad punctum g , cuius est data linea e ad datam lineam z . Sit enim primo punctus d in ipso trigono $a b g$, & ducatur ab eo linea æquedistans lineæ $a b$ per 31. primi, quæ sit $d m$, & fiat circulus super tria puncta $g d m$ per 5. quarti, eritque linea $g m$ diameter huius circuli per 30. tertij, supertenditur enim angulo recto per 29. primi, præter hatur linea $a d$, & quia per eandem 29. primi angulus $g m d$ est æqualis angulo $g a b$, palam, quia angulus $g m d$ erit maior angulo $g a d$, cum angulus $g a b$ sit maior angulo $g a d$, secetur ergo ex angulo $g a d$ angulus æqualis angulo $g a d$ per 27. huius, ducta linea $m n$ ad periferiam circuli, sitque angulus $d m n$, quæ autem est proportio lineæ e ad lineam z , eadem sit per 31. huius, proportio lineæ $a d$ ad lineam $b g$, & à puncto qui est punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrum $g m$ quæ sit $n l$, secans circumulum in puncto c , ita, ut eius pars interiacens periferiā circuli & diametrum quæ est $c l$, sit æqualis lineæ datae h per 128. uel per 130. huius, & ducatur linea $c g$, & à puncto d ducatur linea ad punctum c , quæ cum cadat inter duas lineas æquedistantes quæ sunt $d m$ & $b a$, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum $m d$, si producat necesse est concurrat cum reliqua per 2. huius, concurrat ergo in puncto q , quia itaque per 26. tertij angulus $g m d$ est æqualis angulo $g c d$, & angulus $g m d$ est æqualis angulo $g a b$ per 29. primi: palam, quod angulus $g c d$ est æqualis angulo $g a b$, ergo per 13. primi erit angulus $g c q$ æqualis angulo $b a l$, per 15. primi est æqualis angulo $g a q$, angulus ergo $g c q$ est æqualis angulo $g a q$. Sit autem t punctus, in quo linea $d q$ secat lineam $a g$, erit ergo per 15. primi angulus $g t c$ æqualis angulo $g c q$, quia ergo trigonorum $a t q$ & $t c g$ duo anguli sunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo $a t q$ & $t c g$ sunt æquianguli, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ $q t$ ad $t g$, sicut lineæ $a t$ ad $t c$, uerum angulus $n m d$ ex præmissis est æqualis angulo $t a d$, quoniam enim anguli $g m d$ & $t a b$ sunt æquales, & anguli $g m n$ & $d a g$ æquales, relinquatur $n m d$ æqualis angulo $t a d$. Sed & angulus $n c d$ ex 26. tertij est æqualis angulo $n m d$, quia angulus $n c d$ est æqualis angulo $t a d$, ergo per 15. primi angulus $t c l$, qui est contrapositus angulo $n c d$, est æqualis angulo $t a d$, quia ergo angulus $t c l$ est communis duobus trigonis. scilicet trigono $t c l$ & trigono $t a d$, quia ergo angulus $t c l$ & $t a d$ sunt æquales, erunt per 32. primi trigona $t c b$ & $t a d$ æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ $t a$ ad lineam $t c$, sicut lineæ $a d$ ad lineam $l c$. Fuit autē ostensum superius, quod est proportio lineæ $t q$ ad lineam $t g$, sicut lineæ $a t$ ad lineam $t c$, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ $a d$ ad $l c$, sicut lineæ $q c$ ad $t g$, sed linea $l c$ est æqualis lineæ h , & proportio lineæ $a d$ ad lineam h est sicut proportio lineæ e ad z , ergo per 7. & 11. quinti erit proportio lineæ $q t$ ad lineam $t g$, sicut lineæ e ad lineam z , quod est propositum. Si uero d punctus datus in latere trigoni quod est $b g$ extra triangulum productum, ducatur prius à puncto d linea æquedistans lineæ $a b$, & sit $d m$, & ducatur linea $a g$ donec cōcurrat cum linea $d m$ in puncto m , & fiat ut prius circulus transiens per tria puncta $g d m$, erit ergo ut prius $g m d$ diameter istius circuli, & ducatur linea $a d$, erit quidam angulus $g a d$ maior angulo $g m d$ per 16. primi, fiat ergo ut prius super punctum m lineæ $d m$ angulus æqualis angulo g



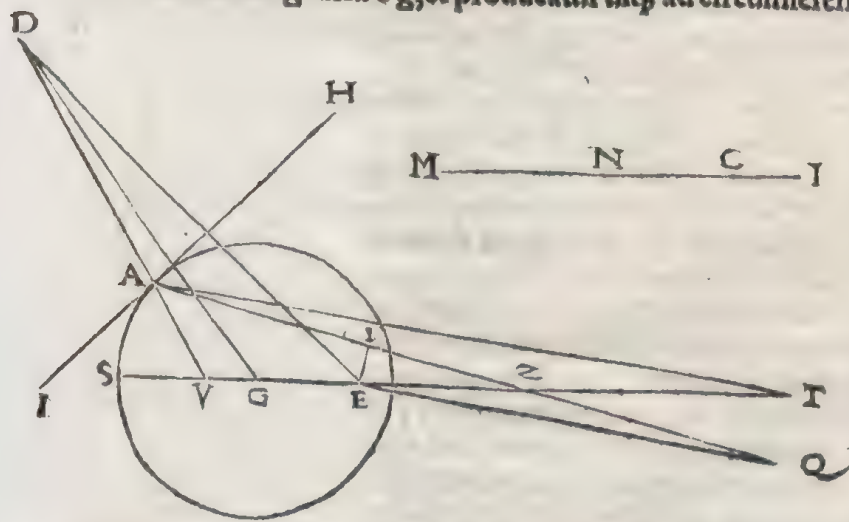
i 3 ad per

a d per lineam $m n$ qui sit angulus $d m n$, & a puncto n , qui sit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128. uel per 130. huius linea adeducta diametrum $m g$, concurrens cum ipsa in puncto l , & secans periferia circuli in puncto c , ita, ut linea $c l$ sit equalis lineae h assumptae ut prius. sicut per 3. huius sit proportio lineae $a d$ ad ipsam h , sicut lineae datae e ad lineam datam z , & ducatur linea $d c$ secans lineam $a g$ in puncto t , & lineam $a b$ in puncto q . Cum ergo angulus $n m d$, & angulus $n c d$ per 21. tertij sunt aequales duobus rectis, & angulus $n m d$ sit aequalis angulo $t a d$ ex praemissis: palam ex 13. primi, qm erit angulus $t c l$ aequalis angulo $t a d$, erunt ergo duo trianguli $t c l$ & $t a d$ per 15. & 32. primi aequianguli, erit ergo per 4. sexti, proportio lineae $d a$ ad lineam $c l$, sicut lineae $t a$ ad lineam $t c$. cum autem per 26. tertij duo anguli $g c d$ & $g m d$ sint aequales, qm cadunt in eodem arcum qui est $d g$, angulus uero $t a q$ per 29. primi est aequalis angulo $g m d$, erit angulus $t a q$ aequalis angulo $t c g$, sed & anguli $q a c$ & $g c t$ sunt aequales per 15. primi, erunt ergo trigona $g t c$ & $t a q$ aequiangula per 32. primi, erit ergo per 4. sexti proportio lineae $a c$ ad lineam $c l$, sicut lineae $q t$ ad lineam $t g$, est ergo per 11. quinti proportio lineae e ad z , sicut lineae $q t$ ad lineam $t g$, quod est propositum.

СХХХV.

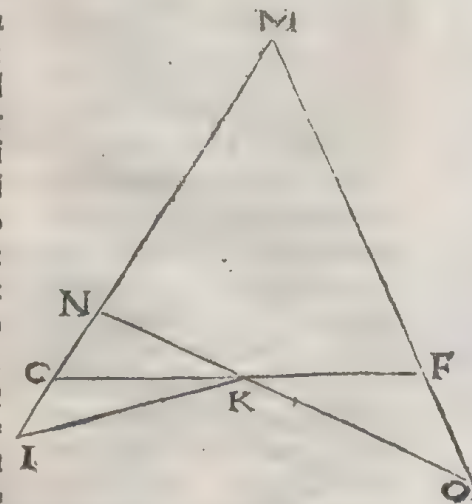
Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulū, uel utroq; extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens.

Esto duo puncta data quæ & d, quorū unum qui sit & primū sit in circulo, & reliquū extra illum, & sit datus circulus, cuius centrum sit g. Dico q̄ possibile est in periferia circuli g inuenire punctum, in quo linea contingens circulum ducta, secet angulū contentum à lineis & à punctis d & e ad illū punctū ductis per æqualia, ducañ enim à puncto e ad centrum g linea e g, & producaur usq̄ ad circumferentiā & sit e g s, deinde du-



gulus æqualis medietati anguli d g l diuisa per 9. primi per æqualia, ducaturq; linea m
o: palam autē, q̄ angulus i m o erit minor recto, qm̄ angulus d g s est minor duobus re-
ctis. Sed angulus o n m est rectus, igitur per 14. huius linea m o concurret cum linea n
o. sit autem punctū concursus o, à puncto uero c ducatur linea ad triangulū m n o qui sit
c k f, ita, ut proportio lineæ k f ad lineā f m sit sicut proportio lineæ e g ad l ineā g s, qd̄
fieri potest per præcedentē. ducatur quoq; linea m k, & super punctū g terminū lineæ e
g per 23. primi fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineā usq; ad circumferentiā pro-
ductam, quæ sit a g, & sit angulus a g e, & ducantur duæ lineæ a g & a d. Dico q̄ a est q̄-
situs punctus, ducatur enim lineæ e a. Cum ergo ex præmissis angulus m f k sit æqualis
angulo a g e, & proportio lineæ f k ad lineā f m, est sicut proportio lineæ e g ad lineam
g s, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ f k ad lineā f m, sicut lineæ e g ad lineam g a
æquæ

æqualem g s, quia ambæ ex centro, erit triangulus a g e similis triângulo m f k per 6. sexti
 igitur angulus f m k est æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f, igitur
 à puncto a ducatur linea tenens cum linea e a e angulum æqualem angulo n m k, & sic li-
 nea a z quæ necessàrio concurrat cum linea e g, quoniã est proportio e g ad a g, sicut k f
 ad f m, & angulus g a z æqualis est angulo f m c, fuit enim prius angulus e g æqualis
 angulo f m k, sicut ergo linea m o concurrat cum linea k f in puncto f, sic cõcurrat linea
 a z cum linea g e. Sit ergo concursus in puncto z, & p-
 ducatur linea a z usq; ad punctu q, donec linea a c se ha-
 beat ad lineã q z, sicut linea m c ad c i per 3. huius, erit
 ergo proportio lineæ a z ad lineã q z, sicut lineæ d g ad
 lineã g e, & ducatur linea e q, deinde à puncto a ducatur
 linea aequidistans lineæ e q, quæ sit linea a c per 3. 1. pri-
 mi, & erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29. pri-
 mi, & quoniã duo anguli z e a & e a c sunt minores duo-
 bus rectis, idem per 29. primi anguli q e a & e a c valent
 duos rectos, concurrat linea a c necessàrio cum linea e
 z per 14. huius. Sit ergo punctus concursus c, quia uero
 angulus e a z est æqualis angulo n m k, ut supra patet,
 ducta à puncto e linea perpendiculari super lineã a z p-
 4. primi quæ sit e l, erunt trigona e a l & n m k æquiang-
 ula per 3. 2. primi, erit ergo angulus e a l æqualis angulo
 m k l, & angulus a b e æqualis angulo m n k, quia uter-



ϕ est rectus, sed etiam angulus e & g est ex præmissis æqualis angulo m & f . Restat ergo per 13. primi, ut angulus l & z sit æqualis angulo n & c , & angulus e & z sit æqualis angulo k & n & recto, erit ergo per 32. primi angulus e & z æqualis angulo k & n , igitur per 13. primi erit angulus e & z æqualis angulo k & i ; palam ergo ex præmissis, ϕ angulus a & g est æquiangulus triangulo f & m , & triangulus e & a æquiangulus est triangulo k & n , & triangulus e & z æquiangulus triangulo k & n , & triangulus c & z æquiangulus triangulo k & m , est igitur per 4. sexti proportio a & z ad e & z , sicut m & c ad c & k , est autem proportio q & z ad z & a , sicut proportio i & c ad c & m , ut patet ex præmissis, erit ergo per 22. quinti, p & q & z ad z & e , sicut i & c ad c & k , est ergo triangulus q & z eper 6. sexti æquiangulus triangulo i & k . Cum ergo triangulus e & l sit æquiangulus triangulo k & n , erit totus triangulus q & l æquiangulus toti triangulo i & n , est ergo per 4. sexti proportio e & l ad l & q , sicut k & n ad n & i , & similiter est proportio a & b ad l & e , sicut m & n ad m & k , erit ergo per 22. quinti proportio n & m ad n & i , sicut a & l ad l & q , sed linea n & m est æqualis n & i ex hypothesi, ergo linea a & l est æqualis l & q , ergo per 4. primi linea e & q erit æqualis e & a , & angulus l & q æqualis angulo l & a . Sed & angulus e & q & p 29. primi est æqualis angulo t & l , angulus ergo e & a & l est æqualis t & l , quia angulus e & z est æqualis angulo t & l , & angulus e & z est æqualis a & z per 15. primi, igitur tertius tertio. critiq; triangulus z & e æquiangulus triangulo z & t , est ergo per 4. sexti proportio q & z ad z & a , sicut e & z ad z & c , & sicut e & q ad a & c , est autem ex præmissis linea e & q æqualis lineæ e & a , ergo per 7. quinti est proportio q & z ad z & a , sicut a & a & t , sed q & z ad z & a est ex præmissis sicut e & g ad g & d , igitur per 11. quinti est proportio lineæ a & a & c sicut e & g ad g & d . Fiat autem super punctū a angulus æqualis angulo g & e , qui sit u & a & g , producta linea a & u , si possibile fuerit, usq; ad lineā g & l ; palam ergo ex præmissis, qm̄ angulus g & a est medietas anguli u & t , cum enim angulus e & a & q ex præmissis & per 5. primi, ideo g & l & a & e & q sunt æquales, angulus e & q , qui per 29. primi est æqualis angulo q & t ; patet ϕ angulus e & a est æqualis angulo l & t , sed angulus g & a est æqualis angulo u & a est ergo angulus g & l medietas anguli u & t , sed angulus g & l , cum sit ex præmissis æqualis angulo f & m , qui constitutus est æqualis medietati anguli d & g , æqualis medietati anguli d & n , angulus uero u & t est æqualis angulo d & g , sed anguli t & u & t & u & a sunt minores duobus rectis arguendo 32. primi, cum lineæ a & t & u & t concurrant in puncto t , quia duo anguli t & u & a & d & g & b sunt minores duobus rectis, igitur linea a & b concurret cum linea d & g per 14. huius. Dico autem, ϕ concurrent in puncto d , efficiet enim linea u & a producta ad l .

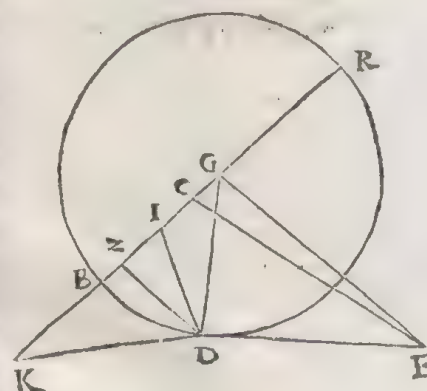
ad lineam gd cum lineis ug & gd , triangulum similem triangulo abt , quoniam isti tri-
goni habent angulum a ug communem, & angulus t a u est æqualis angulo d g u , erit er-
go tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti est proportio a u ad a c , sicut u g ad $lineā$, quā
secat a u ex gd , & proportio e a ad a u , est sicut e g ad g u per 3. sexti, qui angulus u a g est
æqualis angulo g a e . Cum ergo ex præmissis eadem sit proportio e a ad a t , quæ e g ad
 gd , & proportio e a ad a t sit composita ex proportione e a ad b , & a u ad a t , qm̄ per 13.
huius proportio extremorū componitur semper ex proportione cuiuscunque mediæ ad
ambas extremas, erit proportio e g ad gd composita ex eisdem proportionibus, quia e
erit composita ex proportione e g ad b , & g u ad $lineā$ quā secat u a ex $lineā$ gd , sed est
composita ex proportionibus e g ad g u , & g u ad gd , igitur $linea$ quā secat a b ex gd ,
est $linea$ gd , ergo a b secat gd in puncto b , producatur ergo per 16. tertij à puncto a $linea$
contingens circulū quæ sit h , erit ergo angulus g a h rectus per 17. tertij. Sed an-
gulus g a l est medietas anguli a g b , ut patet ex præmissis, igitur angulus l a h est medi-
etas anguli d g e , ideo, quia anguli a g u & d g e valent duos rectos, per 15. primi trian-
gulus g a h est rectus, sed cum angulus t a u sit æqualis angulo d g u , erit angulus t a d æ-
qualis angulo d g e per eandem 13. primi, & angulus l a h est medietas anguli t a d , & an-
gulus e a l est medietas anguli e a t , igitur angulus e f l est medietas anguli e a d , quia
patet, q̄ $linea$ a h contingens circulū diuidit angulum e a d per æqualia, quod est propo-
situm. Cum uero angulus u a g super punctum a terminū $lineæ$ g a factus sit æqualis
angulo g a e , tunc si $linea$ a u non cadit super $lineā$ e s extra circulum uel intra circulum;
palam, quia $linea$ a u est æquidistans $lineæ$ e s , quia in infinitū protracta cum illa non
concurrit, erit quoq; per 29. primi angulus u a g æqualis angulo a g e , sed per præmissa
angulus g a e est æqualis angulo u a g , ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e , ergo
per 6. primi in trigono a g e latus a e est æquale lateri e g , similiter angulus t a d erit æ-
qualis angulo a t g per 29. primi, sunt enim coalterni $lineæ$ æquidistantiū ex hypothe-
si. Sed iam ostensum est, q̄ angulus t a d est æqualis angulo d g t , sed angulus a t g est æ-
qualis angulo d g t , & similiter duo anguli a d g & d g t sunt æquales per 28. primi, ergo
duo anguli a d g & a t g sunt æquales, sed & duo anguli t a d , a g t per 29. primi sunt æqua-
les, ergo per 32. primi trigona a d g & a t g sunt æquiangula, ergo per 4. sexti latera ipso-
rum sunt proportionabilia, sed a g est cōmune, æquale sibi ipsi, ergo latus a d est æquale
lateri g t . Sequitur ergo ex his, q̄ $linea$ quā secat a b ex $linea$ gd sit æqualis $lineæ$ a t , &
iam præostensum est, q̄ $linea$ e g est æqualis ipsi a e , est ergo per 7. huius, proportio $lineæ$
 e g ad $lineā$ quā secat a b ex gd , sicut a e ad a c . Etiam ostensum est, q̄ a e ad a t est sicut
 e g ad gd , igitur $linea$ quā secat a b ex gd est gd , & cum ex præmissis angulus c a d sit æ-
qualis angulo d g t , erit angulus l a h medietas anguli t a d , ut supra patuit, & angulus e
 a l medietas anguli e a t , erit ergo e a h medietas anguli e a d , quod est propositum. Eo-
demq; modo demonstrandum, si ambo puncta e & d data sint extra circulum, patet er-
go propositum totum.

CXXXVI.

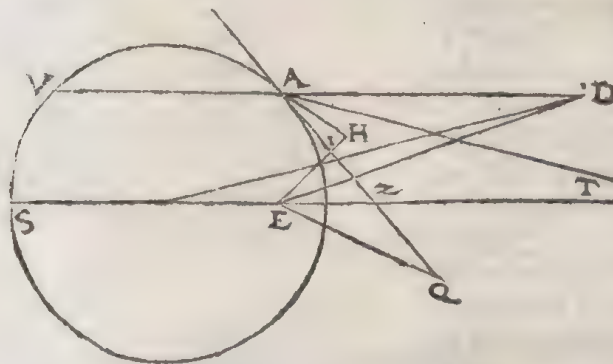
Dato circulo & in eo diametro, punctoq; extra circulum, possibile est à
dato puncto ad diametrum ducere lineam secantem circulum sic, q̄ pars du-
ctæ $lineæ$ interiaccens circumferentiā & diametrum, sit æqualis parti dia-
metri interiaccenti ipsam & centrum.

Esto datus circulus, cuius centrum sit g , & in eo data diameter sit x g b , sit quoq; p̄
ctus & punctus extra circulum. Dico q̄ possibile est duci à puncto e ad diametrum x g b $lineā$
secantem circulū secundum prædictū modum, ducatur enim à puncto e perpendi-
cularis super diametrum x g b per 12. primi, quæ sit c , & sit exempli causa ut cadat illa p-
pendicularis super semidiametrum b g , & ducatur $linea$ e g , & assumatur $linea$ q t æqualis
 $lineæ$ e t , & fiat per 32. tertij super $lineā$ q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadēs
in hanc portionem, sit æqualis angulo e g b , & compleatur circulus, & à medio puncto q
 t $linea$ qd sit i super ipsam q t ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex
utraq; parte usq; ad circumferentiā circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter cir-
culi

culi silius per 1. tertij, & à puncto q ducatur $linea$ ad hanc diametrum, secans ipsam in pun-
cto f , & producat usq; ad p punctū circumferentiæ, ita, ut eius pars quæ s p sit æqualis
medietati $lineæ$ g b semidiametri dati circuli, q̄ fiet per 133. huius, & ducant $lineæ$ p t
& t f , & ducatur à puncto p $linea$ p b æquidistans diametro
concurrentes cum $linea$ t f in puncto u , concurrent autem per
2. huius, & à puncto u ducatur $linea$ æquidistans $lineæ$ q t , q̄
sit u o , secans diametrum f l in puncto m , & $lineā$ p q in pun-
cto o , & à puncto t ducatur perpendicularis super $lineā$ p q
per 12. primi, quæ sit n , & à puncto t ducatur $linea$ æquedi-
stans $lineæ$ p q per 31. primi quæ sit s , & à puncto u ducant
perpendicularis super $lineam$ p q , quæ sit h , deinde ex angu-
lo b g e secetur angulus æqualis angulo q p u per 27. huius.
qui sit b g d , ducta $linea$ g d ad periferiā circuli, & à puncto
 e ducatur $linea$ e d z . Dico q̄ $linea$ d z est æqualis parti dia-
metri quæ est z g , sicut proponitur, ducatur enim à puncto
 d perpendicularis super $lineam$ b g , quæ sit m , & ducatur à
puncto d $linea$ contingens circulum per 16. tertij, quæ sit k ;
palam itaq; cum ex præmissis diameter f l sit perpendicu-
laris super $lineam$ p q , & super eius æquidistantem o u per 29. primi, $linea$ uero p u sit æ-
quidistans illi diametro, q̄ angulus o u p erit rectus per eandem 29. primi, & cum $linea$
 o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales, & orthogonaliter per 2. sexti, &
per 29. primi, eo q̄ $linea$ q t sibi æquidistans similiter est diuisa,
erunt per 4. & per 29. primi trianguli f m & u f m æquianguli,
ergo per 4. sexti cum latus f m sit æquale sibi ipsi, erit d m æquale
 m u , & f o æquale f u . Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant
unum rectum per 32. primi, ideo q̄ angulus p u o est rectus, ut
patet ex præmissis & 29. primi, erit angulus æqualis angulo f p
 u , ideo, quia ut præmissum est, angulus k o u æqualis est angulo f
 u o . Sed angulus f p u cum angulo f o u ualeat unum rectum, ut
præostensum est, & angulus f u p cum angulo f u o ualeat unum
rectum, est ergo angulus f u p æqualis angulo f p u , quia si ab æ-
qualibus æqualia demas, quæ relinquuntur & c. est ergo per 6. pri-
mi latus f p æquale lateri f u , erit ergo p æquale ipsi f o , sic
ergo erit $linea$ p o æqualis semidiametro g u , ergo & ipsi g d per
diffinitionē circuli, & ita erit per 7. quinti proportio $lineæ$ e c , quæ est æqualis $lineæ$ q t
ad $lineam$ g d , sicut $lineæ$ q t ad p o æqualem g d . Sed cum angulus k d g sit rectus per 17.
tertij, æqualis est ipsi angulo recto g i d , & angulus i g d est cōmunis, erit ergo per 32. pri-
mi triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d , erit ergo per 4. sexti proportio $lineæ$ g
 d ad d i , sicut $lineæ$ g k ad k d , sed angulus k g d est æqualis angulo q p u , & angulus g d k
qui rectus est per 17. tertij, est æqualis angulo recto o u p , erit ergo per 32. primi tertius
tertio æqualis, & triangulus k g d æquiangulus triangulo o u p , est ergo per 4. sexti pro-
portio $lineæ$ b g ad k d , sicut $lineæ$ o p ad o u , & qm̄ ex præmissis est proportio $lineæ$ g d
ad d i , sicut $lineæ$ o p ad o u , & quoniam ex præmissis est proportio $lineæ$ g k ad k d , sicut $li-$
 $neæ$ g d ad d p , ergo per 11. tertij est proportio $lineæ$ g d ad d i , sicut $lineæ$ o p ad o u . Fu-
it autem ex præmissis proportio $lineæ$ e c ad g d , sicut $lineæ$ t q ad p d , ergo per 22. quin-
ti erit proportio $lineæ$ e c ad d i , sicut $lineæ$ q t ad o u , sed proportio q t ad o u est sicut t f
ad f u per 29. primi & per 4. sexti, cum triangulus t f q sit æquiangulus triangulo o f u ,
uerum angulus u t s est æqualis angulo h f u per 29. primi, est enim coalternus illi inter
 $lineas$ æquidistantes, q̄ sunt h q & f c . Sed & angulus u s t est rectus æqualis angulo f h u
recto, & angulus f u h æqualis est angulo s u t per 15. primi, erit ergo triangulus u s t æ-
quiangulus triangulo h u f , ergo per 4. sexti erit proportio $lineæ$ t u ad u f , sicut $lineæ$ s
 u ad u h , ergo per 18. quinti erit coniunctim proportio $lineæ$ t f ad f u , sicut s h ad h u ,
sed $linea$ t u æqualis est $lineæ$ s h per 34. primi, ergo per 7. quinti erit proportio $lineæ$ t n
k ad li



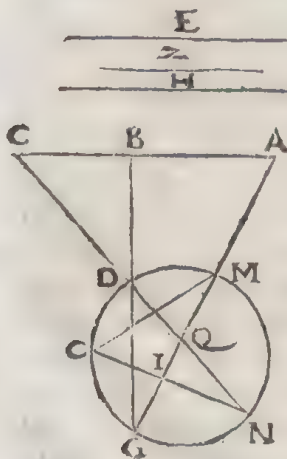
ad lineam h u, sicut lineæ e f ad f u. Sed sicut patuit ex præmissis, quæ est proportio li-
næ e k ad f u, eadem est lineæ q t ad u e per 4. sexti, ergo per 11. quinti proportio lineæ
q t ad u o est sicut lineæ t n ad h u, ergo, proportio lineæ e c ad d i est sicut lineæ t u ad u h.
Sed cum angulus g i u sit rectus, est æqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis
angulo h p u ex præmissis, erit ergo tertius tertio æqualis per 32. primi, est ergo triangu-



angulo d g e, igitur triangulus d g e est æquiangulus triangulo u p t per 6. sexti, ergo angulus g u x æqualis est angulo p u t. Restat ergo per 13. primi, ut angulus g d z sit æqualis angulo f u p, sed in trigonis g d z & p f u est angulus d g z æqualis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, est ergo pportio per 4. sexti lineæ d z ad z g, sicut lineæ u f ad f p, sed lineæ u f est æqualis ipsi f p. ex præmissis igitur lineæ d z æqualis est ipsi z d, quod est ppositum. Est autem uniuersalis hæc proportio siue intra circulū ad aliquā partem diametri fiat ductio, siue ad ipsam periferiā circuli, ita, ut lineæ ductæ pars intra circulū fiat æqualis semidiametro, siue fiat ductio ad aliquē punctum diametri extra circulum, sit q̄ lineæ a puncto quo tangit circuli periferiā sit æqualis parti diametri quā abscindit, patet ergo, quoniam hæc omnia eueniunt secundum quantitatem angulo k g d, hoc est ppositum.

СХХХVII.

Dato trigono orthogonio, datoq; aliquo puncto in maiore suorum laterum rectum angulum continentium, possibile est à dato puncto ducere lineam ad basem ex alia sui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ se habeat ad inferiorem partem abscissam basis, sicut linea data ad lineam datam.



Sint datæ duæ lineæ z minor & e maior, & sit datum trigonum orthogoniū a b g, cuius a b g sit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli causa in g b latere maiore illius trigoni puncto d, Dico q̃ possibile est à puncto d ad basem g a ducere lineam secantem basem a g cum puncto q, & ex alia sui parte cū lineā a b concurrentē in puncto c, sit ut ipsa totalis lineā c q habeat proportionem ad lineā q g, illam quā habet lineā e ad lineā z, ducatur enim à puncto d lineā æquedistans lineæ d a per 31. primi, quæ sit d n, & fiat circulus transiens per tria puncta d m g & per f. quartū, & qm̃ angulus g d m est rectus per 26. primi, qm̃ angulus a b g est rectus, erit lineā m g diameter circuli per 30. tertij, & ducatur lineā d a, sit quoq; h quædam lineā a d, ad quam f habeat lineā d a sicut lineā e ad z per tertiam huius, & cum per 29. primi angulus d m g sit æqualis angulo b a g, secetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27. huius, & sit angulus

gulus c m d, & ducatur m c donec secet circumferentiā in puncto c, & a puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & usq; ad circumferentiā quæ sit linea c n, secans diametrum m g in puncto l taliter, qd linea l n sit æqualis lineæ h data per 133. huius, & ducatur linea a g, & producatu r d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c sit æqualis angulo d n c per 26. tertij, cadunt enim in eundem arcum qui est d c; palam, quia erit angulus q a l æqualis angulo d a q, & angulus a q l est æqualis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi angulus n q l æquiangulus triangulo d q a, igitur per 4. sexti erit proportio lineæ a q ad q n, sicut lineæ a d ad a l. Sed cum angulus d m g sit æqualis angulo d n g per 26. tertij, qui cadunt in eundem arcum d g, est autē per 29. primi angulus d m g æqualis angulo b a g; patet, quia angulus q n g æqualis angulo b a g. Sit itaq; t punctus, in quo linea d m cōcurrit cum a b, eritq; per 15. primi angulus t q a æqualis angulo n q g, ergo per 32. primi erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ t q ad lineam q g, est igitur per 11. quinti proportio lineæ t q ad lineam a g, sicut lineæ a d ad lineam n l, sed linea n l est æqualis h assumptæ lineæ per 3. huius, & pportio lineæ a d ad lineam h, est sicut lineæ e ad lineā z, est ergo proportio lineæ t q ad lineam g a, sicut lineæ e ad lineam z, qd est ppositū. Et si cōtingat qd a pūcto c possint duci duæ lineæ similes lineæ c l n, erit possibile a pūcto d duci duas lineas similes lineæ t q, ita similiter, ut utriusq; ad partē quā fecer ex base a g sit pportio sicut lineæ e ad lineā z, & erit eadē demonstratio. Plures autē huius lineas qd duas nō est possibile duci, ut patuit p 133. hui9, patet ergo ppositū, & licet hoc qd hic pponit nō uideat punitur sale quantum ad quælibet pūcta data, & quaslibet lineas datas, ad quod pportionē fieri debeat ipsius basis pportio, nos tñ hoc pposito theoremate nisi modo cōuenienti & possibili in sequētib; utemur;

LIBER SECVNDVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



Vniuersalibus huius scientiæ axiomatibus mathematicis præmissis, in hoc secundo libro, ut præmissimus, uniuersali actioni sensibilium formarū quædam præambula naturalia præmittentes, de modo projectionis luminis per medium unius diaphoni, uel plurium super diuersas figuras corporum, & de projectione umbræ, & de figuratione lucis cadentis per fenestras aggrediamur tractatum, ut de ijs sine quibus sermonem uisibilium formæ aggredi conueniens non fuit, prout in processu postmodū patebit, quæ uero præmittimus, ut nota sensui sunt ista.

DIFFINITIONS.

Corpus luminosum, dicitur omne corpus quod est sui luminis diffusivum. Corpus diaforum dicitur omne corpus per quod luminis patet transitus. Corpus umbrosum dicitur corpus, per quod luminis non patet transitus. Lux prima dicitur illa quae efficit secundam, sicut lux intrans domum per fenestram, & illuminans domum residuam in loco cui incidit, dicitur prima, in angulis vero domus dicitur lux secunda. Lux minima dicitur, quae si diu diu intelligatur, non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminosa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffusio formarum. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulum continent. Pyramis radialis, dicitur pyramis cuius basis est in superficie corporis suam formam diffundentis, & uertex in punctis alterius corporis cuiuscunque. Pyramis illuminationis dicitur illa, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminatae.

PETITIONES.

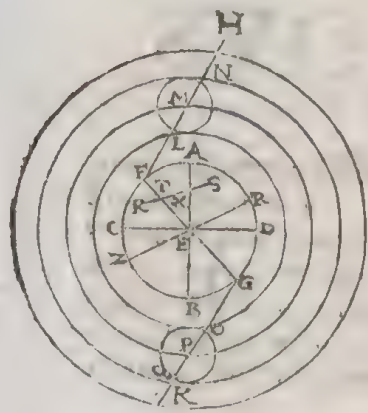
Petimus autem hæc, ut per se sensui nota, lucem compressam fortio- rem esse luce dis-
gregata

gregata. Item lucē fortiorē uehementius illuminare, & longius se diffundere. Item in absentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itē aliquā umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. Item lucem ad omnē positionis differentiam aequaliter diffundi. Item lucem res coloratas pertransuentem illarum coloribus colorari, ut patet de luce transeunte uelut in fenestris, quae illoꝝ uitroꝝ rum coloribus informantur, secum formas illoꝝ colorū super obiecta corpora deferendo. Item q̄ natura nihil frustra agit, sicut nec deficit in necessarijs.

THEOREMA I.

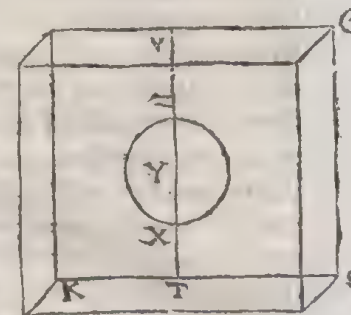
Radij quorumcunq; luminum & multiplicationes formarum, secundum rectas lineas protenduntur.

Hoc qđ hic proponitur, nō demonstratione, sed instrumentaliter potest declarari, diuersitas tamen antiquoꝝ ad hoc probandū pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uero utimur isto qđ hic subscribimus, q̄ regularius huic pposito credimus conuenire. Assumatur itaq; uas aeneum rotundum conuenienter spissum, ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti, uel maior, & altitudo orae eius sit aequalis latitudini duorū digitorū perpendicularis super basem uasis, & in medio dorsi huius uasis sit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimū rotundū columnare, cuius lōgītudo sit aequalis latitudini trium digitorū, latitudo uero eius sit minor uno digito, & ponat hoc uas secundū sui puncta media in tornatorio, & tornetur quousq; periferia eius sit intrinsecus & extrinsecus uerā rotunditatis, & adaequantur planae superficies ipsius, & corpus columnare qđ est in medio dorsi, fiat rotundum. Signentur itaq; in interiori superficie fundi huius uasis duo diametri orthogonaliter se secantes, quae sint a b & c d; palam, qm̄ illae diametri transcut per centrum circuli fundi q̄ sit e, deinde signet in basi orae istius uasis, qui est circulus a c d, in distantia extremitatis alterius diametrorū productarū, ut diameter a b secundū latitudinem unius digiti punctū qđ sit f, & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e, quae sit f g, & a duobus terminis istius diametri f g ducantur duae lineae in intrinseca superficie orae uasis, quae necessario erunt perpendiculares super superficiem fundi laminae, ideo, q̄ superficies orae, in qua perpendiculares istae producantur, sunt erectae super superficiem fundi, ut patet supra. Illae quoq; perpendiculares sint f h & g k, & in altera istarū linearū ut in f h signentur tria puncta aequidistantia secundū quantitatem medietatis grani hordei, quae sint l m n, quorū primū qđ est l sit propinquius basi uasis & ipsi puncto f, a quo distet per quantitatem medietatis



grani hordei, & deinde reducat uas ad tornatoriū, & signent in ipso tres circuli aequidistantes, transeuntes per illa tria puncta l m n, qui circuli diuident lineam g k, istae diuisiones lineae g k puncta o p q, & fient in unoquoq; istorū trium circuloꝝ duo puncta opposita, quae sunt extremitates alicuius diametri illorū circuloꝝ in puncto diuisionis lineae f h, qđ est punctum l, opponitur in linea g k puncto o, & sit linea l o diameter circuli aequidistantis circulo a b c d. & similiter linea m p sit diameter alterius circuli, & linea n q sit diameter circuli tertij, diuidatur itaq; medius istorū circuloꝝ in 360. partes, & si possibile fuerit per minuta, deinde super lineam f h alteram duarum linearū perpendiculariū quae sunt f h & g k punctū medium qđ est m, pforetur foramen rotundū, & sit medietas diametri foraminis secundū quantitatem distantiae circuloꝝ quae est linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos, & medius circuloꝝ diuidet circum foraminis per aequalia, qm̄ transit per centrum foraminis. Deinde accipitur lamina aenea plana aliquantulū spissa, & sit eius spissitudo sicut horae ipsius instrumenti, & eius longitudo sit duorū digitorū sicut & ora uasis, & eius latitudo sit prope hoc, & sit aequidistantiū superficiei, planeturq; adeo, ut cōmunis sectio superficiei suae latitudinis, & spissitudinis sit linea recta, quae sit e s, diuidaturq; in duo aequalia per 10. primi, &

ab eius medio puncto qđ sit t ducatur linea recta perpendiculariter super ipsam lineam r g in superficie latitudinis quae sit t u, & hac, ut patet ex praemissis & per 29. primi, necessario aequedistabit ambabus lineis longitudinis, diuidens superficiem tabulae per aequalia, & in hac linea perpendiculari quae est t u, & a parte lineae r s cui superstat incipiendo signentur tria puncta aequaliter distantia ab inuicem secundū quantitatem medietatis grani hordei quae sint x y z, & a medio istorū punctoꝝ quae est y perforetur lamina foramine rotundo, sicutq; foraminis periferia ad alia duo puncta p tingat, eritq; hoc foramen aequale foramini l m n prius facto in ora uasis. Deinde in duo aequalia diuidatur semidiameter uasis fundi quae est f e, cuius extremitati in ora uasis superstat una linea perpendiculariū quae est f h, sicutq; punctus diuisionis t, & ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis super eadem diametrum quae sit k t s, deinde ponatur basis paruae laminae super hanc lineam, donec linea quae est differentia cōmunis latitudinis & profunditatis laminae quae est r t s, supponitur lineae isti perpendiculari ductae super diametrum quae similiter est r t s, sicutq; punctus diuidens lineam laminae, quae est cō-



munis differentia superficiei latitudinis & profunditatis, qui est punctus t, superpositus puncto t, signato in linea f e semidiametro uasis, deinde consolidat parua lamina fundo uasis, erit quoq; tunc foramen x y z qđ est in parua lamina, quae est r u s, directe oppositum foramen l m a, quae est in uasis ora, & erit linea recta m y, copulans centra istorū foraminum in superficie circuli medij trium circuloꝝ prius signatorū, cuius diameter est linea m p, eritq; linea m y aequedistans diametro uasis quae est f e, deinde refecetur ex ora uasis pars interficiens duos diametros orthogonaliter se secantes, quae sit pars 4. proxime sequens quartā illam in qua est foramen, cui foramen laminae opponitur, & est in circulo a c b d, correspondens arcui a d. & planetur locus sectionis donec fiat una superficies cum superficie fundi uasis, & ducta 4. circuli quae sit a d, secundū quantitatem circuli horae diuidatur per 90. grad. & diuidatur grad. in minuta, & isti uasi taliter informato & figurato, deinceps damus nomen instrumenti. Deinde accipit regula aenea quae drangula, cuius longitudo sit unius cubiti, & sint 4. superficies ipsam continentis latitudinis duorū digitorū, & adaequatur superficies eius, donec fiant aequales rectangulae. Deinde in medio puncto longitudinis regulae, & in medio alicuius illarū superficiei fiat foramen rotundū, cuius amplitudo sit capax corporis, qđ est in dorso instrumenti, & sit foramen perpendiculare super superficiē regulae transiens ad aliam partem superficiei oppositae, fiatq; taliter q̄ reuoluatur in ipso instrumentū non leui reuoluntione, ponaturq; instrumentū super regulam immisso corpore, q̄ est in eius dorso in foramen regulae, donec superficies instrumenti coniungatur superficiei regulae, eritq; longitudo regulae aequalis diametro instrumenti, fiantq; duae pinnulae latitudinis & spissitudinis regulae, sed longitudinis plusq; unius digiti, quae consolidentur super extremitates regulae, ita, q̄ ipsorū praeminentia super extremitates regulae sit unius digiti, uel parum plus, uel minus, & pinnulae illae consolidatae sint super superficiem regulae non perforatā, & quia latitudo regulae est duorū digitorū, altitudo uero corporis in dorso instrumenti est trium digitorū, ille tertius digitus quo corpus pinni et regulae perforetur, sicut in astrolabio, & imittat cuspis continens regulam cum instrumento. Deinde assumatur alia regula aenea, cuius latitudo sit dupla suae spissitudini, spissitudo uero sit aequalis diametro foraminis qđ est in ora instrumenti, & longitudo eius sit aequalis medietati cubiti, fiatq; hac regula recta & uera, & eius superficies aequales & aequedistantes. Deinde secetur illa regula in una sui parte oblique, donec finis longitudinis eius cōtinuat cum tertio latitudinis angulum acutū, ut facilius ualeat moueri. In parte uero altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super sinem longitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo aequalia, & a puncto sectionis ducatur linea aequedistans lineis longitudinis quae erit perpendicularis super lineam latitudinis per 29. primi. Cum itaq; hac re-

gula fuerit superposita superficiei fundi instrumenti taliter, ut eius spissitudo sit orthogonaliter erecta super fundum instrumenti, & superficies latitudinis applicetur superficiei fundi ipsius instrumenti, tunc eius superior superficies in superficie circuli medij trium circulorum in ora instrumenti protractore, cuius diameter est linea m p, ideo, quia spissitudo regulæ est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis quæ est n l, est æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiem planam instrumenti, quæ est linea m f, cui adiacet linea spissitudinis regulæ æqualis ipsi. Cum itaq; propositam conclusionem experimentaliter placuerit declarare, opponatur instrumentum præmissum corpori solari, uel alteri corpori luminoso cuiuscunque, uel etiam candelæ, & applicetur centrū foraminis instrumenti qd' est punctum m, opposito corpori luminosi secundū qd' melius fuerit possibile, transibitq; radius luminosus centra amborum oppositorum foraminū unius in ora instrumenti, & alterius in tabella perforata exeuntia, quæ sunt m & y, describeturq; circulus luminosus ex parte horæ instrumenti opposito foramini l m n directe per diametrum m p, eritq; centrum illius circuli luminosi in puncto p, qd' faciliter patere potest, si à puncto p ad utranq; partem periferiæ circuli medij illoꝝ trium circulorū, secundū gradus & minuta diuisi, partes interiacentes luminosi circuli periferiā computentur, inuenientur enim æquales numeri hinc inde, est ergo punctum p centrum illius circuli luminosi, linea itaq; m p, secundū quā incidit radius, transiens per centrū circuli utriusq; foraminis, & per centrū circuli luminosi, tota est in superficie plana circuli medij illorū trium circuloꝝ, & est diameter illius circuli, est ergo linea recta, & si aliqd' corpus forti colore medio coloratum, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ instrumenti, ita, ut lumen solis uel alterius corporis transiens per illud corpus, postmodum incidat foraminibus instrumenti, & transeat per illa, tunc ut patuit per ultimam præmissarum suppositionū, circa punctum p in ora instrumenti describetur circulus luminis colorati illo colore, color ergo mixtū cum lumine diffudit formā suam secundū lineas rectas, sicut & ipsum lumen: patet ergo, qd' radij quorumcunque luminum & multiplicationes formarū secundū lineas rectas, ptendunt, & hoc est, ppositum.

II.

Lumen non impeditum, per totum sibi proportionatum medium in instanti necessarium est deferri.

Sit linea, pporionata delationi luminis fortioris, ut est in lumine solis mundi diameter, quæ sit linea a b c d, & sit corpus fortiter luminosum in puncto a, si ergo dicatur, qd' lumen in tempore deferretur per lineam a b c d, & non in instanti, ergo in parte illius temporis deferretur per lineam a b, & in minimo tempore sensibili feretur per minimā partem sensibilem lineæ a b, quoniam si in tempore sensibili feretur per spaciū insensibile, contingeret spaciū sensibile ex insensibilibus componi, sicut tempus mensuratū post illud spaciū compositū ex temporibus sensibilibus in suis partibus feretur, ergo in tempore minimo sensibili per minimū spaciū sensibile, sed in eodem tempore feretur per idem spaciū forma luminosi corporis debilioris, minus illo corpore fortiori luminoso, qm̄ minimo spacio sensibili non est aliqd' spaciū sensibile minus, etiā minimo tempore sensibili non est aliqd' sensibile tempus minus, æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius, qd' est impossibile, qm̄ implicatur contradictoria, est ergo impossibile lumen in tempore per pporionatū sibi mediū diffundi, necesse est ergo qd' illa diffusio fiat in instanti, qd' est, ppositum. Ad hoc etiam aliquæ deferuiunt naturales rationes Aristotelis, quas, qui uoluerit percurrat, quia sufficit nobis hoc unum inconueniens secutum.

III.

Omnis linea qua peruenit lux à corpore luminoso ad corpus oppositū, est linea naturalis sensibilis, latitudinem quandam habens, in qua est linea mathematica imaginabiliter assumenda.

Lux enim non procedit nisi à corpore, qm̄ non est nisi in corpore, unde patet, quia in minima luce, quæ sumi potest, est latitudo: qm̄ minimā lucem dicimus, quæ si diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia non erit uisibilis, sed utraq; pars extinguetur, quia

quia neutra pars eius erit lux, neq; apparebit sensui. Est ergo in linea radiali, secundū quā fit diffusio luminis, aliqua latitudo, ppter quā inest ei sensibilitas, & in medio illius lineæ est linea mathematica imaginabilis, cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquedistantes erunt, & qm̄ lux minima pcedit ad minimā corporis partem quam lux occupare potest, necesse est, qd' pcessus eius sit secundū lineam mathematicā, quæ est in medio lineæ sensibilis, & secundū lineas extremas æquedistantes lineæ mediæ, neq; cadit lux minima in punctum mathematicū corporis oppositi, sed in punctum sensibilem correspondentē omnibus prædictis mathematicis indiuisibilibus, ad quos lineæ mathematicæ ipsius lineæ possunt terminari, & ob hoc utemur in demonstrandis passionibus lucisfiguratione linearum mathematicarum in processu.

IIII.

Corpora diafona sunt apta penetrationi luminis & coloris sine essentiali sui transmutatione.

Hæc enim corpora pprietatem habent, ut non prohibeant formas lucis & coloris se penetrare, attamen non mutantur à lucibus uel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa. Sed sit per illa diffusio lucis & coloris secundum lineas rectas per primā huius, quæ aliquæ sunt æquedistantes, aliquæ secantes se, & quædā diuersi situs, & omnium istarū linearū distinctio sit per distinctū situm corporis luminosi, à quo fit diffusio illius lucis uel coloris. Formæ itaq; lucis & coloris extensæ à coloribus diuersis in eodem diafono, extenduntur quælibet ipsarū secundū lineam rectam, & pertransibunt ad corpora opposita. Corpus uero diafonū non tingitur per lucem uel colores, sed solum penetratur, neq; enim talia corpora ppter lucem & colores perdunt suas formas, neq; tinguntur per lucem & colores tinctura fixa, quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris post recessum lucis uel coloris ab ipsarū oppositione, nō ergo transmutantur illa corpora essentiali transmutatione per lucem & colores, quod est propositum.

V.

Luces & colores in corporibus diafonis non admiscuntur adinuicem, sed penetrant distincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ causa, ponantur in loco aliquo candelæ multæ localiter distinctæ, & sint omnes oppositæ uni foramini pertransienti ad locum obscurū, & opponatur foramini in loco obscuro aliqd' corpus non diafonū, Lucet itaq; candelarū apparent super illud corpus distincte secundū numerū candelarū, & quælibet illarū apparet opposita uni candelæ secundū lineam rectam transiente per foramen & per medium luminis lumen candelæ, & si cooperiatur una candelæ, destruetur unum lumen oppositū illi candelæ tantū, & discooperta candelæ, reuertitur lumen: palam itaq; qd' lucet in medio foraminis, ubi se interfecant omnes uel plures in puncto uno, non admiscuntur in eodem puncto, sed sunt distinctæ per sui ipsarū essentialia, & ob hoc cum ulterius ptenduntur, tunc secundū locorū, quibus incidunt, diuersitatē localiter distinguuntur, & qm̄ lux res coloratas pertransiēs, illarū coloribus coloratur, ut suppositū est: palam, si lumen penetrat distinctū & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt distincti, patet ergo propositum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminosi ad totū corpus luminosum, est sicut determinatæ partis uirtutis ad partē corporis sibi pporionabile.

Sit corpus aliqd' luminosum a b. Dico qd' pportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b, est sicut pportio partis uirtutis q est a, ad partem corporis quæ est a. Si enim nō est istorū eadem pportio, aut ergo maior aut minor: sit primū maior, & sit uirtus totius corporis a b si gnata per lineam g d, sitq; g uirtus partis corporis quæ est a & d, sit uirtus partis corporis quæ est b: quæ est ergo pportio g ad a, eadem est d ad b, ergo per 18, quinti erit coniunctum g d ad a b, sicut g ad a. Si ergo pportio g ad a est maior pportione g d ad a b, erit

erit quoq; maior pportio g d ad a b, q̃ g d ad a b, qd̃ est impossibile, non enim poterint
esse unius rei ad aliam duæ pportiones. quā ū una maior alia, idem quoq; accidit impos-
sibile danti, q̃ minor sit pportio g partis uirtutis ad partem corporis quæ est a, quæ g d
uirtutis ad a b corpus. Si enim minor est pportio g ad a q̃ g d ad a b, & quæ est g ad a, ea-
dem est d ad b per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim pportio totius uir-
tutis, quæ est g d, ad corpus a b minor pportione g d ad a b, qd̃ est impossibile, est ergo
pportio g ad a, sicut g d ad a b, & hoc est ppositum, & est uniuersale, nisi forte aliqd̃ con-
ferat unio uirtutis, qm̃ uirtus unita semper est fortior se ipsa diuisa; unde tenet nostra de-
monstratio, quando partes non diuisæ à toto agunt in ipso toto non actualiter distin-
cte, cum enim distinctæ sunt à toto, tunc non sunt partes, quia nomen partis, id qd̃ dicit
signat potentiā non actum, & de hoc completus in alijs sermo fuerit.

vii.

Omnis corporis luminosi intransmutabilis secundum formam uel situm in corpus aliud æquale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, est semper actio æqualis & uniformis.

Sit enim datū alicuius corporis luminosi uirtus a, & sit corpus æquale & omogeneū
 eidem oppositū b g, & sit impressio uirtutis a in b g corpora signa
 ta per c. Dico qd a semper imprimit in corpus b g impressionem
 c, quæ est semper æqualis sibi ipsi & uniformis. Si enim detur qd a
 quandoq; imprimit in b g impressionem quæ est c, qñq; uero nō
 imprimit c, sed aliud maius uel minus ipso c, ut d, tunc cum cor-
 pus obiectum sit omogeneū & uniforme, erit diuersitas impressi-
 onis non à corpore b g patiente, sed à uirtute a diuersificata in se,
 hoc autem est impossibile, cum corpus luminosum positū sit in-
 transmutabile secundum formam & situm, est ergo ipsius actio semper æqualis & uni-
 formis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, & hoc est po-
 situm.

viii.

Neceſſe eſt terminū lōgitudinis cuiuslibet umbræ radiū luſioſum eſſe:
Quod hic ꝑponitur, ſatis patet per præmiſſa principiā, quoniam enim per tertiam ſuppoſitionem ſolum in abſentia luminis fit umbra, & ꝑ 4. ſuppoſitionē in allatione luminis umbra deficit, tunc neceſſario oportet in tanto ſpacio umbram cauſari, in quantum lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminuſ ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum ſit linea, patet ꝑ oportet, ut illa linea ſit luſioſa, eſt ergo illa linea radius luſioſus per diffinitionem radij, patet ergo ꝑpoſitum.

IX.

A terminis æquedistantium altitudinum corporis luminosi altioris, & corporis umbrosi bassioris productæ lineæ, concurrentes sunt suis altitudinibus proportionales, ex quo patet, q̃ eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem projicit umbram q̃ ex lumine altiori.

ad lineam e d, ergo per 5. primi huius, erit e contrario pportio lineæ g e ad lineam b g, si
cut li

cūt lineæ e d ad lineam a b: palam ergo est, ppositum, quoniā eodem modo demonstra-
ri potest de lineis g a & g d, & ex hoc patet, qm̄ eadem altitudo corporis umbrosi ex lu-
mine bassiori longiorem projicit umbram q̄ ex lumine altiori. Esto enim q̄ aliqd̄ cor-
pus luminosum sit in puncto h, cadatq; radius h a in punctum lineæ e g, qd̄ sit k, eritq; p̄
præmissum modum proportio e k ad b k, sicut h e ad a b, sed per 8. quinti proportio li-
neæ h e ad a b est minor q̄ d e ad a b, ergo per 11. quinti proportio e k ad b k est minor q̄
e g ad b g, multum ergo excreuit umbra b k respectu umbræ b g, ut patet per 10. quinti
& per 4. primi huius, & ex hoc accidit, q̄ umbræ lunares semp̄ sunt lōgiores q̄ umbræ
solares, & ita de alijs corporibus luminosis altioribus & bassioribus quibuscunq; patet
ergo, ppositum. x.

X.

Omnem radium luminosum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbrosi protensum, necesse est esse lineam unam rectam.

Remaneat totalis dispositio proximæ præcedentis, & sit punctus g finis umbræ, quæ utiq; ut patet per 8. huius, cuiuslibet umbræ terminus est radius luminosus. Dico qd ille radius terminans umbram est linea recta, ut est in pposita figura linea d a g, si enim non est recta linea d a g, tunc d a linea sit recta per primam huius, ideo, qd nullam habet causam impediementi in progressu, & linea a g similiter est recta per idem, coniungitur ergo lineæ d a & g a angulariter in puncto a: subtendatur illi ergo angulo utuncq; contingat ab alio punctis d & g, & sit linea d u g recta, & protrahatur uel ab scindatur linea a b, trigonum itaq; e d b g diuiditur per lineam d u æquedistantem lineæ e d, ergo per 29. primi erunt trigoni e d g & b u g æquianguli, ergo per 4. sexti erit pportio lineæ g e ad lineam g u, sicut lineæ e d ad lineam d u. Sed per proximam præmissam est pportio lineæ g e ad lineam b g, sicut lineæ d e ad lineam b a, est ergo p 11. quinti eadem pportio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a, qd est contra 8. quinti, & impossibile, ad minorem enim maiorem, & ad maiorem minorem est proportio, uel sequetur maiorem lineam esse æqualem minori p 9. quinti, hoc autem est impossibile, Oportet ergo ut radius d a g sit linea una recta, quod est propositum.

XL

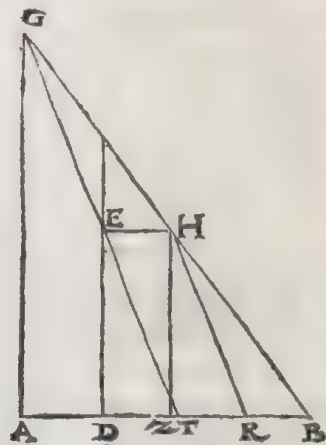
Omnia corpora densa non diafona in partem luminoso corpori aduersam umbrā prouiciunt usq; ad incidentiā radij per rei densæ uerticē pducti.

Quia enim in corporibus densis nō diafonis natura diafoneitatis & transparentie est impedita per admixtionē corporū opacōꝝ terreorū, sunt enim omnia talia naturæ terreæ à dño, necesse est ergo, ut transitum luminis impendant, ergo per petitionem in absētia luminis umbrositatem efficiunt in ea parte, in qua per ipsas luminis excessus impeditur, hoc autem est in parte aduersa corpori luminoso. Sit autem aliqđ talium umbrosōꝝ corporū, cuius altitudo ab horizonte sit a b, & eius uertex a, & sit corpus luminosum altius qđ linea a b, cuius aliquis supremus punctus sit d, radij itaq; in tota linea a b incidentes, impediuntur à transitu ppter corporis opacitatē, cadat uero radius d c proximus sup radiū d a, hic ergo radius, quia non impeditur, transit ultra corpus a b, in sua ergo incidentia quæ sit c affert lumē, deficit ergo umbra, & patet propositum.

XII.

Aequalium altitudinum corporum umbrosorum, quod fuerit corpori luminoso se altiori propinquius, breuiorem facit umbram.

Sit supremus punctus corporis luminosi g, q̄ sit altius duobus corporibus umbr-
osis, cuius altitudo a superficie horizontis sit linea a g, sintq̄ duorum corpore umbriferorū
æquales altitudines erectæ sup lineam a b, productæ in ipsa superficie horizontis quæ
fin



sint d e & z h, quarum d e sit propinquior corpori luminoso a g & z h remōtiorē, ducaturq; per uerticē corporis d e radius g e t, qui erit linea una p 10. huius, & per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaq; per prēmīssam corporis d e umbra d e t, & corporis z h umbra z h b. Dico q umbra d e est minor q̃ umbra z h b, ducatur enim à puncto h linea æquedistans lineæ e t p 3 1. primi, quæ sit h k: passamq; per 2. primi huius, quoniā linea h k concurret cum linea a b cum qua concurret eius æquedistans quæ est linea e t, & quoniā lineæ h b & e t concurrūt in puncto g supremo puncto corporis luminosi, cadet ergo punctū k p 2. & p 14. primi huius inter duo pūcta t & b, copuletur ergo linea e h, quæ p 3 3. primi ex hypothesi æqualis & æquedistans erit lineæ d z. Sed p 34. primi lineæ e h & t k sunt æquales, lineæ ergo t k & d z sunt æquales, addita ergo lineæ z t, utrobique erit linea d t æqualis lineæ z k, ergo p primam sexti umbra z h k est æqualis umbræ d e t, quoniā sunt eiuſdem altitudinis ex hypothesi, sed umbra z h k est minor q̃ umbra z h b, quoniam est pars eius, ergo & umbra d e t est minor q̃ umbra z h b.

patet ergo propositum.

XIII.

Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoso oppositæ, in fi-
xæ superficiæ corpori denſi nulla eſt, eleuatæ uero eſt linearis, apparet au-
tem punctualis.

Si enim per suppositionē 3. in absentia luminis sit umbra, tunc patet, qd si lineā ma-
thematicam naturalis corporis superficie infixam, accedit luminoso corpori ppendicula-
riter offerri, non impeditur, nisi unita linea radialis à transitu cum alijs lineis radialibus
quæ transeunt ad superficiem illius corporis, nulla uero aliarum linearum radialium impeditur
ppter obiectū illius lineæ. aliās enim accideret duas uel plures lineas radiales cum una
linea ppendiculari ipsis obiecta in uno puncto cōcurrere, qd est impossibile, quia indiui-
sibilia in nullo se excedunt. Cum autē radius non sit aliud qd linea luminosa, ut patet per
diffinitionem, palam, qd radius ad modū lineæ incidit superficie corporis secundum pun-
ctum, ergo & impedit secundū punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4.
suppositionē, quia ergo unicus radius est impeditus, & ille incidit secundū punctum, pa-
lam qd non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur super densi corporis superfi-
ciem, ubicunq; sub linea ponatur densa superficies, umbra inuenitur: & si per diuersa pun-
cta fiat descensus, palam, quia umbra projicitur linearis, eo, qd intra quolibet duo pun-
cta est lineam mediam ducere, apparet autem semp punctualis in concursu sui cum su-
perficie corporis densi, quia ibi solū cum umbra densitatis superficie commiscetur. pa-
tet ergo illud quod proponebatur.

XIII.

Vmbra superficiei planæ cuiuscunque figuræ perpendicularis super superficiem corporis luminosi infixæ, corpori denso nulla est, eleuatæ uero est superficialis, sed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentē, ad quilibet enim punctū lineæ terminantis quācūq; da-
tam superficiē corpori luminoso perpendiculariter oppositam, contingit ducere lineam
perpendiculariter oppositam corpori luminoso, Umbra ergo cuiuslibet illarum linearū sup-
ficie pposita existente infixā corpori denso, nulla est, ergo neq; umbra totius superficiē
fit aliqua eleuata nisi superficie opposita ab illo denso corpore, umbra cuiuslibet illarum
linearū p præcedentē ppositionem est punctualis, aggregata uero talia puncta, uident
lineam constituere, apparet ergo umbrā superficiē taliter eleuata umbrā linearis, & q-
niam superficies circulares ex suis diametrīs ex alijs perpendiculariter super corpus lumino-
sum pductis, non accipiunt nisi puncta umbrarū, quæ ad lineam rectam inferius concu-
runt, quia impediunt transitū rectæ lineæ ipsarū umbræ linearis recta, non enim causant
umbræ a figura quorūlibet obiecta, nisi secundū q transitus luminis impeditur, cuius-
cūq;

cunq; ergo figura fuerit, pposita superficies, umbra apparens semp erit superficialis, uidebitur autem linearis, ppter premissas causas, patet ergo propositum.

XV.

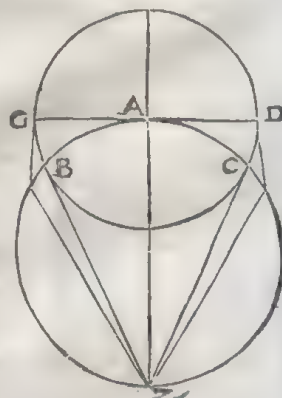
Omnis corporis denſi, cuius æqualis uel amplior eſt baſis contrapoſita ſibi ſuperficie perpendiculariter corpori luſinoſo oppoſito infixi corpori denſo, umbra nulla eſt, eleuati uero eſt corporalis, uidetur aut̃ ſuperficialis.

Verbi gratia; Sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis uel amplior superficie illius eiusdem corporis contrapposita ipsi basi, si ipsius corporis superficies terminetur ad unum punctum, ut est in pyramide, quod infigatur superficiem alicuius corporis solidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoso, dico quod uerum est quod præponetur. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis superficiem contrappositæ basi, & aduersæ corpori luminoso, patet, quoniam radij luminosi ex omni parte secundum lineas longitudinis perueniunt ad basem, nulla ergo fit umbra, & idem patet, si illud corpus sit pyramidale, uel si basis sit maior sibi contrappositæ superficie aduersæ corporis luminosi, tunc enim lumen nullatenus impeditur, quod tamen accideret, si superficies aduersa corpori luminoso esset amplior ipsa basi corporis umbrosi, tunc enim impedito transitu luminis causaretur umbra. Sed quacunque figura corporis existente, si ipsum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum, apparebit umbra superficialis; superficies enim secantes corpus, & perpendiculariter superficiem corporis luminosi incidentes, umbram constituent linearem per præmissam, & quia tota superficies corporis opposita luminoso corpori per tales superficies exhauritur, lineæ uero tales coniunctæ superficiem constituent palam, omnis corporis sit dispositio umbram superficiei apparere, erit autem illa umbra necessario corporalis, quoniam erit dimensionata dimensionibus corporis, quod potest declarari ut prius, patet ergo propositum.

XVI.

Longior radius ad sphaeram uel circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniens, quasi linea contingens est.

Sit circulus magnus sphaerae uel columnae uel pyramidis rotundae, qui d g, cuius centrum sit punctum a, & diameter g d, & qm lumen ad omnem diffrentiam positionis se diffundit, sicut patet p 6. suppositione, sit punctum corporis luminosi z, cuius lumen se diffundit sup circulum d g, ducaturq; linea z a a puncto corporis luminosi ad centrum illu minati circuli, & secundum diametrum a z describatur circulus, secans circulum d g in punctis e & b, & copulenter radij z e, z b. Di co q radij z e & z b sunt contingentes sphaeram, uel aliud aliorum corporu, & q nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora per uenire; ducantur enim a centro circuli g d, qd est punctum a, ad puncta sectionum b & e, lineae a e & a b, palam ergo p 30. tertij, q niam duo anguli z e a & z b a sunt recti, ergo per 15. tertij patet, q lineae z e & z b contingunt circulum g d, productae ergo non secant circulum g d; sunt itaq; lineae z e & z b longiores lineae, quae a puncto z ad illa corpora duci possunt. Si enim detur, q aliqui longiores radij duci possunt a puncto z ad illa corpora, patet per 8. tertij, q illae non cadent in arcum e b, ipsae ergo productae secabunt lineas z e & z b prius q; pueniant ad arcus e g uel b d, duc itaq; lineae rectae includent superficiem, qd est impossibile, & hoc quidem non solum demonstrabile est in corporibus illuminandis, sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis. quia & ab illis longior radius obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens, patet ergo ppositum.

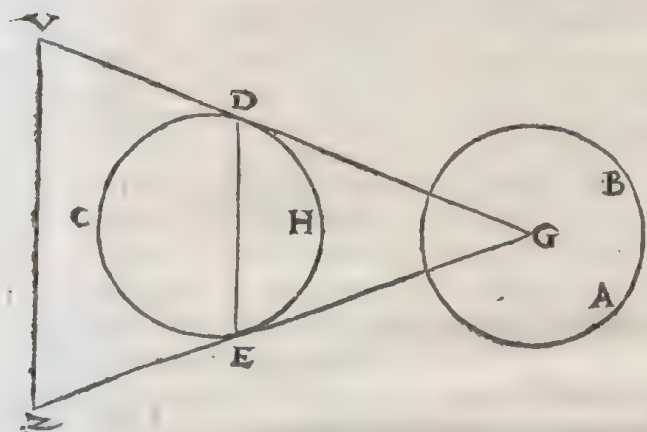


XVII.

Impossibile est, ut lumen egrediens à corpore luminoso, egrediatur tantum à centro corporis luminosi, ex quo patet, qđ necesse est à quolibet pun-

cto superficie corporis luminosi diffundi radios luminosos.

Si enim dicatur qd radij luminosi tantum egrediuntur a centro corporis luminosi, sit corpus luminosum circulus a b, cuius centrum g, sitq; corpus illuminatū circulus d e, a centro g corporis luminosi egrediuntur duo radij longissimi, qui possunt ab illo pūcto a corpori illuminando incidere, qui p præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines



corporis illuminati, quæ sint g d u, g e z, & puncta contactu quæ sint d & e copulenta per lineam d e & e i, æquedistanter ducatur lineæ u z, p 31. primi, erit qd pars corporis illuminati super quā cadit lumen pars d h e, & pars obscura super quā nō cadit lumē, quæ d c e, & quia pars supra quā non cadit radius, non illuminatur, ergo ps contenta sub terminis u d c p e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z æquedistantes: sunt itaq; per 29. primi trigoni u g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e est cōmunis ambobus trigonis, est ergo p 4. sexti, pportio lineæ g e ad lineam g z, si

cut lineæ d e ad lineam u z, sed lineæ z g est maior q̃ lineæ e g, ergo lineæ u z est maior q̃ lineæ d e, umbra ergo corporis omnium cuiuscunq; sint pportiois ipsarū diameter ad diametros corporis luminosi semper est maior corpore umbroso, & semper augmētatur secundū modum q̃ elongatur ultra corpus umbrosū, cuius contrariū notū est sensui. Vnde fuit suppositū in principio aliquā umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo est, ppositum. Et cum lumen egrediatur a corpore luminoso, & non solum a centro, ut ostendimus, manifestum est corollarium, quoniā a quolibet puncto superficie corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminosum secundū qd huius unigeneum est, unde quæ ratione dabitur ab uno puncto suæ superficie lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, pater ergo propositum.

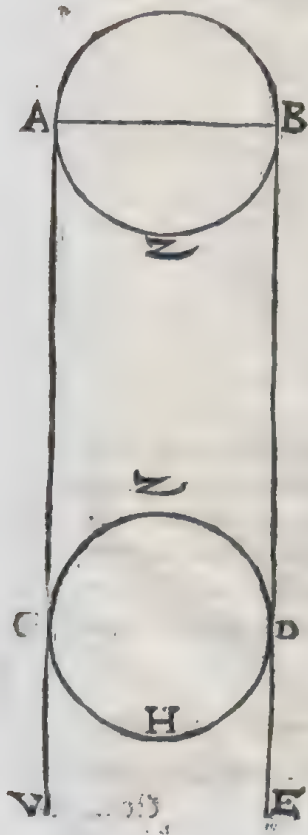
XVIII.

Impossibile est, ut a superficie corporis luminosi egrediantur radij solum æquedistanter corpori illuminando incidentes.

Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequeretur evidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b, & corpus illuminatū d g, & pducant a corpore luminoso duo radij longiores, q per 16. huius erunt duæ lineæ cōtingentes fines corporis g d, quæ sint a g e & b d h, & sint æquedistantes ex hypothesi, pars q̃q; illuminata super quā cadit lumē sit g z d, & pars sup quā cadit umbra sit g h d, umbra ergo cōtinet a duabus lineis e g & d u, quæ sint æquedistantes. Si ergo unicuiq; corpori illuminando correspondeat æqualis sibi pars corporis illuminatis, tūc enī solū secundū lineas æquedistantes radij incident per 33. primi, patet ergo, qd omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ, igitur nō augebitur umbra, neq; minuetur, sed ptendetur super in infinitum, qd est contra suppositionem, habet enim aliqua umbræ terminū acutum, est ergo hoc impossibile, oppositum est ergo necessarium, & hoc est ppositum.

XIX.

Ois punctus corporis luminosi eam partē corporis umbrosi illuminat, ad quā ab eodē pūcto rectas lineas possibile est



se est produci, ex quo patet, qd unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosū corpus.

Sunt enim corpora luminosa unigena in suis partibus, non ergo diversificatur effectus suarum partium, neq; est possibile, ut ab una parte illumineat, & non ab alia, non tamē ab uno puncto corporis luminosi ad quilibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ pducī, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa a diversis punctis corporis luminosi. Sit enim corpus luminosum circulus a b, qd contingat lineæ d g sup punctum a per 16. tertij, sitq; corpus illuminatum concavū arcus e b, & secet ipsa lineæ d g super duo puncta z & h. Dico qd possibile est omnē arcum z h illuminari a puncto a corporis luminosi, qm, ut patet, possibile est, ut ab omni pūcto arcus z h ducatur lineæ recta ad punctum a l, & ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a est impossibile p 15. tertij, qm inter lineam g d contingentem circulum a b aliquā lineam rectam intercipi est possibile. Si ergo aliqua lineæ ab aliquo puncto illorum arcu ducatur ad punctum a, illa necessario secabit circulum, sicut lineæ u a secat circulum a b in puncto t priusq; pueniat ad punctum a, & similiter est de omnibus lineis a quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctū a pductis, omnes enim secant circulum a b in alio puncto ab ipso puncto a priusq; pueniant ad punctum a: radius itaq; exiens a puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, sed solum arcum h z, sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, a quibus ad eosdem arcus recte possunt pducī lineæ nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunq; corporibus illuminant, qm si corpora concava de quibus plus videtur, qd possint ab uno puncto illuminari, non illuminantur ab uno puncto corporis luminosi, ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, vel corpora spherica, vel alia cōvexa, possunt ab uno puncto luminosi corporis illuminari, patet ergo, ppositū & eius corollarium.

XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppositā superficiē duci potest, unica tantum lineæ perpendiculariter superficie obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

Quodenim lux cuiuslibet corporis luminosi diffundatur secundū omnem lineā ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti ad omnem positionis differentiam, hoc patet per præmissam. Qd autem unica tantū lineæ ab aliquo uno puncto corporis luminosi pductarū ad superficiem unam corporis oppositi sit perpendicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo lineæ perpendiculariter incidit superficie sibi oppositæ, omnes vero aliæ lineæ ab eodem puncto pductæ, incidunt oblique, patet ergo ex hoc, qd cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundū pyramidem illuminationis diffunditur, cuius vertex est in pūcto corporis luminosi & basi in superficie corporis obiecti, & hoc quidā instrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim transeunte foramen instrumenti, cuius centrum est punctū m, & diffusio in ipso in partem oppositā oræ instrumenti secundū circulū, cuius centrum est punctū p, erit circulus p maior circulo m, qd sensibiliter potest videri. Computatis hinc inde partibus in ora instrumenti, quæ interiacent periferias illorum circuloꝝ & centra, patet ergo, ppositum.

XXI.

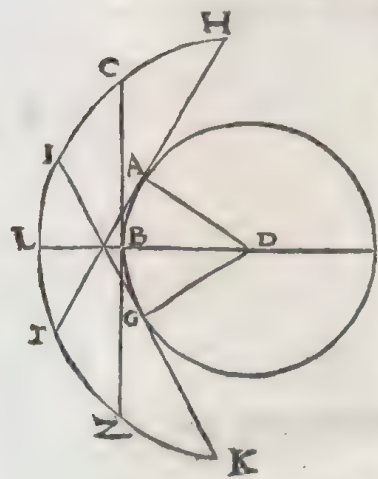
Corporis umbrosi pars, cui a pluribus partibus corporis luminosi lumen

1 3

incidit

incidit, plus illuminatur, q̄ pars cui à paucioribus, ex quo patet unūquodq̄ umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentē plus illuminari.

Sit corpus luminosum circulus a b g, cuius centrum sit d, sitq̄ arcus sui concavitate respiciens corpus illuminandū qui a b g, diuisus per aequalia in puncto b, & ducatur linea z e contingens circulum in pūcto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulū

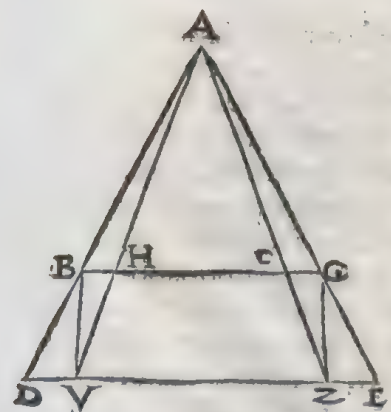


linea i k, & in puncto a linea t h, sitq̄ corpus umbrosum arcus k z t i c h, ducat quoq̄ linea p b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum, eritq̄ hæc ppendicularis super lineam c z, cōtingentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquaq̄ igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, similiterq̄ arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusq̄ arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaq̄ l illuminat à tribus punctis corporis luminosi, scilicet punctis a b g, & totus arcus t i est cōmunis illuminationi trium punctoꝝ a b g, arcus uero c i est cōmunis duabus tantū illuminationibus punctoꝝ a & b, arcus quoq̄ z t est similiter cōmunis duabus tantū illuminationibus punctoꝝ l & g, qm̄ est cōmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantū ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantū puncto g. Illuminatio ergo

arcus t i triplicatū habet lumen, q̄ arcus z t & c i habent duplum, & q̄ arcus c z & z k habent simplum, magis ergo omnibus alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui est circa lineā ppendicularem, quæ est l d, & illuminatio duorū arcuū z t & c i est æqualis, qm̄ à totidē punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius, ipsorū uero amboꝝ illuminatio maior est illuminatione duorū arcuum c h & z k, eritq̄ semper pportio excessus illuminationis secundū numerum punctoꝝ corporis illuminantis respicientis partem corporis illuminati, patet itaq̄ ex ijs, qm̄ semper id qd' est ppinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, qd' est remotius ab eadem perpendiculari, super ipsam namq̄ plus luminis cadit, q̄ à pluribus luminosis partibus illuminatur, quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corpore quocunq̄, exemplificauimus autem istū in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo ppositum.

XXII.

Omne corpus umbrosum puncto luminoso ppinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.



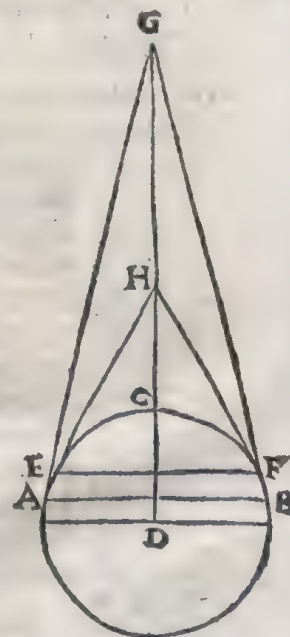
Sit corpus luminosum in puncto a, & corpus illuminatū sit apud lineam b g, & copulentur lineæ a b & a g, uirtus itaq̄ corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aërem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquedistans lineæ b g e per 31. primi, sitq̄ linea b g ppinquior corpori luminoso in puncto a existenti q̄ corpus d e. Dico q̄ corpus b g fortius illuminatur q̄ corpus d e, sit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis q̄ sit b u, & à puncto g perpendicularis quæ sit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaq̄ lineæ u a & z a, hæc ergo secant lineam b g per 2. primi huius, secet ergo ipsam lineam u a in puncto h, & lineam z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpus b g est diffusa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, est diffusa solum per trigonum a h t, & quia per primā sexti triangulus a b g est maior triangulo a h t, quoniam basis b g est maior base h t, plus itaq̄ luminis diffusum est in trigono a b g, q̄ in trigono a h t, in quolibet enim istorum trianguloꝝ puncto est lumen æqualiter diffusum

diffusum. Lumen ergo incidēs corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat q̄ corpus b g, quia paucius sibi lumen incidit, pportio enim uirtutis luminis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est minor pportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus u z per 8. quinti, qm̄ ut patet ex præmissis, lumen incidens lineæ b g est plus lumine incidente lineæ h t. Pportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u c, est sicut pportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim pportio uirtutis peruenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientē ad lineam b g, sicut impressionis factæ in corpus u z ad impressionē factā in corpus b g. Sed per præmissa lumen perueniens ad lineam h t est debilius lineæ perueniente in lineam b g, ergo impressio perueniens à lineæ h t in corpus u z, est debilior impressione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaq̄ ppinquius corpori luminoso fortius illuminatur q̄ remotius ab eodem, & hoc est propositum.

XXIII.

Puncto remotiori à corpore luminoso incident radij à pluribus punctis corporis luminosi q̄ puncto propinquiori.

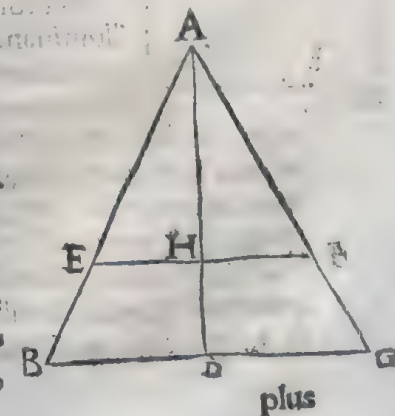
Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius cētrum d, & ducatur ppendicularis d g, in qua signent duo puncta g remotior, & h ppinquior. Dico q̄ puncto remotiori qui est g, incident radij à pluribus punctis corporis luminosi q̄ ipsi puncto h, ducantur enim radij longissimi à corpore luminoso ad punctū h, erunt itaq̄ per 16. huius illi radij contingentis sphaeram. Contingāt itaq̄ radij incidentes puncto g in pūctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant sphaerā in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, qm̄ puncta contingentia e & f cadent intra puncta d & b, quia itaq̄ punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs. Punctū uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositum, quoniam punctum g illuminabitur à superficie corporis luminosi, quæ per æqualia diuidit arcus a c b, & punctū h illuminabitur à superficie corporis luminosi, quæ per æqualia diuidit arcus e c f, imē ppter radiorum fortitudinē quæ sequitur ipsorū breuitatē fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs q̄ punctū g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radioꝝ multorū oblique incidentiū & debiliū, sed in puncto propinquiori fortificabitur lux ex breuitate radij secundum quā à corpore luminoso immititur plus uirtutis.



XXIII.

Omne corpus luminosum minus spacium à quo non egreditur fortius illuminat q̄ spacium maius illo.

Quod hic proponitur, satis patet per exemplum, una enim candela paruam camerā fortius illuminat q̄ domum uel cameram maiore, potest tamē idem figuratim demonstrari. Esto enim, ut sit punctus aliquis corporis luminosi a, à quo per spacium magnū, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & sit radius a b perpendicularis super lineam b g, illuminatur itaq̄ spacium totum b g secūdam has lineas à puncto a sibi incidens, abscindatur itaq̄ à lineæ a b linea a e ut placuerit, & à lineæ g e abscindetur linea a f æqualis lineæ a e, productaq̄ linea e f, secet lineam perpendicularē quæ est a d in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur spacium ne lumen ultra pertranseat, erit illud spacium minus spacio terminato per lineam b g d per 2. sexti. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniāt ad lineam e f,



plus

plus ergo aggregantur radij in spacio e f q̄ in spacio b g, fortiores ergo sunt cū sint utriusque plus unita, magis ergo agunt q̄ in spacio b g, in quo sunt diffusiores, plus ergo illuminatur spaciū minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, q̄ spaciū maius illo, & hoc est propositum.

XXV.

Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respiciens superficiem corporis sphaerici luminosi, alicui diametro illius corporis aequedistat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respiciens superficiem corporis luminosi sphaerici, cuius centrum sit punctum c. Dico q̄ linea a b aequedistat alicui diametro corporis c, ducatur enim linea a c a termino lineae a b ad centrum corporis luminosi, & super punctum c terminū lineae a c, fiat angulus aequalis angulo b a c per 23. primi, quae sit d c a, producta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni, lineae ergo d c & a b aequedistant adinuicem per 27. primi, & quoniam linea c d est ducta a centro corporis luminosi, patet q̄ ipsa est pars diametri sphaerici illius corporis, producta ergo diameter d c e, patet q̄ ipsa aequedistat lineae a b, & hoc est propositum.

XXVI.

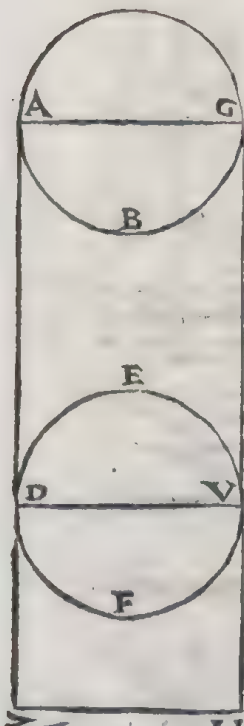
Diametro corporis luminosi sphaerici existente aequali diametro corporis illuminandi, tantum eius medietas illuminatur, & umbra sit aequalis rei in infinitum protensa.

Esto corporis illuminantis diameter a g, cuius pars aspiciens corpus illuminandū sit a b g, diameter uero corporis illuminandi sit d b aequalis ex hypothesi, & per praemissam aequedistans diametro a g, & superficies illuminata sit d e b. Dico q̄ d e b est medietas superficiei corporis illuminandi: ducantur enim radij a d & g b, & quia itaq̄ diameter a g est aequalis & aequedistans diametro d u p hypothesi & per praemissam, palam q̄ radij a d & d u sunt aequedistantes & aequales per 33. primi, ergo in infinitum pertracti nunq̄ concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrum d u, eius ergo corporis tantū medietas illuminatur, protenditur enim umbra in infinitum aequalis diameter corporis, & est extensa intra lineas d z & u h, & est linea z h aequalis lineae d u, portio itaq̄ arcus d f u, quae est medietas totius superficiei corporis d e b, & lineae d z & u h continent umbram aequalem rei umbrosae, quae protenditur in infinitum, patet ergo propositum.

XXVII.

Diametro corporis luminosi sphaerici existente maiore diametro corporis sphaerici illuminandi, plus medietate corporis illuminantur, & basis umbrae est minor magno circulo corporis illuminati concurrens ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminosum contentum circulo a b, & sit corpus umbrosum illuminandum contentum circulo g d, & sit diametros a b maior diametro g d, & sint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij necessario concurrent ultra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc aequedistabunt, necessarium ergo erit diametros a b & g d esse aequales, qd̄ est contra hypothesim, concurrunt itaq̄ in puncto e: patet ergo, q̄ radij a g & b d non transeunt terminos diametri circuli g d: si enim non transeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e sunt duo anguli recti, qd̄ est impossibile & contra 32. primi, palam q̄ radij a e & b e non transeunt per terminos diametri circuli g d, sed ultra illos contingunt superficiem corporis illuminandi, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius sphaerici

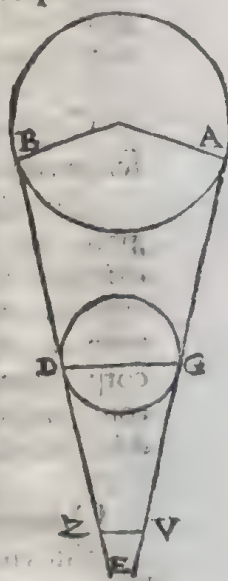


corporis continet umbram, patet q̄ basis umbrae minor est magno circulo corporis illuminati, quod est propositum.

XXVIII.

Diametro corporis luminosi sphaerici existente minore diametro corporis illuminandi sphaerici minus medietate illuminatur, & est umbra multo maior corpe illuminato in infinitum protensa.

Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g, & corpus illuminandum, cuius maior circulus sit a b, & sit diameter circuli d g minor diametro circuli a b, cōcurrēt itaq̄ radij g a & d b ultra corpus luminosum g d p praemissam diametrorum portionem, concurrant ergo in puncto e ultra diametrum corporis d g, ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, quia si sic erunt ut in praemissa per 15. tertij trigoni a b c duo anguli recti, qd̄ est impossibile, minus ergo medietate corporis a b illuminatur, & quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra intra illum protensa semper dilatatur, cum per 14. primi huius radios g a & g b ad illā partem concurrere sit impossibile, patet q̄ umbra extendetur in infinitum, & hoc est qd̄ proponitur, & per hanc praemissam penitus similiter in columnis & pyramidibus potest demonstrari, idem enim in illis est demonstrandi modus.



XXIX.

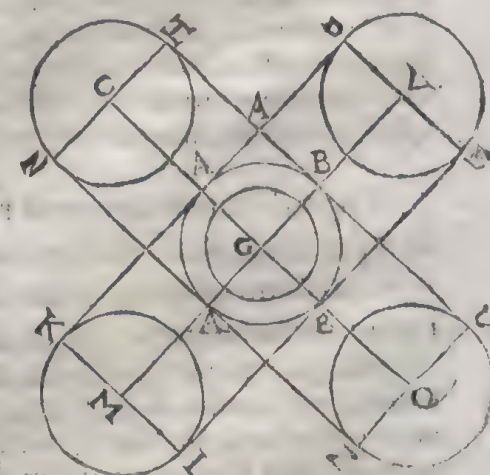
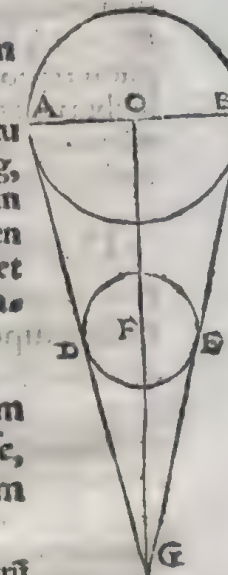
Superficiem planam super medium umbrae erectam corpus umbrosum & corpus luminosum per aequalia diuidere est necesse.

Sit corpus luminosum a b, cuius centrum e, & corpus umbrosum sit d e, cuius centrum f, sitq̄ punctum in medio umbrae qd̄ sit g, & copuletur linea e f g, eader itaq̄ linea f g in medio umbrae, superficies itaq̄ erecta super medium umbrae, necessario erit erecta super lineam g f, transit ergo illa superficies centrum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi, necessario ergo diuidet illa corpora per aequalia per ea quae ostensa sunt in principio huius, patet ergo propositum.

XXX.

Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosum per aequalia diuidentem, super medium umbrae erigi est necesse, ex quo patet tot esse umbras eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

Sit corpus super qd̄ cadit lumen qd̄ continetur a circulo a b, cuius centrum est g, & sit unum corporū luminosū cōtentum a circulo d e, cuius centrum aliud corpus luminosum contentum a circulo z h, cuius centrum est t, uidebit itaq̄ umbra opposita luminoso corpori d e, contenta a lineis a k b l, cuius medius punctus sit m. Cum ergo aliqua superficies diuiderit corpus luminosum & corpus umbrosum per aequalia, illa necessario transibit per lineam u g m, secabit ergo per aequalia ipsam umbram, quia perpendiculariter erecta transit per ipsius corporis centrum qd̄ est punctum g. Similiter q̄q̄ superficies diuidens per aequalia ambo corpora z a & a b transit per lineam t g, ductā per centra illorum corporum, sed eadem pertransit centrum umbrae cōtentae sub lineis a n & u s secundum punctū medium ipsius qui sit q̄, illa ergo superficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet & umbram p duo aequalia, & qm̄ superficies planae secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde per



æqualia sunt diuisa, patet qd secundum ipsas numerantur etiam & umbrae, patet ergo ppositum. Vniuersaliter enim tot erunt umbrae eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

XXXI.

Corporis umbrosi remotioris à corpore luminoso umbra minus umbre scit, propinquieris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbrosum corpori luminoso ppinquius illuminatur fortius corpore plus distante, patet qd umbra corporis ppinquioris plus priuat luminis, radij quoq; ipsam terminantes sunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbrescit, quoniam radij terminantes illas umbras sunt plus luminosi, ppter qd etiam plus apparent umbræ in præsentia illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoso umbra minus priuat luminis, radij quoq; continentes ipsam umbram sunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbrescit, patet ergo ppositum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbrescit.

Esto enim, ut sit unum corpus umbrosum obiectum pluribus corporibus luminosis, palem ergo per 30. huius, quoniam tot erunt umbrae eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponunt luminosis corporibus. Si itaq; accadat, ut umbrae se interfecent, dico qd umbra multiplicata plus umbrescit, quælibet enim umbrarum aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanent in alijs partibus medijs in quibus umbra non multiplicatur, sed remanet simpliciter umbra, ergo illa simplex profunditur aliquo lumine qd ad umbram multiplicatam non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbrescit, qm plurimum lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo ppositum.

XXXIII.

Duo corpora, quorum unum obumbrat reliquum secundum sui medium in eadẽ superficie erecta, super corpus luminosum consistere necesse est; & si in eadem superficie propinqua adinuicem consistunt, unum reliquum secundum sui medium obumbrabit.

Hoc quantum ad primam partem patet per 30. huius, quoniam enim superficies plana corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidens, erecta super superficiem corporis luminosi, & ipsa erigitur super medium umbræ rei umbrosæ, umbra uero cadit super lumen corporis obumbrati, ergo oportet qd illud corpus obumbratum secundum sui medium sit in superficie erecta super superficiem corporis luminosi, ex hoc patet secunda pars præsentis theoremat, qm si duo corpora ppinqua adinuicem secundum sui partes medias in eadem superficie erecta super superficiem illuminati corporis consistunt, unum reliquum obumbrabit, quoniam remotius à lumine, quando fuerit, ppinquum illi qd plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, qd est ppinquius lumini, ut quando idẽ radius transiens uirtutem propinquieris, transit ad uerticem remotioris, uel punctum alio quod, qd sit altius illo, patet ergo ppositum.

XXXIII.

Æquedistantia linearum radialium, uel ipsarum concursus non est totaliter per se ex natura radiorum, sed ex proportionem diametri corporis luminosi ad diametros corporum umbrosorum, ex quo patet, qd lumen diffunditur uniformiter per aërem circumstantem.

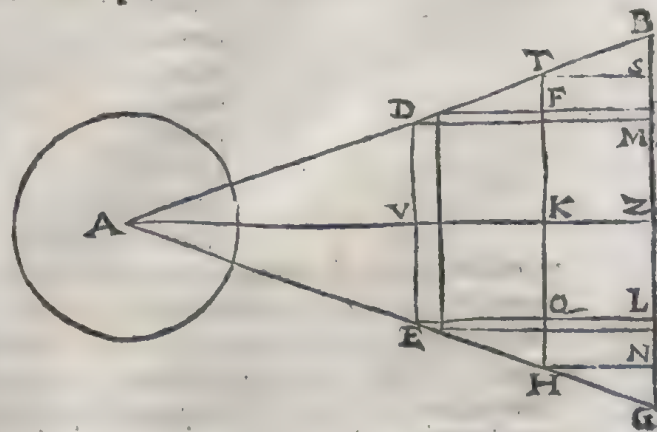
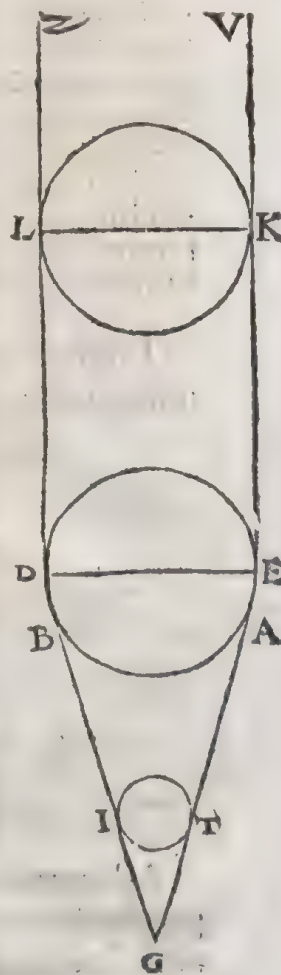
Hoc patet per 17. & 18. huius, & potest sic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminosum circulus a b, & una lineæ radialiū ab ipsa egredientiū sit lineæ a g, & alia lineæ b g, & concurrant illæ in puncto g, sit tunc una lineæ e u, & alia h z, & sint e u & h z æquedistantes, sitq; corpus unum, cuius diameter sit minor diametro corporis luminosi super qd cadit lumen positum inter duo a g & b g se contingentes, cuius maior circulus sit

fit t i, & contingat ipsum lineæ b g in puncto i, & lineæ a g in puncto t, & corpus aliud æquale corpori luminoso, super qd cadit lumen, sit positum inter duas lineas æquedistantes e u & h z, illud corpus contingentes, cuius diameter sit k l, contingaturq; à lineæ e u in puncto k, & à lineæ h z in puncto l, umbra itaq; pueniens ex corpore t i minuitur & terminatur, & sit pyramidalis per 27. huius, ideo, quia radij contingentes corpus t i, q sunt a g, b g, concurrunt in puncto g, umbra ergo corporis t i continetur à duabus lineis l g & t g, & superficie corporis t i, quæ est à parte g, umbra ergo finitur apud punctum g, umbra uero corporis k l, ptenfa inter lineas æquedistantes l z & k u, ut patet per 26. huius, non terminat ad aliud punctum, quoniam illæ lineæ contingentes umbram in infinitum protrahunt, non cōcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & h z, concurrent lineæ e u & h z, & uariabit umbra ab ipsis prius cōtenta secundum diuersitatē pportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrum corporis b a, & ex hoc patet, qd radij per se non sunt lineæ, neq; regulares, neq; irregulares, neq; æquedistantes, neq; concurrentes, sed accidunt eis lineatio per respectum ad corpora in quibus incidunt, & æquedistantia & concursus accidunt eis p proportionem diametrorum corporum umbrosorum ad diametros corporis luminosi; diffunditur ergo lumen uniformiter per totum aërem circumstantem, ita, ut omnis punctus aëris, à quo possibile est produci lineam rectam ad aliquod punctum corporis luminosi, illuminetur à lumine corporis luminosi, ut patet per 19. huius, patet ergo ppositum.

XXXV.

Radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes, secundum linearum longitudinem ad æquedistantiam sensibilem plus accedunt.

Esto ut à puncto medio corporis luminosi qd sit a, egrediantur radij a b & a g æquales, copuletur quoq; basis b g, & ducatur lineæ d e secans trigonum a b g, erit medium sui lateris a g æquedistanter basi b g per 10. & 31. primi, ptraahatur à puncto a lineæ a z ppendiculariter super basim b g per 12. primi, quæ secet lineam d e in puncto u, diuidaturq; lineæ e g in duo æqualia in puncto h per 10. primi, & lineæ d b in puncto t, ducaturq; lineæ h t, lineæ ergo h t erit æquedistans basi g l per 2. sexti, secabit ergo lineam u z per 2. primi huius, sit punctus sectionis k, ducantur item à punctis e d & h t lineæ ppendiculares super basim b g, quæ sint e l, d m, h n, t s, secabit quoq; ppendicularis e l lineam h t, sit punctus sectionis linearum d m & h t sit f, erit ergo lineæ q f æqualis lineæ d e per 34. primi, patet ergo, qd lineæ h t est maior qd lineæ d e, quia itaq; trigona a u e & e h q sunt æquiangula per 29. primi, erunt per 4. sexti latera ipsorum pportionabilia, quia ergo ut patet supra lineæ a e est maior qd lineæ e h, erit ergo lineæ e u maior qd lineæ h q. Sed lineæ h t est maior qd lineæ e d, ut præostensum est, ergo per 9. primi huius maior est pportio lineæ e u ad lineam e d, qd lineæ q h ad lineam h t, est enim pportio lineæ e u ad lineam e d, sicut lineæ h k ad lineam h t per 4. sexti, & per 16. & 18. quinti, sed lineæ h q est pars lineæ h k, ergo per 8. quinti minor est pportio h q ad h t qd h k & h t, minor est ergo pportio lineæ h q ad h t qd e u eodemq; modo demonstrandum, qd lineæ g n ad lineam g b minor

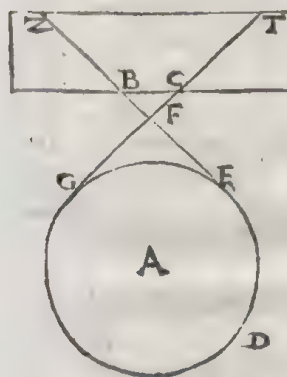


in T. H.
quod sit
34. q. 1. i.
DE. m.
BG. q. 1. i.
DE. f. i.
m. u. m.
m. m.

minor est proportio $\frac{h}{g}$ lineæ h q ad lineam h t: excessus itaq; basis g b super basem h t est minor excessu basis h t super basem d e: & quanto bases sunt remotiores à puncto a corporis luminosi, tanto excessus remotiorū basium super bases uiciniores plus minuitur, palam ergo, quia in remotiori distantia radij quasi ad æquedistantiam plus procedunt: & cum quantitas excessus basium sit quantitatē non sensibilis, tunc lineæ radiales erunt quasi æquedistantes, quoniam enim linea b g sensibilibiter non excedit lineam h t, tunc erūt h g & t u radij quasi æquedistantes secundum sensum, & hoc est propositum: & forte ad istud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ semper ut potest approximat suæ perpendiculari, ppter qd' radij omnium punctoꝝ totius corporis luminosi semper concurrunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & sic constituunt pyramidē radialem,

XXXVI.

Lumine incidente per fenestram super corpus oppositū solidum, erit luminis perimeter amplior perimetro fenestræ.



Est corpus luminosum, cuius centrū a, & circulus magnus d e g, & sic
diameter fenestræ b c, sitq; linea t z in superficie corporis solidi opposita lu-
mini cui incidit radius, producant q; lineæ radiales tangentes periferiā
fenestræ, quæ sint e b g c, hæ itaq; lineæ secabunt se in aliqua parte me-
dij, sit punctus cōmuni sectionis f, & hæ lineæ productæ incident sup-
ficiē corporis oppositi luminis, cadatq; linea e b in punctum z, & linea
g c in punctum t, quia itaq; in trigono f c z, latus c z est maius latere b
t, quoniam trigonum f c z maius est trigono b c f, & quoniam per omne
punctum periferiæ fenestræ sic incident radij se secantes, ideo, q; à quoli-
bet puncto corporis luminosi in totam fenestram sit missio luminis per
10. huius, palam, quoniam perimēter luminis incidentis corpori solido
opposito fenestræ, est maior perimetro fenestræ, & hoc proponebatur.

XXXVII.

Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminosi perpendiculariter incidente, lumen in superficie densi corporis æquedistante superficiei foraminis est uere circulare.

Sit circulus foraminis a b g d, cuius centrū ē sit æquedistans superficies solidi corporis f h k l, & erigatur à centro ē linea e z, perpēdiculariter super superficiē a b g d circuli, in quocunq; itaq; pūcto lineæ e z, sit centrū corporis luminosi, dico quod lumen incidens superficiē f h k l, est uere circulare, palam enim per 64. primi huius; quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiam sunt æquales, & æquales angulos cōtinent cū lineæ e z per 8 primi, producat̃ itaq; lineæ z e ultra punctum e ad superficiē æquedistantē circulo foraminis, quæ est f h k l, incideretq; perpēdiculariter super illā per 14. undecimi, sit ut incidat in punctū m, producat̃ itaq; lineā z b ad superficiē f h k l in punctum k, & lineā z a in punctum f, & lineā z d in punctum h, & lineā z g in punctum l, erūtq; lineæ a f, k b, d h, g l per 25.



primi huius æquales propter æquedistantiam superficierum & æqualitatē angulorū, tota ergo linea $z f$, erit æqualis toti lineæ $z h$, & $z k$, æqualis lineæ $z l$, ducant quocq; lineæ $f m$, $h m$, $k m$, $l m$, in trigono itaq; $f m z$, bafis $f m$ erit æqualis bafi $h m$ trigoni $h m z$ per 4. primi, eodemq; modo erit lineæ $k m$, æqualis lineæ $h m$, & lineæ $l m$ æqualis lineæ $k m$, palam ergo per 9. tertij, quoniā superficies $f h k l$, est circularis, & ipfa est ad quam terminantur radij luminis incidentis per fenestram $a b g d$, quoniā de omnibus alijs lineis eadem est demonstratio, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Per centrum circularis foraminis radio luminoso oblique incidente su
perfi.

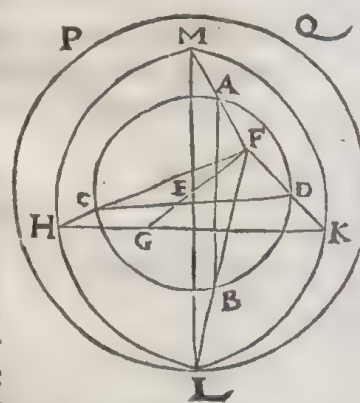
perficiēci denſi corporis ſubſtrata: ſuperficiēci foraminis, lumen incidens erit figuræ ſectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem fenestræ, & ſuper ſuperficiem corporis ſubſtrati.

Efto foramen circulare a b c d, cuius centrū e, cui sit superficies aequedistantans h m k l, & sit centrum corporis luminosi, sit q; primo ut linea fe oblique cadat super superficiē a b c d, hæc itaq; producta incidet superficiei h m k l similiter oblique propter aequedistantiam superficialium, argumento 23. primi huius, incidatur itaq; in punctum g, & ducatur linea a e b diameter circuli: sit itaq; angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi angulus b e f obtusus, & quia quadratū lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearū e f & e a, per 13. secūdi, & quadratū lineæ b f, est maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e p 12. secūdi, quadratū uero lineæ b e, æquale est quadrato lineæ a e, quia sunt æquales semidiametri, & quadratū lineæ f e, est cōmune, patet quod quadratum lineæ f b est maius quadrato lineæ f a, ergo linea f b est maior quā linea k a, productisq; lineis f a & f b ad superficiem h m k l, si linea f a incidat ad pūctum m, & linea f b ad punctum l, erit linea f b maior quā linea f m per eadē quæ prius, copulatisq; lineis l g, m g ad pūctum g, cui incidit radius transiens centrū foraminis fenestæ, erit quoq; per 2. sexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g ad lineam b e, sicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utrunq; illarum proportio est ad inuicem, sicut lineæ g f ad lineam f e, est ergo per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineā m g, sicut lineæ b e ad lineam e a, sed linea b e est æqualis lineæ e a, ergo linea l g est æqualis lineæ g m, ducatur tunc c d diameter super a b diametrum orthogonaliter, & continentur lineæ f e, f d, producanturq; ad superficiem h m k l in puncta h & k, & ducatur linea h g k, & quoniam superficies in qua sunt lineæ f e & a b, sola est erecta super circumulum fenestæ, quoniam omnes altæ superficies in quibus est linea f e, incidunt illi superfici ei oblique, sicut enim accipimus lineā a b, erit ergo superficies a f b erecta super superficiem circuli fenestæ, palam ergo quia angulus f e d est æqualis angulo f e c, est ergo p 4. primi linea f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit linea b g æqualis g k, & linea f h æqualis lineæ f k, sed & f g, est communis, quia linea h k est perpendicularis super lineam m l, & super lineā f g, palam p 4. undecimi, q; linea h g est perpendicularis super superficiē in qua sunt lineæ f g & m g, ergo p 18. undecimi, erit superficies h m k l erecta super superficiem f m g, ergo & superficies f m g est erecta super superficiem h m k l, imaginetur ergo a puncto g tertio axis, quæ est f g, circūduci pyramidis illuminationis circulus per 102. huius erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta super illum circulum & ipsa est obliqua super superficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius linea h m k l sectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie f m l erecta super superficiem h m k l, patet ergo propositum. Et si superficies fenestæ circularis sit basis pyramidalis illuminationis, ita quod centrū corporis luminosi sit polus circuli fenestæ, & axis erectus sit super superficiē fenestæ, superficies uero solidi corporis excipietis radios luminis nō fuit aequedistantans superficiē fenestæ, adhuc erit figura luminis sectio pyramidalis, qd est præmissio mododemonstrandū, ducta enim p 102. primi huius a puncto l tertio longioris radij, q est f l, facit aequedistantans superficiē fenestæ, patet p 100. primi huius quod illa superficies facit pyramidem illuminationis secundū circulum quæ sit l p q, ergo superficies h m k l secat ipsam secundū pyramidalem sectionem, patet ergo propositum.

XXIX.

Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

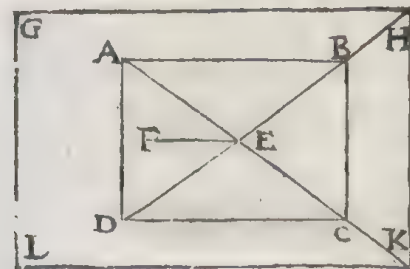
Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniam omnes radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes secundum linearum longitudinem ad æquedistantiam sensibilem plus accedunt, patet qd anguli radij secundum foraminum angularum dispositionem ipsis angulis incidentes se applicant æquedistantiæ radij perpendiculariter uel



circa huius superficiei foraminis incidentis, retrahunt ergo se ab angularitate, & sic lumen superficiei foramini obiectae incidens incipit rotundari, & quoniam ut patet per 20. huius à puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur super omnem lineam, quae ab illo puncto ad oppositam superficiem duci potest: omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt, patet quod ipsi in quolibet puncto se intersecant, & radij inferiorum punctorum corporis luminosi in punctis linearum fenestrae alio radio superiorum punctorum secant & ultra, praeferuntur, & sic lumen hoc fenestram pertransiens rotundatur, quod non ab eo accideret, si solum ab uno puncto luminosi corporis egrederentur radij fenestram penetrantes, patet ergo propositum.

XL.

Radio luminoso medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente, lumen superficiei corporis aequedistantis superficiei foraminis incidens, est quadratum ad circularitatem aliquam accedens.



Sit centrum corporis luminosi e, & foramen quadratum sit a b c d, cuius puncto in eo qui sit f incidat perpendiculariter radius e f, sit haec superficies corporis densi aequedistanti superficiei foraminis quae est g h k l, dico quod lumen incidens illi superficiei erit figura quadrata: sunt enim duae pyramides unam uerticem habentes punctum e, quarum maioris basis est g h k l, minoris uero basis est a b c d, & earum bases sunt aequedistantes, sunt ergo similes per 99. primi huius, quia ergo basis a b c d, ex hypothesi est quadrata, patet quod & basis g h k l est quadrata, & est hoc propositum primum quoniam uero p 35. huius radij longiores ad aliquam aequedistantiam accedunt, accedit & haec figura ad aliquam circularitatem propter compressionem radiorum, uel propter ipsorum intersectionem in punctis linearum terminantium fenestram, ut diximus in praemissa, patet ergo propositum.

XLI.

Per medium quadrati foraminis radio oblique incidente superficiei densi corporis substratae superficiei foraminis, lumen incidens erit figura altera parte longior suis angulis aequaliter arcuatis.

Esto ut in praemissa centrum corporis luminosi punctum e, & periferia quadrati foraminis a b c d, cuius medio puncto qui sit f, oblique incidat radius e f, sitque superficies corporis densi substrata illi foramini quae g h k l, cui similiter oblique incidat radius, dico quod figura luminis in substrata superficiei erit altera parte longior, quoniam enim illae superficies non sunt bases pyramidis illuminationis, sed solum secantes illas pyramides oblique, patet per 99. primi huius, quoniam ambae figurae a b c d & g h k l, siue earum superficies aequedistant siue non aequedistant, sunt figurae altera parte longiores, quoniam illae figurae quae secundum illa puncta quibus axis e f propositis superficibus aliqua incidentur pyramides, sunt a b e quadratae, reliquae uero obliquae, secundum illa puncta axi incidentes sunt ambae altera parte longiores, patet ergo propositum primum, & quod patet per 35. huius radij longiores quasi ad aliquam aequedistantiam accedunt, patet quod anguli illius figurae luminis aequaliter arcuantur, sicut & in duabus praemissis declaratum est, & hoc est propositum.

XLII.

Per medium secundi diaconi densioris primo radius perpendicularis ductus à centro corporis luminosi super superficiem obiecti corporis semper penetrat irrefractus.

Huius propositionis probati plus experientiae instrumentorum innititur, quam alteri demonstrationum, cum ergo quis experiri uoluerit modum fractionis radiorum luminoso in medio secundi diaconi densioris primo, ut in aqua quae est densior aëre, assumat

uas

uas rectarum orarum qualiscunque uoluerit medietate uel figura, dum tamen sit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius sit non maior diametro instrumenti, ut faciendum praemisimus in prima huius, & planentur orae illius uasis donec superficies per eius oras transiens sit aequalis plana, & ponatur in fundo uasis aliquod corpusculum coloratum uisibile numisma uel tres picta diuersi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquae, si aspiciens uisum perpendiculariter, picecit super medium numismatis, ut picturae inueniet figuram & colorem & ipsorum situm & partium ordinationem eo modo quo sunt secundum se ordinata si in aëre uiderentur, consideret ergo experimentator illum sui corporis situm, siue sit stans siue sedens, & sui distantiam à base, & situm ipsius uasis, & omnia circumstantia: ponatur itaque uas istud plenum aqua clara in loco, in quo splendet sol, & sistatur uas taliter ut superficies circumferentiae uasis sit aequedistans horizonti, hoc aut patet perpendi ex hoc, si superficies aquae sit aequedistans periferiae uasis. Deinde imponat instrumentum in hoc uas, ita quod pinnulla super extremitates regulae existentes superponat orae uasis ex utraque parte, tunc ergo medietas instrumenti cum tota regula erit intra uas, deinde auferatur aqua, donec superficies aquae secet centrum instrumenti, & reuoluat instrumentum in circuitu uasis donec orae super aquam obumbrent alias sub aquam, & tunc retenta regula cum altera manu reuoluatur instrumentum cum reliqua manu in circuitu sui centri, donec lumen solis pertranseat foramen l m n, quod est in ora instrumenti, & foramen laminae quadratae perueniat ad superficiem aquae, quia lumen pertransiens foramen rotundum ampliatur semper per 36. huius. Sistatur quoque taliter instrumentum, ut lumen cadens super laminam secundi foraminis quod est x y z, situm habeat aequalē, & tunc experimentator reductis manibus ab instrumento, secundum omnem situm & modum quo prius aspexit numisma inspicat ad fundum aquae ex parte quartae instrumenti, cuius ora est abscondita, quae est a d, inuenietque lumen pertransiens ex duabus foraminibus super superficiem orae alterius, quae est intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum aequedistanter signatorum, aut addens super distantiam illorum circulorum modicum, et erit additio aequalis duobus lateribus circulorum, ex quo patet quod medium punctum huius luminis cadit in aliquod punctum medij circumferentiae circuli illorum trium circulorum, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignum minutum in interiori parte foraminis orae instrumenti applicata pertranseat medium foraminis diametraliter, & tunc inspicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis opposita, per undecimam huius diuides est per aequalia. Deinde retrahatur acus donec acumen eius sit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quae est in superficie aquae, & eius quae est intra aquam, & uniuersaliter secundum quam proportionem acus periferiam foraminis ut corda abscondit, secundum eandem proportionem umbra acus periferiam lucis in superficie aquae & sub aqua existentis abscondit, acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quae est in medio lucis intra aquam existentis, & quod punctus medius huius lucis existit à puncto medio lucis in superficie aquae existentis, & quod punctus medius huius lucis, erit à luce quae est in centro foraminis superioris, lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in superficie aquae existentis extenditur secundum rectitudinem lineae rectae per 2. puncta m & y, quae sunt centra amborum foraminum transeuntes, & huius linea est in superficie medij circuli trium circulorum, et est pars diametri illius circuli, quae est m p, tamē sit aequedistans diametro circuli in base instrumenti existentis quae est f e g punctus ergo qui est in medio lucis quae est in superficie aquae existentis, est in superficie huius medij circuli, sed & punctus p in medio lucis intra aquam existentis, est in circumferentia medij circuli, haec ergo duo puncta erunt in superficie medij circuli per primam undecimi. Quod si lux quae est in superficie aquae non fuerit manifesta, mittatur regula minor in aquam, & superficies eius in aqua signata est linea diuidens superficiem eius latitudinis per aequalia superficiei, applicetur aquae, ut fiat una superficies cum illa, & alia eius superficies applicetur superficiei basis instrumenti, palam ergo ex praemissis in prima huius, quia linea, quae est in superficie regulae in superficie medij circuli m & y centrum

duorum

duorum foraminum transeuntis, apparebitque lux, quæ est in superficie aquæ super superficiem regulæ, & medium luminis lucis super lineam, quæ est in medio regulæ, & si acus fuerit polita super medium foraminis superioris, obumbrabitur linea, quæ est in medio regulæ, & si acumen acus ponatur super centrum foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis, quæ est super regulam, & ablata acu redibit lumen, sic ergo apparebit, lumen cadens super superficiem aquæ apparitione manifesta, & patebit quod lux incidens centro foraminis superioris, ipsa est super lineam transeuntem per centrum duorum foraminum, & quoniam superficies aquæ transit centrum instrumenti, & superficies regulæ est una cum superficie aquæ, superficies itaque regulæ transibit centrum instrumenti, erit ergo remotio, centri lucis à centro instrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ est æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis super superficiem basis instrumenti, erit ergo centrum lucis, quæ est in superficie regulæ vel aquæ centrum medij circuli, reuoluantur ergo regula, donec angulus ipsius acutus transeat per centrum instrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia sit in centro luminis, quod est intra aquam, acuitas ergo superior regulæ transibit centrum circuli medij & lucis quæ est in superficie aquæ, & erit illa linea semidiameter medij circuli, immittatur ergo acus longa in aquam ita ut acumen ipsius sit in puncto anguli regulæ. Secabit quoque umbra acus lucem, quæ est intra aquam, eritque umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ est in medio lucis, et sic fixo acumine acus, moueatur acus, umbra acus mutabit situm ad uniuersas partes lucis, umbra tamen acuminis non mutata à medio lucis, ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis; idem quoque accidit in quocunque puncto lineæ, quæ est in superficie regulæ positum super acumen acus, ex quo patet quod lux existens in aliquo puncto lucis intra aquam, pedit à puncto sibi simili in luce quæ est in superficie aquæ, & quod à medio puncto lucis quæ super aquam ad medium punctum lucis inter aquam, tenditur radius secundum lineam rectam, quæ est medium regulæ; ex quo patet, quod transitus lucis per corpus aquæ est secundum lineas rectas per primam undecimam, & hoc est quod circa propositam propositionem experimentaliter intendimus declarare.

X L I I I.

In medio secundi diafoni, quod est densius primo diafono sit refractionis radiorum obliquorum ab anteriori superficie diafoni secundi ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis super superficiem corporis secundi.

Experimentaliter etiam & hoc propositum theorema potest declarari. Opposito enim foramine superiori ipsius instrumenti oblique ipsi corpori solari, ita, ut radius oblique incidat ad oram instrumenti opposita foramini, & pertractato per modum quo in præmissa centro lucis, quæ est intra aquam, signetur illud per puncturam ferri duri in superficie ipsa instrumenti, & inuenietur illud centrum non in linea g k perpendiculariter erecta super g terminum diametri opposito lineæ f h, in qua est foramen oræ instrumenti, sed declinabit ab illa linea ad partem in qua est sol, eritque inter hoc centrum lucis & punctum p, quod est communis differentia lineæ g k, perpendicularis super terminum diametri instrumenti, & circumferentiæ circuli medij transeuntis per m & y centra foraminum distantia sensibili, mutatur itaque regula in aquam, & applicetur superficiem laminæ, ita, quod terminus latior regulæ sit supra diametrum laminæ, & moueatur regula quousque acuitas eius sit perpendicularis super superficiem aquæ quo ad sensum, erit itaque centrum lucis, quod est intra aquam & inter acumen regulæ, & lineam g k perpendicularem super f g diametrum basis instrumenti, patet ergo ex hoc, quod hæc refractionis est ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiem aquæ. Hæc ita inuento signetur in circumferentiæ circuli medij trium signatorum circulorum super punctum extremum perpendicularis exeuntis à centro eiusdem circuli perpendiculariter super superficiem aquæ signum fixum per ferri duri puncturam; & quia patuit per præmissam, quod instrumento directe soli opposito & radio solis sibi perpendiculariter incidente, lux quæ puenit ad centrum lucis, quæ est intra aquam, est lux extensa secundum rectitudinem lineæ continuantis duo centra foraminum, quæ linea peruenit ad centrum medij circuli æquedistantis superficiem basis instrumenti.

strumenti, & est diameter illius, si huius linea fuerit imaginata extendi secundum rectitudinem intra aquam, donec perueniat ad oram instrumenti, tunc erit totaliter æquedistans diametro instrumenti, & perueniet ad lineam g k perpendicularem super diametrum f g, in interiore parte oræ instrumenti ductam, & quoniam centrum lucis quæ nunc est intra aquam non est super illam lineam perpendicularem in ora instrumenti productam, tunc patet quod lux ostensa à medio lucis quæ est in superficie aquæ non extenditur ad medium lucis, quæ est intra aquam, secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, sed refrangitur ab illo, declaratum est autem per primam huius quod hæc lux extenditur recte à medio lucis, quod est in superficie aquæ ad medium lucis, quæ est intra aquam, est ergo huius lucis reflexio ad superficiem aquæ, quod est propositum.

X L I I I I.

Per medium secundi diafoni rarioris primo radius perpendiculariter incidens à centro corporis luminosi super superficiem corporis obiecti penetrat irrefractus,

Instrumentalis similiter experientia propositum theorema potest declarari, assumant enim uitri clari uel cristalli, figuræ cubicæ frustum longitudinis duplæ diametri foraminis oræ instrumenti, & fiant planæ superficies eorum æquales & æquedistantes, & latera ipsorum sint recta & multum poliantur, deinde signetur per sculpturam ferri duri in medio basis instrumenti linea recta transiens per centrum ipsius, quod est e, perpendiculariter super ipsius diametrum, quæ est f g, super cuius extremitates sint in ora instrumenti productæ duæ perpendiculares f h & g k, & producat illa linea in utranque partem superficie circuli basis, & sit z e x, ponatur itaque unum uitrorum istorum super superficiem basis instrumenti, & applicetur unum laterum uerum perpendiculariter ductæ, quæ est z e x, taliter ut medium lateris uitri sit uere super punctum e centrum instrumenti, & sic totum corpus uitri ex parte foraminum sit inter foramina oræ & tabulæ, & inter centrum instrumenti quod est e, transit ergo ducta diameter instrumenti, quæ est f g, per medium superficie uitri superpositæ basi instrumenti, applicetur itaque uitrum basi instrumenti forati applicatione per bitumen firmum, taliter tamen quod possit auferri quando placuerit, deinde ponatur super uitrum ultra primum, sed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua superficie eius superficie primi uitri, & applicetur basi instrumenti applicatione fixa. Deinde tertium uitrum applicetur secundo, & adæquetur superficies eius cum duabus superficiebus laterum secundi uitri, & applicetur basi instrumenti, & sic fiat de pluribus uitris quousque perueniatur intra ad aliam perpendicularem super superficiem basis instrumenti aut prope, scilicet uersus punctum t, cum itaque intra fuerit applicata superficie basis instrumenti secundum prædictum modum, palam quoniam præmissa diameter instrumenti, quæ est f g, transibit per medium omnium superficieum uitrorum superpositorum basi instrumenti, & altitudo omnium uitrorum est dupla diametro foraminis, diameter uero foraminis est æqualis perpendiculari fm exeuntis à centro foraminis super superficiem basis instrumenti, & super diametrum eius f g, unaquaque enim perpendicularium exeuntium à centris superficieum uitrorum perpendicularium super diametrum basis instrumenti, est æqualis lineæ m f, scilicet perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiem basis instrumenti, linea ergo q transit centra amborum foraminum transibit centra superficieum uitrorum perpendicularium super superficiem basis instrumenti; accipiat ergo regula subtilis, cuius formam præmissimus, & erigatur super oram instrumenti in superficie basis instrumenti, & ponatur superficies regulæ in qua signata est linea ex parte primi uitri, quod est supra e centrum basis instrumenti, & ponatur regula prope uitrum, & applicetur taliter lineæ, ut quæ est in superficie regulæ sit in superficie medij circuli, secabitque linea recta transiens per centra amborum foraminum, & per centra superficieum uitrorum lineam latitudinis regulæ perpendiculariter, & transibit ad punctum g, tunc itaque ponatur instrumentum in uas prædictum uacuum aqua, & ponatur in sole directæ oppositum centro solis, ut accipiat radiū perpendicularem, hoc autem potest fieri, si moueat instrumentum quousque lux solis transeat per ambo foramina, & fiat apud secundum foramen lux æqualis, & aspiciatur superficies regulæ opposita uitro, & uidebitur lux

n

exiens

exiens à duobus foraminibus ipsius instrumenti extensa sup̄ superficiē ipsius regulæ, & illud umbrosū qđ circūdat lucē in sup̄ficiē regulæ, obumbrabit p̄ umbrā oræ instrumēti, eritq; centrū uisus ipsius aspiciētis sup̄ lineā quæ est in superficiē regulæ, deinde acus subtilis ponatur super superius foramē, ita quod extremitas acus sit perpēdicularis sup̄ centrū foraminis, cadetq; tunc umbra extremitatis acus super centrum lucis in lineā quæ est in superficiē regulæ, tunc itaq; signetur punctus illius umbræ cū incausto subtiliter, & auferatur acus à superiori foramine, & eius extremitas ponatur sup̄ centrū inferioris foraminis, cadetq; iterū umbra extremitatis acus sup̄ punctum signatum in sup̄ficiē regulæ. Ablata quoq; acu lux reuertitur: ex quo patet, qm̄ lux quæ est super punctū quod est in superficiē regulæ transit p̄ cētra amborū foraminū, deinde cū incausto signetur nota nigra in pūcto in medio superficiē uitrī ex parte regulæ, potest aut̄ ille pūctus inueniri p̄ 40. primi huius, qm̄ ille punctus est cōmunis sectio duorū diametrorū superficiē uitrī, & tūc intuens lucem quæ est super regulā inueniet umbrā puncti, quæ est in medio uitrī, punctum quod est in superficiē regulæ, patet ergo ex hoc qm̄ lux quæ trāsit per centra duorū foraminū, transit per punctū quod est in medio uitrī. Deinde euellatur uitrum primū, quod est super centrū instrumenti punctū e, & in superficiē secūdi uitrī signetur punctū medium, ut prius factū est in superficiē uitrī primi, & cōponatur instrumentū secūdo, & moueatur quousq; lux transeat per duo foramina, peruenietq; lux transiens per centra duorū foraminū ad centrū lucis, quod est in superficiē regulæ, patet itaq; ex hoc quod lux pertransiens centra duorū foraminū transit per punctum quod est in medio superficiē secūdi uitrī, & quod lux quæ transit per centra duorū foraminū in prima experimentatione, transit & per punctū qđ est in medio secūdi uitrī. Extrahatur itaq; secūdu uitrū & opponatur tertiu, & sic de ceteris usq; ad ultimu, & patet uniuersaliter qđ lux transiens per centra duorū foraminū perueniens ad superficiē regulæ, transit etiā per centra superficiē uitrōrū omniū positōrū sup̄ superficiē laminæ, & sunt omnia centra superficiē uitrōrū omniū in una lineā rectā cōtinuante centra duorū foraminū: lux itaq; pertransiens centra foraminū tam in corpore uitrī qđ extra corpus in aēre, extēditur secūdu lineam rectā cōtinuantem centra duorū foraminū, & est illa lineā m p, ppendicularis super superficies omniū uitrōrū oppositas foraminū per 14. undecimi, illa enim lineā m p, est æquedistans lineæ f g, diametro laminæ quæ est perpēdicularis super superficiē uitrōrū, cum sit perpēdicularis sup̄ differentiā cōmunem superficiē uitrī, & superficiē laminæ, & si om̄ibus uitrīs uel ipsorū aliquo præmissō modo super fundum instrumenti disposito in fundatur aqua uasi usq; ad concauum superficiē uitrī, accidet tum idem quod prius, quoniā radius perpendicularis semp̄ penetrat irrefractus. Itē ne putet aliquis quod rectitudo radiorū perpendicularis semp̄ uetur per cubicā figurā uitrī, accipiat medietas sphaeræ uitreæ claræ uel cristallinæ, cuius semidiameter sit minor distantia, quæ est inter punctū c & centrū laminæ qđ est punctū e, & inueniatur centrū basis eius super quod signetur lineā subtilis cū incausto. Deinde ex hac lineā ex pte cētri sphaeræ separetur lineā æqualis lineæ l m, diametro foraminis oræ instrumēti, erit ergo hac lineā æqualis lineæ m f, quæ est inter m centrum foraminis quod est in ora instrumenti, & superficiē laminæ, deinde super extremitatē huius lineæ separata à diametro, pducatur perpēdicularis ad utrāq; partē superficiē sphaericæ, qđ potest fieri per undecimā primi, & secetur sphaera uitrea secūdu illā lineā planeturq; superficies uitrī secti donec sit penitus æqualis, fiatq; ppendiculariter erecta super superficiē planā hemisphaerij, quod per angulum rectum corporeum poterit mensurari, erit ergo tunc cōmunis differentiā istius superficiē erectæ, & superficiē basis sphaeræ lineā rectā, super quā erit perpēdicularis lineā prius à cētro sphaeræ, pducta ergo etiā erit perpēdicularis super superficiē erectā. Deinde in medio illius lineæ qđ est cōmunis sectio fiat signū cū incausto, deinde uitrū illud politū optime super hanc superficiē sectā ponat super superficiē laminæ instrumēti, ita quod gibbositas eius respiciat foramina, & mediū lineæ quæ est cōmunis sectio duarū superficiē planarū uitrī, applicetur centro laminæ, & figatur super laminā ne cadat. Deinde ponatur regula subtilis super

super superficiē laminæ instrumenti sicut in experimentatione uitrōrū cubitorū, ita qđ superficies regulæ in qua est lineā rectā latitudinis sit ex parte uitrī, & ppe illud: deinde imponitur instrumentū in uas prædictū, & ponitur uas in sole uacuu aquæ, & moueatur instrumentū donec lux solis transeat ambo foramina, cadetq; lux sup̄ superficiē regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel stili ferrei super centrū superioris foraminis, cadetq; umbra extremitatis acus super centrū lucis, ablato quoq; stilo reuertetur lumē ad locum suū. Idem quoq; accidet ponēti extremitatē acus super centrū foraminis secūdi. Deinde ponatur extremitas acus super centrū sphaeræ uitreæ, cadetq; umbra extremitatis acus super centrū lucis, ex quo patet, quia lux trāsiens p̄ centra duorū foraminū trāsit & per centrū sphaeræ uitreæ, & per mediū superficiē lucis quæ est in cōuexo uitrī, patet etiā ex his qđ lux transiens in corpore uitrī extēditur secūdu rectitudinē lineæ transeūtis per cētra duorū foraminū, & est illa lineā semidiameter sphaeræ. Nam ppendicularis exiens à centro basis uitrī ad laminā, est æqualis diametro foraminis & lineæ exeuntis à centro foraminis perpendiculariter ad superficiē laminæ, & quoniā hæ duæ perpendiculares cadūt super diametrum laminæ, palam qđ lineā transiens per centra duorū foraminū cū extēdit in rectitudinē peruenit ad centrū sphaeræ uitreæ, est ergo in illa lineā diameter huius sphaeræ uitreæ, est ergo ppendicularis sup̄ superficiē huius sphaeræ p̄ 72. primi huius, qm̄ enim trāsit centrū sphaeræ, patet quod ipsa est perpēdicularis super cōuexam superficiē sphaeræ, sicut superius patuit in uitrīs cubitis. Auferatur itaq; regula subtilis applicata ad superficiē laminæ, & ponatur instrumentū secūdo in uas ut prius, & moueatur quousq; lux transeat per duo foramina. Inuenieturq; lux super oram instrumenti, & inuenietur centrū lucis in pūcto p, quod est differentiā cōmunis inter circūferentiam circuli mediij, & lineā g k, perpendicularē in ora instrumenti, hoc est in extremitate diametri circuli mediij, quæ est in p, transeuntis per centra duorū foraminū m & y, ex quo patet, qm̄ lux transiens in corpore uitrī, & perueniens ad centrū eius, p̄diensq; in corpore aēris, extēditur secūdu lineā, quæ extendebatur in corpore uitrī, cū enim lineā rectā transiens centra amborū foraminū perpēdicularis sit super superficiē uitrī, patet quod ipsa necessārio est perpēdicularis super superficiē aēris tangentis uitrī superficiē. Itaq; si uasi infundatur aqua remanente uitrō in sua positione donec aqua superfluat centra uitrī, adhuc inuenietur centrū lucis super extremitatē diametri circuli mediij, & si sphaera media transuertatur, ita ut conuexū eius situeretur ad secūdu foramen, & plana superficies ad centrū instrumēti, scilicet punctū e, siue aqua superfundat siue non, adhuc omnia alia accident, quæ in priori situ accidebant, qm̄ semp̄ radius transiens per cētra amborū foraminū, transibit & per centrū sphaeræ. Ex his omnibus p̄ uita cubica & sphaerica, patet qđ suū mediū secūdi diafoni fuerit densius uel rariū, dū tamē lineā per quā extēditur radius fuerit perpēdicularis sup̄ superficiē secūdi corporis, quod lux extēditur in secūdo corpore secūdu rectitudinē lineæ, per quā extēdebatur in corpore primo, patet ergo, ppositum, corpus enim uitrī est densioris diafonitatis quā corpus aēris, & etiam quā corpus aquæ.

X L V.

In medio secūdi diafoni rarioris primo diafono sit refractio radiorum oblique incidentium à posteriore superficiē secūdi diafoni à perpēdiculari exeunte à puncto refractionis super superficiē corporis secūdi.

Hoc quod nūc pponitur est cōformiter prioribus per instrumentalem experientiā declarandū. Assumatur em̄ illud uitrum sphaericū, quo iam in præcedēti p̄ximo theoremate uisum, & ponatur super lineā instrumenti, ita qđ superficies plana ipsius respiciat foramina, & quod mediū lineæ rectæ, quæ est i ipso sit super centrū laminæ, & lineā quæ est cōmunis sectio superficiē uitrī planæ uitrī, cadat oblique super diametrum laminæ quacūq; obliqua ratione, palam ergo qm̄ lineā transiens cētra duorū foraminū obliqua est super superficiē planā uitrī, cōiungatur itaq; uitrū laminæ instrumenti secūdu hūc sitū firmiter, & ponat instrumentū in uas, & uas in sole, moueaturq; instrumentū donec lux transeat per duo foramina, cadetq; lux in interiori oræ instrumenti, & centrū lucis

n 2 erit in

erit in circumferentia medij circuli, sed extra illum punctū p, qui est cōmūnis differētia circūferentie medij circuli, & lineae stanti in ora instrumenti quae est g k, & erit declinatio eius ad partē in qua est sol, erit ergo ad patrem perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiē sphaericā vitri, & qm̄ haec lux extenditur in aëre secundum rectitudinem lineae transeuntis per centra duorum foraminū, ut patet per primā huius, & haec linea in hoc situ puenit ad centrū sphaerae vitreae, & est obliqua super superficiē sphaerae planā, palā ergo quia terminatio extēsiōis illius lucis, & est in centro vitri, extendit ergo lux in corpus vitri secundū lineā rectā exeuntē à cētro sphaerae ad circūferentiā, quae linea cū sit diameter per 72. primū huius, quoniam ipsa est perpendicularis super sphaericam superficiē vitri, ergo & super cōcauam superficiē aëris continentis sphaerā vitri, non ergo refringitur in aëre secundo, sicut neq; in primo, sed neq; reflectitur in corpore vitri, nec in cōvexo ipsius, refringitur ergo apud centrū vitri, quia fuit obliqua super superficiē eius planā, in qua est centrū vitri, palam itaq; ex his experimentationibus illud qd' est, etiā superius declaratū, sed qm̄ lux si fuerit extēsa in corpore subtiliori oblique incidens superficiē corporis grossioris, refringetur ab ipso, & erit eius refractionis ad partem perpendicularis super superficiē sphaericā corporis grossioris, sicut per 43. huius patuit, fiat refractionis ex aëre ad aquā, erit illa refractionis ad partē perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiē aquae, & nō peruenit refractionis ad perpendicularē, qd' si vitri cōuerso situetur, scilicet ut superficies eius sphaerica & cōvexa respiciat superius foramē, & punctū mediū lineae, quae est cōmūnis differētia superficialiū planarū, quod est centrum sphaerae vitreae sit super centrū instrumenti, cadetq; haec linea oblique super diametrum laminā, ducaturq; in ipsa superficie laminā à cētro laminā lineā perpendicularis super lineā, quae est cōmūnis sectio illarū planarū superficialiū, quae necessario erit perpendicularis super superficiē planā vitri erectam super superficiē laminā, ponatur itaq; instrumentū in vase sine aqua, & moveatur quousq; lux pertranseat duo foramina, cadetq; centrū lucis in circumferentia medij circuli extra punctum p, quod est differētia cōmūnis medij circuli, & lineae g k, perpendicularis super superficiē laminā ducta in ora instrumenti quod punctum p, est extremitas diametri medij circuli, quae est in p, erit declinatio lucis ad partem contrariā illi in qua est perpendicularis educta à loco refractionis super planam superficiē vitri, haec aut lux extenditur in vitro secundum rectitudinem lineae transeuntis per centra duorum foraminū, quoniam illa linea cum per centrum sphaerae vitreae transeat est in illa diameter sphaerae vitreae, sit itaq; refractionis lucis apud centrum sphaerae vitreae, quoniam lux transiens centra amborum foraminū sit oblique super superficiē planā vitri, & super superficiē aëris continentis vitrum, & si aqua infundatur vasi quousq; superemineat centro instrumenti, cadet adhuc centrum lucis in circumferentia medij circuli extra extremitatem sui diametri oblique ad partem contrariā illi parti super quam cadit perpendicularis, & quoniam aër est subtilior quā aqua, & aqua subtilior vitro, maior fiet distantia, circuli lucis ab extremitate diametri medij circuli in aëre quā in aqua, quod si vitrum ponatur aliter in superficie laminā, scilicet ut lineā quae est cōmūnis differētia duarū superficialiū planarū ipsius vitri sit super laminam perpendiculariter diametrum laminā secantem, non tamen sit eius mediū punctus, qui est centrum vitreae sphaerae sit per centrum laminā, & uertatur cōvexum vitri ad foramina, & figura regulae subtilis super superficiē laminā erecta super oram eius, in quo est lineā ex parte vitri, & terminus regulae secet diametrum laminā perpendiculariter, palam quia lineā transiens per centra foraminū duorum non transit per centrum sphaerae, sed per illud punctum superficiali planae ipsius vitri, & erit obliqua super sphaericam superficiē per 72. primū huius, ponatur itaq; instrumentum in vase, & vas in sole, & moveatur instrumentum quousq; lux transeat per centra duorum foraminū, & non cadet lux directe super superficiē regulae, neq; centrum lucis cadet in lineā, quae est in superficie regulae, sed declinabit oblique extra lineam, quae transit per centra duorum foraminū ad partem in qua est centrum vitri, hoc est ad partem contrariā perpendiculari

ris ex

ris exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiē vitri sphaericam, & itaq; lineā pertransiens centra duorum foraminū perpendicularis super superficiē vitri planā, per 8. undecimū, quoniam illa lineā est aequedistans lineae f g diametro laminā, quae ex hypothesi, est perpendicularis super superficiē planā vitri. Si ergo lux transiret per centra duorum foraminū, & extenderetur secundū rectitudinē ad planā inter superficiē, palam qd' tunc extenderetur secundum rectitudinē in aëre. Sed centrū lucis, quae est in regula, cum non cadat in rectitudinē huius lineae, patet qd' lux nō extenditur in eius rectitudinē ad superficiē planā vitri, est ergo lux refracta, sed nō refringitur in aëre, neq; in corpore vitri. Refringit itaq; apud sphaericā superficiē vitri, in cidit enim oblique super sphaericam superficiē, qm̄ lineā transiens centra duorum foraminū non transit per centrum vitri, & haec lux egrediens à plana superficie vitri, qm̄ oblique aëri incidit, plus refringitur. Qd' si vitrum e contrario disponitur, ut eius superficies plana apponatur foramini primo sic, qd' cōmūnis differētia sit super lineam secantē diametrum laminā perpendiculariter, & mediū punctus illius lineae sit extra centrum laminā. Tunc ergo lineā pertransiens centra duorum foraminū non transit per centrum vitri, sed per alium punctū illius planae superficiali, & est perpendicularis super illam superficiē, moueat itaq; instrumentū in sole, donec lux transeat per ambo foramina, cadetq; centrum lucis, quae cadit in interiori parte orae ipsius instrumenti in periferia medij circuli extra punctū p, qd' est extremitas diametri medij circuli, quae est lineā m p, sed declinabit ad partem in qua est centrū vitreae sphaerae, & lineā quae egreditur à centro huius sphaerae in imaginatione ad locum refractionis, est perpendicularis super superficiē huius sphaerae, est ergo perpendicularis super superficiē aëris continentis superficiē sphaerae vitreae. Haec itaq; refractionis est ad partem contrariā illi, in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiē aëris continentis sphaeram. Lux uero transiens centra duorum foraminū pertransit corpus vitri recte, cum sit perpendicularis super superficiē planā vitri, sed non est perpendicularis super superficiē cōvexam, cum nō trāsit centrum sphaerae, ergo etiam non est haec lux perpendicularis super superficiē aëris continentis cōvexum vitri, & quia haec lux refracta inuenitur, refringitur ergo apud cōvexam superficiē sphaerae vitreae, qd' si aqua tunc infundatur vasi infra centrum laminā, inuenitur etiam lux refracta ad partem in qua est centrū vitri: hoc autē est ad partē contrariā illi, in qua cadit perpendicularis exiens à loco refractionis, quae extenditur in corpore aëris perpendicularis super cōcauam ipsius aëris superficiē cōvexi vitri continentem.

X L V I.

Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana superficie cōsistere est necesse.

Sed & id qd' nunc proponitur, potest experimentaliter declarari, qm̄ enim omnibus dispositis, ut est in 43. huius, lux incidens centro lucis, quae est in superficie aquae, & à centro lucis existens super superficiē aquae, qd' est centrum medij circuli incidens centro lucis intra aquam existentis, qd' est in circumferentia circuli medij, transit per centra amborum foraminū, quae similiter sunt in superficie medij circuli, palam, qm̄ lineā secundū quā lumen incidit superficiē aquae per medium aërem, & secundū quā refringitur in aqua medio, sunt in eadem superficie, qm̄ utraq; ipsae est in superficie medij circuli trāsu assignatorum circulorum. Inuenitur autem haec refractionis in medio solari, quando radius transiens solaris per centra foraminū, fuerit obliquus super aquae superficiē, non qm̄ fuerit perpendicularis, & propter obliquitatem situs instrumenti à centro sphaerae aquae nunq; fiet haec lineā radialis perpendicularis super superficiē aquae, nisi sol fuerit perpendiculariter super zenith capitis. Sole uero ultra uel contra zenith caput existente, satis euidens est haec experimentatio omni tempore, patet ergo id qd' proponitur, & hanc superficiē dicimus superficiē refractionis: patet itaq; ex ijs omnibus 5. praemissis propositionibus, quoniam omnis lux pertransit quacūq; corpora diafona secundū lineas rectas: & qd' diu lineae sunt ppendiculares super superficies corporum, quacūq; etiā diuersae sint diafoneitatis, semper extendit secundū rectitudinē eiusdem lineae, & non refringitur

n 3 gatur

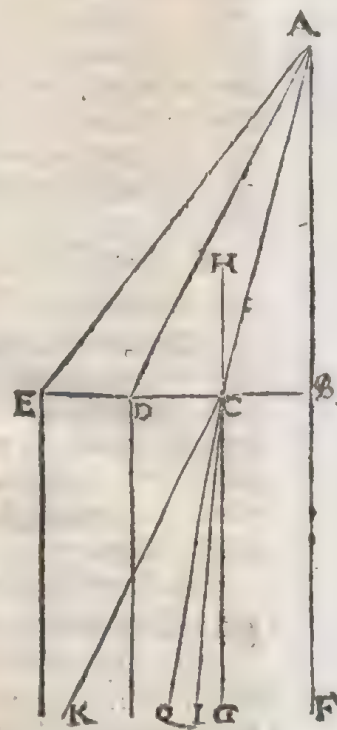
gitur. In corpore uero diuersae diafoneitatis omnis lux superficiei secundi corporis oblique incidens, refringitur secundum lineas rectas alias ab illis, secundum quas incidebat primo corpori, quae tamen lineae semper erunt in eadem superficie plana, imagnate secare utrumque illorum corporum, & haec superficies in spectione instrumenti est medius circulus trium circuloꝝ signatorum in interiore parte orae instrumenti, cuius diameter est linea m p. Cum uero lux aliqua exiuerit à corpore subtiliori ad grossius, refringetur ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis, quae est perpendicularis super superficiem grossioris secundi corporis, & cum lux obliqua exiuit à corpore grossiori ad subtilius, refringitur ad partem contrariam praedicto modo ductae super superficiem corporis secundi, scilicet subtilioris.

XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diafonum penetrante, radius oblique incidens in medio secundi diafoni densioris refringitur ad perpendicularem ductam à puncto incidentiae super secundi diafoni superficiem, & in medio secundi diafoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud quod de particularibus experimentis hactenus instrumentaliter probatum est, naturali demonstratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui sunt secundum lineas perpendiculares, sunt fortiores, quam coadunant uirtute uniuersali coelesti secundum lineam rectam breuissimam, omni subiecto corpori influente. Impulsiones percussionum factarum perpendiculariter sunt fortiores eis quae sunt oblique; & similiter percussiones, quae sunt perpendiculariter, sunt omnibus obliquis percussionibus fortiores, & inter omnes obliquas fortiores sunt illae quae plus accedunt ad perpendicularitatem, quia itaque omnis corporis densitas impedit transitum luminis, necesse est lumen imaginari repelli à transitu per resistentiam corporis densi, & plus per resistentiam corporis densioris; & per hanc resistentiam qualitatis passiuae, quae est densitas ad qualitatem actiuam, quae est lumen, intelligimus quendam motum motionis luminis per medium corporis resistentium, quae secundum plus & minus capacia sunt impressionis luminaris, non quod in transmutatione locali ipsius luminis sit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodem instrumenti secundum diuersitatem mediorum se plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus motum ipsius lucis. Omnis itaque lux pertransiens corpus diafonum, motu uelocissimo & insensibili pertransit, sic tamen, quod per magis diafona uelocior sit motus quam per minus diafona. Omne enim corpus diafonum plus & minus resistit penetrationi lucis secundum quod est participans diafonitatem plus uel minus, grossities enim corporis resistentis est semper luminis penetrationi. Cum ergo lux pertransiret corpus aliquod diafonum oblique, & occurreret corpori alij diafono grossiori, tunc corpus grossius resistit luci uehementius, quam prius corpus rarius resistebat, necesse est ergo quod propter resistentiam illius corporis densioris motus lucis transmutetur; & si resistentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partem contrariam refringetur, quia uero non resistit fortiter, ideo lumen non redibit in partem ad quam mouebatur. Si uero resistentia fuerit debilis, propter maiorem raritatem corporis plus diafoni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariam partem, nec poterit per illam lineam procedere per quam inceperat, sed mutabitur in situ; cum uero perpendiculariter inciderit quibuslibet corporibus diafonis & quacumque diuersae diafoneitatis, non mutabitur, sed directe omnia penetrabit, quam perpendicularis fortior est omnibus, & oblique uiciniores perpendiculares sunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaque corpori diafono grossiori lux incidit, oblique extenditur secundum lineam rectam approximantem ad perpendicularem, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit superficiei corporis diafoni grossius ductam super superficiem corporis grossioris, ideo, quia facillimus motum est secundum lineam perpendicularem. Si ergo radius lucis inciderit super lineam perpendicularem, transibit recte propter fortitudinem motus super perpendicularem. Et si radius inciderit oblique, tunc non poterit transire propter debilitatem motus super lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partem aliquam, per quam facilius sit transitus, quam per illam partem, ad quam per lineam incidentiae mouebatur; facilius autem motum, & plus adiutus coelesti influen-

tia est super lineam perpendicularem; quod enim uicinius est perpendiculari, facilius est transitus, quam remotius ab illa. Sit itaque ut à puncto a corporis luminosi incident radij quam plures per medium a b super superficiem alterius diafoni corporis, in qua sit linea b c d e, & sit b f linea profunditatis illius corporis, & sit linea a b perpendicularis super illam superficiem, palam itaque secundum rationem praemissam fortitudinis perpendicularium, & per experientias instrumentales per 42. & 44. huius, quam radius incidens secundum lineam a b penetrat perpendiculariter totum corpus b e f. Radius uero incidens secundum lineam a c, si directe transiret at corpus b e f, tunc enim erit diuersitas in diafoneitate corporis a b e & b e f, quod est contra hypothesein; linea itaque a c propter diuersitatem resistentiae non erit linea continua. Sed si per corpus minus resistens mouebatur libere per lineam a c, non potest in corpore plus uel minus resistente per eandem lineam moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex praemissis, quod difficilius est transitus per illud. Si itaque linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c super superficiem corporis b c d e, & sit c g, debilitabitur, nec ad aliud peruenit effectus eius, frustra ergo incidebat. natura autem frustra nihil agit, sicut in principio suppositum est: linea ergo a c, ut etiam ostensum est experimentaliter per 43. huius, refringitur necessario ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius, similiter quoque est de radijs incidentibus secundum lineas a d & a e. Et si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diafoneitatis rarioris quam sit corpus a b e, adhuc propter fortitudinem actionis radij perpendicularis qui est a b penetrat irretractus, radius uero secundum lineam a c transiens corpus densius, & in puncto incidens superficiei corporis rarioris, non inuenit resistentiam quam prius, & quia formarum proprium est semper se diffundere secundum amplitudinem omnis capacitatis materiae; patet, quod radius a c non procedit secundum lineam a c, quia sic dispositio diafonorum corporum secundum resistentiam ad receptionem luminis esset uniformis, quod est contra hypothesein; refringitur ergo radius a c, sed non ad perpendicularem c g, quoniam illa refractione non fit, propter resistentiam materiae, sed propter uictoriam formae agentis super materiam plus dispositam quam prius, unde forma diffundit se uirtute propria ab incepto progressu secundum lineam a c, & ad partem contrariam ipsius perpendicularis c g, & aequedistantis quae b f; & similiter est de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus itaque radij incidentis oblique secundum lineam a c in corpore secundi diafoni densioris, quae est b e f, componitur ex motu in partem perpendicularis a b transeuntis per corpus b e f, in quo est motus, & ex motu facto super lineam c b, quae est perpendicularis super lineam c g, quoniam enim transitus perpendicularis est fortissimus & facillimus motum, & densitas corporis resistit termino motus ad quem intendebat, linea a c necessario mouebit ad perpendicularem c g exeuntem à puncto c, in quo radius a c concurrat superficiei corporis densioris, & quoniam illi motui resistit, propter grossitatem medij, & etiam propter naturam alterius motus, qui est super lineam c b, qui propter resistentiam medij non omnino dimittitur, sed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uersus punctum b, semper proxmans perpendiculari a b f, sit itaque in medio diafoneitatis secundae grossiore medio, primo refracto radij a c secundum lineam c l propinquior perpendiculari c g exeunti à puncto c, in quo occurrit corpori densiori, quoniam linea a c, per quam incidebat superficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctum q, propinqua fuerit eidem perpendiculari educta ultra punctum c ad punctum h, ita, ut angulus a c h sit maior angulo l c g, non concurrat tamen cum perpendiculari b f uersus punctum f, sed uersus punctum a per 2. primi huius, quoniam concurrat cum aequedistante eius linea c g in puncto e. Cum uero radius a c exiuerit à corpore grossiore ad subtilius, tunc quia minus habet resistentiam,



tiā, erit motus eius uelocior & magis sui diffusius, & quoniam resistentia mediū densioris impellit super lucem obliquam, ut coadunetur ad perpendicularē lineam a puncto incidentiā super superficiem illius corporis productam, quā est c g: patet q̄ in medio rarioris diafoni illa resistentia erit minor q̄ prima, sit ergo motus lucis ad partem a qua per resistentiam repellebatur motus maior, mouetur ergo lux in corpore diafono rario re plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita, q̄ angulus g c k sit maior angulo a c h, sit tamen semper motus lucis a c in reflectione a corpore secundo rarioris diafoni q̄ primū inter lineas c g & c e, quoniam cum angulus g c e sit rectus, angulus g c k nunq̄ potest fieri rectus, patet ergo propositum.

XLVIII.

A superficie plana corporis diafoni omnium radiorū illi superficie incidentiū, non est possibile fieri refractionē ad aliquod punctum unum.

Quoniam enim, ut patet per pramissas, in omni corpore diafono semper sit refractione uel ad ipsas perpendiculares ductas a punctis incidentiā radij super superficiē corporis diafoni, a qua sit refractione, uel ab illis perpendicularibus quomodocunq̄ hoc contingat, patet, cum illae perpendiculares super planam superficiē sunt aequidistantes per 6. undecimi, qm̄ siue ad ipsas perpendiculares, siue ab ipsis fiat refractione, nō est possibile, ut omnium radiorū illi planae superficie incidente, refractione fiat ad punctū unum, patet ergo propositum.

XLIX.

Nulla refractione transmutat situm partium formae refractae, sed solum auget uel minuit figuram.

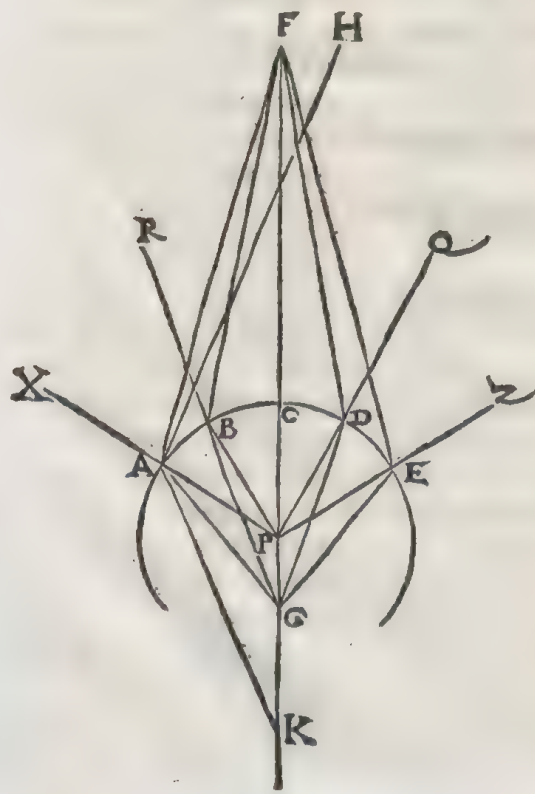
Quoniam enim, ut patet per 47. huius, omnis refractione sit in medio secundi diafoni & in rariore a perpendiculari, in densiori uero ad perpendicularē, palam q̄ semper dexter radius remanet dexter, & sinister sinister, & similiter de alijs differentijs positis. Situs ergo partium formae refractae non mutantur, sed semper permanent, modo suo autē a perpendiculari sit fractio, augetur forma secundū dilationē. Et cum ad perpendicularē sit refractione, minuitur, qm̄ anguli ipsam continent, angustantur, patet ergo propositum.

fit refractione, minuitur, qm̄ anguli ipsam continent, angustantur, patet ergo propositum.

L.

In omni simili superficie eiusdē diafoni radij secundum aequales angulos incidentes, secundum aequales angulos refringuntur: & si maiores sunt anguli incidentiā, maiores sunt anguli refractionū, & si minores, minores.

Siue enim refractionis modus attendatur ex parte superficialium corporum in quibus sit refractione, quoniam alia sit refractione a superficie sphaerica, & alia a plana, siue a parte dispositionis diafoni, quoniam alia sit refractione a rariore diafono, alia a densiori, ut patet per plures ppositiones libri huius, siue attendatur a parte angulorū incidentiā, patet semper q̄ angulis incidentiā existētibus aequalibus, secundū modum ppositionū nulla subest causa diuersitatis modi refractionis, si ergo semper refractione secundū angulos aequales, & hoc est ppositum primū. Et est huius exemplū, ut si uni corpori sphaerico diafono densiori ipso aere medio, in cuius superficie



ficie sit circulus a b c d e, cuius centrum sit p, & a puncto f corporis luminosi incident lineae radiales, quae linea f b f, c f, d f, e f, incident radius f e perpendiculariter, & alij oblique: patet q̄ omnes radij incidentes oblique in superficie illius corporis diafoni, refringuntur per 47. huius. Sit ergo exempli causa & breuitatis figurationis & denominationis linearum, ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g, & ducantur perpendiculariter super superficiem corporis lineae, quae sint p d q & p b z & p a x & p e x. Dico q̄ si angulus incidentiā, qui est f d q, sit aequalis angulo f b r, q̄ angulus g d p erit aequalis angulo g b p, per pramissam propter uniformitatem omnium praedictarum conditionum. Similiter quoq̄ dico, q̄ si angulus f d q sit maior angulo f a x, q̄ angulus p d g erit maior angulo p a g, fiat enim super punctum a terminum lineae x a angulus aequalis angulo f d q per 23. primi, qui sit angulus h a x, refringaturq̄ radius h a in puncto a, concurrentq̄ cum linea f g in puncto b, eritq̄ per primam partem huius angulus p a x aequalis angulo p d g: est autem angulus p a k maior angulo p a g, nō enim est aequalis, quoniam tunc ex pramissis sequeretur angulos incidentiā esse aequales, qd̄ est contra hypothesim, sunt enim suppositi esse inaequales, sed neq̄ minor, quoniam sic fieret refractione irregularis, & est contra 43 & 45. huius, est ergo maior, ergo & angulus p d g est maior p a g. Idem quoq̄ potest demonstrari facilius, ut si angulus f e z fiat aequalis angulo f a x per 8. tertij, utpote si arcus a c & c e assumantur aequales, tunc enim anguli p a g & p e g erunt per pramissam aequales: angulus uero p d g minor est angulo p e g, q̄ patet, etiam si anguli refractionis ponantur esse aequales. De hac autem materia hic summarie loquimur, quoniam ipsam in 10 huius libri, ubi locum proprium habet perfectius persequemur, patet ergo propositum.

LI.

Datam altitudinem per umbram quanta sit cognoscere sole apparente.

Sit data altitudo a b, quam proponimus, quanta sit cognoscere sole apparente: & si illa altitudo est erecta super superficiem horizontis, ducatur in illa superficie linea b d perpendicularis super terminum altitudinis a b, qui sit b, & incidat radius solaris per uerticem a b, qui sit a, ipsi puncto d, & sit a d, ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipsius a b, erigaturq̄ nota linea e z inter umbram b d & radium a d aequidistantem altitudini a b, ut si z e sit baculus notae quantitatis, erit ergo trigonus d z e per 29. primi aequiangulus trigono a b d, ergo per 4. sexti, uel per 9. huius erit proportio d z ad z e sicut d b ad b a, sed d z ad z e proportio est nota, quoniam cum z e sit assumpta nota, potest & linea umbrae suae quae est z d modica mensuratione fieri nota, ergo d b ad b a proportio est nota, sed d b potest mensurando fieri nota, ergo & a b erit nota, quod est propositum, ut si linea a b sit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad mensuranda spacia umbrarum.

Libri Secundi Finis.

LIBER TERTIVS

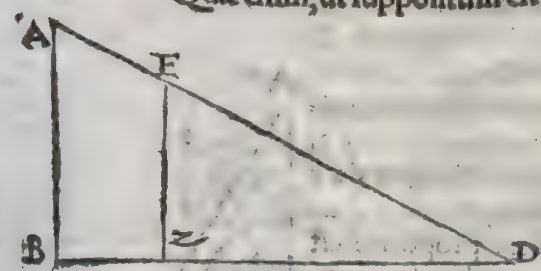
PERSPECTIVAE VITELLIONIS



IN præmissis libris mathematicalia & naturalia principia præmissimus, per quæ prout nostra possibilitas fert, nostri propositi cōsequentia intendimus declarare. Volentes autē formatū naturalū actiones sub triplici uidentū modo prosequi, scilicet illo qui sit per simplicem uisionē, & eo qui per reflexionē & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro prosequimur modum simplicis uisionis, & dispositionē ppriā organi uisui. Supponimus autē hæc quæ sequunt in locis alijs declarata, uel ut per se ipsa nota. Visionem non compleri nisi apud peruentum formæ uisibilis ad animam. Item q̄ per se uisibilia sunt tantum duo, scilicet lux & color, quoniam lux se ipsa uidetur, & ipsa est hypostasis colorū, alia uero per accidēs uisibilia sunt, utpote remotio, magnitudo, situs, corpeitas, figura, cōtinuitas, separatio uel diuisio, numerus, motus, quies, asperitas, lenitas, diafonitas, dēstitas, umbra, obsecuritas, pulcritudo, deformitas, consimilitudo & diuersitas. Hæc enim non solum uisu, sed alijs sensibus cōprehenduntur. Item petimus lucē fortē ledere uisum diutius intuentem. Item rem maioris quantitatis, quā sit oculus, oculo uideri. Item rem uisam secundū situm, figuram & ordinem suarum partium uideri. Item uisum simul diuersa uisibilia uidere. Itē ab ambobus uisibus simul unam rem uideri. Itē q̄ color nō est motiuus uisus nisi secundū actū lucidi. Item sine contactu uisionē nō fieri, sicut nec aliquā actionē naturālē. Item uirtutē uisualē finitam esse, & non extendi in infinitum.

THEOREMA I.

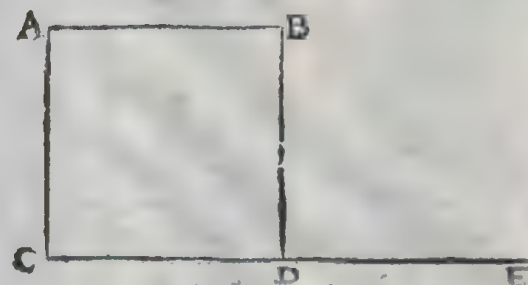
Visibili lucem actu non participante, ipsum impossibile est uideri.



Quæ enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia, sunt lux & color: lux autem non est uisibilis præter se, & etiam lux cū sit hypostasis colorum, non est possibile colores uideri sine luce, forma enim coloris est forma debilior q̄ sit forma lucis, cum color sit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo non recipit formā coloris rei uisæ, nisi ex luce admixta cum forma coloris, & propter hoc alternantur colores multarū rerum apud uisum per alternationē lucis orientis super ipsas: & si color, qui est per se uisibilis, non est motiuus ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi, patet q̄ omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri, patet ergo propositum.

II.

Inter quodlibet punctum superficiæ rei uisibilis, & aliquod punctum superficiæ uisus produci post se lineas rectas est necesse, ut res actu uideatur, ex quo patet, solum in oppositione rei uisæ ad uisum fieri uisionem.



Visio enim siue fiat ex eo q̄ radij egrediuntur à uisu super puncta rei uisæ, siue ex hoc, q̄ formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisui, semper necesse est inter quodlibet punctū superficiæ rei uisibilis, & aliquod punctum superficiæ uisus produci posse lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum hæc lineæ secundū quodcūq̄ propositū modum produci possunt, sit uisio, nisi forte ppter alterius impedimenti resistentiam uisus fuerit impeditus. Cum itaq̄ uisus fuerit oppositus rei uisæ, uidebit ipsam: & cū aufertur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionē,

reuer-

reuertetur sensus, quoniam ab alijs partibus q̄ ab oppositis directe non potest linea produci à punctis uisibiliū ad puncta superficiæ uisus, patet ergo propositum.

III.

Organum uirtutis uisualis necesse est sphæricum esse.

Si enim non sit sphæricum, dico q̄ non impeditur uisio, utpote si sit superficiæ planæ, tunc enim non uidebit uno aspectu, nisi sibi æquale, siue enim radij egrediuntur à uisu super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisui, patet q̄ semper perpendiculares sunt breuiores per 21. primi huius: unde res magis approximata uisui secundum illas, quoniam res uisæ directe secundū ipsas ppendiculares uident, non per aliquas lineas obliquas, quæ res frangantur, quia ut patet per 48. secundi huius, in corporibus planis non potest fieri refractione formarum ad aliquod punctum unum, eo q̄ in talibus nullus punctus est omnibus cōmunis, sola ergo illa ab organo uisualis superficiæ planæ uideri potest, quæ sine refractione directe perueniunt ad ipsum, hæc autem sunt secundum perpendiculares lineas peruenientia ad uisum. Sit itaq̄ superficiæ plana uisus, in qua sit linea a b, & sit in superficiæ plana alieuius rei uisæ æquedistantis uisui, & linea a b linea recta, quæ c d e, & à puncto c ducatur perpendicularis super superficiem uisus per 11. undecimi, quæ incidat in punctum a, & sit a c: & à puncto d ducatur similiter super superficiē uisus perpendicularis quæ sit d b. Cum itaq̄ lineæ a c & b d sint æquedistantes & æquales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b æqualis erit lineæ c d, & qm̄ linea a b æqualis est lineæ c d, sed linea c d e est maior q̄ linea c d, ergo non uidetur simul tota linea c d e, quia in hac dispositione non potest res uisæ excedere quantitātē superficiæ uisus, & quoniam hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui, quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri, palam, quia non est possibile, ut superficiæ organi uisui sit plana, sed neq̄ alterius figuræ q̄ sphæricæ, quia semper accident impossibilia inæqualitatis uisionis, necessarium ergo erit sphærica superficiæ organi uisui, in cuius centro fiat concurrus linearum radialium ex longe maiori magnitudine q̄ sit ipsum organum uisuum, patet ergo propositum.

IIII.

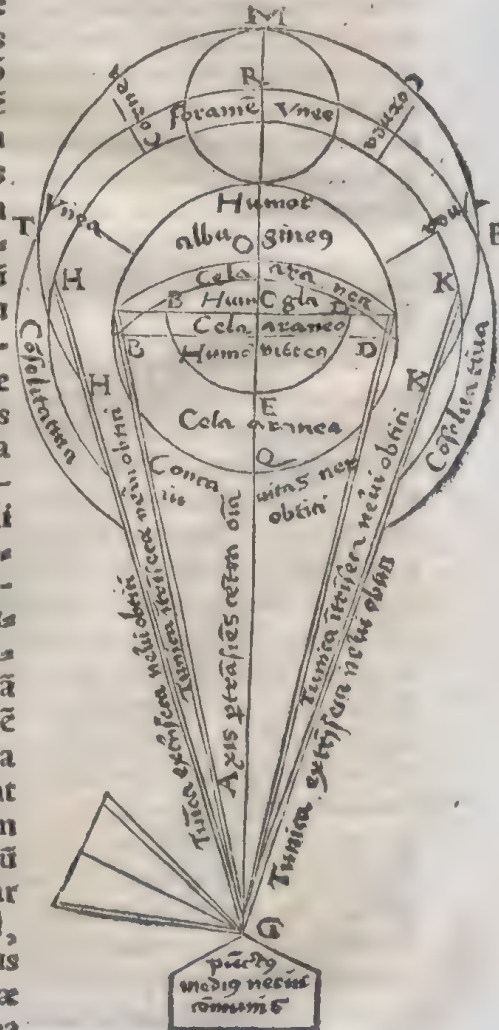
Oculus est organū uirtutis uisualis sphæricū ex tribus humoribus & quatuor tunicis, à substantia cerebri prodeuntibus sphæricæ se intersecantibus compositum.

Quomodo sit oculus uirtutis uisualis organū negotio alterius partis philosophiæ relinquimus, q̄ aut sit sphæricus, necessarium est per præcedentē ppositoinē, & etiā ex eo q̄ est naturæ aqueæ, cuius pprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratū. Qd̄ autem sit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compositus, diligens Anathomizantiū cura edocuit. Primus itaq̄ humorū istoge cristallinus uel glacialis, qui pprie est organum uirtutis uisualis, & est in medio oculi situs, estq̄ sphæra parua alba humida, humiditatis receptibilis formatū uisibiliū, in qua est diafonitas non intensa ualde, cum sit in ea aliqua spissitudo, unde diafonitas eius assimilatur diafonitati cristalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor cristallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in sui parte posteriori uersus cerebrū, à qua parte totus oculus recipit nutrimentū, q̄ anteq̄ pfecte uniatur humori cristallino, quæ principaliter intendit nutriri, nondū plene in formis substantialibus & accidentibus, & eidē assimilatū necessario est alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc dicitur alter humor, & uocatur uitreus, quia similatur uitro quasi frustra eo, & quia in omni qd̄ nutritur, semp̄ purū ab impuro separatur, illud qd̄ ab humore cristallino nutritur, ut lux puritati inconueniēs, separat ad partē oppositā parti nutrimenta li, hoc est ad anteriorem cristallini humoris pfluū, & est diafonū, quoquo mō assimilatū humori cristallino, nondū tñ suæ pfectæ consistentiæ in densitate, eo q̄ est supfluū nutrimenti corporis densioris, patet q̄ necessario est diafonū liquidū, unde uocatus est humor albugineus, q̄ simile est albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, est eni humor

o 2 mor

mor albus, clarus, tenuis, diafonus, & habet humorem ad præ anteriore, sicut & vitreus humor
 re ad partē posteriore pro custodia humoris crystallini, ne ab extrinsecis occassibus uel
 intrinsecis citius patiat, & cadat ab officio organi uisui naturæ sagacitas deputauit. Cōri
 net aut primū duos hūores, scilicet crystallinū & uitreū, tela ualde tenuis & subtilis separans eos
 ab albugineo, & circūdans ambos eos, cuius etiam telæ aliqua pars descendens per me
 dium separat crystallinū à uitreo, & hæc tela, ppter sui subtilitatem tela aranea nomina
 tur. Cum aut humor albugineus sit liquidus, per se non consistens, necessariū fuit ipsum
 per aliquod solidū pro oculi custodia retineri, circūdedit ergo ipsum natura pelle uiscosa
 solida fortī, non multū diafona, quæ sui densitate melius retineat, & sui caliditate hu
 morem albugineum temperet, ne crystallinus congeletur, & fiat inhabilis receptioni
 uisibiliū formarū, & quia, ppter eius tunicæ densitatē & uiscositatē formæ uisibiles ad hu
 morem crystallinū undiq; tali tunica circumdata non puenissent, ideo in anteriori parte
 oculi, ubi est locus receptionis formarū uisibilium, natura hanc tunicam intercudit, fa
 ctumq; est foramen rotundū, cuius diameter est quasi æqualis lateri cubi descriptibilis
 intra illā sphaerā, uel lateri quadratē inscriptibilis circulo magno illius sphaeræ, & est hoc
 foramen ideo rotundū, ut sit magis apta susceptioni omnīū formarū pertransiēs usq; ad
 eiusdē tunicæ concauū, & ob hoc hīc tunica dicta est unea, quia assimilabit unæ in aspe
 ctu, & est hæc tunica plurimū nigra, sæpe tñ uiridis, & qñq; glauca, & corpus illius tuni
 cæ est tenue densum non rarum, ne uero humor albugineus effluat ex foramine unearū, &
 ut non impediatur operatio uirtutis uisuar, necessariū fuit naturæ foramini unearū sub
 ponere uelamen diafonū solidum ad modū cornu albi clari, dictaq; est hæc tunica cor
 nea, ubi uerō coniungit hæc tunica alijs partibus corporis circūpositis oculo, ibi cessat
 diafonia, fitq; alterius dispositionis tunica solidior q̃ cornea non diafona, ipsa tamen
 cornea complens sphaeram unam, quæ est sphaera totius oculi, & illius sphaeræ posteri
 or pars nō diafona, sed carnosa fit alia tunica, & hæc dicit cōiunctiua uel consolidatiua,
 qm cōiungit oculū, & cōsolidat ipsum cū partib; corporis uicini, erit ergo tunica cornea
 humor albugineus & humor glacialis & humor uitreus, se ad inuicē cōsequētes, & oīa ista
 sunt diafona, ppter meliōrē formarū uisibiliū receptionē. A substantia cerebri pdeūt hu
 mores & tunicæ oculi, qm ex anteriori parte cerebri à duabus ptibus ipsius crescūt duo
 nerui optici, scilicet cōcauli cōsimiles habentes duas tunicas ortas à duabus telis cerebri, & p
 cedunt ij nerui ad mediū anteriorioris partis cerebri, ubi efficitur neruus unus obticus,
 qui in pcessu iterū diuidit in duos neruos obticos cōsimiles & æquales, q̃ transmutatis
 suis sitibus, ita, ut dexter fiat sinister, & sinister dexter, sunt pcedētes ad cōuexa duorū of
 siū cōcauorū cōtinentiū oculos, qm in medijs istorū duorū olliū cōcauorū sunt duo fora
 mina æq̃liter pforata, q̃ dicunt foramina giratiōis neruorū cōcauorū, & qm illa duo fora
 mina sunt rotunda, punctus uero medius cuiuslibet illoꝝ foraminū dicitur centrū illius
 foraminis, illi ergo nerui intrant ista duo foramina, & exeūt ad cōcauitatē duorū olliū p
 dictorū, & illic dilatātur & ampliātur, & efficiūt extremitas cuiusq; ipsoꝝ quasi instrumē
 tū ponēdū uinū in doleis, hoc est admodū pyramidis rotundæ cōcauæ, & q̃libet oculoꝝ cō
 ponit sup unā extremitatē istius nerui, & cōsolidatur cū ipso; cōsimiliter & à tunicis isto
 rū neruorū oriunt tunicæ oculoꝝ, nā tunica cornea orit ex tunica extrinseca duarū tuni
 cæ istius nerui, & tunica unea oritur ex tunica intrinseca duarū tunicarū duorū neruorū,
 intra istā tunicā unea ordiat humor crystallinus sup extremitatē cōcauitatis nerui medi
 ante uitreo humore, q̃ ambo ex medullari substantia cerebri oriunt, & inf humores istos
 & tunicā unearū ex subtilissimis filis tunicæ unearū texti tela aranea, quā alij uocant tunicā
 retiā, q̃a est cōtexta ad modū retis. Spharicæ se interfecāt humores & tunicæ oculi, quia
 enī tunica unea nō puenit intra oculū ad cōplementū sphaeræ, cū sicut præmissum est, in
 anteriori sui parte sit foramē rotundū, qd̃ regit à cornea tunica, sphaera ergo tunicæ cor
 neæ necessariō serabit sphaerā unearū, & cōis lectio suarū supficiēꝝ sphaericarū est circūferē
 tia illius foraminis, & est linea circularis p 79. primi huius, in anteriori q̃q; hūoris crystallini
 ppter meliōrē formarū receptionē est cōpressio supficialis pua minoris curuitatis, q̃ sit
 supficies cornea cōtinēs illā; spicitas, n, supficies hūoris crystallini assimilāt cōpressiōni su
 perfi

p̄ficiet lēticula, ut patet ex cōsiderātibz anathomīæ oculi, p̄ficiēs ergo anterior ipsi
 est portio sūp̄ficiēi maioris sphaeræ q̄ sit sphaera una continens ipsam, & hac compres-
 so æqualiter deflectitur ad oppositum foraminis, quod est in anteriori parte unæ, quia
 situs eius ab eo est cōsimilis, sicut autem foramen rotundum, quod est in anteriori par-
 te unæ, est directæ oppositum extremitati concavitatis nerui super quē collocatur o-
 culus, si etiā in parte posteriore cōcavitatis unæ est foramen rotundum, quod est sup̄
 extremitatem concavitatis nerui, & foramen, quod est in anteriori unæ, est oppositū
 foramini concavitatis nerui, quoniam neruus opticus interfecat tunicam cōiunctivā
 & uneam, & penetrat omnes tunicas oculi usq; ad sphaeram cristallinā, quæ pyramidē
 nerui interfecat, sicut & humor vitreus, q̄ in nerui optici pyramidalī cōcauo collocatur,
 itaq; communis sectio pyramidis nerui optici, & sphaeræ cristallinæ, est circulus p. 109.
 primi huius, sphaera itaq; glacialis est composita in extremitate concavitatis nerui opti-
 ci, & in foramine posteriori unæ rotundo. Extremitas ergo nerui continet medium
 sphaeræ glacialis, & est neruus ille concavus deferens in se spiritum visibilem à cerebro
 ad oculum, & per eius venas parvas pervenit ad nutrimentum ad oculum, & diffundi-
 tur in illo per vias instrumenti, & est in intersectione huius nerui in anteriori parte cere-
 bri virtus visiva sentiens & dijudicans omne visibile, & consolidatur una cum glaciali
 in circulo continente foramē rotundum in posteriori unæ. Intersecant quoq; se sphae-
 ræ istæ duæ, scilicet glacialis & vitrea necessario, cum convexum unius obuiet cōvexo
 alterius, sicut em̄ sunt diuersæ naturæ & diafonitatis, sic sunt portiones diuersarū sphae-
 rarum se secantium, communis itaq; sectio illarum sphaerarum est circulus p. 79. primi
 huius. Idem ergo circulus est basis pyramidis nerui optici, & intersectionis eiusdem py-
 ramidis, & sphaeræ cristallinæ, & consolidationis unæ
 sphaeræ cum sphaera cristallina, & forte intersectionis
 earundem sphaerarum. Corpus uero cōsolidatiue cō-
 tinet partem pyramidalem nerui, quæ est intra foramē
 ossis per quod transit neruus, & intra circumferentiam
 sphaeræ glacialis, & continet sphaeram uneam. Ex his
 itaq; patet humorem glaciālem propriē esse organum
 virtutis visivæ, nam huius solius diafonitas est recepti-
 bilis formatū visibilū, & est in medio omnīū & humorū
 & tunicarum collocatus, & si alij cuicunq; tunice uel hu-
 mori accidat lesio saluo glaciali humore, semper auxi-
 lio medicinæ recipit oculus curationē, & sanatur ac re-
 stituitur usus: Ipsa uero corrupta, corrumpitur usus
 totus sine spe restitutionis per auxilium curæ medicina-
 lis: est itaq; humor cristallinus uel glacialis principaliter
 virtutis visivæ organum, propter quod est ante dili-
 gentius cōservatū, & cōstituit natura duos oculos, p̄-
 pter perfectionem bonitatis visionis, & complemen-
 tū eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicæ oculi
 sphaericæ se interfecant, & patet declaratio diffinitio-
 nis propositæ oculi secundum omnīū eorum experientia
 quæ de ipsius anathomia hactenus scripserunt. Hæc autē
 omnia, quæ scilicet de cōpositione oculi, in hac quarta
 propositione huius tertij libri nostræ perspectivæ sunt
 præmissa, nunc summam per figuram mathematicam
 duximus exemplanda, quæ est talis. Sit enim centrū
 oculi punctū a, & superficies convexa ipsius glacialis ar-
 cus b c d, & superficies cōvexa ipsius vitreæ arcus
 b e d, tela aranea cooperiens glaciālem anteriū sit arcus
 b e d, tela quoq; aranæ inter corpus glacialis & vitreæ



fit linea recta uel curva, quæ b d, tela quoque cooperiens ipsam uitreâ posterius sit b q d, exterior quoque tunica nerui obtici sit g h dextra, & g h sinistra, & interior tunica illius nerui sit g d dextra, & g b sinistra. Superficies quoque unæ sit cuius centrum n, & in qua sit arcus t m u, & b l d, & eius foramen sit cuius diameter est m b, & centrum eius punctum f, humor quoque albugineus sit corpus b l d o, superficiesque intrinsece ipsius corneæ sit arcus h k, & superficies exterioris corneæ sit arcus b e k, erit ergo medium uirtutis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua erunt centra omnium humorum & tunicarum ipsius oculi, hæc itaque est figura totius oculi, quam cum opportunum fuerit posterius utemur.

V.

Impossibile est uisum rebus uisis applicari per radios ab oculis egressos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uisua rebus extra cõiungitur, aut illi radij sunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uisus uiderit stellas & cœlum, necessarium est, ut à uisu aliquid corporeum extensum impleat totum spacium uniuersi, quod est inter uisum & partem cœli uisam præter diminutionem ipsius oculi, quod & impossibile est fieri, & etiam tam cito fieri, substantia quantitate oculi manente salua. Si uero detur quod radij sint incorporei, cum sensus non sit nisi in re corporali, tunc ipsi radij non sentirent rem uisam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non sentiente poterit sentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uisui, quo uisus posset comprehendere rem uisam, cum uisus non fiat nisi per contactum uisus cum forma uisa, quia sine contactu non fit actio. Radij ergo præcedentes ab oculo si nihil reddunt uisui, tunc non fit per ipsos uisio. Si uero aliquid reddunt uisui, hæc erunt luceæ uel colores quæ per se uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uisum, radij ergo non sunt causa applicationis uisus cum rebus uisis, sed aliquid aliud quod se multiplicat ad uisum, est per se causa uisionis, impossibile est ergo radios per se esse causam uisionis, nisi forte radij dicantur lineæ descriptæ per puncta formarum multiplicata à superficiebus rerum uisarum ad uisum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus necesse est posse produci lineas rectas, ut res actu uideatur, tales uero radij ab oculis non egrediuntur, patet ergo, propositum.

VI.

Visio fit ex actione formæ uisibilis in uisum, & ex passione uisus ab hac forma.

Formas uisibiles agere in uisum ex suppositione patet, læditur enim uisus ex forti luce in aspectu corporis solaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uisus taliter, ut à sua cadat operatione quousque per uirtutem intrinsecam naturalem fuerit restitutus. Sed & uisus patitur à sensibilibus formis, retinet enim quandoque in se fortes eas impressiões: uisus enim postquam diu inspexerit fortem lucem uel colorem, si postea aspiciat locum obscurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uisibile, quod prius inspexerat in se ipso cum luce colore, & figura sua & quandoque color fortis impressus uisui permiscebitur coloribus rerum uisarum in obscuro, & uidebuntur res illæ alio colore mixto coloratæ, ut forte uiride uisum facit res albas, postea uisus in loco obscuriori mixtam uirides appareat, si claudat oculus, nihilominus occurret uisui forma prius uisa. Formæ ergo uisibiles agunt in uisum, & uisus patitur ab illis, & quia uisibilia per se sunt lux & color, & lux est hypostasis colorum, lux autem semper sphericæ diffunditur ad omnem positionis differentiam, palam ergo sic etiam colores diffundi: cum itaque uisus opponitur alicui rei illuminatæ uel coloratæ tunc multiplicat lumen uel per se, uel cum illo coloratæ rei oppositæ uisui, & perueniens ad uisus superficiem & agit in uisum, & uisus patitur ab illo, cum itaque lux & color ueniunt simul ad superficiem uisus, & agunt in illum, & uisus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionem formarum uisibilium cum suo organo fit cognoscens, tunc fit uisio propter præsentiam uisibilium formarum agentium in uisum, & fit hæc actio & passio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet

passi

passi & indiuisibile, & totum passum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ sunt in aliquo puncto rei uisibilis perueniunt ad superficiem oculi, & formæ omnium punctorum superficiei rei uisibilis perueniunt ad punctum unius superficiei oculi, & sic fit actio & passio inter ista, non fit autem actio formarum uisibilium in uisum nisi forma uisibilis sit potens ad agendum & completa hypostasis ex luminis præsentia, & nisi medium extrinsecum oculo & rei uisibili sit lucidum actu, & nisi organum uisus sit receptiuum formæ uisibilium per tunicas medias, & humores diafonos suæ propriæ diafonitatis, pars enim tunica corneæ superposita foramini unæ, quæ primo aëri extrinsecum coniungitur, & humor albugineus implens foramen unæ, si à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate sibi propria uel impedimento, alio occurrente, uel etiam ipse humor glacialis, si per minimam cõgelationem, uel alio modo à formarum receptione fuerit impeditus non fit uisio, quia forma sensibilis organo uisui imprimi non potest: forma itaque uisibilis ueniens à re uisa per medium lucidum usque ad superficiem uisus, transit per diafonitatem tunicarum uisus, & peruenit ad uirtutem uisus suam ex foramine, quod est in anteriori unæ, & peruenit ad glaciale, & pertransit in secundum modum suæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut à formis sensibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uisus uero licet patitur à formis uisibilibus, non tamē tingitur à forma lucis uel coloris post recessum præsentia corporis lucidi uel colorati, sicut uniuersaliter ostendimus hæc passionem conuenire omni corpori diafono per 4. secundi huius, & licet quandoque propter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impressio in uisum, & alteratio secundum illas luces & colores, non tamen illæ remanent in uisu nisi tempore modico, non est ergo talis alteratio fixa, uisus itaque non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis sensibilibus agentibus in uisum, patet ergo propositum.

VII.

Centrum sphaeræ totius oculi & centrum glacialis & centrum superficierum extrinsecæ & intrinsecæ corneæ, & centrum conuexæ superficiei humoris albuginei necesse est idem esse: ex quo patet, quoniam superficies intrinsecæ corneæ superficiei suæ extrinsecæ æquedistat.

Resumpta figura oculi quam præmisimus in 4. huius, dico quod uerum est, quod hic proponitur, quoniam punctum a, est cõmune centrum propositarum sphaerarum. Si enim detur quod centrum sphaeræ totius oculi, quod est punctum a, non sit centrum sphaeræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares super superficiem sphaeræ oculi, non sunt perpendiculares super superficiem sphaeræ glacialis nisi solum illa, quæ transit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares super superficiem uisus, erunt declinantes super superficiem glacialis. Si ergo glacialis cõprehendat formas rerum uisarum secundum incidentiam istarum linearum quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, & oblique declinantur super superficiem glacialis, tunc necessario glacialis comprehendit omnes formas rerum uisibilium obliquas, & declinantur à suo situ & figura quam habent extra in superficibus rerum uisibilium, quod est contra suppositionem præmissam in principio huius libri, & quoniam formæ incidentes medio secundi diafoni densioris secundum lineas non perpendiculares huius refringunt ad perpendicularē, ut patet per 47. secundi. Substantia uero humoris & tunicarum oculi densior est aëre circumstante, & substantiæ diuersæ diafonitatis inter se, ut patet per 4. huius, palam quod in ipsa superficie glacialis fiet refractione alia quam in superficie corneæ, non distinguet glacialis aliquid ergo in rebus uisis propter refractionem formarum in sua superficie factarum, manifestum est enim, quod lineæ oblique incidentes superficiei uisus magis obliquantur in superficie glaciali, cum glacialis sit altius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, est enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua spissitudo prohibens transitum formarum, & ob hoc singuntur formæ in eius superficie & corpore, nulla ergo formarum uisibilium cõprehendit

prehendit glacialē secundū eius situm; & figuram quam habuit extra visum, hoc autem est impossibile, quoniam patet manifeste per suppositionē, quod glacialis comprehendit formas rerum visibilibus secundum situm & figuram quae habent in rebus extra. Est ergo necessarium quod linea quae sunt perpendiculares super superficiem oculi; sint perpendiculares super superficiem glacialis, erunt ergo superficies oculi, & glacialis superficies sphaerarum contentarum habentes idem centrum & extremitates omnium linearum imaginatarum produci a quolibet puncto superficiei rei visae perpendiculariter super superficiem oculi, concurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & sunt perpendiculares super superficiem glacialem per 72. primi huius, & quoniam superficies corneae antierius complet oculi superficiem sphaericam, & sit cum illa una superficies sphaerica, patet, quoniam centrum oculi est centrum corneae per diffinitionem sphaerae, patet itaque quoniam centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneae sunt idem centrum, quia ergo centrum oculi, quod est centrum superficiei exterioris ipsius corneae, & centrum sphaerae glacialis sunt unum cum centro totius oculi ex omnibus suis humoribus & telis constare, convenientius naturae est ut centrum glacialis sit ipsum centrum superficiei interioris corneae, ita quod centrum omnium superficierum oppositarum foramen unum sit unum punctum commune, & superficies concava corneae sphaera fiat aequidistans eius superficiei convexus, sic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineae exeuntes a centro ad superficiem oculi perpendiculares super omnes superficies oppositas foramini, & augebitur bonitas visionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneae cum toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, superficies intrinseca corneae aequidistans est superficiei extrinsecae ipsius, cum ipsarum ambarum sit idem centrum, humor vero albugineus secundum eius convexum contingit concavum corneae, ut praemissum est per experientiam anathomizantium in 4. huius tertij per 79. primi huius, superficies convexa humoris albuginei erit pars superficiei sphaericae secundum eius convexum superficiem concavam sphaerae corneae contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam convexa superficiei humoris albuginei & concava superficiei corneae est idem centrum, & hoc est propositum.

VIII.

Sphaeram uneam necesse est toti oculo eccentricam esse, centrumque eius ad anterius oculi plus accedere, centrum vero oculi amplius profundari: ex quo patet centrum unearum centrīs omnium tunicarum & humorū anterioris partis oculi amplius elevari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per praecedentem, sphaera cornea secundum eius superficiem manifestam sit continua cum superficie totius oculi, & pars sphaerae ipsius, & totus oculus sit sphaera maior quam sphaera unea, quoniam intra se continet maximum circum sphaerae unearum, patet per diffinitionem sphaerarum se intrinsecus interfecantium, quod superficies sphaerae corneae est maior superficie sphaerae unearum, palam itaque ex diffinitione sphaerae maioris, quae semidiametro corneae est maior semidiametro unearum, & quia superficies intrinseca corneae supposita foramini unearum, est superficies concava sphaerica aequidistans superficiei manifestae ipsius corneae, eo quod tota cornea est aequalis spissitudinis, ut ostensum est in praecedenti, ideo quod centrum superficiei intrinsecae corneae, id est cum centro superficiei manifestae convexus eiusdem corneae, sed superficies concava corneae caecat superficiem sphaerae unearum super circumferentiam foraminis, quod est in anteriori parte unearum, ut praemissum est in 4. huius, & declaratum per 80. primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum sphaerae continentis sphaeram uneam necesse est remotius esse in profundo quam centrum sphaerae unearum, patet, ergo, quoniam sphaeram uneam necesse est toti oculo eccentricam esse, centrumque eius ad anterius oculi plus accedere, centrum vero oculi amplius profundari, quod est principale propositum, & ex hoc etiam patet correlativum, quia cum sphaera unearum non sit in medio consolidationis sed anterius ad partem superficiei manifestae oculi, & cum superficies manifesta ipsius oculi sit pars sphaerae maioris, palam ut praemissum est, quia centrum eius erit remotius in profundo centro unearum.

unearum, manifestum vero oculi est superficies ipsius corneae extrinseca convexus, cui aequidistat eiusdem superficies intrinseca concava, centrum ergo tam superficiei concavae quam superficiei convexus ipsius corneae plus profunditur in oculo quam centrum unearum, & quia superficies concava corneae contingit superficiem humoris albuginei, qui est in anteriori foraminis unearum, & superponitur ei, patet ex praemissa, & per 70. primi huius, quoniam superficies convexa humoris albuginei est superficies sphaerica, cuius centrum est centrum superficiei sibi suppositae, superficies ergo convexa corneae, & superficies concava ipsius, & superficies convexa humoris albuginei attingens concavum corneae, cum sint superficies sphaericae aequidistantium sphaerarum, palam per 73. primi huius, quia centrum ipsarum omnium est unus punctus, qui amplius profunditur centro unearum, & quia superficies anterioris glacialis est sphaerica cum cetricato totali oculo per praecedentem, & etiam quia superficies sphaerica glacialis convexus secatur superficiem sphaerae unearum intrinsecus, patet per 84. primi huius, cum superficies glacialis sit portio sphaerae maioris quam superficies sphaerae unearum, quod amplius profundatur centrum glacialis quam centrum unearum, centrum itaque unearum centrīs omnium tunicarum & humorū oculi, qui sunt anterioris partis oculi ad partem aeris extrinsecam respicientes amplius eleatur, quod est totum propositum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum unearum producta linea recta centrum circuli sectionis unearum, & medium concavitatis nervi obtici necessario penetrabit.

Ostensum est per 7. huius, idem esse centrum totius oculi & centrum corneae, sed linea quae continuatur duo centra corneae & unearum, quae in praemissa figura oculi in 4. huius est linea a n, haec producta pervenit ad centrum circuli communis earum sectionis per 82. primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis unearum, secundum cuius periferiam illae sphaerae se interfecant: superficies enim concava corneae, & superficies convexus unearum sunt duae superficies sphaericae secantes se secundum periferiam foraminis unearum, ut patet per 4. huius, palamque per 86. primi huius, quod eadem linea producta pervenit ad duo media duarum superficierum corneae inter se aequidistantium suppositarum illi foramini unearum, cuius foraminis periferia est circumferentia circuli sectionis, & quoniam foramen quod est in anteriori unearum est directe oppositum foramini, quod est in posteriori unearum, quod est extremitas concavitatis nervi, palam per 3. primi huius, quoniam eadem linea producta medium concavitatis nervi obtici necessario penetrabit, & hoc est centrum circuli basis pyramidis obtici concavi, patet ergo propositum.

X.

Inter centra sphaerarum glacialis & unearum linea recta producta ad centrum circuli consolidationis sphaerarum glacialis & vitreae cum unea necessario pertinet, & super illius circuli superficiem erecta erit.

Patuit ex praemissis in 4. huius, quoniam sphaera glacialis interfecat intrinsecus sphaeram uneam, linea ergo per centra istarum sphaerarum transiens, quae est linea a n, per 82. primi huius, erit perpendicularis super centrum circuli communis sectionis ipsarum. Iste vero circulus sectionis, aut est circulus distinguens finem consolidationis harum sphaerarum ad invicem, aut aequidistans ei, superficies enim quae est in anteriori parte glacialis opposita est foramini, quod est in anteriori parte unearum, & situs eius ab eo est situs consimilis, ut patuit in 4. huius, terminus ergo istius superficiei, qui est circulus sectionis inter duas superficies sphaerae glacialis & unearum, aut est ipse circulus consolidationis istarum sphaerarum cum unea, aut aequidistans ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superficies glacialis, s. sphaerae & vitreae, fuerit ipse circulus consolidationis ipsarum cum unea, iste ergo circulus, est circulus sectionis inter superficiem glacialis & unearum, & tunc ut prius per 82. primi, patet, propositum, quod si circulus sectionis inter superficiem sphaerae glacialis & superficiem sphaerae vitreae, non fuerit ipse circulus consolidationis sphaerarum crystallinae, & vitreae cum sphaera unearum, sed fuerit aequidistans circulo consolidationis earum cum unea, tunc superficies sphaerae glacialis si imaginetur extendi intellectu mathematico, super id quod

p forma

forma naturalis suae sphaerae extenditur, secabit sphaeram unear super circulum aequedistantem isti circulo sectionis sphaerae glacialis & uitreae, quoniam iste circulus aequalem habet situm a circumferentia sphaerae unear, & quia iste circulus est aequedistans circulo consolidationis, erit necessario circulus sectionis inter superficiem glacialis & superficiem unear, aut ipse circulus consolidationis, aut aequedistans ei, quod si circulus iste fuerit ipse circulus consolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea transiens per centrum glacialis, & per centrum unear, transibit perpendiculariter per centrum istius circuli, eo quod iste circulus est circulus sectionis inter duas illas superficies sphaericas. Sed si iste circulus fuerit aequedistans circulo consolidationis, & est aequedistans circulo sectionis inter superficiem glacialis & superficiem unear, in superficie una sphaerica, quae est superficies glacialis, & est aequedistans circulo dictae sectionis. Sed si in aliqua sphaera duo circuli fuerint aequedistantes, linea transiens perpendiculariter centrum unius, necessario transibit perpendiculariter centrum alterius, ut patet per 68. & per 66. primi huius. linea igitur quae transit per centrum unear & per centrum glacialis, transit per centrum circuli consolidationis sphaerarum glacialis & uitreae cum unear secundum omnes dispositiones sphaerarum & illorum circulorum, est ergo illa linea erecta super superficiem illius circuli per 66. primi huius, quod est propositum. Sunt tamen necessario hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam si sint diuersi circuli, & aequedistantes eidem, proposita omnibus occurrunt, secundum eundem enim circulum secant se glacialis & uitrea, & ambae illae secant unear, & consolidantur secundum eundem circulum cum illa, & est ille circulus basis concavitatis nerui optici, & sic ille unus circulus obtinet officium 4. circuloꝝ.

X I.

Sphaeram uitream necesse est sphaerae glacialis eccentricam esse, centrūq; uitreae ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim superficies sphaerae glacialis, & superficies sphaerae uitreae sunt duae superficies sphaericae secantes se, centrum ergo superficiei anterioris regulae manifesti oculi, est remotius in profundo quam centrum superficiei, posterioris per 84. primi huius, posterior vero harum duarum est superficies ipsius uitreae, ut praestitum est in 4. huius, patet ergo propositum.

X II.

Lineam transeuntem centrum glacialis & unear, centrum quoq; uitreae & medium concavitatis nerui optici necessarium est transire.

Quia linea recta transiens centrum sphaerae glacialis & unear, quae in praemissa figura oculi est linea a n, producta super centrum circuli consolidationis glacialis, cum unear perpendiculares super superficiem circuli consolidationis sphaerarum glacialis & uitreae cum unear, ut patet per 10. huius, huc autem circulo, aut idem est circulus intersectionis glacialis cum uitrea aut aequedistans ei, quocumq; vero istorum modorum existente, semper erit praedicta linea perpendicularis super circulum sectionis sphaerae glacialis cum uitrea, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipsa transit per centrum sphaerae uitreae, quia ergo linea ista transit per centrum uitreae, patet per 82. primi huius, quod ipsa necessario centrum circuli consolidationis perpendiculariter transibit: extenditur ergo in medio concavitatis nerui optici super quae componitur oculus, quoniam circulus consolidationis est basis, & extremitates concavitatis nerui optici, ut patet ex 4. huius, quia vero ostensum est supra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum unear producta linea centrum circuli sectionis unear, & medium concavitatis nerui optici necessario penetrat, cum ab eodem puncto, ut a medio nerui optici super eandem superficiem plures perpendiculares non possunt produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam linea eadem per centrum circuli sectionis sphaerae unear & glacialis, & centrum unear & centrum oculi, & sphaera glacialis & uitreae, & per centrum circuli consolidationis est transiens, patet itaq; ex praemissis, quod una & eadem linea est, q a f, transit per medium concavitatis nerui optici per duo media omnium tunicarum oppositarum foramini unear, et est

& est ipsa per 74. primi huius, perpendicularis super superficies omnium tunicarum oppositarum foramini unear, & est perpendicularis super superficiem foraminis unear, & est perpendicularis super superficiem oculi consolidationis, & extenditur in medio concavitatis nerui optici super quod componitur oculus, & ipsa est axis totius oculi quae in proposita figura est linea g a f.

X III.

Visus non comprehendit res uisas nisi corpore medio diafono existente.

Quia enim, ut patet per 9. sexti huius, visio non est nisi ex actione formae uisibilis uenientis a re uisa ad uisum, formae uero non extendunt nisi in corporibus diafonis consimilis diafonitatis, in quibus sit lucis & formae extensio secundum lineas rectas, ut patet per primam secundam huius, cum ergo lineas productas a rebus uisibilibus ad uisum non abscindit aliqd corpus medium non diafonum, tunc perueniunt formae ad uisum, & visio completur, quod si aliquod corpus non diafonum interuenierit, impeditur multiplicatio formae ad uisum, patet ergo propositum.

X IIII.

Non fit visio corpore uisibili existente similis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus uisibile sit diafonum, tunc non est coloratum, nec est habens formam lucis, sed solum lucidi, ergo non uidetur, quoniam ut patet per 4. secundi huius, lux non figuratur in corporibus diafonis taliter ut ipsas tingat, uel quod eis praestet actum uisibilis, cum ergo diafonitas corpori uisibili fuerit similis diafonitati aeris, tunc erit eius dispositio sicut dispositio aeris, & non apprehenditur a uisu, sicut nec aer, & similiter est de alio medio quocumq; nullum enim talium uidetur, cum diafonitas rei uisae non fuerit spissior corporis medi diafonitate. Si uero corpus uisum fuerit diafonum, sed minus quam medium: sicuti cristallus respectu aeris: tunc res uisa quoniam habet aliquam colorem respectu suae spissitudinis, uidebitur per medium aeris ueluti res colorata, quoniam cum lux oritur super ipsum figetur in ipso aliqua fixatione, scilicet secundum id quod est in ipsa de spissitudine, & transibit in eo secundum suam diafonitatem, & est in eo forma in aere secundum colorem & lucem quae sunt in sua superficie, & illa forma cum peruenit ad uisum operabitur in uisum, & sentiet uisus rem uisam, patet ergo propositum.

X V.

Inter uisibile & oculi superficiem distantiam mediam necessariū est esse.

Non enim apprehendit uisus rem uisibilem, nisi quando fuerit aliqua lux media per primam huius, hoc autem non est nisi per mediam distantiam, quando ergo uisibile fuerit suppositum uisui sine medio, tunc ipsum non uidetur, res enim per se luminosa non possunt immediate superficiei uisus applicari, talia enim sunt, ut stellae & ignis, quae uisui immediate non possunt applicari, quoniam ex eorum applicatione sequeretur corruptio uidentis. Reliqua uero corpora non luminosa si uisui applicentur, illa sine lumine non uidebuntur, relinquitur ergo media distantia inter illa corpora, & inter superficiem ipsius uisus, in qua se diffundant corporum illorum formae mediante luce, & etiam corporibus uisibilibus ipsi uisui immediate applicatis, tunc corpus oculi secundum situm suum prohibetur a uisuali operatione, quia enim visio non fit, nisi ex parte opposita foramini unear, ut patet per 4. huius, si ergo uisus comprehendat rem uisibilem per immediatam applicationem, non comprehendit illam nisi secundum partem applicatam foramini unear, & non comprehendit residuum rei uisae, & si imaginetur res uisa moueri super oculi superficiem quousq; uisus totam illam rem contingat, non propter hoc erit iudicium positum, sed potius per tactum, nec enim sic ager in uisum forma uisibilis, quae est forma multiplicata extra rem sensibilem, sed res ipsa, non ergo erit visio nisi inter uisibile & oculi superficiem sit aliqua media distantia, & hoc proponebatur.

X VI.

Visio non fit sine dolore & passione a substantia oculi abijciente, ex quo patet uisum oportere conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut complete exerceat uisionem.

Quoniam enim glacialis recipit formam lucis & coloris, & lux & color operantur in glaciale

glacialem, erit necessario illa operatio non sine dolore, quamvis quandoque non sentiat ille dolor, ut cum non est ualde fortis, lucis uero fortes angustiant uisum, & laedunt ipsum manifeste, ut patet in luce solis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uisum, & quia operatio omnis lucis in uisum est ex uno genere non diuersificata secundum magis & minus, & maior operatio cuiuslibet lucis in uisum est ex genere doloris, & non diuersificatur in hoc secundum magis & minus, sic etiā quod quandoque laet dolor ipsum sensum, semper tñ illa passio quantumcumque insensibilis abiicit à substantia oculi, ex hoc ergo patet, quod oportet uisum conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut cōplete exerceat uisionem, quoniam semper comprehensio uisibilium ab uisu est secundū fortitudinem uisus, quia sensus uisus oculorum diuersificatur secundum uigorem & debilitatem ipsorum, humidus enim oculi citius laeduntur à lucibus & coloribus, & siccus minus, & hæc uolumus declarare.

XVII.

Visio distincta sit solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas, ex quo patet omnem formā uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ.

Licet enim ut ostensum est in 6. huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quodlibet punctum superficiem uisus, quia tamen per 20. primi huius, forma tantū uisus puncti totius superficiem rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidet unū puncto superficiem uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficiem rei uisæ ueniunt ad illud idem punctum superficiem uisus sup lineas declinantes p 13. undecimi. & in quolibet puncto superficiem uisus transeunt in eodē tempore formæ omnium punctorum, quæ sunt in superficiebus omnium uisibilium oppositorum uisui in illo tempore, quoniam suppositum est in principio huius, uisum simul diuersa uisibilia uidere, sola uero forma puncti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficiem uisus per 47. secundi huius, transit recte p diafonitatem omnium tunicarum oculi: formæ uero omnium aliorum punctorum refringuntur, & transeunt per diafonitatem tunicarum uisus secundū lineas declinantes sup superficiem uisus, & etiā ex quolibet puncto superficiem glacialis erit una tantū perpendicularis super superficiem uisus, qm cum sphaera glacialis & totius oculi sit idem centrū, ut patet p 7. huius, quæcumque linea fuerit perpendicularis sup superficiem uisus, & super alterius superficiem perpendicularis erit p 74. primi huius, sicut aut ex eodem puncto superficiem sphaera glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeunt lineæ infinitæ ad superficiem uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus, sic à puncto aliquo superficiem glacialis, ex quo erit perpendicularis super superficiem uisus, & pertransit foraminis unæ, exeunt lineæ altæ infinitæ transeuntes in foramen unæ, & qd peruenientes ad superficiem uisus declinantes, & sicut radij imaginati egredi à uisibus quando fuerunt imaginati refringi secundum modum differentie diafonitatis corneæ diafonitate aeris per 47. secundi huius, peruenierint ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibilium oppositarum uisui in uno tempore, & nulla istarum linearum occurrunt puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis, sic etiā secundū nos ponentes radios non egredi sed formas diffundi ad uisum formæ punctorum uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum extenduntur secundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & per eandem 47. secundi huius, refringuntur ad idem punctum superficiem glacialis: solus autem punctus qui est apud extremitatem perpendicularis non refringitur, sed semper extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illud punctum glacialis: si itaq; glacialis secundū lineas non perpendiculares sentiat, tunc puncta q sunt in superficiebus uisibilium nunq ordinabunt in sensu secundū modum ordinis sui in superficie rei uisæ, quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & non distinguetur aliquid in illis, sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantum sentiat, tunc distinguuntur in ea puncta q sunt in superficiebus uisibilium, nec erit differentia situs & ordinis formarum uisibilium in superficie glacialis & in rebus uisibilibus, q sunt extra: qm aut secundū suppositum

omnem

onē nostrā formæ uisibilium perueniunt ad uisum sub figuris quas habent in rebus extra: patet q secundū solas perpendiculares lineas sit uisio, tunc enim solum forma uisa sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinatū in superficie rei uisæ, patet ergo propositū. Omnes itaq; lineæ diffusionis quæcumque uisarū formæ, quæ sunt perpendiculares sup superficies tunicarum uisus, continentur in pyramide, cuius uertex est centrū uisus, & cuius basis est circulus foraminis unæ, uel pars superficiem illius circuli, & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tanto magis amplificatur, & omnes formæ rerum cadentium intra illam pyramidem, extenduntur in rectitudinem lineæ radialiū, & pertranseunt tunicas oculo refractæ & hanc pyramidem: formæ uero rerum uisibilium, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunq; incidunt per aliquā illarum lineæ perpendicularium, sed forte accidunt ipsas extendi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiem uisus oppositam foraminis unæ, & illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarum uisus, & non perueniunt ordinate ad uirtutem uisuum, unde non fit distincta uisio secundum illas, ueruntamen illas formas refractas aliquantulum accidunt uideri, sed indistincte in concursu, si ipsæ cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nūc superficiem uisus illam partem superficiem oculi, quæ est opposita superficiem foraminis unæ, q aut uisus cōprehendat quicq; illa quæ sunt extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel stipulæ subtilis posita in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrimali quiescente uisui uidebitur, cum tñ illa extremitas sit extra pyramidem radialem. Similiter quoque in eisdem locis circa oculū erectio indice uel alio digito extra pyramidem radialem, quæ ualde subtilis est, qm pyramidalitas eius est ampla, unde nihil sui prouenit ad loca quæ circūdant oculū, uidebitur tamē superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; istorum uisibilium peruenit ad superficiem uisus per lineas obliquas, quæ sunt extra pyramidem radialem, patet ergo q formæ rerum taliter situate respectu pyramidis radialis perueniunt ad superficiem uisus per refractionem factam in superficie uisus ab aere, qui est rarior diafoni, q sint tunicæ ipsius uisus, q aut refractione fiat in superficie ipsius uisus foraminis oblique uisui incidentiū, patet etiam in illis, quorū formæ nisi prohiberentur, caderent intra pyramidem radialem: si enim acus uel aliqua res subtilis minuta directe opposita foraminis unæ interponatur uisui & parieti albo, uidebitur tñ forma totius parietis, cū secundū ueritatem formæ partis parietis directe oppositæ acui & uisui, directe non perueniat ad superficiem ipsius uisus, peruenit aut, ut patet, qm uidetur: palam ergo, qm peruenit per refractionem factam in superficie ipsius uisus, omnia aut hæc uidentur indistincte, unde reductis ipsis intra pyramidem radialem, & ablato quolibet corpore interposito, uidebuntur illæ formæ distincte & perfectius q prius: sit ergo uisio distincta solum secundū perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas, in distincta uero uisio sit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

XVIII.

Omnium formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidem, cuius uertex est in centro oculi, basis uero in superficie rei uisæ, ex quo patet, omne quod uidetur sub angulo uideri.

Cum per 6. huius omnis uisio fiat ex actione formæ uisibilis in uisum, & quælibet pars formæ uisibilis & punctus se multiplicat per mediū extrinsecū ad oculi superficiem totam, & tota superficies rei uisæ ad unum punctum oculi, quia tñ oculo tunicæ sunt alterius diafonitatis q aer extrinsecus, solæ illæ lineæ formæ à superficie rei uisibilis ad superficiem oculi productæ, quæ protrahunt centrū oculi penetrant, cū sint perpendiculares super superficiem oculi, non refringuntur in medio diafoni ipsius corneæ, ut patet per 73. primi huius, & per 47. secundi huius, & per præmissam. alæ uero lineæ omnes refringuntur, quia incidunt oblique, unde non fit uisio secundū illas, qm aut sola glacialis proprie est organū uisus, & non superficies oculi, quæ est pars sphaera corneæ, oportet necessario ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniant ad glaciale, & quia non est possibile, ut

p 3

uisus comprehendat rem uisam secundū suum esse, nisi quando apprehendit formā unius puncti rei uisae ex uno tantū puncto suae superficiei, qm̄ ut in praemissa ostensum est omnis forma rei uisae sic ordinatur in oculi superficiei, sicut est ordinata in superficiei rei uisae. Non est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundū suum esse, nisi quando cōprehendit colorē uel formam unius puncti rei uisae ex uno tantū puncto superficiei uisus uenientē ad se; & cū centrū oculi & centrū sphaerae glacialis, sicut patet per 7. huius, sit idem punctū, necesse est qd omnes lineae perpendiculariter productae, à punctis uisibilibus super superficiem oculi diafoni concurrant in centro glaciali, erūtq; quidē diametri in superficibus tunicae oculi ppendiculares super ipsas tunicas oculi, erūtq; quaelibet perpendicularis occurrens superficiei corneae in puncto uno, & occurrens superficiei glaciali in puncto uno, & una tantū perpendicularis transit per punctū aliquod glacialis à centro corneae per ipsam superficiei corneae superpositā illi puncto glaciali, quae sit perpendicularis super superficiē rei uisae, qm̄ per 20. primi huius ab aliquo puncto super sphaeram unam una tantū perpendicularis duci potest, unde cū superficies rei uisae fuerit aequedistans superficiei ipsius uisus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis super superficiē uisus & super superficiē rei uisae; aliae uero lineae omnes sunt oblique super superficiem rei uisae, quibus productae ad centrū uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis; forma ergo cuiuslibet puncti superficiei rei uisibilis mota ad uisum secundū lineam unam perpendicularē productam ab eo ad superficiē uisus, occurrat superficiei uisus super unum punctū, super quē nō occurrat ei aliqua forma punctorum aliorum rei uisibilis. Productis ergo à quolibet puncto superficiei rei uisibilis ad centrū oculi lineis, palam, qm̄ istae lineae productae in diuersis punctis oculi superficiem sphaericam oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrent, quia omnes lineae istae continentur quasi in uno copore continuo, quia à punctis quasi continuis unius superficiei rei uisae ad unum punctū qui est centrum oculi terminantur; palam ergo, qm̄ omnes istae lineae imaginandae sunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & basem in superficiei rei uisae, erit enim forma cuiuscūq; puncti superficiei rei uisae extensa secundū rectitudinē lineae, quae est inter illud punctum & uerticem pyramidis qui est centrū uisus, & omnes tunicae oculi & humorum superficies glacialis conuexa secant hanc pyramidē quasi aequedistanter basi, figuratur in illa superficiei glacialis, quia noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficiei glaciali, & uertex ubi prius & bases illarū pyramidū sunt quasi similes, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne qd uidet sub angulo uideri quē continent lineae radiales eō currentes in centro uisus, patet ergo propositum. Linea itaq; recta transiens per omnia centra tunicae uisui ad locum girationis concaui nerui, super quē componitur oculus, quia illa, ut patet ex praemissis & 12. huius, transit per centra uisus & per centrum foraminis qd est in anteriori unea, & per centrū ipsius unea extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliae uero lineae huius pyramidis dicantur lineae radiales. XIX.

Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim ostensum est, qm̄ uisio semper sit per pyramidem, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficiei rei uisae per praemissam, & qd ista pyramis distinguitur ex superficiei membri sentientis parua partem in qua ordinatur forma rei uisae, ut patet per 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars districta per ipsam ex superficiei conuexa glacialis, quae est primū membrū sentiens, erit quasi punctus & ualde parua, sed membrū sentiens non sentit foramen, nisi qm̄ pars suae superficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quantitatis sensibilis respectu totius oculi, qm̄ uirtutes sensus sunt finitae, & non extenduntur in infinitū, unde sunt secundū unum aliquem terminū ad quē peruenire potest uirtus sensitua. Cum ergo pars membri sentientis ad quam peruenit forma, nō est quantitatis sensibilis apud totū membrū sentiens, tunc nō sentit membrū actio.

actionem quā agit forma rei uisibilis in illa parte, ppter paruitatem ipsius, quare nō cōprehendit formam rei tam parua, solae itaq; res sunt sensibiles actu, quarum pyramides inter uisum & centrum uisus distinguunt ex superficiei glaciali partem aliquam sensibilem quantitatis respectu totius superficiei glacialis, illae ergo res oportet ut sint alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, & hoc est propositum.

XX.

Visio non completur nisi cum ordinatio formae recepta in superficiei glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim, ut patet in 4. huius, in concursu amborum neruorum opticonum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisua sentiens & diiudicans omne uisibile, ppter qd in uno uidente est unitas sensus uisus, ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandem rem simul accipit uideri, patet qd uisio non complebitur nisi cum forma uisibilis uniretur uirtuti sentienti, quae est in concauo communis nerui, oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscenti, quia uero per 17. huius formae uisibilium sit ordinatio in ipsius oculi superficiei, sicut ordinata in superficiei rei uisae, & ex suppositione huius res uisa secundū situm, figuram & ordinem suae partium uidet, necesse est ergo fieri ordinationem formae in ipso neruo, qm̄ secundū modū ordinationis quo est recepta in superficiei glaciali, & aliter non complebitur uisio, patet ergo propositum.

XXI.

Humorem uitreū alterius diafonitatis à glaciali necessarium est esse.

Si enim diafonitas istorum duorum corporum glacialis, scilicet humoris & uitrei sit consimilis, tunc, ut patet per primam secundū huius, & per 17. huius, & per 72. huius, qm̄ formae uisibiles receptae in superficiei glaciali non reflexae secundū lineas radiales concurrēt in centro oculi propter consimilitudinem diafonitatis, & ibi se interfecantes ulterius se diffundent. Quia uero, ut patet per praemissam, uisio non completur nisi postq; ordinatio formae, quae recipit in superficiei glaciali, peruenit ad neruū communē, situs aut partium formae secundū suum esse in superficiei glaciali non potest peruenire ad neruū communē nisi per extensionem eius in concauo nerui, super quam componit sphaera glacialis, quae aliter est ipsam impossibile peruenire; forma uero non potest extendi à superficiei glaciali ad concauū nerui communis secundū extensionē linearū rectae, & conseruare situm suae partium secundū suū esse, nisi natura alterius diafoni clarioris sibi occurrat anteq; pueniat ad centrū oculi, qm̄ si nō sit mediū alterius diafoni communis, istae lineae cōcurrent apud centrū oculi, & efficiet quasi unum punctū, & quia hoc centrū oculi est ante locū unionis neruorum opticonum, patet per 91. primi huius, qd si illae lineae ultra centrū oculi debeant extendi, necessario erit linearum illarū intersectio in centro, & post cētrum creabitur noua pyramis, cuius lineae longitudinis secundū positionem & situm prioris pyramidis modo contrario se habebunt, conuertetur ergo totus situs figurae rei uisae, quoniam habet in superficiei rei uisae & in superficiei glacialis taliter, ut illud qd est in superficiei glaciali dextrū, fiat sinistrū apud sensum, & e contrario, & superius fiat inferius & e contrario, nec perueniet aliquid formae directe ad neruū communem nisi solū unum punctū quod est in extremitate axis pyramidis; omnes ergo res secundū modum suo naturali situi contrariū uidetur, quod est contra suppositionem, & manifeste contra id qd accidit in sensu, patet ergo qd necessarium est, qd isti humores sint diuersae diafonitatis, qd est propositum.

XXII.

Superficiem communis sectionis sphaerae glacialis & uitreae ad anterius centro oculi sitam esse, humoremq; uitreū & spiritū uisibile eiusdē quasi diafonitatis, & utraq; plus diafona humore glaciali necesse est esse.

Quoniam, ut patet per 20. huius, omnis forma rei uisae secundum situm, figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruū communem, palam, sicut in praemissa ostensum est, qd necessarium est qd fiat aliqua refractione ante peruentum formae ad centrū oculi, quia etiam si fiat refractione post centrū transitum, erūt necessario formae conuersae, quoniam

quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus situs partium formarum, refractione uero cum solū fiat ad perpendicularē, uel à perpendiculari, ut patet per 47. secundi huius, palam, quia non transmutat situm partium, sed solum auget uel minuit figuram per 49. secundi huius, quia uero glacialis ad quā perueniunt formae secundū rectitudinem, tota est unius diafoni, refractione uero non fit nisi medio alterius diafoni; palam, quia non potest fieri refractione formarum nisi apud humorem uitreū, cuius corpus, ut in precedenti ostensum est, diuersa est diafonitatis à corpore glaciali; hic ergo humor necessario antecedit centrū oculi, ideo ut refringantur formae apud ipsum priusquam perueniant ad ipsum centrū oculi, quod est idem centrū humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro illo fieret concursus omnium linearum radialium per 72. primi huius, quia illae lineae sunt omnes perpendiculares super superficiem glacialis, accideret quoque illis formis ulterius progredientibus transmutatio secundū situm per 91. primi huius, ut praemissum est, & quia hoc est impossibile, patet ergo quod humor uitreus antecedit centrū glacialis, quous itaque glacialis, in qua est principium sensus, indigeat lineis radialibus extensis secundū rectitudinem, eo quod impossibile est, ut forma rei uisae sit ordinata in superficie uisus propter magnitudinem rei uisae, & per unitatem superficiei corporis uisus nisi per istas lineas, per quas completur comprehensio rei uisae secundū suum esse; peruentus tamen formarum ad ultimum sentiens non indiget tantū extensione formarum secundū rectitudinē istarum linearum, quā receptio formarum in membro sentiente non est omnino similis receptioni formarum in corpore diafono, membrum enim sentiens recipit istas formas propter suam diafonitatem, & sentit eas, propter eius uirtutem sensibilem, & sic recipit formas secundū receptionem sensus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantū ad representandū ipsas uisui, non autem ad sentiendū. Qualitas ergo receptionis formarum in humore uitreo secundū lineas refractas, est propter diuersitatem suam diafonitatis à corpore glaciali & propter qualitatem receptionis sensibilis, quae non est completa in humore glaciali, sed & corpus subtile, quod est in concavitate nervi inter humorem uitreū & neruū cōmunem, quod corpus nominat spiritus uisibilis, quā in ipso primo discurrunt spiritus uisibiles, necesse est diafonum esse, quā formarum rerum uisibilium quando perueniunt in corpus humoris uitrei, extendit sensus ab illo in corpus sentiens extensum in concavo nervi continuati inter uisum & anterius cerebri, & secundū extensionē sensus extendunt formae ordinate secundū suam dispositionem, patet ergo quod ordinatio partium corporis sentientis formas, & ordinatio uirtutis sentientis aequaliter est necessario in corpore uitreo, & in omni corpore subtili extenso in concavo nervi. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctum superficiei uitreae, extenditur directe, & non alteratur eius situs in concavitate nervi in quo extendit corpus sentiens, & erunt formae omnium punctorum consimilis ordinationis ad invicem; corpus itaque sentiens quod est in concavo nervi, erit necessario diafonum propter receptionem formarum uisibilium, eritque diafonitas eius quasi eadem cū diafonitate humoris uitrei, ut non obliquant, uel fiant monstruosae formae apud punctū earum ad ultimā superficiē uitrei uicinantē quod corpori est in concavo nervi, pertranseunt ergo formae in isto corpore subtili ratione diafonitatis, & apparent uirtuti sensitivae ratione spissitudinis eiusdem corporis. Sentiens itaque ultimum quod est in nervo, quod comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorē ex eius coloratione, quā horum formarum transeunt & figurae in ipso; fit autem refractione formarum apud humorem uitreū tam propter diuersitatem qualitatis receptionis sensus, quam propter diuersitatem diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et si diafonitas suorum corporum esset consimilis, esset forma extensa in corpore uitreo secundū rectitudinē linearum radialium propter consimilitudinē diafonitatis, & esset refracta propter diuersitatem qualitatis sensus inter haec duo corpora, & sic fient formae aut monstruosae, aut essent duae formae, quā uero propter diafonitatis diuersitatem fit refractione, & diuersitas qualitatis sensus affirmit illam refractionē aut obliquationē, tunc erit forma post obliquationē refractionis, forma una ordinata secundū suarum partium situm figuram & ordinem, quā habet forma in te extra, & uirtus sensitiva sentit formam rei uisae ex toto corpore sentiente, extenso à superficie uisus primo sentientis & sensibiles formas recipientis usque ad concavum nervi cō-

munis

munis, quod est ultimum corpus sentiens, quoniam in ipso constituta est uirtus sensitiva, sunt itaque humor uitreus & corpus quod est in concavitate nervi eiusdem quali diafonitatis, quia inter ipsa non fit refractione aliqua sensibilis diuersa, sed regulariter per unitatem uirtutis sensitivae ad unitatem simplicis extensionis formarum post refractionem in superficie uitreae, & quā in istis ambobus corporibus fit progressio formarum ultra centrum oculi, patet quod illa refractione facta est à perpendiculari erecta à puncto refractionis super superficiem glacialis, utriusque ergo illarum corporum est plus diafonum corpore ipsius glacialis per 45. uel 47. secundi huius, patet ergo propositum.

XXIII.

Superficiē cōmunis sectionis sphaerae glacialis & uitreae, necesse est planā esse, aut prae sphaerae maioris, quam sit sphaera glacialis & eccentrica superficiei oculi.

Istarum sphaerarum glacialis, & uitreae cōmunis sectionis superficies est necessario plana, aut talis qualis proponitur, quā oportet superficiē huius sectionis esse similis ordinationis, itaque eius extremitates ordinentur in cōsimili & eadem distantia à centro oculi, ut non appareant formae monstruosae per refractionē: superficies cōsimilis ordinationis, aut est plana, aut est sphaerica, haec autem superficies non potest esse ex sphaera cōcentrica oculo, tunc enim erunt lineae radiales quae sunt perpendiculares super superficiē glacialis, perpendiculares etiam super ipsam ex 74. primi huius, & non fieret refractione formarum, sed cōcurrerent in centro, & fierent formae monstruosae, sicut per praemissam ostensum est. Est ergo illa superficies, si fuerit pars sphaerae, necessario eccentrica oculo, ergo non potest esse ex sphaera minore quam sit sphaera eccentrica oculo, quā ratione diuersitatis centri formarum cōcurrent ante peruentū suū ad centrum oculi, minoris enim sphaerae minor est diameter quantum est de naturae sphaericitatis, & propter maiorem diafonitatem sphaerae uitreae super glacialē quae ostensa in praemissa, refringerent formae ab ipsa perpendiculari per 97. secundi huius, ratione rarioris diafoni cui incidunt, ratione uero sphaerae minoris in superficie cōmunis sectionis frangerentur ad perpendicularē, sic ergo efficerentur formae monstruosae, quā prederent ad perpendicularē ratione suae perpendicularis super superficiē sphaericā, quae perpendiculares semper transeunt per centrū per 72. primi huius, & reflecterentur ad perpendiculari; ista ergo superficies est aut plana aut sphaerica, utpote pars sphaerae alicuius bonae quantitatis, ita quod sphaericitas eius cōueniat ordinationi secundū proportionē refractionis à perpendiculari, quae fit per naturā alterius diafonitatis. Omnes ergo formae peruenientes in superficiē glacialis, extenduntur per corpus glacialis secundum rectitudinē linearum radialium quousque peruenierint ad istā superficiē, tunc reflectuntur apud ipsam secundū lineas consimilis ordinationis secantes lineas radiales: forma itaque perueniens in aliquo punctu superficiei glacialis, semper extenditur super eandem incidentiam lineae ad idem punctum superficiei uisus, & ad idem punctum loci nervi cōmunis, à quibuslibet ergo duobus punctis cōsimilis situs in respectu duorum nervorum extenduntur duae formae ad idem punctum in nervo cōmuni, donec fiat perfecta unitas formarum.

XXIII.

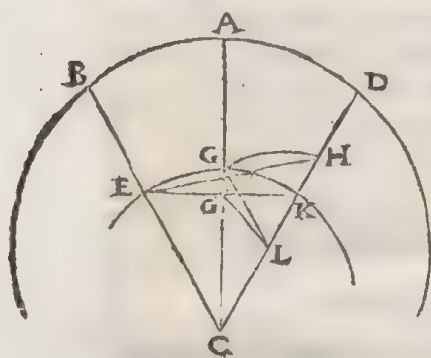
Inter omnes lineas pyramidis radialis, necesse est solam axem transeuntē per centrū foraminis unae super superficiē cōmunem glacialis & uitreae, & super posteriorem superficiem uitreae perpendicularem esse.

Axis enim hic, si non fuerit perpendicularis, sed declinans super aliquā istarum superficierum, accidet diuersificatio ordinationis formarum peruenientium ad illam superficiē, & mutabuntur dispositiones illarum formarum propter declinationē axis, solum enim cū axis fuerit perpendicularis super superficiem glacialis, perueniet forma rei uisae in superficiē glacialis ordinata secundū ordinē partium superficiei rei uisae, & perueniet forma puncti, quod est apud extremitatē axis in superficie rei uisae, ad punctum quod est super axem in superficie glaciali, ut patet per 17. huius, & quia axis radialis est perpendicularis super superficiem glacialē, palam ex 18. undecimi, quoniam omnes superficies planae exi-

q

&

& quia superficies humoris uitrei respiciens ipsam superficiē glaciale[m], quæ est cōmūnis sectio sphaeræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmissam, aut est superficies plana aut sphaerica, & centrum eius nō est centrum uisus. Si ergo axis radialis est declinans super istam superficiē, & nō est perpendicularis super ipsam, nō exhibet ab axe superficies plana perpendicularis super istam superficiē, nisi una tm̄ superficies, illa, scilicet, quæ transit p̄ inæqualitatē maximam angulorū, quæ patet per 29. primi huius, & omnes sup̄ficies residuæ exeuntes ab axe, erunt declinantes super ipsam superficiem uitreæ. Si enim duæ superficies uel plures exeuntes ab axe, sunt perpendiculares super dictam superficiē, cū illæ superficies de necessitate se interfecerent, & sua cōmūnis differentia sit axis pyramidis radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis super eandem superficiē; datum autē fuit q[uod] esset declinans, sit itaq[ue] centrum oculi punctum c, in superficie quoc[um]q[ue] oculi, siue in



tis ab axe erecte super superficiem uitreæ & superficiei ipsius uitreæ continens com
axe duos angulos inæquales, præterq̃ in una tantum superficie, quæ secat secundum an
gulos rectos superficiem transeuntē per declinuatē axis, qm̃ huius tantū superficiē cōis
differētia cōtinebit cū axe angulos rectos: & cū duo anguli prædicti fuerint inæquales,
& anguli apud centrū glacialis æquales, erūt duæ partes differentiæ cōis, quæ est in sup
ficie uitrei, inæquales: formæ ergo secundū ista puncta q̃ sunt in extremitatibus istarū diffe
rentiarū, puenientes ad superficiē uitreæ, erūt diuersæ distantiæ à pūcto axis qd̃ est in ista
superficie, sed q̃a puncta istarū linearū in superficie glaciali æqualiter distāt à pūcto axis, in
eadē superficie uidebunt formæ nō secundū suā ordinationē in superficie glaciali & in rei ui
sæ superficie. Similiter q̃q̃ demonstrandū si superficies uitreæ fuerit sphaerica, & fuerit axis
declinās super ipsam, tunc enī axis nō transibit per centrū uitreæ, & cū trāsibit per cent
glacialis lineæ, ergo quæ exeunt à centro glaciali ad puncta, quorū distantiā à pūcto axis
in superficie glaciali est æqualis, cōtinent cū axe apud centrū glacialis angulos æqua
les, & quia centrū glacialis nō est centrū uitreæ, ut patet per 11. huius, distinguēt istæ li
neæ ex superficie uitreæ arcus inæquales. Cū enim lineæ e c, ut prædictū est, sit maior q̃ li
neæ e f, sit lineæ c h æqualis lineæ c e, & protrahatur lineæ g h, super quā descripta portio
oculi e g f quæ sit g h, erit æqualis portioi e g per 23. tertij, ideo quia corda e g est æqua
lis cordæ g h per 4. primi; producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h ma
ior q̃ corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & lineæ recta quæ
est e g æqualis lineæ g h, erit maior q̃ lineæ g f recta, arcus ergo e g est inæqualis arcui
g f per 27. tertij; nullæ ergo lineæ cōtinentes cū axe angulos rectos & exeutes cū lineæ
a c, in eadem superficie distinguūt ex superficie uitreæ duos arcus æquales, nisi duæ tan
tum lineæ, quæ sunt in superficie, secante orthogonaliter superficiē erectā sup̃ superficie
uitreæ, cū ergo axis fuerit declinās sup̃ superficie uitreæ, formæ peruenientes ad superficiē
uitreæ, erunt diuersæ ordinationis, siue sit superficies uitreæ plana siue sphaerica: cū uero
axis fuerit ppendicularis super superficiē uitrei, erit ppendicularis super oēs differētia
as quarūcūq̃ superficies linearū ductæ per lineā a c, & superficie ipsius uitreæ, & erūt
q̃libet duæ lineæ exeutes à centro glaciali q̃ est unus punctus axis, cōtinentes cū axe
angulos æquales, & distinguentes ex differētia cōis, quæ est in superficie uitreæ duas par
tes æq̃les, siue sit superficies illa plana siue sphaerica, & cōprehenduntur formæ à sensu
secundū suā ordinationē in superficie glaciali & in superficie rei uisæ, & q̃a talis est com
prehensio formarū, ut patet ex suppositione, palā, q̃a semp̃ axis pyramidis uisualis est per
pendicularis sup̃ superficie hūoris uitrei anteriorē & posteriorē, qm̃ eadē est causa & eodē
modo demonstrādū: oēs uero aliæ lineæ erūt declinās super has superficies, qm̃ pcedunt
ac si secare possint axem sup̃ centrū glacialis, & nullā ipsarū trāsire per centrū uitreæ si fue
rit sphaerica, nisi axis tm̃ per 72. primi huius, qm̃ sola illa est ppendicularis super ipsam,
patet ergo, ppositū.

Motu oculi secundum se totum existente possibili, non est possibile sitū
suarum partium mutari.

Ostenditur in 4. huius foramen esse in concavo ossis, per quod transit nervus opticus, sed inter hoc foramen ossis & inter circumferentiam glacialis coniuncta cum una, est spatium aliquantulum, & nervus opticus extenditur in illo spacio ex fine foraminis usque ad circumferentiam glacialis secundum pyramidalitatem, & amplificatur quousque perveniat ad circumferentiam sphaerae glacialis cum qua consolidatur. Cum ergo iste nervus declinat, erit eius declinatio apud foramen concavitate ipsius ossis, & quoniam concavitas ossis continet totum oculum, declinato sic nervo, & oculus movebitur secundum totum in ista concavitate, consolidatiua enim quae consolidatur cum eo, quae est in anteriori oculi ex nervo & ex tunicis residuis semper est custodiens situm eius; declinatio ergo nervi apud motum oculi non est nisi a posteriore totius oculi, non est ergo possibile situm partium oculi mutari, quoniam ut per 7. huius patuit, centrum superficies tunicarum visus opposita foramini uncae ut cornea, est idem cum centro oculi, sicut ergo cum movebitur oculus non mutabit centrum oculi.

li, quoniam sphaera aliqua aequaliter mota, non propter hoc mutatur situs centri, sic nec centrum superficiei tunicae oppositarum foraminum unum mutat, ergo neque situs tunicae oculi mutat, quia enim linea transiens per centra omnium tunicae & humorum oculi, transit per medium concavitate nervi orthogonaliter erecta super basem pyramidis nervi, ut patet per 9. huius: & linea quae transit orthogonaliter per centrum circuli basis alicuius pyramidis, necessario attingit verticem pyramidis per 89. primi huius. In pyramide vero concava nervi optici vertex pyramidis moto oculo non mutatur, necesse est moto oculo secum se totum partes eius nullo modo mutari, quoniam linea quae transit per centra illorum partium, transit per medium concavitate nervi optici per 9. huius, ex quo patet, quod partes oculi nullo modo mutantur. Declinatio enim partis pyramidalis nervi super superficiei circuli conso lidationis est semper declinatio consimilis, partes ergo oculi secundum suum situm non mutantur, & hoc est propositum, & quoniam oculi ambo sunt consimilis dispositionis in suis tunicis & partibus, & in figuris suarum tunicae, & in situ cuiuslibet tunicarum respectu totius oculi, patet quod non est diversitas inter illos quo ad hoc quod proponitur de suarum partium situs mutatione ipsis oculis motis, situs enim linearum ambae transeuntium per centra tunicae visus in utroque oculo est semper situs consimilis in omnibus dispositionibus oculorum, patet itaque illud quod proponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto, necesse est alium eidem conformiter moveri.

Quoniam enim situs partium oculi non mutatur in utroque oculo, & motus unius oculi fit per motum nervi optici in centro foraminis ossis, motus vero nervi partialis procedit a puncto nervi communis, quoniam semper illud quod movetur in partibus aliarum, movetur circa aliquod fixum: motus itaque nervi partialis incipit in puncto nervi communis ambobus nervis opticis ambobus oculorum, in quo est virtus animae sentientis & moventis, & quoniam illa virtus est indivisibilis & uniformis & principium, quo primo movetur est corpus naturale secundum sui formam naturalem indivisibilem: palam quod movendo unum oculum movet & alterum, nec enim est maior ratio qua unum oculum moveat, quam qua alterum: uno itaque oculo moto, ambo oculi moventur, & unus conformiter alteri movetur, ut sicut ab eodem puncto motus amborum incipit, sic ad eundem terminum terminentur ambo motus, & sicut ab uno indivisibili incipiunt, sic ad unum divisibilem terminentur, palam est ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus visibus uno visibili directe oppositis, necesse est duas figurari pyramides, quarum communis basis est superficies rei visae, & axis cuiuslibet transit per centrum foraminis unum, & per centrum sui visus.

Quoniam enim, ut patet per 17. huius, situs partium superficiei rei visae pervenit ad superficiem utriusque visus, & in illa figuratur secundum lineas perpendicularares ab omnibus punctis superficiei rei visae ad oculi illius superficiem productas, quarum omnium concursus secundum puncta suarum incidentium respicit centrum oculi cuius superficiei incidit, & demum post refractionem quaelibet illarum figurarum pervenit ad medium punctum nervi communis, amborum itaque illarum formarum concursus fit in puncto medio nervi communis cui incidunt, quia itaque centra duorum visuum sunt duo, palam, quia in visione eiusdem rei a duobus oculis duae pyramides visuales modo proposito figurantur. Superficies enim rei visae semper erit basis utriusque pyramidis ab utroque oculorum prodeuntis, propter multiplicationem formae cuiuslibet puncti superficiei rei visae aequaliter ad visum, & axis cuiuslibet earum transit per centra foraminis unum ad centrum sui visus. Sicut enim visibile directe opponitur uni visui, sic directe opponitur & alteri, ex hypothesi, & quoniam ambo visus aequaliter moventur ad aliquid videndum, per praemissam patet, quod semper in visione unius rei medium punctum superficiei visus oculi opponitur medio puncto superficiei rei visae, vel prope illi, medium autem punctum superficiei visus uel oculi est centrum foraminis unum per 4. huius: forma ergo illius puncti medij superficiei rei visae uel puncti prope illi, per centrum foraminis unum pervenit ad centrum sui visus, & hoc est propositum.

Duo

XXVIII.

Duobus existentibus oculis unius rei, unam tantum formam accedit uideri.

Quoniam enim ut prius pluries dictum est, forma recepta in superficie glacialis pertransit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus subtile, quod est in nervo optico, & venit ad anterius cerebri, in quo est sentiens ultimum, quod est virtus sensitiva, comprehendens sensibilia, cuius virtutis oculus est instrumentum recipiens formas rerum, & reddens eas ultimo sentienti, sic quod apud nervum communem ambobus oculis, cuius nervi situs a duobus oculis est situs consimilis, demum completur visio, licet ergo duae formae perveniant in duobus oculis ab una re visae, illae tamen formae ambae quando perveniunt ad nervum communem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harum formarum comprehendit ultimum sentiens formam rei visae, & sic unius rei tantum unam formam accedit uideri, nisi forte per aliquam occasionem interuenientem accedit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum nervorum opticorum, tunc enim duas formas accedit uideri, ut cum aspiciens mutaverit situm unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus: quando vero nullus situs duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia situs ipsorum ab una re visae est situs consimilis, pervenit forma ab una re visae in duo loca consimilis situs, & cum situs unius oculorum fuerit declinans, tunc diversatur situs oculorum ab illa re visae, & sic perveniunt duae formae illius rei visae diversi situs, sed hoc non inest visui naturaliter, sed solum per violentiam, quam facit voluntas vel naturalis debilitas consuetudini naturae: quando itaque situs oculorum fuerit naturalis, tunc semper ambobus visibus unius rei unam formam accedit uideri, quod est propositum. Duae ergo formae visui puncti insiguntur in duobus medijs duarum superficierum amborum visuum, & quilibet punctus alius formae visae insigetur in duobus locis consimilis positionis in duobus visibus. Deinde duae formae visae perveniunt ad concavitate communis nervi, & perveniunt duae formae quae sunt in puncto, quod est in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, secundum quas fit visio ad punctum, quod est in communi axe, & efficiuntur una forma, & quaelibet duae formae quae sunt in duobus punctis consimilis positionis a duobus visibus perveniunt ad idem punctum punctorum circumstantium, punctum qui est in axe communi, sic ergo duae formae totius rei visae superponuntur sibi & efficiuntur una forma, & sic visum comprehenditur unum.

XXIX.

Omnem punctum formae incidentem superficieribus visuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nervi concavi contingere est necesse.

Quoniam enim quaelibet axium transit per centrum foraminis unum ad centrum visus, ut patet per 27. huius, ergo & pertransit centrum ipsius sphaerae unum per 8. huius, omnis vero linea recta producta inter centrum oculi, & unum centrum circuli sectionis unum, & medium punctum concavitate nervi necessario penetrabit per 9. huius, palam ergo cum perpendicularis semper maneat inconfracta per 47. secundi huius, quod omnem punctum formae incidentem superficieribus visuum per axes radiales ad centrum girationis nervi communis pertingere est necesse, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nervi communis, & quoniam medius punctus nervi communis est tantum unus, palam quia axes amborum visuum in uno puncto nervi communis semper concurrunt, patet ergo propositum.

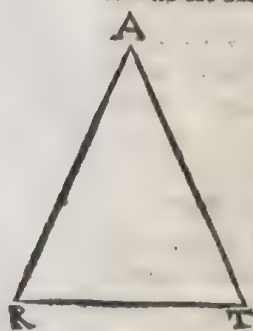
XXX.

Si a terminis linearum inter duo centra foraminum girationis nervorum concavorum productae duae lineae rectae ad medium communis nervi producuntur, necesse est in constituto triangulo angulos ad basem aequales esse, ex quo patet quod lineae illae productae sunt aequales.

Sint duo centra foraminum girationis nervorum concavorum r & t, inter quae producat lineam r t, sitque medius punctus nervi communis a, & constitutur triangulus r a t, dico quod angulus a r t est aequalis angulo a t r, cum enim positio duorum nervorum q 3 in respectu

quod v. v. s.
una d. l. l.
oculi v. i. s.
no. p. p. m. m.
d. p. l. x.

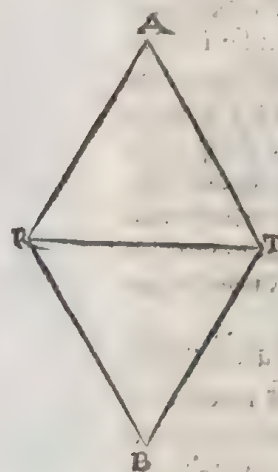
in respectu concavitatis nervi communis sit positio consimilis, quia concavitatis nervi unius est omnino similis concavitati alterius per 4. huius, ergo et medium concavitatis unius est simile medio concavitatis alterius, unde axis nervi unius æqualis est axi nervi alterius, sed per eandem 4. huius, positio duorum nervorum in respectu duorum foraminum est positio consimilis, in quorum nervorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes, palam ergo quoniam positio duarum linearum r a & t a apud lineam r t est positio consimilis, hoc autem est impossibile, nisi anguli a r t & a t r sint æquales, quoniam ad inæqualitatem istorum angulorum sequitur inæqualitas positionis medij axis ipsorum nervorum concavorum, & ex consequenti ipsorum nervorum, sunt ergo illi anguli ad basem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ sunt æquales, scilicet linea a r lineæ a t, patet ergo propositum.



XXXI.

Vno puncto rei visæ superficiebus amborum visuum perpendiculariter incidente, necesse est axes radiales in centris foraminum girationis nervorum concavorum angulariter refrangi.

Quoniam enim ut patet per 27. huius, qualibet illorum axium pertransit centrum foraminis unæ & centrum oculi, motus autem cuiuslibet oculorum sit in centro foraminis girationis nervi optici, patet quoniam secundum motum oculorum variantur axes illi radiales, in quibus sunt semper idem semidiametri oculorum, qui scilicet ab ipsorum centris ad centra foraminum unæ protenduntur, partes autem superiores illorum axium quibus à centris foraminum girationis nervorum concavorum formæ perveniunt ad punctum medium nervi communis, semper manent secundum modum unum, cum itaq; aliæ partes illorum axium semper sint immobiles, & alij semper mobiles, cum per ipsas unus punctus videtur, patet per primam undecimam, quoniam illæ lineæ non sunt linea una, utpote si forma puncti b, videatur secundum ambos axes b r & t r, & sicut factum est in præmissa, ducantur lineæ r a & t a, ad medium punctum nervi communis qui sit a, patet per primam undecimam, quoniam lineæ b r & r a, non sunt linea una, eius enim partem in sublimi, partem in plano accideret esse, quod est impossibile, patet ergo quoniam angulariter coniunguntur, quod est propositum, & licet axes præmissis modo refringantur, formatio tamen pyramidis visualium sit ac si axes integri ad verticem pervenirent, neq; accidit visui aliqua diversitas ex illo.

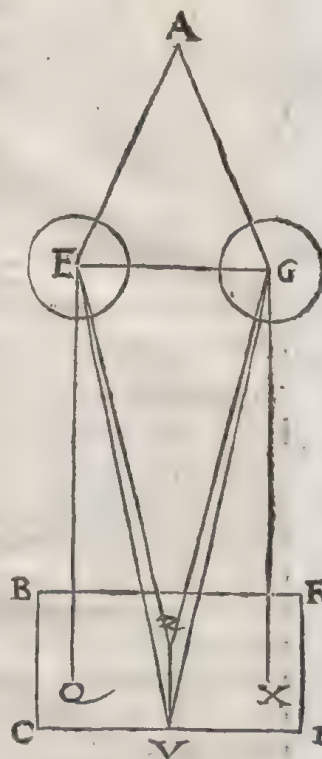


XXXII.

Necesse est axes pyramidum visualium amborum visuum transeuntes per centra foraminum unæ semper coniungi in uno puncto superficie rei visæ etiam motis visibus per superficiem rei visæ.

Cum enim videns intuebitur aliquam rem visam, tunc uterq; visus erit in oppositione illius rei visæ per secundam huius, & utraq; pupillarum dirigetur ad illum visum directione æquali propter visuum æqualitatem per 4. huius. Sint ergo duo centra duorum visuum e & g, & sit medius punctus nervi communis punctus a, & superficies rei visæ b c d f, quæ sit exempli causa æquedistans lineæ, centra visuum convertenti quæ sit e g, palam ergo quoniam à centris visuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f, productæ sunt æquedistantes per 6. undecimam, quæ sint e q & g x. In hac itaq; superficie b c d f, signetur punctus qui sit u, dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus suis dispositionibus, si alter visus fuerit motus ad videndum punctum u, statim etiam reliquus movebitur ad videndum idem punctum u, itaq; axes ambarum pyramidum visualium transeuntes per centra foraminum unæ coniunguntur in puncto u, una ipsarum ibi pertingente. Si enim una illarum axium incidet in puncto u, alia incidit in alio puncto, sit illud punctum z, eruntq; duo axes e u & g z, inter quorum terminos linea

linea z u producat, & quoniam axes sic protensi à duobus visibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u, sicut neq; concurrunt si super perpendiculares lineas, quæ sunt e q & g x, fiat visio, palam quod nullum punctorum lineæ z u, videbitur ambobus visibus, sed tantum uno, alter ergo oculorum moveatur superflue, cum unus oculorum secum sui axem omnia puncta lineæ z u, possit interceptiliter transcurrere; constituit autem natura duos oculos propter perfectionem bonitatis visionis et complementum eius, ut ipsorum virtus unica sit fortior, ut patet per 4. huius. Si ergo axes visuales non concurrant in aliud punctum unum lineæ z u, sequitur vel naturam superfluere, vel ipsam modo debiliore quo potest operari, quorum uterq; est impossibile. Natura enim nihil agit frustra, nec deficit in necessariis, ut patet per suppositionem, accidit autem hoc impossibile si axes solum incidant diversis punctis superficie visibilis, impossibile autem nunquam accideret, si incidant in illud punctum, palam itaq; quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum visuum semper est necesse, quoniam operatio amborum visuum est uniformis, cum igitur visus fuerit motus super rem visam, tunc uterq; visus movebitur super illud, & axes congregati in uno puncto superficie rei visæ, moto uno ambo movebuntur simul ad aliud unum punctum super superficiem illius rei visæ, ambo enim oculi sunt æquales in omnibus suis dispositionibus, & est ambobus oculis unus nervus communis, & quoniam motus oculorum procedit ab una virtute, necesse est virtutem motam per unitatem nervi procedere, hoc ergo moto uno oculo ambos oculos movebit, ut patet per 26. huius, actio itaq; & passio oculorum semper est æqualis & consimilis, & si alter visuum motus fuerit ad aliquod videndum, statim alter movebitur ad hoc idem videndum illo eodem motu, & si alter visum quiescat reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum visum moveri, & alterum quiescere, nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & sicut etiam declaratum est per 18. huius, superficiem rei visæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, quoniam tunc positio puncti in quo ambo axes sunt coniuncti est positio consimilis, quia est oppositus duobus medijs amborum visuum, palam ergo propositum, dicemusq; punctum concursus amborum axium in superficie rei visæ punctum coniunctionis.

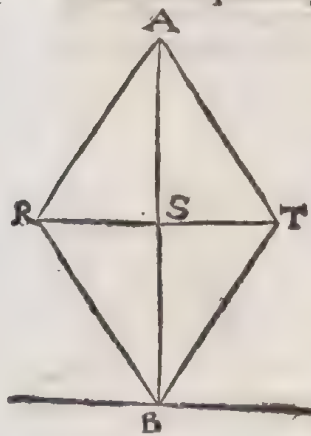


XXXIII.

Si à puncto medio nervi communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis nervorum concavorum linea recta producat, necesse est productam super divisam perpendicularem esse, & eam puncto viso cum axibus incidente trigonum ab axibus & divisam linea contentum per æqualia dividere.

Quod hic proponitur patet per præmissam & per 31. primi huius, ut autem particularius demonstretur, sint omnia disposita ut in 30. huius, & sit linea r t, divisam per æqualia in puncto s, sitq; visibile aliquod oppositum ambobus visibus quod sit b t, in cuius puncto medio, quod sit b, concurrant per præcedentem ipsi axes radiales, quæ sint r b & t b, & producat à puncto a, quod est medius punctus concavitatis nervi ad punctum scilicet licet linea a s, dico quod linea a s, est perpendicularis super lineam r t, quoniam enim angulus a r t est æqualis angulo a t r, per 30. huius, & linea a r est æqualis lineæ a t. Sed linea a s, est æqualis sibi ipsi, ergo per 8. primi, trigona a r s & a t s, sunt æqui angula, angulus ergo a s t est æqualis angulo a s r, ergo per definitionem perpendicularis linea a s est perpendicularis super lineam r t, producat item linea a s, usq; ad punctum coniunctionis

iunctionis amborum axium, quod sit punctum b, dico quod linea s b, diuidit per aequalia trigonum r b t, hoc autem patet ex praemissis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum par-
ciales r b aequale trigono partiali s b t, patet ergo propositum, & ex hoc patet, quoniam



tota linea a b, cuiusque puncto uiso incidit, utcumque transmuta-
tis axibus, non mutatur sed semper in medio eorum consistit,
possumus ergo illam nominare axem communem, quia sem-
per ducitur aequaliter ad punctum coniunctionis amborum axium
in superficie rei uisae a puncto, qui est in medio concauitatis ner-
ui, in quo duae lineae extensa in duobus medijs concauitatu ner-
uorum duorum se intersecant, hic uero punctus semper est uisus
non transmutabilis, & punctus etiam s, semper est unus non
transmutabilis per quem semper transit haec linea a b, est ergo
& ipsa semper intransmutabilis, licet alij axes transmutentur
quandoque ab ipso communi axe.

XXXIII.

Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uisae incidente lineam
copulante centra foraminum girationis neruorum concauorum, & lineas
ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem am-
bosque axes radiales in eadem superficie consistere est necesse.

Sit dispositio quae in proxima, dico quod linea r t, & duas lineas r a & t a, & axem com-
munem qui est a b, & duas axes radiales scilicet r b & t b, in eadem semper superficie co-
sistere oportet, duo enim axes t b & r b, transeunt per centra r & t, per 29. huius, transeunt
enim per centra foraminum girationis duorum neruorum concauorum, & quia in pun-
cto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypothese, necessario erunt cum
axe communi in eadem superficie per secundam undecimi, sed & linea r t, connectens cen-
tra foraminum girationis neruorum, secat has duas axes radiales in punctis r & t, & axem
communem in puncto s, lineae quoque r a & t a, secant lineas r t & a b, in punctis in quibus
cum ipsis concurrunt, & quia omnes haec lineae sunt rectae, palam per primam undecimi,
quoniam quaelibet ipsarum est in una superficie, patet ergo per secundam undecimi, quo-
niam omnes sunt in eadem superficie, & hoc est propositum.

XXXV.

Necesse est axes radiales cum axe communi concurrentes in puncto cuius
distantia a uisu sit multiplex lineae connectenti centra oculorum secundum
sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum ui-
suu aequales esse, superficiesque amborum uisuum nec non superficiei anteriori
ipsius uitreae aequaliter incidere, & secundum angulos aequales.

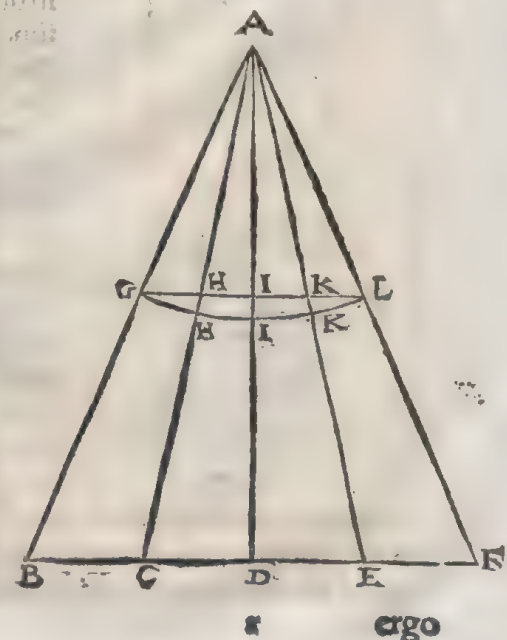
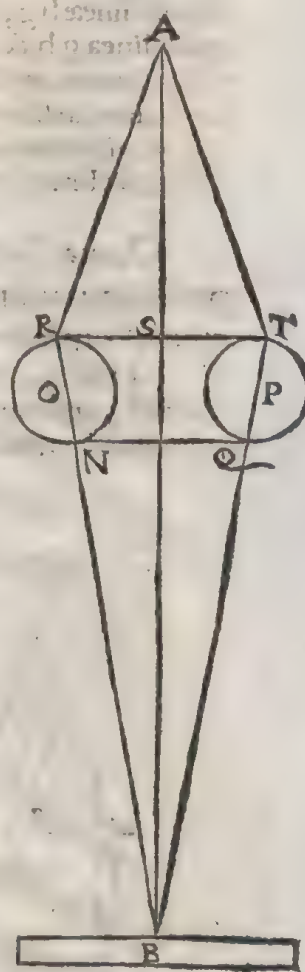
Sint item ut in tricesima huius duo centra duorum foraminum girationis neruo-
rum concauorum r & t, quoniam ergo oculus mouetur secundum totum non secundum par-
tem, ut patet per 25. huius, palam quoniam puncta r & t, sunt posteriora oculo, figeren-
tur ergo duo oculi quasi contingentes puncta r & t, circa centra o & p, & ab aliquo pun-
cto superficiei rei uisae quod sit b, procedant axes ad centra uisuum, & producantur ultra
ad puncta r & t, palam itaque quoniam axes r b & t b, transibunt totum uisum, transeat
ergo axis r b, superficiem anteriorem sui uisus in puncto n & axis t b, transeat antero-
rem superficiem sui uisus in puncto q, & producat lineam n q, sunt ergo puncta q & n,
puncta illa superficierum uisus quibus insigitur forma puncti coniunctionis axium
quod est b, & quoniam axes r b & t b, sunt aequales per praemissam, dico quod partes a-
xium quae sunt b n & b q, sunt aequales, & quod incidunt uisui secundum angulos aequa-
les, cum enim lineae r n & t q, sint aequales, quia sunt diameters aequalium oculorum aequa-
liter a punctis r & t, distantium, necesse est si illae ab aequalibus axibus abscindantur, quod
residuum sit aequale, erit ergo linea b n aequalis lineae b q, & quoniam linea n q aequedi-
stat

stat linea r t, per secundam sexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuis-
duntur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q aequa-
lis angulo b q n, angulus enim b r t aequalis est angulo b t r, quoniam
linea b s diuidit trigonum r t b per aequalia & basem eius r t, ut pa-
tet per praemissam, patet ergo quoniam axes radiales superficiebus ui-
suu aequaliter incidunt & secundum angulos aequales, & si incidunt
superficiebus uisuum taliter, ut per centra uisuum transeant, palam
ergo quoniam orthogonales sunt super superficiebus contingentes in
punctis n & q, incidunt ergo superficiebus uisuum aequaliter secun-
dum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorum
ordinatioe motu uel quiete semper duo axes eius sunt aequales, aut
non est in eis diuersitas sensibilis, quae causat aliquam diuersitatem
uisionis, maximae cum res uisa non fuerit ualde propinqua uisui, sed
cum distantia eius a uisu fuerit mediocri, cum enim res uisa ualde
uisui approximauerit, ita ut linea quae est interduo centra oculorum,
quae sunt o & p, proportionum aequalitatis uel extensus uel paruae di-
minutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes sensibilibiter
inaequales, & facient angulos inaequales; alias uero semper sensibili-
ter aequales erunt, & constituent angulos sensibilibiter aequales, quia
propter unitatem uisuum, & uniformem receptionem formarum quodlibet
punctum multiplicatur uniformiter ad utrumque oculum, propter
quod etiam omnes lineae aequaliter distantes ab axibus faciunt an-
gulos aequales, & ipsae omnes sensibilibiter sunt aequales, eodem quoque
modo demonstrari potest, quia anguli qui per axes sunt in ipsa su-
perficie uitreae in qua sit refractionis sunt aequales, patet ergo propositum.

XXXVI.

Omnium linearum pyramidis radialis obliquare plus
uicinarum axi refractionis sit secundum angulos minores: re-
motiorum uero secundum angulos maiores: aequaliter uero
distantium secundum angulos aequales.

Sit pyramis radialis cuius uertex a, & diameter basis quae per
r s, huius est superficies rei uisae sit b c d e f, axis uero d a, & sint lineae c a & e a, lineae ra-
diales obliquae uicinae magis axi d a & sint b a & f a remotiores, dico quod lineae c a &
e a secundum minorem angulum refringuntur, & lineae
b a & f a, secundum angulum maiorem. Intelligantur
enim omnes istae lineae concurrere in puncto a, quod
est uertex pyramidis, & sit in superficie uitreae linea
cui incidunt illae lineae g h i k l, haec ergo linea erit re-
cta uel curua circularis per 23. huius: sit primum re-
cta, & incidit linea b a illi lineae in puncto g, & linea
c a in puncto h, & linea d a axis in puncto i, & linea
e a in puncto k, & linea f a in puncto l, quia ergo an-
gulus g i a, est rectus per praecedentem, palam per 32.
primi, quod angulus g h a est obtusus, ergo per 19. pri-
mi, linea a g est maior quam linea a h, & quia a pun-
cto a, exeunt duae lineae a c & a b, quae sunt ad basem
trianguli a g i, quae est g h i, angulus ergo a h i maior
est angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i
cum angulo c h i, ualet duos rectos per 13. primi, &
similiter angulus b g h cum angulo a g h, ualet duos re-
ctos, palam quia angulus c h i minor est angulo b g i,

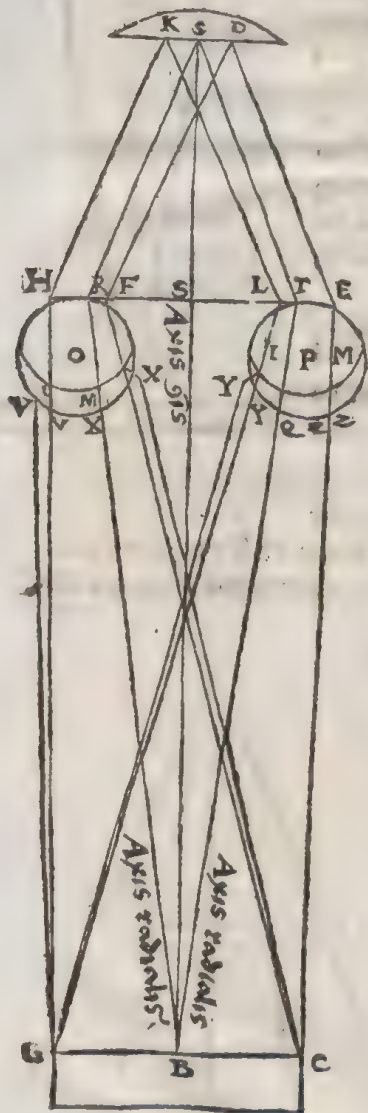


ergo penultimā secundi huius angulus refractionis lineae ch est minor angulo refractionis lineae bg, patet ergo quod linea ch reflectetur secundum minorem angulum quam linea bg, & similiter est de lineis e k & f l, & quia lineae aequaliter distantes ab axe a d, ut sunt exempli causa lineae a c & a e, secundum modum praemissum aequales angulos faciunt in superficie vitreae, qui sunt ch i & e k i, patet per penultimam secundi huius, quoniam anguli refractionis sunt aequales, patet ergo propositum, quoniam linea g h i k l, si linea circularis, erit eodem modo demonstrandum per 50. secundi huius.

XXXVII.

Omnes formae punctorum aequaliter circumstantium puncta quae superficiebus visuum incidunt, secundum axes radiales ad puncta aequaliter circumstantia medium punctum nervi communis similiter contingunt.

Disponantur omnia alia ut in 35. huius, signenturque in superficie oculi cuius centrum est punctum o, ex utraque parte puncti etiam duo puncta u & x, & in superficie oculi cuius centrum est punctum p, signentur ex utraque parte puncti q, duo puncta y & z,



sitque superficies rei visae opposita visibus, in qua sit linea recta, quae g b c, cuius punctus medius sit b, & extremi puncti g & c, incidentesque axes radiales qui sunt r b & t b, cum axe communi qui sit a b, ipsi puncto b, qui sit punctus coniunctionis omnium trium axium, protrahanturque a punctis u & x, superficie rei visae cuius centrum est o, ad puncta g & c, superficie rei visae duae lineae rectae, quae sint u g & x c, & a punctis y & z, superficie rei visae cuius centrum est p, protrahantur lineae z c & y g, dico quod formae punctorum superficie rei visae quae sunt g & c, quae in superficie oculi o incidunt in punctis u & x, in superficie oculi p in punctis y & z, non perueniunt ad medium punctum nervi communis quod est a, sed circumstant ipsum punctum a, similis dispositionis ut puncta e & g, disposita sunt ad punctum b, in ipsa superficie rei visae taliter, ut punctus qui est dexter, ad punctum h, qui est punctus coniunctionis axium in superficie rei visae sit dexter pertingens ad punctum a, & sinister ipsi puncto b, fiat sinister ipsi puncto a, & sic de alijs differentiis positionum, quod est sursum ad punctum b sit sursum ad punctum a, & quod est deorsum punctum b, deorsum fiat ad punctum a, producatur enim in utroque oculorum linea l m, recta vel curva, distinguens superficiem vitreae a superficie glacialis, & haec linea siue recta siue curva, quorum alterum est necessarium per 23. huius, semper tamen anguli incidentiae erunt aequales per 35. huius, quoniam eadem de illis est demonstratio. Sed & anguli refractionis sunt aequales per praemissam, & ideo quia propter conformitatem visuum & aequalem distantiam punctorum g & c, a puncto b, ex hypothese, sequitur trigona y g u & x c z, esse aequiangula, anguli ergo g p u & c x z, sunt aequales, sed & figurae oculorum sunt penitus similes, et distantia est conformis, fiat ergo linearum c x et g y, in superficie refractionis conformis refractionis, & similiter linearum g u & c z, fiet conformis refractionis & secundum angulos aequales, quilibet ergo ipsarum refringitur aequaliter a perpendiculari, sit ergo ut linea t x refringatur ad punctum

f, & linea g u ad punctum h, quae sunt puncta foraminis girationis termini circa punctum a, linea vero g y refringitur ad punctum l, & linea c z ad e, punctum alterius foraminis, quod est circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum secundum lineas rectas bre-

bruissimas refringuntur a perpendiculari n r, palam quia non concurrunt cum illa, sed directe diffundentes se ad puncta nervi communis similem situm & dispositionem recipiunt eis quae habent in superficie rei visae, quae est basis pyramidis visionis, linea ergo x f, quae venit a puncto c, rei visae refringitur ad aliquod punctum nervi, aliud a puncto a quod sit d, & linea u h quae venit a puncto g, rei visae, refringitur ad punctum aliud a puncto a quod sit k, & quoniam unius dispositionis sunt ambo visus, & oculorum distantia est res modica, ut patet per 4. huius, & lineae ad talia puncta productae a visibus ambobus sunt aequales, & anguli incidentiae sunt aequales per 35. huius, anguli quoque refractionis sunt aequales per praemissam, palam quia linea u l, quae est forma puncti g, refringitur ad punctum k m, quo cecidit forma eiusdem puncti g, veniens per lineam u h, linea quoque z c, quae est forma puncti c, refringitur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, veniens per lineam x f. similiter quoque demonstrandum de quibuslibet duobus punctis superficie rei visae, aequaliter distantibus a puncto coniunctionis quod est b. Omnes ergo formae punctorum rei visae aequaliter circumstantium, puncta quae superficiebus visuum incidunt secundum axes radiales ad puncta aequaliter circumstantia medium punctum nervi communis similiter pertingunt, & servatur figura & dispositio totius superficie rei visae in partibus suis, & in remotione a puncto quod est in axe secundum modum distantiae & declinationis punctorum, quorum formae illic recipiuntur a puncto coniunctionis in superficie rei visae secundum dispositionem angulorum refractionis in superficie rei vitreae, & duae formae quae insiguntur in duobus punctis consimilis positionis apud superficies duorum visuum, perueniunt ad illum, eundem punctum concavitatis nervi communis, & superponuntur sibi in illo puncto, & erunt una forma: lineae quoque obliquae superficiebus visuum incidentes, quae in superficie ipsius visus refringuntur, ad eandem ordinationem formae possunt peruenire, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Necesse est ambos axes radiales cum axe communi concurrentes in superficie rei visae cum linea aequedistante lineae connectenti centra oculorum vel cum totali superficie aequales hinc & inde angulos continere.

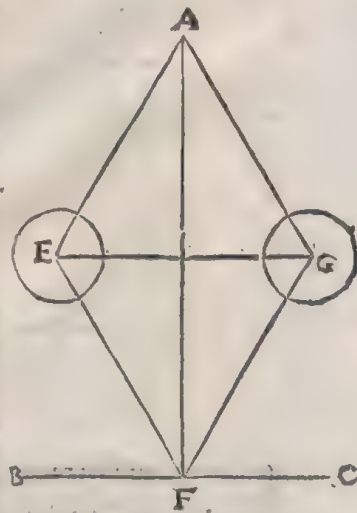
Sunt enim ambo oculi aequalis dispositionis per 4. huius, patet etiam sensui quod sunt distantiae modicae ab invicem, & axis semper in quolibet oculo una tantum linea transiens per centrum foraminis unius & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nervi concavi pertingens, ut patet per 29. huius: sit ergo ut linea b f c aequedistat lineae e g, connectenti centra oculorum e & g, sitque medius punctus nervi communis qui a, & sit ut forma puncti superficie rei visae quod sit f, per axes f e & f g, perveniat ad centra oculorum quae sunt e & g, connexa per lineam e g, pertingatque ad punctum a, quod sit punctus medius nervi communis, & sit axis communis qui a f, incidens superficie rei visae in puncto f, secundum angulos rectos, quoniam superficies in qua sunt omnes assignatae lineae axium & puncta per 34. huius, erecta est super superficiem rei visae, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorum lineae r t, connectenti centra foraminum girationis nervi concavi est aequedistans, ergo & lineae vel superficie illi aequedistanti p 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e est aequalis angulo a f g, erit ergo residuum duorum rectorum contentorum ab axe & linea b c, quae est communis sectio rei visae, & superficie axium inter se hinc inde aequale, axes ergo radiales incident superficie rei visae secundum angulos aequales, & hoc est propositum, quoniam angulus e f b sit aequalis angulo g f c.

XXXIX.

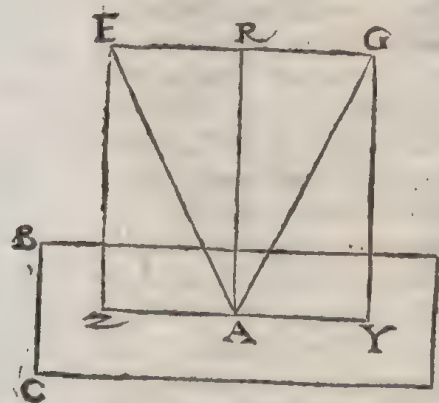
A puncto coniunctionis lineam aequedistantem lineae connectenti centra oculorum in superficie rei visae illi aequedistante protrahere.

r 2

Sint



Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur linea e g, sitq; superficies rei uisae b c d f, à cuius puncto dato quod sit a, linea aequedistans lineae e g, debeat produci, diuidatur itaq; linea e g, per aequalia in puncto r, p

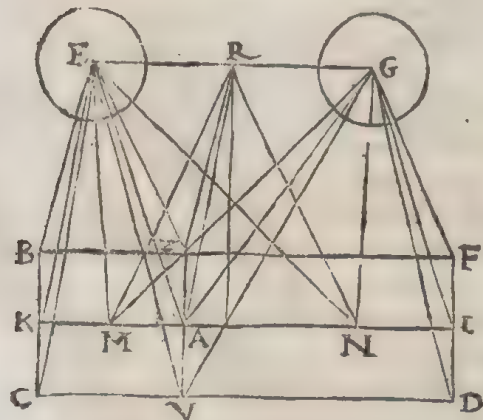


10. primi, & à puncto a ad punctum r ducatur linea a r, ducantur lineae e a & g a, quae sint axes uisuales concurrentes in puncto a, superficiei rei uisae, patet ergo, quoniam axis e a aequalis est axi g a, per 35. huius, & linea e r est aequalis lineae g r, & linea r a communis: erit ergo per 8. huius primi, angulus e r a aequalis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo linea a r perpendicularis super lineam e g, per definitionem lineae perpendicularis, & à centris uisuum e & g ducantur aequedistantes lineae r a, per 31. primi, quae sint lineae z & g y, haec ergo inter se sunt aequales & aequedistantes per 25. primi huius, & sunt in eadem superficie per primam primi huius, & quia communis sectio huius superficiei & superficiei rei uisae transit per punctum a, & est per 33. primi aequedistans lineae e g, palam quod ipsa linea z a y, est linea quae quaeritur, est ergo factum id quod proponebatur.

X L.

Omnes lineae productae ab ambobus uisibus ad idem punctum lineae cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis necessario sunt aequales.

Verbi gratia sint ut supra in proxima praecedente centra duorum uisuum puncta e & g, & superficiei rei uisae sint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & à puncto a, ad utraq; partem producantur lineae una quae sit r a u, rectos angulos continens cum utraq; axium, producanturq; à centris uisuum lineae e u, g u, e z, g z, dico qd' lineae e u & g u, sunt aequales inter se, & lineae e z & g z, aequales inter se, quoniam enim axes uisuum aequales sunt per 35. huius, palam quod axis e a est aequalis axi g a, & angulus e a u aequalis angulo g a u, quoniam uterq; ipsorum est rectus ex hypothesi, sed linea a u, linea est communis in triangulis e a u & g a u, erit ergo per 4. primi basis e u aequalis basi g u, & similiter erit basis e z aequalis basi g z, & eodem modo in punctis omnibus lineae z u, accidit, palam ergo est quod proponitur. Potest et haec aliter demonstrari, ducat enim à puncto a, superficiei rei uisae, in quo concurrunt axes, linea aequedistans lineae e g, quae est inter duo centra oculorum per praecedentem, quae sit linea k l, eritq; illa linea k l, in superficie rei uisae, ducatur quoq; linea z a, perpendicularis super lineam k l, per 12. primi, et tunc ducatur à puncto a, linea orthogonaliter super lineam e g, quae sit linea a r, linea e g per aequalia in puncto r, per 31. primi huius, et ex 35. huius, et ex 5. primi, qm em axes e a & g a, sunt aequales, erunt anguli ad basem aequales, et linea r a communis ambobus trigonis e a r, an



guliq; ad punctum r sunt aequales, ga erecti, erit ergo p 32. primi, & p 4. sexti, linea e r aequalis lineae g r, producanturq; linea r z, erit ergo per 29. primi linea r a perpendicularis super lineam k l, & qm per 34. huius lineae e a, g a & r a sunt in eadem superficie, & linea z a est perpendicularis super lineas e a & g a, ut patet ex hypothesi, ergo per 4. undecimi linea z a est perpendicularis erecta super illam superficiem in qua sunt lineae e a, g a, r a, ergo & super lineam r a, item per 4. undecimi linea k a erit perpendicularis super superficiem r z a, erit

erit ergo per 8. undecimi linea e r perpendicularis super eandem superficiem r z a ex definitione, ergo linea erecta super superficiem erit linea e r perpendicularis super lineam r z, ga ergo duorum triangulorum e r z & g r z anguli sunt aequales, ga erecti, & linea e r aequalis est lineae g r, & latus r z commune erit per 4. primi, linea e z aequalis lineae g z, & eodem modo de quolibet aliorum punctorum lineae z u demonstrandum, patet ergo, ppositum.

X L I.

Omnes lineae productae ab ambobus uisibus, ad idem punctum lineae cum ambobus axibus angulos obliquos facientis, necessario sunt inaequales.

Sit omnimoda dispositio ut supra in praecedente. Dico omnes lineae ab ambobus uisibus ad idem punctum extra lineam u z, quae sola cum ambobus axibus facit rectos, semper sunt inaequales, signentur enim in lineam k l ut oportet, secante lineam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, distantia quae fuit m & n, & ducantur lineae e m & e n, dico qd' lineae e m & g m sunt inaequales, & lineae e n & g n inaequales; ducatur enim à puncto r ad punctum m linea quae sit r m, qm ergo angulus e r a est rectus, ut patuit in praemissa, palam, quia angulus e r m est minor recto, angulus ergo g r m est maior recto per 13. primi. In triangulis ergo g r m & e r m latus r m est commune, & linea e r aequalis est lineae g r, & angulus g m maior angulo e r m, ergo per 24. primi erit latus g m longius latere e m: & similiter est de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandum, patet ergo, ppositum. Ista tamen inaequalitas illarum linearum minus est sensibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniunctionis.

X L I I.

Omnes lineae ad puncta aequedistantia puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alterius uisibus, productae, necessario sunt aequales, & aequales cum illis lineis angulos continentes.

Sit omnis dispositio ut supra in duabus praemissis, & sint m & n, puncta in linea k l, angulos obliquos faciente cum ambobus axibus aequaliter distantia à puncto a, qd' sit punctum coniunctionis axium, ita qd' linea m a sit aequalis a n. Dico qd' protractae lineae ab alterius uisibus ut e n & g n & e m & g m sunt aequales; cum enim axis e a est aequalis axi g a per 35. huius, & angulus incidentiae axis e a, qui est angulus e a m, aequalis est angulo incidentiae axis g a, qui est angulus g a n, ideo quia anguli r a m & r a n sunt recti, anguli quoq; r a e & r a g sunt aequales, ut haec patent ex praedemonstratis in praemissis duabus ppositionibus, remanent ergo anguli e a m & g a n aequales: sed & axes e a & g a sunt aequales, & linea m a aequalis est lineae n a ex hypothesi, erit ergo linea g n aequalis lineae e m per 4. primi, & angulus g n a aequalis angulo e m a, ergo in triangulis quoq; e m n & g n m per eandem 4. primi basis e m aequalis est basi g n. Et similiter demonstrari potest in omnibus alijs punctis similibus, lineae enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g e & d, g d & e c omnes ut sic nominantur, & ut ab alternis uisibus ad puncta aequaliter à puncto a distantia producuntur, necessario sunt aequales, patet ergo ppositum, quocumq; etiam alijs lineis modo simili productis.

X L I I I.

Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarum fit certa comprehensio à visu, magis autem secundum lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrum foraminis unae transeuntem.

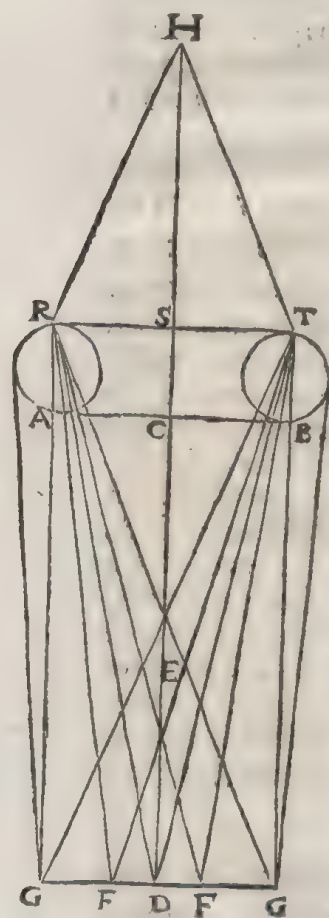
Solus enim huius axis extendit secundum rectitudinem quousq; perueniat ad locum girationis concaui nerui, & omnes aliae lineae obliquantur, ut patet per 24. huius: forma ergo rei uisae oppositae medio superficiei uisus, peruenit ad glaciale & uitreum secundum extensionem usq; ad locum girationis nerui concaui: formae uero quae ueniunt secundum lineas alias obliquantur, & quia dispositio formarum obliquatarum non est sicut dispositio formarum extensarum recte, qm obliquatio necessario ipsas alterat aliqua alteratione in certitudine comprehensionis: punctus ergo formae perueniens ad locum girationis concaui nerui, qui

ul. qui extenditur secundum rectitudinem axis, est magis verificatus omnibus punctis for-
marum, & quia obliquatio linearum vicinarum axi est minor, & remotior maior, eo quod an-
guli qui sunt ex lineis super quas veniunt formae, & ex perpendicularibus super axem, pro-
ductis in superficie obliquationis linearum vicinarum axi, sunt acutiores, & remotiores mi-
nus acuti, ut patet per 36. huius: formae vero, quarum obliquatio est minor, magis manife-
stantur, quam formae quarum obliquatio est maior: punctus ergo, qui est super axem, perueni-
ens ad locum girationis nervi concavi, est manifestior omnibus alijs punctis, & certio-
ris comprehensiois, & quod est propinquius illi, est manifestius remotiore ab illo: & simili-
ter est de forma perueniente in nervum communem, ex quo comprehenditur virtus sensitiva
formas rerum, patet ergo propositum.

X L I I I.

Puncto coniunctionis in axe communi existente, certissima fit visio, pro-
pinque vero illi axi ad haec certa, remotius vero minus certa.

Sit linea connectens centra foraminum unarum quae a b, & sit linea c e axis communis, pu-
ctus quoque coniunctionis in ipsa linea c e sit d, in quo concurrant axes a d & b d, & sit me-



dus punctus concavitas nervi communis punctum h. Dico quod pun-
cto d existente in linea c e, tunc certissima fit visio: formae enim visae
peruenientes ad superficiem visus, sunt tunc magis conformes, eo quod a-
xibus cadentibus in centra foraminum unarum, quae sunt signata p pun-
cta a & b, formae punctorum circumstantium punctum d distincte, & consi-
militer incidunt circa illa centra, & quoniam axis communis qui est c e divi-
dit lineam a b per aequalia in puncto c per 33. huius, & per 29. pri-
mi, ideo quia linea connectens centra foraminum unarum, est aequedi-
stans lineae r t, connectenti centra foraminum girationis nervorum con-
cavorum, ut patet ex praemissis, & per 4. huius: unde per 31. huius pa-
tet, quod linea h c per aequalia dividit lineam a b, & est perpendicularis su-
per illam, est ergo palam per 4. primi, quoniam axis a d est aequalis axi b
d, & angulus d a c aequalis angulo d b c, sed per 30. huius anguli h a
c & h b c sunt aequales, & quoniam axis communis, qui est c e, pertingit ad
h punctum medium concavitas nervi communis, ad quod formae a punctis
a & b diffundunt: palam per 26. primi, quoniam anguli c h a & c h b sunt
aequales. Idem quoque accidit in omnibus punctis quibus incidunt li-
neae radiales ipsis axibus a d & b d, propinque, quae sunt aequales quasi
ad sensum, ut patet per 40. huius: haec enim lineae radiales quasi aequa-
liter incidunt punctis aequalibus superficie nervi communis per 37.
huius. Formae itaque punctorum taliter visorum sunt magis conformes, un-
de fit tunc visio certior. Sed cum punctus coniunctionis fuerit modicu-
m extra communem axem, ut in puncto f, siue remotio illa sit ad partem
sinistram vel dextram, sursum vel deorsum, siue ad alias utcumque, tunc
ad haec duae formae quae insiguntur duobus visibus, non multum ha-
bent diversitatis: unde punctum formae, cui duo axes insiguntur ipsi
puncto h, medio, s. puncto concavitas nervi incidente, residua pun-
cta formae rei visae per lineas radiales vicinas axibus ipsis visibus in-

cidentes, in concavitate nervi communis circa punctum h ununtur, non tamen secundum per-
fectionem prioris dispositionis: videtur itaque & tunc res certa visione, non tamen in gradu
certitudinis prioris: cum vero coniunctionis punctus fuerit remotus extra communem
axem, qui est c e, ut in puncto g, ad quamcunque differentiam positionis haec contingat, tunc
ad haec punctus rei visae, in quo duo axes concurrunt, insigetur ipsi puncto h. Sed formae
residuorum punctorum illius rei visae infixae in circuitu puncti h, non recipient dispositionem
prioribus duabus similem, neque erit illorum punctorum visio bene verificata, sed rema-
net minus certa, patet ergo propositum.

Omne

X L V.

Omne visum in puncto coniunctionis duorum axium visualium certius vi-
detur, eo quod per radios axibus propinquos, & secundum remotionem ab axibus
gradus certitudinis decrescit, ex quo patet, quod puncta superficie rei visae aequa-
liter distantia a puncto coniunctionis, similiter virtuti visus offerentur.

Quoniam enim, ut patet per 43. huius, secundum omnes lineas cuiuslibet pyramidis ra-
dialis sit certa comprehensio formae visibilis a visu, magis autem secundum lineas axi viciniores,
& maxime per axem centrum foraminis unarum transeuntem: in puncto autem coniunctionis
concurrunt duo axes per 32. huius, palam ergo, cum virtus duplicata sit fortior sui medi-
etate, quod in puncto coniunctionis certior sit visio secundum totam superficiem rei visae, quae
est basis ambae pyramidum visionis, & secundum proportionem dupli ad duplum, quae est sim-
pli ad simplicem, secundum lineas vero radiales quae sunt propinque axibus sit minus certa vi-
sio quam per axes, quoniam formae punctorum peruenientes ad virtutem sensitivam, non perue-
niunt directe ad medium communis nervi, unde non fit adeo perfectum de illis iudicium, ut de
formis peruenientibus per ipsos axes: secundum remotionem vero illarum linearum ab axibus
gradus certitudinis visionis decrescit, quia cum partes superficie rei visae quibus axes
incidunt, & partes illis proxime manifestius videantur per 43. huius secundum partes re-
motiores illius superficie, quibus incidunt extremae lineae longitudinis pyramidis radi-
alis, est debilissima certitudo visionis, & secundum alias partes medias sit media dispositio
certitudinis, secundum quod plus accedunt axibus, vel secundum quod ab illis plus remouentur,
palam ergo, propositum, & per hoc patet corollarium, quoniam in punctis superficie rei visae aequa-
liter a puncto coniunctionis distantibus eadem est ratio certitudinis visionis hinc & in-
de, quoniam illarum formae aequaliter in superficie ipsius visus, & ex consequenti in sup-
ficie nervi communis semper figurantur, patet ergo totum quod proponebatur.

X L V I.

Omne visum in quo concurrunt duo axes visuales, vel radij illis propin-
qui, videtur semper unum.

Quoniam enim formae per axes radiales peruenientes ad visum aequaliter incidunt
visibus ambobus per 35. huius, per 30. huius aequaliter perueniunt ad medium punctum
concavitas nervi, concurrunt ergo ambae illae formae ad punctum unum, & una ipsarum
supponit alteri, & sunt forma una, & quoniam omnia visa nobis assueta semper sunt opposita
ambobus visibus, & ambo visus aspiciunt ad quolibet illorum visibilium, propter quod duo axes
duorum visuum semper concurrunt in uno puncto illorum visibilium per 32. huius, & positio
radiorum residuorum qui circumcidunt communi puncto ipsorum est positio conformis per 37. hu-
ius, maxime quoniam non differunt in remotione a duobus axibus maxima differentia: propter
hoc ergo quodlibet visorum assuetorum videtur ambobus visibus unum, & quia ut praemissum est,
patet per 37. huius, quoniam omnes formae punctorum aequaliter circumstantium puncta, quae sup-
ficiebus visuum incidunt secundum axes radiales ad puncta aequaliter circumstantia medium pun-
ctum nervi communis consimiliter pertingunt: lineae vero radiales, propinque axibus visuales,
quia non multum oblique incidunt visibus, ideo non multum oblique refringunt, quoniam ipsae re-
fractio est secundum angulos minores per 36. huius, directius ergo perueniunt ad conca-
vitatem nervi, & contingunt ergo se circa medium punctum concavitas nervi, & suppo-
nuntur sibi adinvicem, suntque forma una, & hoc proponitur.

X L V I I.

Omne visum in quo concurrunt axis communis, & unus axium visualium
comprehenditur semper unum.

Axis enim communis adiuvat certitudinem comprehensionis, & axis visualis uni-
cus unam tantum formam regulariter dispositam imprimat medio puncto nervi commu-
nis, videtur ergo una tantum forma, quia tunc non fit refractio alterius formae ad aliam
quam partem nervi distinctam secundum partem vel secundum remotionem, patet ergo propositum.

Nulla

Nullum uisorum simul totum æqualiter uidetur.

Quoniam enim siue aliquod uisum existeret in axe communi, siue extra illam, semper punctum eius cui incidunt axes uisuales certius uidetur, quam puncta quibus incidunt radij, propter quod, & illa puncta certius uidentur, quam puncta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet quod nullum uisum totum simul aequaliter uidetur, cum enim omnia puncta ipsius communiter per omnes tres axes, uel saltem per duos uisuales motu oculi transcurra fuerint, tunc solum aequaliter est totum uisum, quoniam tunc forma cuiuslibet sui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit semper noua dispositio totius formae circa punctum illud, magis ergo aequaliter perpendit tunc partium aequalitas adinuicem in omnibus dispositionibus suis, tunc ergo tota res aequaliter uidebitur: nullus autem motus est in instanti, sed solum in tempore, palam ergo, quod nullum uisum simul totum aequaliter uidebitur, sed bene est possibile ipsum totum simul uideri inaequaliter, quoniam omnia puncta formae opposita uisui, a quibus lineae rectae possunt produci ad uisum, simul multiplican ad uisum, quous secundum diuersitatem angulorum diuersimode secundum diuersas partes uideantur: parua tamen corpora & propinqua diametrorum aequalius uidentur, quam corpora diametrorum maiorum: remotiores enim partes a puncto coniunctionis non adeo bene certificantur, ut propinqua per 45. huius: & si uisum fuerit uisus coloris uniforme, minus accidit in eo inaequalitatis, quam si fuerit plurimum colorum, aut si fuerit in ipso lineatio, aut pictura, aut aliae subtiles intentiones, tunc enim forma extremorum erit magis dubitabilis, & non bene certificata: haec enim comprehendunt per lineas radiales motas ab axe, patet ergo, propositum.

XLIX.

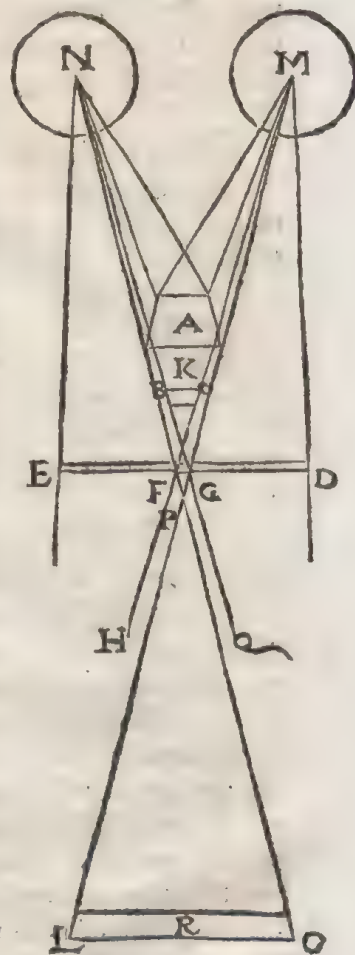
Impossibile est plura simul æqualiter uideri.

Quāuis enim uisus quandoq; eodē tempore opponat multis uisibilibus diuersi coloris, inter quālibet quarū & uisum produci, possunt lineæ rectæ in aëre cōtinuato medio inter eas & uisum, perueniantq; formæ lucis & coloris, quæ sunt in rebus uisis ad superficiē uisus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipsarū ad quālibet partem superficiei uisus, ppter earū directam oppositionē, & licet uidens uideat in eodem tempore uisibilia diuersi coloris opposita uisui, & sic tota superficie uisus sint multa lumina diuersa & multi colores diuersi, quorum quilibet implet superficiē uisus sibi oppositam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamē ut patet per 17. huius, non fit distincta uisio nisi solum secundū perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiē productas, & secundū hæc distinguunt formæ secundū distinctionē partium superficiei uisus, in quas solum incidunt perpendiculares, & licet sic perueniant ad superficiē uisus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuersis, uisus tñ comprehendit omnes formas secundum ipsarum proprietatem: non est ergo impossibile plura simul uidere, sed inæqualiter & indistincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis sentiat formam unius rei secundū suū esse, & figuram ordinatā in sui superficie secundū ordinem quā habet in superficie rei uisæ, extra poterit etiam sentire in illa dispositione formas aliarū rerum uisarū præter illam rem uisam ex pyramidibus distinguentibus ex sua superficie alias huius rei partes, & poterit sentire formam cuiuslibet illarum rerum uisarum secundum suū esse, & sentire situm eorū adinuicem, non tamen æqualiter: sed perfectius illud qđ uidet secundū pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli unæ ipsi centro uisus, minus uero perfecte alia, quorū pyramidū axes incidunt secundū alia puncta superficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius, illorū enim omniū axes sunt longiores, etiā si ab eadem distantia pcedant; aspiciens itaq; qñ fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus, inueniet rem oppositam medio sui uisus manifestiorē illis quæ sunt à parte laterum illius mediij, & qđ est propinquius medio & manifestius, & qđ est remotius, erit minus manifestum, ut hæc omnia patent per 43. huius, est ergo impossibile plura simul æqualiter uideri, qm impossibile est axem pyramidis radialis transeuntē per centrū unæ simul pluribus punctis ne dū superficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propositum.

Inter

Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur.

Exempli causa sint duo puncta n & m centra duorum uisuum, & sit r punctum cuiusdam rei uisæ, quæ sit lo, remotior ab ambobus uisibus q̄ sit res uisæ, quæ sit b c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uisuales, quæ sunt m k & n k, sitq; punctum r taliter positum, ut ipsum protractis axibus n k ad punctū q, & m k ad punctū h interceptiatur inter axes, nihilq; eius capiat per interpositio nē rei uisæ quæ est b c, sit aut uisibile e d remotius q̄ sit ipsum b c, & p̄p̄inuius puncto r inter duos axes taliter disposita, ita q; lineæ n b & m c protractæ, & cōcurrentes in ipso p, aliquā partē eius interceptiāt quæ sit f g; lineæ uero m p & n p interse cantes se in pūcto p, ptractæ contingēt periferiā corp̄s, in q̄ est punctū r in pūctis l & o, sit uero a q̄ddam uisum p̄ximū uisui cadens inter axes m k & n k, dico q̄n uisus cōprehendit in eadē hora in simul formas uisibilitū q̄ sunt b c & e d & r, q̄d q̄n q̄ impedit secundū aliqd uisio ipsius e d, q̄m impedit secundū sui partē quæ est f g, quæ cū sit obumbrata uisui per interpositiōē uisibilis q̄d est b c, patet q; forma illius partis nō pueni et ad uisum, neq; seruabit in neruo cōis; forma uero uisibilis remotioris q̄ est lo, in quo est punctū r, q̄m ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in pūcto p, quæ pductæ ultra punctū p, suis terminis l & o incidūt, patet q; pueniet ad uisum, nō impediēte uisibili b c, q̄a tñ in nullo eius puncto concurrunt axes uisuales, forma eius uidebit̄ inordinate secundū sitū earū. dem partī ipsius formæ, q̄ sibi directē nō supponēt, ut ostensum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate secundū remotiōnem à puncto medio nerui cōis, quæ remotio erit huic inde in æqualis, ppter diuersitatē incidētīæ ipsarū linearū, per quas ad ueniūt eadē pūcta formæ, ut sunt lineæ m l & n l respectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o respectu formæ puncti o, pars tñ uniuersi, quæ attēdit̄ secundū dextrā uel sinistrā, sursum uel deorsum p̄tīū ipsius formæ nō mutatur, uisum enī b c cū sit mi nus uisio lo, in quo est punctū r, q̄n in puncto k res b c cōiungūtur duo axes m k & n k, tūc forma uisi b c sit in duobus locis duarū uisū consimilis positionis, & forma uisi q̄ est lo diuersificabitur secundū situm partiū suarū formæ, & secundū remotiōnē inæqualē à puncto medio nerui cōmunis, q̄m est magna diuersitas in angulis reflexionis suarū partialiū formæ, sicut & in angulis incidētīæ earundē, ut hoc patere potest per 36. huius, nō tñ erit error in parte uniuersi, quia formæ partiū suo ordine disponēt, ut sunt in re, & res uidebitur una, q; nō accidit in forma uisi, s. ipsius a, q; p̄p̄inuius uisui est, si ipsum parū fuerit quantitatis, & nō sit in illorū corpore positione differentia sensui, ita q; corpus a cadat inter axes m k & n k, q̄n itaq; ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & e d, comprehendūt, & quando duo axes fixi sunt in uisio b c, secundū loca nō obumbrata instituitur illarū rerum uisum de & lo, formæ duobus locis duorū uisuum, & sunt consimilis positionis in parte uniuersi, & nō in remotiōe à pūcto medio nerui cōmunis, aut non omnes partes earū erunt consimilis positionis in remotiōe à duobus axibus, nec forma eorū erit certificata; de uisio uero a, q; est proximū uisibilibus, q̄m ipsum cadit inter axes m k & n k, & est p̄p̄inuius uisui, quia enī figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius in respectu amboꝝ uisū diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistrā nec ad dextrā, q̄m forma ipsius quantum est de se ad nullam partium uniuersi secundū respectum puncti medijs ipsius nerui concaui, cui axes uisuales



visuales incidunt, ordinatur. Sic ergo visus existente fixo interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotior quadoque secundum aliquid uisio impeditur, ut patet. Cum autem uisus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoque uisibili comprehensore, in simul tunc formae omnium uisibiliu comprehendent simul in ambobus uisibus consimiles in parte & remotioe, & comprehendent secundum modum suae certitudinis formae uniuscuiusque uisibiliu: huius autem rei totius ratio est haec, quia certitudo uisionis fit secundum axes, & uisio fit per multiplicationem formae uisibilis in uisum, quae uero nunc tunc per corpus interpositum impeditur, cum linea multiplicationis formae aliam superficiem corporis medij oppositam uisui aliquantulum attingit, & hoc est quod uolebamus.

LI.

Omnis uisio fit uel per aspectum simplicem, uel per intuitionem diligentem.

Aspectum primum simplicem dicimus illud actum, quo primo simpliciter recipitur in oculi superficie forma rei uisae: intuitionem uero dicimus illud actum, quo uisus ueram comprehensionem formae rei diligenter prospiciendo perquirat, non contentus simplici receptione, sed profunda indagine: uisus itaque per aspectum simplicem comprehendit intentiones manifestas, quae sunt in rebus, nec certificatur illas, per intuitionem uero considerat omnes intentiones partium formae uisae occultas aspectui, & certificatur omnes dispositiones illius formae uisae, & quia aspectus simplex potest esse sine intuitionem, quous intuitio non potest esse sine simplici aspectu, patet quod omnis uisio aut fit per unum istorum modorum, aut per alium, & hoc est propositum.

LII.

Aspectu simplici secundum totam pyramidem uisualis existente possibile, intuitio fit solum secundum incidentiam axis pyramidis uisualis.

Quoniam enim, ut patet per praemissam, aspectus simplex est solum receptio formae sensibilis in superficie uisus, palam quod ipsa fit secundum totam pyramidem uisualis, quolibet enim perpendicularium siue linearum radialium illam pyramidem constituentium per 17. huius, adducit aliquam formam puncti superficiei rei uisibilis quam tunc aspiciat uisus: quia uero intuitio certificatur ueritate formae comprehensarum, certificatio uero omnium formarum uisibilium per 19. fit per axes pyramidis uisualis, quod per aliquam aliarum linearum illius pyramidis per 43. huius, patet quod intuitio fit solum per incidentiam illius axis: cum ergo uisus fuerit fixus oppositus alicui rei uisae, quae fuerit alicuius quantitatis, & illud quod opponitur medio uisus ex illa re uisa fuerit, siue per axem uisualis aut prope illum, tunc erit ipsum quod est in axe, uel quod appropinquat axi, manifestius residuis partibus rei uisae: si itaque uidens uoluerit certificari de forma totali rei uisae, mouebit ambos uisus, donec medium eius opponatur cuilibet partium, uel punctorum superficiei rei uisae sibi oppositae, & tunc quia ambo axes radiales per 32. huius incident unicuique punctorum, fiet hoc modo intuitio completa totius formae, quoniam enim uisus fuerit oppositus rei uisae, tunc sentiens comprehendit totam formam comprehensione quacumque per 43. huius, & partem quae est apud extremum axis comprehendit uera comprehensione, deinde mutatis axibus ad aliud punctum, tunc idem punctum uerius comprehendit, & tunc cum hoc tota forma prius comprehensa comprehenditur secundo, & etiam ille punctus in quo prius fixi fuerunt axes, & cum axes mutabuntur ad punctum tertium, fiet tertio comprehensio totius formae, & etiam illorum punctorum quibus prius axes incidebant, & ita secundum numerum punctorum quibus incidunt axes, numeratur comprehensio totius formae, semper tamen punctus, cui axes incidunt, certius alijs punctis comprehendit. Sic ergo intuens per motum axium comprehendit certitudinem cuiuslibet puncti rei uisae, & insuper reiterat frequentationem comprehensionis totius formae secundum numerum punctorum quibus incidunt ipsi axes, apparet ergo uisui tunc omne id quod possibile est apparere in forma illius rei uisae, & non certificabitur forma rei uisae, nisi post motus uisus secundum suos axes radiales super omnes partes uel puncta superficiei rei uisae, nec enim intentiones subtiles, quae sunt in re uisa, apparent uisui nisi per motum uisus, & per transitum axis, aut radialium linearum, quae sunt prope ipsam, super quamlibet partium rei uisae, & etiam si res fuerit infirma

infirma paruitatis, & non fuerit opposita uisui, non intuebitur illam uisus intuitionem perfectam, nisi donec moto uisu axis radialis transuerit per omnes particulas uel puncta illius rei, sic ergo fit solum intuitio secundum axis pyramidis radialis incidentiam, quous aspectus simplex fiat secundum omnes lineas radiales totius pyramidis uisualis, patet ergo propositum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipsius oculi semper manet fixus in suo situ, quoniam ille motus oculi est insensibilis uelocitatis.

Motus enim axis super partes rei uisae non est per girationem axis a loco centri ipsius uisus, & per motum eius per se super partes rei uisae, patet enim per 24. & 12. huius, quod linea axis extenditur recte usque ad locum girationis nervi, super quem componitur oculi, & quod situs eius a uisu non mutatur, sed cum totus oculus mouetur in oppositione rei uisae, & mediam oculi, in quo est sensus uisus, opponitur cuilibet partium rei uisae, tunc axis transiit per quamlibet partium rei uisae, & secundum istum modum tota forma cuiuslibet partis rei uisae extenditur ad uisum semper secundum rectitudinem axis, & erit giratio axis immutabilis a loco suo respectu omnium partium & tunicarum oculi, sed cum girabitur axis in concauo ossis cum motu totius oculi, & cum uisus uoluerit intueri rem uisam, & inceperit intueri in extremitatem rei uisae, & tunc extremum axis super extremitatem rei uisae, eritque in dispositione maior pars totius rei uisae in parte superficiei uisus, declinante autem obliqua ab axe ad aliam partem praeter partem super quam est axis, quoniam forma eius erit in medio uisus & in loco axis, eritque residuum formae obliquum ad aliam partem ab axe: & cum uisus post illam dispositionem mouebit super aliam quam diametrum rei uisae, transferet axis ad partem sequentem illam partem rei uisae, & erit forma primae partis declinans ad locum alium oppositum loco ad quem mouet axis, & non cessabit forma declinare quoad mouet axis super illam diametrum, quousque axis pueniat ad ultimum illius diametri rei uisae, quod est pars alterius rei uisae, & sic erit forma totius rei uisae in ista dispositione obliqua uisui & puncto opposito ipsi axi, etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs punctis diuersis incidente, praeterquam ultima pars & extrema ipsius rei uisae quae remanebit super axem, & in medio uisus & axis, in isto toto motu erit fixus in suo situ quousque ad transitum uniformem omnium tunicarum oculi, patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

Axis in motu intuitionis nunc fit basis anguli quem respicit superficies rei uisae, nec semper secatur angulum quem respicit aliqua diametrorum rei uisae.

Quia enim iam ostensum est in praecedente theoremate, quod axis in toto motu oculi ad intuemum semper manet fixus: si ergo axis fieret basis angulo quem respicit superficies rei uisae, oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes, & moueri axem, hoc autem non esset possibile, nisi quoniam axis moueretur per se toto oculo qui efflucit, & quia hoc est impossibile per praecedentem, totus enim oculus mouetur apud intuitionem, & axis mouetur per motum eius, & moto axe mouentur omnes lineae continentes angulum pyramidis, & tota pyramis uariata axe uariatur: incidente enim axe radiali diuersis punctis superficiei rei uisae, licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiam eadem basis sit. Variato tamen axe, causatur semper noua pyramis, quamuis uideatur semper una, ideo quia motus oculi est insensibilis uelocitatis: per hunc itaque motum comprehendit uisus quodlibet punctum superficiei rei uisae uisui medio in puncto scilicet axis, & per hunc modum mouetur forma rei uisae ad ipsam superficiem uisus, & mouetur pars superficiei uisus in qua prius fuit forma, quoniam forma rei uisae apud motum axis erit in una parte superficiei uisus post aliam partem superficiei uisus, quotiens enim comprehenderit uirtus sentiens partem rei uisae, quae est apud extremum axis, quotiens comprehendit cum hoc totam superficiem rei uisae, & comprehendit totam illam partem superficiei uisus, in qua puenit forma totius rei uisae, quae semper est alia & alia, quoad itaque axis cadit in aliquod punctum diametri rei uisae non terminanti ipsam diametrum

diametrum, tunc axis diuidit angulum, cui in centro uisus subtenditur illa diameter, sed cum incidit ipsi termino diameter, tunc ipse axis fit una linearum continentium illū angulum, nō ergo secat semper illū angulū, quod est propositum.

LV.

Neceffe est omnem uisionem quæ fit aspectu simplici fieri in instanti.

Si enim fiat aspectus simplex in tempore, quantumcūq; paruum sit illud tempus, erit ipsum pars magni temporis, & quoniam non datur uisio fieri in tempore nisi per distantiam uisibilis ab ipso uisu, palam tunc, qd secundum spacium distantiae uisibilis a uisu multiplicabitur & tempus, producat itaq; linea a b c d, & sit uisus ad punctum a & aliqd uisibile sit apud punctum b. Cum itaq; ut dictum & declaratum est in 6. huius, forma puncti b multiplicatur ad uisum, si hoc fiat in tempore quocūq; etiam forte im perceptibili, sit aliud uisibile in puncto c, & sit spacium a c multiplex spacio a b, erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad uisum a multiplex tempori, in quo forma puncti b multiplicatur ad uisum a, & si hoc tempus nondū sit sensibile, sicut in ulteri ori puncto uisibile d remotiori a uisu a, qd est ipsum c, sitq; spacium d a multiplex spacij c a, ergo erit ipsum magis multiplex spacij b a; forma itaq; puncti d multiplicabit ad uisum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uisum forma puncti c, sed in pertransitu formæ puncti d per ipsum spacium a d non requirit in ipsa operatione uisionis plus temporis, qd in spacio a b: apertis enim oculis æque cito uidentur remota & propinqua, neq; enim est sensibilis differentia temporis, quo mouetur res proxima, aut aliqua stellarum fixarum, cuius ferè distantia est secundum mundi semidiametrum, quæ est maxima linearum naturalium entium: impossibile est ergo uisionem, quæ fit aspectu simplici, fieri in tempore, sed necesse est omnem huius uisionem, quantum ad aspectum simplicem, fieri in instanti & subito, eius itaq; principium non differt ab eius fine, & hoc est propositum.

LVI.

Omnem intuitionē in tempore fieri est necesse, tempusq; intuitionis intentionum uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim, ut patuit in 5. huius, intuitio sit actus uirtutis uisus, quo uisus ueram comprehensionem formæ rei uisæ diligenter perspiciedo perquirat, & semper in ipsa intuitionē axes radiales per omnia puncta superficiei rei uisæ moueant, ut declaratum est per 5. huius: cum ergo omnis motus sensibilis fiat in tempore sensibili, ideo, quia ut alibi declarauimus, tempus est proportionale motui, palam, quia omnium intuitionū in tempore sensibili fieri est necesse: tempus quoq; intuitionis diuersatur secundum diuersas intuitiones formarum uisibilium eorum, quæ quis intuetur, cuius exemplū est, ut si uisus comprehendat animal longū multoq; paruorū pedū, qd moueatur, tunc primo per modicā intuitionem comprehendit motū eius, & per motum comprehendit ipsum esse animal, deinde per modicā intuitionem in pedibus comprehendit ipsum esse multorum pedum, ex comprehensione distantiae inter pedes, non tñ cognoscit numerū ipsorū pedū, & deinde diligentius intuens cognoscet numerū pedum pluri intuitionē & maioris temporis conatur: cōprehensio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore, & cōprehensio multitudinis pedū erit in tempore maiore illo tempore priori, in quo cognitū est ipsum esse animal; numerus autē pedū erit ad hoc in tēpore maiori aliquo illoq; temporū, oportet enī uisum intueri quemlibet illoq; pedū, & numerare illos, erit autē quātitas tēporis intuitionis pedū scdm numerū multitudinis uel paucitatis pedū, & hoc etiā patet p diuersitate aliāq; uisibilium intentionū: tēpus itaq; intuitionis intentionū uisibilium formarū, qd rū una est numerus, diuersat secundū diuersitatē intentionū formarū intuitarū, patet ergo propositum.

LVII.

Visus non potest comprehendere ueram formam rei uisæ primo aspectu simplici, sed post diligentem intuitionem.

Cum

Cum enī formæ uisibilium sint cōpositæ ex multis intentionibus particularibus, quibusdam illarum existentibus grossis, primo aspectui se offerentibus, quibusdā uero subtilibus ualde, ut sunt lineatiōes minutæ & colores minutatim dispersi, & similia quæ primo aspectui qui est instantiū per 55. huius, statim se offerre non possunt, unde indigent tempore ut uideantur, post diligentem ergo intuitum uidebuntur, & non prius: uisus enim nō comprehendit ueram formam rei uisæ nisi per comprehensionem omnium intentionum particularium quæ sunt in illa formā, patet ergo quod forma rei uisæ in qua subtiles sunt intentiones, non comprehenditur a uisu secundū ueritatem sui esse primo aspectu, sed post intuitionem diligentem, & quoniam etiam in formis in quibus nō sunt subtiles intentiones, uisus illarum carentium a primo aspectu diiudicare nō potest, ideo etiam tunc est opus intuitionē, nec enim potest certificare ueritatē formæ nisi post diligentem intuitionem cuiuslibet partis illius formæ rei uisæ: palā itaq; quia uisus nūquam potest comprehendere ueram formam rei uisæ in primo aspectu, sed solum post diligentem intuitionem, & hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes.

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem, tunc forma illius rei uisæ remanet in anima, & figuratur in imaginatione ipsius uidentis, ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est, & si terminabitur comprehensio rei uisæ, tūc est forma eius magis fixa in anima quā forma rei semel uisæ, quia uisus raro comprehendit perfectæ rem rei semel uisam, sed semper ex iteratione uisionis peruenit forma denuo ad animā, & renouatur forma prius uisā apud animā, & si aliquid ex intentionibus illius formæ obliuioni traditum est restauratur, & si prius uisum non est recuperatur: anima autē, per formam secundam rememorat formam primæ, & cum pluries iteratur euentus eiusdem intentionis super animam, erit anima magis rememorans illam intentionem, & sic erit illa forma magis fixa in anima sed & magis certificata, quia in prima uisione, in qua forma rei uisæ uenit ad animam, forte anima nō comprehendet omnes intentiones quæ sunt in illa formā, neq; certificabit ipsas, & cum forma redierit secundo, cōprehendet anima ex ea aliud quod in prima uice nō comprehendit, & quanto magis forma iterabitur super animam, tanto magis manifestabitur ex ea quod prius non apparebat, & cum anima comprehenderit intentiones subtiliores formarum, magis certificabitur sibi esse totius formæ, patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

LIX.

Nullum uisibilium comprehenditur solo sensu uisus nisi solum lucēs & colores.

Sola enim hæc cum sint per se uisibilia, sicut in suppositionibus huius libri præmissum est, patet quod ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus, unde ipsa sine alijs offeruntur uisui, ut sine situ figura et magnitudine et similibus, alia uero nō offeruntur uisui sine illis, uisibili enim actu lucem non participante impossibile est aliud uideri, ut patet per primam huius, circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis, lux enim quæ est in corpore illuminato comprehenditur a uisu secū dum suū esse per se ex ipso sensu, lux uero et color quæ sunt in corpore colorato et illuminato comprehenduntur a uisu simul, et admixta comprehenditur aut utrunq; illorū in solo sensu uisus, lux enim prima comprehenditur a uisu ex illuminatione corporis sentientis quod est de substantia oculi, et color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis et eius coloratione cum admixtione lucis, quæ est hypostasis coloris: sicut enim sentiens comprehendit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem, sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam, ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum uisibilium.

3

inuisibilem, quoniam illa quasi plura à pluribus sensibus sentiuntur, et sine aliqua ipso
rum solo sensu uisus sentiatur, & non alijs sensibus particularibus hoc accidit, uel ex isto
rum aliqua participatione, uel istorum priuatione, sicut est in diafonitate & opacitate,
tenebris & umbra, in quibus necessaria est ratio conferens hinc inde, quæ non est necessa-
ria in comprehensione lucis & coloris, patet ergo propositum.

LX.

Omne uisibile aut comprehenditur à uisu solo simpliciter, aut cum ratio-
ne & distinctione.

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per se simpliciter comprehendit
solus uisus, sunt tamen plura aliorum quæ de numero uisibilium sunt supposita, quæ uisus
quidem comprehendit non tamen simpliciter per se ipsum, sed alijs actionibus animæ
accidentibus, & sunt plura talia uisibilia, quorum comprehensio non est puro sensu
uisus, quoniam uisus quando comprehendit duo individua eiusdem speciei et formæ
eodem tempore, tunc comprehendit duo individua et comprehendit quod sunt similia,
sed similitudo duarum formarum non est ipsæ formæ ambæ neque una ipsarum, sed neque
forma tertia propria consimilitudini, sed est conuenientia illarum duarum formarum in
aliquo, non ergo comprehenditur duarum formarum similitudo nisi ex operatione unius
ipsarum ad alteram, non fit ergo similitudinis comprehensio per solū uisum, sed ex po-
tentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinationis diuersas formas uisas
ad inuicem comperantem, et etiam quando uisus uidet duos colores albos, quorum unus
est albius alio, comprehendit amborum albedinem, et quod alterum est fortioris albedi-
nis, comprehendit ergo similitudinem illorum duorum alborum in albedine, et diuersita-
tem illorum in fortitudine & debilitate; distinctio uero inter illas duas albedines non est
ipse sensus albedinis, quoniam sensus albedinis est ex albaione superficie uisus, quæ
fit ab utroque albedine, distinctio autem illarum albedinum fit propter diuersitatem actio-
nis illarum duarum albedinum in ipsum uisum, non est ergo illa distinctio à solo sensu,
sed est ab alia uirtute animæ, quam dicimus distinctiuam; & similiter est, de compara-
tione & distinctione aliarum sensibilibus formarum: nihil enim illorum accipitur solo ui-
su, sed ratione & uirtute distinctiua coadiuuantibus; uisus enim per se non habet uir-
tem distinguendi, sed uirtus distinctiua animæ distinguit omnia illa mediante uisu, pa-
tet ergo propositum.

LXI.

Ex intentionibus formarum individualium sæpius intuitarum remanet
in anima fixio, & certificatio formæ uniuersalis existens uisui principium co-
gnoscendi omnia individua eiusdem speciei.

Quia enim quodlibet uisibilem individualium habet formam & figuram, in quibus
conueniunt omnia individua illius speciei, quæ diuersantur solum intentionibus
particularibus comprehensio per sensum uisus, & forte erit in omnibus illis indiuiduis color
unius modi, ut quasi uniuersaliter indiuiduis auium, ut cigno coruo pica & graculo & si-
milibus, in quibus est uniformitas coloris conueniens toti speciei uelut in pluribus, quia
iam uidimus coruum album & uisum album, si itaque forma & figura & color & omnes
intentiones, ex quibus componitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis
totius speciei, & uisus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium il-
lorum intentionem, quæ conueniunt illi speciei, tunc anima iudicabit illud particulare ui-
sum esse indiuiduum illius speciei, non tamen propter hoc cognoscet unum indiuiduum
ab alio indiuiduo eiusdem speciei distinctum, donec comprehendit etiam intentiones
particulares per quas diuersantur individua, et donec illæ quiescerint in anima et in ipsa
uirtute imaginatiua, tunc enim aliquo prius uisorum indiuiduorum ipsi uisui occur-
rente per intuitionem indiuiduorum illius speciei, cuius forma est apud animam, itera-
bitur à uisu intuitio illius formæ uniuersalis quæ est illius speciei, cum diuersitate formarum
particularium illorum indiuiduorum, et cum illa forma uniuersalis per intuitionem alterius
indiuidui

indiuidui eiusdem speciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quiescet, ex
diuersitate itaque formarum particularium uenientium ad uisum cum formis uniuersalibus
apud intuitionem, comprehendet anima diuersitatem indiuiduorum eiusdem speciei, et
per conuenientiam accidentium uisibilem in diuersis indiuiduis comprehendet, quod for-
ma in qua conueniunt omnia individua illius speciei est forma uniuersalis illorum omnium.
Sic remanet ergo in anima forma uniuersalis, & in eius uirtute imaginatiua, & est illa
forma uisui principium cognoscendum omnia individua eiusdem speciei, quantum ad il-
lud quod est in ipsis ex intentionibus uniuersalibus indiuiduatum & de intentionibus par-
ticularibus sensibilibus quibuscunque, patet ergo propositum.

LXII.

Omnis uera comprehensio formarum uisibilem, aut est per solam intui-
tionem, aut per intuitionem cum scientia præcedente.

Comprehensio uisibilem sola intuitionem fit, quando comprehenditur uisibilia ex-
tranea, ut quando uisus comprehendit rem uisam quam antea non perceperit nec in se
nec in sua specie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes dispositiones & for-
mam eius ueram, non tamen cognoscit formam eius, quia ipsam antea non perceperit,
uel non recolit: sic ergo comprehenditur illa forma uera comprehensione per solam in-
tuitionem, comprehensio autem uera formarum uisibilem alia ab alia quæ fit per solam in-
tuitionem, quandoque fit per intuitionem cum scientia præcedente, ut quando uisus com-
prehendit formam alicuius rei uisæ, quam comprehendit etiam ante, & cuius formæ in-
tentio est apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tunc enim uisus statim in aspectu
illius rei comprehendit eius formam, & deinde modica intuitionem comprehendit totam
formam eius, quæ est scientia uniuersalis sue speciei, & cognoscet formam uniuersalem quam
comprehendit in illa re uisæ apud comprehensionem formæ in anima per rememora-
tionem illius rei uisæ specialiter, & deinde intuens intentiones residuas quæ sunt in illa
re uisæ, certificabit particulare formam illius ipsi uiso indiuiduo appropriatam, & si fue-
rit rememorans illius formæ particularis, ut prius per uisum comprehensæ, tunc cogno-
scet illam formam indiuidualem, & quia nulla res uisæ comprehenditur uera compre-
hensione, nisi aliquo istorum modorum, patet ergo propositum.

LXIII.

Comprehensio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum
rationis conferentis.

Est enim cognitio comprehensio similitudinis duarum formarum scilicet formæ
quam comprehendit uisus apud cognitionem, quando sentit se cognoscere rem quam
uidet, & formæ quiescentis in anima prius comprehensæ, unde non fit uisualis cognitio
nisi per rememorationem, quoniam si nulla forma talis fuerit quiescens apud animam & præ-
sens memoriæ, non cognoscet uisus rem uisam: semper itaque fit cognitio ex assimilatio-
ne formæ quiescentis in anima ad formam postea uisam extra, siue forma quiescens sit
forma speciei uel indiuidui cognoscendi, uisus itaque comprehendit multas res per cogni-
tionem, cognoscit enim hominem esse hominem, & equum esse equum, & Socratem esse
Socratem, & cognoscit alia sibi assueta, & arbores & plantas & lapides, quæ prius uidit,
& cognoscit illis similia, & omnes intentiones sibi assueta in rebus uisibilibus, & qua-
ritates omnium rerum sibi consuetarum, quæ non cognoscuntur solo uisu per se, huius,
nec tamen cognoscit uisus omne quod uidit prius, nisi quando fuerit rememorans for-
mæ prius uisæ, non est ergo cognitio uisualis comprehensio solo sensu, sed per rationem
formæ præsentis rei uisæ formæ prius uisæ & apud se quiescenti conferentem, nunquam
enim potest fieri cognitio nisi per comparisonem formæ quiescentis in anima ad for-
mam uisam extra, sic ergo patet, quoniam comprehensio uisualis per cognitionem sem-
per fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propositum.

LXIII.

Omnem comprehensionem uisualis cognoscitiuam in tempore fieri est
necesse

neceffe, sed in minori quàm sit tempus comprehensiois per solā intuitionē.

Quoniam enim sicut in precedente propositione praemissum est, ois uisualis cognitio fit per intuitionē & formam in anima quiescentem rememoratam & applicatam formae, nunc per diligentem intuitum perspectae, & quoniam omnis intuitio fit in tempore per 56. huius, & omnis rememoratio formae prius uisae fit plurimum in tempore, quoniam fit per discursum animae per formas quas apud se habet in imaginatione, quae si quarenti animae statim occurreret, non esset rememoratio sed continuata memoria, quia itaque ambo haec, scilicet intuitio & rememoratio, uel ipsorum alterum fit in tempore, patet etiam quod omnis comprehensio uisualis cognoscitiua sit necessario in tempore, sed in minori quam sit tempus comprehensionis per solam intuitionem, quoniam intuitiones existentes in anima praesentis memoriae non indigent ut cognoscantur omnes intentiones quae sunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, sed sufficit in comprehensione eorum comprehensio alicuius intentionis propriae illis, cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipsam aliquam intentionem propriam illi formae, erit rememorans primae formae, & cognoscet omnes formas uenientes ad ipsam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formae, est signans super illas formas, ut quando uisus intuens Socratem, comprehendit lineationem manus humanae, statim comprehendit quod sit homo, & antequam comprehendat lineationem suae faciei uel partium aliarum, ex comprehensione ergo quarundam intentionum quae appropriantur formae hominis, comprehendit quod idem uisibile sit homo sine indigentia comprehensionis partium aliarum, quas comprehendit solum per cognitionem praecedentem ex formis residentibus in anima, per comprehensionem alicuius intentionis propriae illi indiuo, ut per glaucitatem oculorum uel oris grossiciem aut arcuitatem superciliorum aut similibus, comprehendit totalis illius indiuo intentiones, & similiter cognoscet equum per aliquam maculam in fronte aut alibi in corpore, & scriptor ex quorundam comprehensione linearum cognoscit omnes partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam comprehensio quae acquiritur tantum per intuitionem sit per considerationem omnium partium rei uisae, & omnium intentionem quae sunt in ea, comprehensio uero per cognitionem sit per considerationem solum quarundam intentionum quae sunt in illa forma, palam quod uisio quae est per cognitionem est in minori tempore, quam sit uisio per solam intuitionem, & propter hoc uisus comprehendit uisibilia assueta uelociter in paruo tempore quasi latente sensum, & maximae illa quae a sui primordio cognoscere cōsueuit, uel cū quibus multo tempore perseverauit, patet ergo illud quod proponebatur.

LXV.

Visio per cognitionem praecedentem per modicam intuitionem non efficit certam formae rei comprehensionem.

Quoniam enim uisio per cognitionem praecedentem non est nisi circa totalitatem & uniuersitatem rei uisae superficialiter & in grosso & per quadam exteriora signa illius rei uisae, & uirtus distinctiua comprehendit intentiones particulares quae sunt in illa rei uisae secundum modum quo cognouit res uisae ex prima forma illius rei uisae in anima existente, sed omnes particulares intentiones uisibilibus, quae sunt in rebus corruptibilibus mutantur temporis mutatione, uisus autem non comprehendit mutationem intentionum rei uisae per formam prius habitam, cū mutatio fuerit non manifesta nec comprehensibilis, a uisu primo aspectu, cognitio ergo praecedens non efficit ueram rei cognitionem, utpote si in homine munda faciei prius cognito accidat postmodum macula uel cicatrix in facie, quae non sit manifesta, cum enim postea longo tempore uiso illo homine non cognoscet ipsum uidens secundam formam sui quam prius memoriter seruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, nisi post intuitionem diligentem factam in illa maculam uel cicatricem, & tunc comprehendet formam eius secundam suam esse: & similiter est si macula semper in facie ipsius cogniti fuerit, non tamen fuerit uisui multum manifesta, tunc enim licet habeat uidens apud se formam illius non maculatam, non tamen applicabit ipsam illius facie maculatam, & non cognoscet ipsum nisi post multam aliam intentionem

intentionum particularium intuitionem, & similiter est in alijs indiuiduis uisibilibus & intentionibus diuersis ipsorum. In omnibus enim ipsis uisio per cognitionem praecedentem per modicam intuitionem non efficit certam formae rei comprehensionem, patet ergo propositum.

LXVI.

Nullius entium quidditas per se est uisibilis, sed per accidens mediante intentionibus sensibilibus quae per se uidentur.

Quoniam enim ut suppositum est in principio libri huius, uisio non completur nisi apud peruentum formarum uisibilibus ad animam, quae omnes sunt de genere accidentis, ut patet per ipsarum singularem enumerationem, palam cum nullius substantiae quidditas sit de genere accidentis, quod nulla ipsarum per se est uisibilis, per accidens autem quidditas substantiarum corporalium percipitur a uisu, scilicet per comprehensionem suarum intentionum uisibilibus quae per se uidentur, sic ergo quidditas substantiae non fit nisi per cognitionem intrinsecam animae, quae fit ex comparatione formae unius posterioris comprehensionis, ad formam aliam prius comprehensam quiescentem in imaginatione: comprehensio ergo quidditatis substantiae uisae, ut hominis uel canis uel alicuius alterius substantiae, non est nisi ex comprehensione assimilationis formae rei uisae ad aliquam formarum uniuersalium quiescentium in anima & fixarum in imaginatione quam uisus ante comprehenderat, & quia uirtus distinctiua quae est in anima, per quam anima res differentias diiudicat, ut hominem non esse canem, & e converso, naturaliter assimilat ipsas formas uisibilibus nouiter scilicet uisae formas formis naturalibus & fixis in imaginatione. Cū ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, statim uirtus distinctiua querit eius simile in formis existentibus in imaginatione, & illa inuenta cognoscit per illam rem uisam, & comprehendit quidditatem eius, & si non inuenit ex formis quiescentibus in anima formam similem formae illius rei uisae, non cognoscet illam rem uisam, neque comprehendet quidditatem eius: sic ergo nulla quidditas alicuius substantiae comprehenditur per se a uisu, sed per accidens ut proponitur. Si enim aliquam talium quidditatum per se comprehenderetur a uisu, ergo & omnis quidditas cuiuslibet uisibilis substantiae esset comprehensibilis a uisu, sicut patet in lucibus & coloribus, & substantiae quantum ad sensum & sensibile oppositione existentes indiuisibiles per suas quidditates uiderentur, quod non est uerum, oportet enim ut corpus uisibile sit alicuius quantitatis respectu superficie uisus, ad hoc ut ipsum actu uideatur, ut patet per 19. huius. Similiter quoque patet de oibus alijs quorumcumque entium quidditatibus, semper enim quidditas cuiuslibet compositi composita est, et eius compositionem uisus per se comprehendere non potest, & si uisus aliquam quidditatem, ut est quidditas, cognosceret, tunc uisus omnem quidditatem cognosceret, quarum multae tamen sunt inuisibiles, cū omnes ipsae sint per se intelligibiles & cum hoc sit impossibile, patet ergo propositum.

LXVII.

Primum quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formae uisibili est quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color sint per se ipsa & primo uisibilia, ipsorum tamen quidditates & differentiae essentiales solo sensu uisus comprehendere non possunt, quidditas enim lucis non comprehenditur solum per uisum, nisi cooperante uirtute animae quae est cognoscitiua, quoniam uisus cognoscit lumē solis, & distinguit inter ipsum & lumē lunae & lumē ignis per cognitionem prius factam & per formam in anima reueratam, similiter etiam quidditas coloris non comprehenditur a uirtute distinctiua nisi per cognitionem quando color rei uisae fuerit ex coloribus assuetis. Illa autem cognitio distinctiua fit ex comparatione formae coloris nunc uisi ad formas similes illi coloris prius comprehensas, non enim potest uisus comprehendere colorem rubeum & quod sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum, quia in ipsa anima uidens permanet forma eius ut prius uisae: si enim uisus nunquam colorem rubeum antea uidisset, nunc ipsum uisum cognoscere non posset, sed ipsum coloribus illi propinquius sibi cognitis assimileret, ut quotidie facit in noua permutatione quorumlibet colorum. Cum itaque uirtus distinctiua comprehendit diuersitatem lucis super res uisae & diuersitatem coloris, comprehendit etiam diuersitatem quidditatis lucis & colorum quidditate, quamuis forma quam comprehenderet uisus sit admixta ex forma

t lucis

lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, & quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur. ideo necesse est ut primū quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primo & p se debetur uisua comprehensio, sic & illorum quidditatibus debetur p se & primo operatio uirtutis distinctiua, ut illis quorū præsentia prius relucet in organis uisuius, quæ omnia secundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propositum.

LXVIII.

Cōprehensio coloris in eo quod est color, est prior cōprehensione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior est cōprehensio omnium uisibilium in eo quod in suo genere uisibilia sunt, quàm suarū specialium quidditatum.

Visus enim comprehendit colorem, & sentit quod est color, prius quàm sentiat cuiusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positus in locum non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidem uisus colores indistincte tantum, distinguuntur aut per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem; primum ergo quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis & coloratio eius, quoniam apud peruentum formæ in uisum coloratur uisus, qui sentiens se coloratum statim sentit colorem, & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris: comprehensio ergo coloris in eo quod est color, est ante comprehensionem quidditatis ipsius coloris, quæ sit non p solū sensum uisus sed p cognitionem, quando idem color prius fuit a uisu comprehensus, & forma eius est in memoria animæ conseruata, & si uisus comprehendat colorem extraneum, quam nunquā uidit, tunc comprehendit quod est color, & tamē nesciet cuiusmodi sit coloris, sed comparando ipsum coloribus alijs assimilabit propinquiori colori simili sibi, & forte plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine, assimilabunt ipsum coloribus diuersis, ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum enim aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazuris coloris qui sit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cōprehensio coloris in eo quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris, & quoniam color est primū uisibile post lucem, patet quod prior est comprehensio omnium uisibilium in eo quod uisibilia sunt, quàm suarū specialium quidditatum; prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs, quàm aliqua species situs, & prius figura in genere, quàm aliqua specialis figura, & si contingat in uisu absoluti in specialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ est primi generis, uel illa quæ est generis secūdi, & hoc proponebatur.

LXIX.

Diuerfarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem fit comprehensio simul in instanti, similium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu, qui semper fit in instanti temporis per 55. huius, statim ut uisu præsentant per rationem & distinctionem propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ sunt in illis; uirtus enim distinctiua nō arguit per cōpositionem & ordinationem propositionum ad formā syllogisticam, sicut ergo in intellectu qui est habitus primorū in actuali intellectu, ppositionū uniuersaliū & per se manifestarū non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo conclusionē particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionē, quæ immediate sequit ex illa, ideo quia aīa humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cōprehensio quæ fit per rationem & distinctionē fiat per argumentū, sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat p uiam argumentationis & considerationis eligendorum, hoc itaq; modo simili & conformi quatenus est possibile fit omnium intentionum uisibilium per rationem & distinctionem

tionem in instanti comprehensio. Distinctio enim & argumentatio uirtutis distinctiua fit statim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totū corpus extensum a superficie primi oculi recipiente formas usq; ad medium nerui communis, est sentiens & diafonum, & fit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam fit spiritus uisibilis diafonus, per quē uirtus sensitua defertur ad totum diafonum omnium humorum & tunicarum amborū oculorum; omnia enim diafona illa illuminantur a luce & colorantur a colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati, & corpus quod est in concauitate nerui cōmunis, est ultimum corpus ad quod perueniunt lux & color; cum ergo extenditur forma a superficie prima membri sentientis usq; ad medium nerui communis, quaelibet pars corporis sentientis sentiet formam: & cum peruenierit in concauum nerui communis, tunc cōprehenditur ab ultimo sentiente, & tunc fit distinctio formarum, non tamen inter actū distinctionis & actū primi aspectus est differentia temporalis, quoniam sicut lumē in uno instanti se multiplicat per mundi diametrum propter corporis mediū diafonitatem, sic etiam formæ sensibiles ut ostensum est per 55. huius, in instanti pertingūt trans medium quodcūq; corpus diafonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ sentiuntur comprehenduntur & distinguuntur, & quoniam uirtus animæ est indiuisibilis, fit hoc totum simul in unico instanti, quoniam uero intentiones uisibilium sunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditati mentæ, tunc non fit ipsorum distinctio in instanti illo, quo utraq; illorum uiriditatem comprehenditur a uisu, sed post compositionem unius ad alteram ex post facto cōprehensionis, fit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione necessarium est tempus medium assumi, patet ergo illud quod proponebatur.

LXX.

Comprehensio quidditatis coloris in tempore fieri est necesse, ex quo patet quod comprehensio quidditatis omnium similium uisibilium non fit nisi in tempore.

Fit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo quod est color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod est color non potest comprehendi per aspectum simplicem nisi in instanti per 55. huius, cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris sit composita ex comprehensione coloris in eo quod est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur a quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent essentialem conuenientiam in actu & hypostasi lucis, & insuper habent plures ipsorum adinuem maxiam conuenientiam in proximitate mixtionis, palā quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis quàm comprehendatur a uisu, sed inter quibus duo instantia est tempus mediū, quia itaq; cōprehensio quidditatis coloris fit per distinctionē unius coloris ab alio, palā per præmissam, quoniam illa distinctio completur in tempore, ergo & comprehensio quidditatis necessario fit in tempore; uisus quoq; non comprehendit quantitatem coloris nisi p intuitionem, quoniam si color nō fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint infigi axes uisuales in tēpore sensibili, nō cōprehendit uisus quidditatē coloris, unde in rebus uelociter motis nō distinguūt quidditas coloris: sed si plures in re uelociter mota sint colores uidebunt oēs indistincte unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris uelociter mota per iactū fortem, patet ergo cōprehensionē quidditatis ipsius coloris in tempore fieri est necesse, & ex hoc patet q; comprehensio quantitatis oīm formæ uisibilium nō fit nisi in tēpore. Si enim uisus nō cōprehendit quidditatē coloris, qui cōprehenditur solo sensu uisus, nisi in tēpore, palā qd plus indiget tēpori intentionibus alijs uisibilium quæ cōprehenduntur plurimū distinctione & cognitione; oīm itaq; intentionum uisibilium quidditatū cōprehensio fit in tēpore, licet illud tempus quandoq; sit ualde paruum, & hoc proponebat.

LXXI.

Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit intentiones

tiones speciales quàm individuales.

Quando enim visus comprehendit aliquod individuum hominis, comprehendit ipsum esse hominem prius quàm comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formae hominis, vel per aliqua cōvenientia propria formae hominis cōprehendit ipsum esse hominem, quamvis non cōprehendat lineationē suae faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis; individualitas autem rei visae non cōprehenditur nisi ex comprehensione intentionū particulariū illi individuo propriarum omnium aut quarundam, & haec comprehendere non possunt nisi post cōprehensionem universaliū intentionum, quae sunt ex genere vel specie illius individui omnium aut quarundam, sed comprehensio formae partialis est in minori tēpore quàm formae totius, & quoniam individualitas addit aliquid super specialitatem, patet quod individualitas est quasi quaedam totalitas respectu specialitatis, comprehensio ergo specialitatis rei visae est in minori tempore quàm comprehensio individualitatis, & hoc proponatur.

Intentiones speciales & individuales quorundā visibilium assuetorum minori tēpore alijs intentionibus specialibus & individualibus cōprehenduntur.

Quaedam enim specierum visibilium assuetorum non assimilantur alijs speciebus, ut species hominis, quae propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium assimilatur, & quaedam assimilantur alijs speciebus, ut species equi, quae assimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo in quo visus comprehendit speciem individui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, est minus tempore in quo comprehendit equum esse equum, & maxime quando comprehendit utraq; istorum in magna remotione, quā visus comprehendens individuum hominis motum localiter, statim comprehendit ipsum esse animal, ex motu & ex corporis erectione cōprehendit ipsum esse hominem; sed licet per motū etiā possit cōprehendere quod individuum equi sit animal, & per numerū quatuor pedū comprehendit ipsum esse bestiam, non tñ ppter hoc cōprehendit ipsum esse equum, quā intentiones equinae quae sunt à spacio remoto visu perceptibiles, sunt in pluribus quadrupedū, quae assimilantur equo in pluribus essentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alijs. Si itaq; visus non cōprehendit aliquā intentionū propriarū equo, nō comprehendit illud esse equū, quia itaq; tempus in quo comprehendit visus erectionē corporis hominis, non est sicut tempus in quo comprehendit formā equi cū intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alijs bestijs, ut est lineatio suae faciei, & extensio colli, & velocitas motus, & passuum amplitudo; comprehensio igitur speciei hominis est in minori tempore quàm cōprehensio speciei equi, quamvis enim illa duo tempora sunt parva, tñ unum istorum secundum omnes dispositiones eius est maius altero, & similiter quia rosae hortensi nullus alius flos assimilatur in forma suae speciei, vel etiā intentione suae rubedinis, ideo visus in minori tempore comprehendit eius speciem per rubedinem roseaceam, quàm speciem rutae per eius viriditatem, cui multae herbarum assimilantur; & universalius quidditates omnium specierum quae possunt assimilari alijs, non adeo cito comprehenduntur à visu, sicut quidditates omnium specierum, quae paucis vel nullis assimilantur, & similiter etiam est de individuis, quoniam individuum nulli alijs assimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per signa, illud aut individuum, quod assimilatur alio individuo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus sensitiva comprehendit quantitatem anguli, quem in centro visus respicit superficies rei visae solum ex comprehensione partis superficiei visus in qua figuratur forma rei visae.

Quāvis enim ordo purae mathesis sit in hoc, ut per quantitatem angulorum sciat quantitas partium superficiei sphaerarū illis angulis subtensarū, eo quod sicut centrū est principium cōstructionis totius sphaerae, sic partes angulorum & solidorum, quae sunt circa centrū sphaerae, ut circa quodlibet

quodlibet uniusvisi partem sit principium distinctivum omnis partis superficiei sphaerae per 87. primi huius, tamen in hac scientiae sensibilis experientia, quae naturalium rerū cōditione permiscetur, virtus sensitiva ex comprehensione partis superficiei visus, in qua figuratur forma rei visae, comprehendit à posteriori viā sensibus competente quantitatem anguli, quā in centro visus respicit superficies praefata; sensus enim visus naturaliter comprehendit illam superficiem, in qua figuratur forma rei visae per distinctionē lucis & coloris, qui per se accidunt in illa parte ab alijs superficiebus visus distincta, & quando cōprehendit quantitatem illius partis, tunc imaginatur angulos quos respiciūt illae partes, & comprehendit quantitates eorum apud centrū visus secundū quantitatem partium superficiei visus illis angulis subtensarū; anguli aut tunc non certificantur nisi per motū visus respicientis super diametros rei visae, aut super spaciū, cuius visus magnitudinem vult scire; patet ergo propositū; & licet lineae radiales in centro visus non concurrant, quā peruenit intersectio axiū visu alium ad mediū punctū nervi cōmunis, ut in praecedenti theorematū pluribus patuit, partes tamen superficiei visus ipsius informantur secundū modū quo lineae radiales concurrunt in centro ipsius visus, nisi ipsos refractione in medio secundi diaconi praeveneret, ut patet per 22. huius, & hoc est notatu dignū, quā nos in sequentibus utemur centro visus, ac si lineae radiales in ipso angulariter concurrant, quā secundum hoc omnis visio informatur.

LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



Ractauimus in praemisso tertio libro de proprietatibus organi visui, & de essentialibus modis videndi, nunc aut restat, ut in hoc quarto libro, persequamur proprietates omnium visibilium, quae ut in principio tertij diximus, sunt vigintiduo, quorum tantū duo, scilicet lux & color sunt per se visibilia. Alia vero videntur per accidens, vel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur, vel quia non videntur nisi propter lucem & colores, ut patet in singulis istorum, & quā in praemisso tertio libro de visione lucis & coloris satis praemisimus, ideo nūc alia 20. visibilia restant pertractanda; haec itaq; omnia, passionem quoque & deceptiones, quae accidunt visibus & potentis intrinsecis animae circa illa naturaliter vel mathematice, prout natura rei & possibilitas nostra fert, sub modo demonstrationis suo ordine percurreremus, unicuique ipsorum suae visionis modū & in se & in suis partibus praemittentes, deceptiones quoque quae in ipso vel tantū virtuti visui, vel etiam potentis animae intrinsecis, ut quae virtuti distinctivae & rationativae accidunt, cum studio subiūgemus; quae aut praemittimus sunt istae.

Forma dicitur directe visibus incidere, à qua producta linea recta super superficiem visus est perpendicularis incidens ipsi centro foraminis uncae. Oblique vero incidere, dicitur à qua producta recta dicto modo non est perpendicularis. Linea directe visui opposita, dicitur illa cui axis radialis perpendiculariter incidit secundū aliquod eius punctum.

Linea obliquata ad visum, dicitur cui axis radialis ad nullū suū punctū perpendiculariter potest incidere. Superficies directe opposita, dicitur quando axis radialis perpendiculariter erigitur super illam. Superficies vero obliquata ad visum, dicitur quando axis radialis punctis illius superficiei incidit oblique. Complementū directionis in oppositione visus est, cum axis perpendicularis incidit medio superficiei, vel lineae oppositae visui, & quanto magis punctus, cui incidit axis perpendiculariter, fuerit medio superficiei aut lineae propinquior, tanto erit superficies vel linea maioris directionis in oppositione.

Vera comprehensio per visum, dicitur illa inter quā & veritatem rei visae non est diversitas sensibilis omnino respectu totius rei visae. Remotio unius rei ab altera, est privatio cōtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda vel vertex pyramidis cuius cūque rotundae vel lateratae. Petimus aut haec. Sub elevationibus radijs visae elevatione apparere, sub declinationibus vero declinatione, & similiter sub dexteris radijs visae dexteriora

et interiora

riora apparere, sub sinistrioribus uero sinistriora. Item sub pluribus angulis uisa p̄spiciuntur uideri. Item omnes uisus aequalis dispositionis aequae ueloces esse. Item omne totum uidetur maius sua parte.

THEOREMA I.

Ex intemperata proportionē circumstantiarū formarū uisibilium ad uisum fit deceptio in uisu, non solum secundum se, sed secundum uirtutem animae distinctiuam.

Ex his quae declarata sunt in libro tertio patet. 9. esse necessaria ad perfectam operationem uisus, quae sunt lux, dispositiones, uisibilia & uisum, per 1. tertij huius. Item distantia uisibilis a uisu per 15. tertij huius. Item situs oppositionis ipsius uisus per 2. tertij huius, uel situs respectu axis communis per 44. tertij huius. Item magnitudo corporis per 19. tertij huius. Item soliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aeris per 13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendae per 56. tertij huius. Item sanitas uisus per 16. tertij huius: quodlibet autem istorū latitudinem habet, p̄portionatā ad rem uisam: lux enim habet latitudinē, qm̄ lux maxima impedit uisum, & lux debilis non educit uisibilia in actū agendi in uisum, unde corpora minuta, uel intentiones uisibiles minutae non uidentur in luce debili, sed est ibi latitudo in ijs lucibus, quae est magnitudini corporis p̄portionata. Distantia quoque uisibilis a uisu siue ipsius remotio latitudinē habet: corpus enim aliquod ab aliqua distantia plene comprehendit, & ab alia non plene, & inter illas distantias est latitudo magna, in qua fit plena comprehensio corporis illius, & secundū q̄ magis fuerit corpus, maior erit latitudo distantiae spaciū secundū quā ipsum poterit uideri. Similiter cū magna fuerit declinatio alicuius corporis a directione oppositionis ipsius uisus, non comprehenditur particulae uel notae paruae quae sunt in ipso, quae in parua declinatione corporis uiderentur, & est ibi inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruū situm extra axem communem uidebitur multū elongatū & occultatū, & idem corpus situm circa axem communem uidebitur aperte, palam autē q̄ situs respectu axis communis habet latitudinē, qm̄ habet habitudinē p̄portionatā ad corporis magnitudinē & minutas ipsius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinē: si enim partes rei uisae non fuerint, p̄portionales totali magnitudini uisae, occultabuntur uisui; & si fuerint, p̄portionales totali uisae magnitudini, sit tñ corpus totale modicum, ad huc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non statim percipimus uisui, licet p̄portionales sint suis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uisae p̄portionata debet esse ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uisa magnitudo. Soliditas quoque habet latitudinē p̄portionatam ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipsum sit paucae soliditatis, illud tamē corpus uideri poterit, q̄ nō accideret maiori soliditate in illo corpore existente, qm̄ forte color, p̄pter reflectionē uehementem luminis impediret uisum, quae reflectio fieret, p̄pter magnam corporis soliditatem: & si color fuerit obscurus, tñ forte accidet minus solidū debilius uideri colore eius obscuro existente. Diafonitas etiam aeris habet latitudinē, quia per flammās & per fumos nō fit uisio rerum minutarū, sed forte grossarū, sicut si per ipsa uideret carta nō scriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendae latitudinem habet, quia corpus subito uisum pertransiens, non comprehendit a uisu, & quandoque motus trochi non uidetur, quia est uelocissimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uisus latitudinē habet, in quibusdā enī infirmitatibus minutiae corporis, nisi abscondantur, in minori spacio percipiuntur, & uisus debiliores non uident illa quae occurrunt uisibus fortioribus. Vniuersaliter ergo, quilibet istorū motorū, in quo non uerificatur forma rei uisae, sicut est in rei ueritate, est egressus a temperantia ad rem illam uidendā p̄portionata, & haec omnia se alterutrum respiciunt, scdm̄ conuenientes adinuicem p̄portionēs, & quodlibet ipsorum ad alia octo conuenientem, oportet q̄ habeat dispositionem, quorum pertractationē relinquimus considerationi animae res propinquius intuentis.

Impos-

II.

Impossibile est uisum unam intentionum uisibilium per se solam comprehendere.

Uisus enim per se comprehendit formas uisibiles, quae sunt corporales: omnes autē formae corporales sunt cōpositae ex multis intentionibus uisibilibus particularibus praedictis, sicut magnitudo non est sine figura, & figura non est sine situ, & haec omnia nō sunt sine colore, & color non est sine luce, & lux nō diffunditur nisi in corpore: uisus itaq; nō comprehendit aliquā istarū partium intentionem, nisi ex cōprehensione formarū uisibilium cōpositarū ex pluribus intentionibus particularibus, quarū quilibet simul comprehendit uisus, & qm̄ nulla intentionū per se sola complet aliquā formarū corporaliū sensibilibum; palam q̄ impossibile est uisum cōprehendere aliquam illarū intentionū solam per se, sed semper sunt plures illarū intentionū simul in forma sensibili congregatae: uisus ergo cōprehendit simul semper multas intentiones particulares, quae solū distinguuntur auxilio uirtutis distinctiuae per imaginationē, & sic demum uisus comprehendit intentionem particularium quamlibet distinctam, quod est propositum.

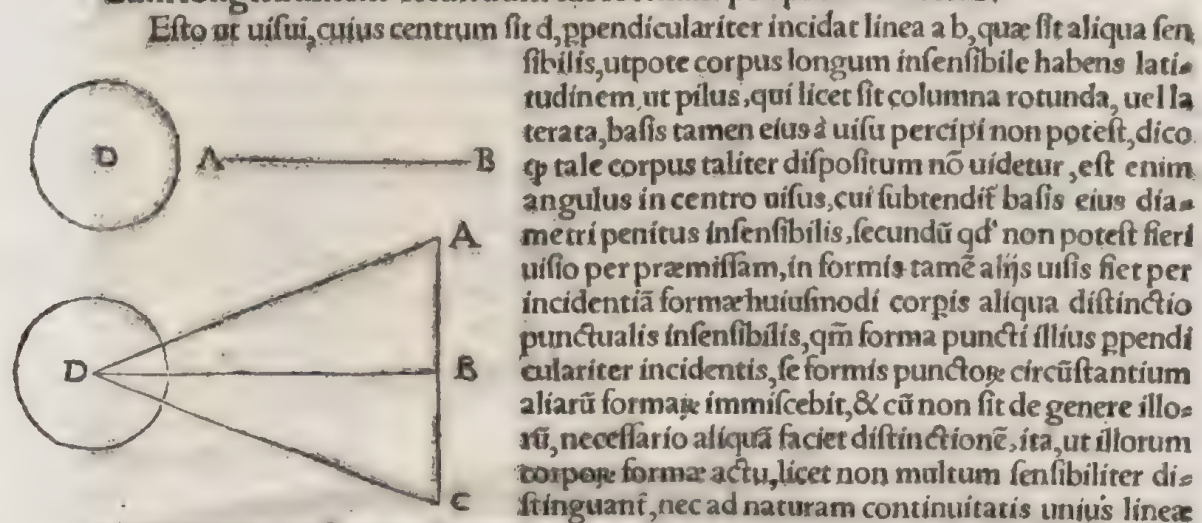
III.

Non sub quocumque angulo res sensibiles uidentur.

Quod omne qd̄ uidetur sub angulo uideatur, patet per correlatiū 13. tertij huius, & etiam cū per 19. tertij huius, corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu uisus ad hoc ut actu uideatur, palam ergo, q̄ sub angulo contingentiae, qui est indiuisibilis per 15. tertij huius, non erit possibile aliquā rem uideri, omnis enim angulus sub quo potest fieri uisio, est diuisibilis p̄ axem pyramidis radialis superficie ipsius uisus p̄pendiculariter incidentem, eo q̄ omnis uisio fit per pyramidē uisualē, cuius basis superficies rei uisae per 18. tertij huius, uel ad minus ille angulus est sub illa axe, & sub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum est in 54. tertij huius, est ergo rectilineus, est ergo diuisibilis per 9. primi, & qm̄ maximus angulus, sub quo fit uisio, est quasi rectus, ideo q̄ diametru foraminis unae quae subtenditur illi angulo in centro uisus, est quasi aequalis lateri cubi inscriptibilis sphaerae unae, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphaerae, ut ostendimus in 4. tertij huius, illi autē lateri semper subtendit angulus rectus per ultimā sexti, qm̄ eius corda est quarta circuli. Si ergo uisio fieret ac si lineae radiales in centro unae concurrent, tunc maximus angulus secundū quē fit uisio, esset quasi angulus rectus solidus, ita q̄ pyramis uisualis maxima fieret rectangula, & semidiameter basis illius pyramidis fieret aequalis axi: sit autē uisio ac si lineae concurrant in centro uisus, ut patet per ultimā tertij huius: centrū uero uisus est remotius in profundo q̄ centrū unae per 8. tertij huius: maior ergo angulus secundū quē fit uisio, est minor recto, sed non multū minor, quia illorū centroꝝ sphaerae scilicet unae & oculi, nō est magna distantia, & sit axis maximae pyramidis uisualis maior semidiametro basis eius, sed non multo maior: & hoc patet etiam experimento, qm̄ si aliquis stet in campo plano erectus, & aperiat oculū ut amplius potest, tunc uidebit quasi quartam circuli maioris sphaerae coelestis per zenith capitis transeuntis, & per anguli huius diuisionem fit uisio partium illius, & omniū rerum illis angulis subtenfarū, quousq; perueniat ad angulum minimū, qui si diuideretur, non fieret uisio secundū illum, licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus sit in infinitū diuisibilis, in angulis tñ naturalibus, scdm̄ quorū dispositiōem sit passio operationis sensibilibis, oportet ut sit status in diuisione, quando minus sensibile illo non erit, neque ergo erit uisio sensibilibis secundū illum, sed omnis uisio est sensibilibis, cum sit actio sensitiua, nulla ergo uisio erit secundū angulū minorem illo, non ergo sub quocumque angulo res sensibiles uidentur, & hoc intelligendum est secundum lineas radiales perpendiculariter superficiebus uisuum incidentes non oblique, secundum quas obliquas fit incerta uisio, & confusio formarū rerum uisibilium in uisu, ut ostendimus in 17. tertij huius, patet ergo propositum.

Forma

Forma lineae perpendiculariter superficiei uisus oppositae non uidetur, quonia per ipsam solum fit distinctio punctualis, oppositae uero uisui secundum longitudinem secundum sui formam propriam uidetur.



Est ut uisui, cuius centrum sit d, perpendiculariter incidat linea a b, quae sit aliqua sensibilis, utpote corpus longum insensibile habens latitudinem, ut pilus, qui licet sit columna rotunda, uel laterata, basis tamen eius a uisu percipi non potest, dico qd tale corpus taliter dispositum non uidetur, est enim angulus in centro uisus, cui subtendit basis eius diametri penitus insensibilis, secundum qd non potest fieri uisio per praemissam, in formis tamen alijs uisus fiet per incidentiam formae huiusmodi corporis aliqua distinctio punctualis insensibilis, qm forma puncti illius perpendiculariter incidentis, se formis puncto circumstantium aliarum formarum immiscebit, & cum non sit de genere illorum, necessario aliqua faciet distinctionem, ita, ut illorum corporum formae actus, licet non multum sensibiliter distinguantur, nec ad naturam continuitatis unius lineae pertingunt, opposita uero linea uisui secundum longitudinem siue sit positio directa uel obliqua, semper ipsa secundum sui formam propriam uidebitur, qm tota eius longitudo sub angulo uno, & partes eius sub angulis sensibilibus peruenient ad uisum, ut si linea a b c opponatur uisui d secundum sui longitudinem, & sit distantia conueniens, tunc ipsa tota uidebitur sub angulo a d c, & pars eius a b sub angulo a d b, & pars eius b c sub angulo b d c, & siue sit recta uel curva, uel irregularis, semper aliqua longitudo secundum latitudinem describetur in oculi superficie, secundum qd est in ipsa linea, & per longitudinem sensibilem & latitudinem non sensatam uirtus distinctiua formae lineae iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus quae sunt ut quidam pili, patet ergo propositum.

V.

Superficiei oppositae uisui taliter, ut imaginata protrahi fecit oculum per eius centrum una tantum linea, oppositae uero uisui secundum latitudinem forma propria uidetur.

Opposita enim uisui superficie, quacumque superficie per medium quo proponit formae omnium puncto perpendiculariter incident superficiei uisus, & concurrent in centro, & quonia forma cuiuslibet illorum puncto facit aliquam distinctionem in uisu per praecedentem, & oia illa puncta secundum longitudinem incidentia coniuncta cadunt in quadam linea, patet qd illius superficiei sic dispositae una tamen linea uidetur, opposita uero linea superficiei secundum sui longitudinem uisui forma cuiuslibet suae lineae uidetur secundum sui formam propriam linearis per praecedentem: tota ergo superficies secundum sui formam propriam uidetur, qm semper uidebitur longitudo & latitudo aliqua, siue illa superficies sit plana siue concava, uel conuexa, qd non est differentia in illis quantum ad propositam passionem, patet ergo propositum.

VI.

Corporum uisibus oppositorum solae superficies a solo uisu comprehenduntur.

Quia enim a solo uisu corpora uidentur, secundum qd formae ipsorum uisui se offerunt, & in eius superficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius: formae uero profunditatis corporum uisibus non offeruntur, sed solum ea quibus secundum longum & latum lineae ductae a centro uisus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, haec autem est dispositio superficialis corporum, ergo uisibus oppositorum solae superficies a solo uisu comprehenduntur, & si una sit corporis superficies, siue sit illud corpus sphaericum concavum uel conuexum, una tantum uidebitur superficies, & si plures sint corporis unius superficies, ut in corporibus

ribus

ribus omnium planarum superficierum & columnarum rotundarum, & pyramidum & portionum sphaerarum quacumque, semper non nisi plures superficies uidebuntur, ac si non esset corpus, sed quadam superficies sic extensa, siue corporis medijs inclusione, patet ergo propositum, quia itaq; passio in lineis uisui accedens, descendit in superficierum uisionem, & passio in superficiebus uisui accedens descendit in corporum uisionem, sola uero corpora per se uideantur, quia solum corpora per se sunt entia naturalia sensibilia, & superficies & lineae in illis sunt imaginabilia. Parcendum nobis est, si uisuales passiones corporum proponimus per modum passionum uisualium superficierum uel linearum, quia qd uisibus in lineis accidit, corporum longitudini uel latitudini solum aestimamus accidere, & qd superficierum accidit, corporum longitudini simul cum latitudine necessarium est euenire, unde secundum istos conuenientiam superficierum uel lineis nos posterius utemur.

VII.

Omnium aequalium uisibilium qd a propinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur: qd uero a remotiori, sub minori.

Sint duae magnitudines aequales b c & d e, sitq; centrum uisus a, sitq; b c propinquior uisui a qd ipsa d e, dico qd b c uidetur sub maiori angulo qd d e, ducantur enim lineae a b & a c, & quonia hae lineae concurrunt in puncta a, palam qd non aequedistant per definitionem aequedistantium linearum, sed neq; concurrent in aliquo alio puncto qd in a, quia sic duae rectae lineae superficiei includerent, qd est impossibile, nunq; ergo concurrent alibi qd in puncto a, protrahatur uero ultra puncta b & c, semper ibunt in distantiam, ergo nunq; tangunt lineam d e, nec erit uisio aliquorum punctorum lineae d e secundum illas per 2. tertij huius. Si ergo extrema puncta lineae d e uideri debent, hoc erit secundum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quae sint lineae a d & a e, siue ergo magnitudines b c & d e aequedistant siue non, ducta a puncto d aequedistante & aequali ipsi b c per 3. 1. primi, patet p. 34. primi huius, qm angulus b a c erit maior angulo d a e: lineae ergo a d & a e sunt angulus b a c diuidentes, qd uero angulus partialis d a e est minor totali angulo b a c, patet id qd, pponatur: & similiter demonstradum est, si lineae b c & d e aequalium sit idem terminus, qui est c, uel si sint adinuicem declinantes, tunc enim idem accidit qd prius, totum tamen qd hic proponitur per 108. primi huius perfectius patet, remotioris enim uisui axis pyramidis radialis, est longior axe pyramidis radialis propinquioris uisui, unde anguli solidi in uerticibus illarum pyramidum diuersificantur, patet ergo propositum.

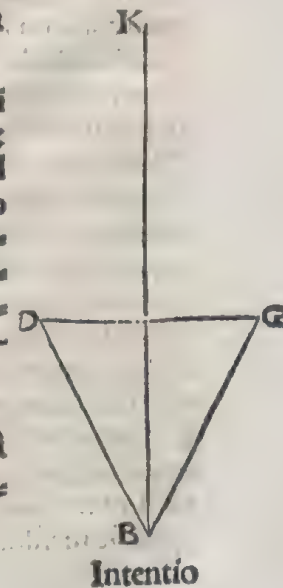
VIII.

Vnumquodq; uisorum longitudinem habet spacij, ultra quod non uidetur.

Sit centrum oculi b, res autem d g sit uisa sub minimo angulo uisui determinato, dico qd illa res quae est g d in ulteriori spacio non uidebitur: sit enim positum g d in spacio ulteriori, in quo sit punctus k, si igitur g d uidetur in puncto k, necesse est per praemissam ipsam sub minori angulo uideri qd sub illo minimo, qui est uisui determinatus: nec enim sub minori angulo uisibile potuit ad uisum multiplicari, angulus enim multiplicationis formarum ad uisum tam diu potest diminui, donec formae punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant punctus unus, nec res uidebitur nisi punctualis, uel nullo modo uidebitur, patet ergo propositum.

IX.

Remotio rei uisae ab ipso uisu non est comprehensibilis a solo sensu uisus, sed auxilio uirtutis animae cognoscitiuae & distinctiuae.



Intentio enim remotionis inter duo corpora est priuatio contactus propter aliquod spacium inter illa duo corpora existens: non comprehenditur ergo remotio per se à visu, sed auxilio uirtutis cognoscitiuæ & distinctiuæ cognoscentis utriusque extremorum corporum & distinguentis inter illa, sit tamē talis comprehensio nō in tempore, sed in instanti, qui escunt enim in anima intentiones sensibiles, per quas cōprehendit remotio, & quia illæ intentiones requieuerūt in aia per tempora longiora, ideo ppter nimiam frequentationē & iterationē formæ illarū pluries in visu factā, nō indiget uirtus distinctiua nouis colationibus tēporalibus apud cōprehensionē illarū intentionū, sed statim cōprehendit remotionē simul cū rei cōprehensione, ppter cognitionem antecedentē; quia enim oculis apertis res opposita uisui statim uidetur, & statim clausis oculis uel re ablata ab oppositione non uidetur, concludit ratio qd illud quod accidit esse in visu apud aliquem certum situm, & non manet post eius ablationem, non est fixum intra uisum, & quoniam forma ipsius per quam uidetur, non est intra uisum, est ergo ab extrinseco à corpore scilicet existente extra uisum, non contingens uisum, est ergo inter uisum & illam rem uisam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, sed statim simul cum simplici aspectu uisionis, quoniam ex frequentia uisionis cum hac argumentatione quiescit in anima uniuersalis ppositio, quā etiā aia nō percipit apud se gescentē, & est qd oīa uisibilia sunt extra uisum, & qd inter quālibet rem uisam & ipsum uisum est remotio, patet ergo ppositum.

Quantitas remotionis cōprehenditur à visu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora ordinata & continuata.

Quantitas remotionis diuersa est ab intentione remotionis in eo qd est remotio, quā intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquorum duorum corporum ppter spacium inter illa duo corpora existens, sed quantitas remotionis est quantitas spacii inter illa duo corpora remota existens: nulla itaq; quantitas remotionis omnium uisibilium comprehenditur per solum sensum uisus etiam cum auxilio uirtutis distinctiuæ, nisi quantitas remotionis illorum uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio est mediocris, tunc enim cum uisus comprehendit corpora ordinata & continuata respicientia remotiones aliquorum corporum, & certificat mensuras illorum corporum, consequenter quoque certificat remotionis mensuram per mensuras illorum corporum & per quantitates spaciorum, quæ sunt inter extremitates eorum: spacium enim qd est inter duas extremitates uisus & corporis respicit remotionē quæ est inter uisum & rem illam uisam. Vnde cū uisus apprehenderit mensuram illius spacii, comprehendit etiā mensuram remotionis rei uisæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo spacio existentia & uere cōprehensa, & cum remotio est mediocris. Dicimus uero corpora ordinata & continuata, quæ sunt in aliqua linea quasi recta disposita, inæquali quasi ab inuicem distantia, ut sunt arbores, montes, uel altæ turres, & similia: per istorum enim numerationem cū ipsorum distantia ab inuicem aliquantulum fuerit nota, & innotescit quantitas remotionis eius qd secundum illam lineam à uisibus est remotio. Mediocris uero remotio est illa, in qua non latet omnino quantitas rei sensibilibus respectu quantitatis totius remotionis: solum itaq; illorum corporum remotio à visu cōprehenditur uera comprehensione, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum corporum & spaciorum ipsa interiacentiū quantitas & mensura à visu potest comprehendere uera comprehensione, & cum remotio est mediocris, unde siue deficiat cōprehensio corporum continuatorum & ordinatorum, siue deficiat mediocritas remotionis, nunquam comprehenditur remotio illorum corporum uera comprehensione, sed solum secundum æstimationem: unde uidens nubes in loco non montuoso, æstimabit nubes ualde propinquas coelo: si autem nubes uideantur super cacumina montium, uel sub illis, tunc sciet uisus, quia nubes sunt propinquæ terræ: cum ergo uisus comprehendit uisibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à visu, tunc uirtus distinctiua cognoscit mensuras remotionis eorum secundum æstimationem, non secundum remotionem.

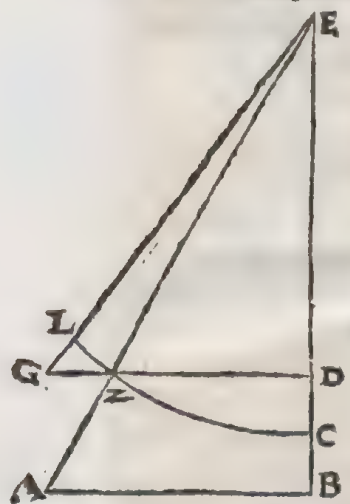
certitudinem, & comparat remotionem earum ad remotionem sibi similiam ex uisibilibus prius comprehensis à visu: quando itaq; uisus comprehendit aliquam rem uisam remotam, statim uirtus distinctiua comprehendit remotionem eius & mensuram remotionis eius secundum qd poterit comprehendere, aut per certitudinem, aut per æstimationem, & statim remotio illius rei habebit in anima mensuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata respicientia remotiones uisibilium, sunt ut plurimum partes terræ & uisibilia assueta, quæ semper uel frequentius comprehendunt à visu, ut qd sunt super terræ superficiem, & corpus terræ interiacet illa corpora, sicut etiam interiacet illa & corpus hominis aspicientis: corpus autem terræ interiacens illa corpora, mensurat à visu p numerum pedum, quoniam pes est minima mensura consueta hominibus ad mensurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas mensurant partes terræ remotæ per uiam distinctiuam animæ, propter frequentationē comprehensionis: similiter partium illi parti terræ, quæ partium mensura quiescit in anima, ita, qd etiam anima nō percipit illarum partium quietem apud se ipsam, peruenit autem hæc mensura ad animam, quoniam quantitas spaciarum quæ sunt apud pedes hominum cōprehendunt à visu, mensurant enim etiam sine intentione per pedes hominum, quoniam frequenter ambulant super illa spacia, sicut etiam mensurantur per extensiones brachiorum, & uirtus distinctiua cōprehendit istam ueram mensurationē, & certificat ex ea quantitates partium continuatarum cū corpore hominis uidentis: & hoc quiescens in anima est principium mensurationis omnium remotionum secundum æstimationem: cū enim uisus cōprehendit super quantitatē partium terræ sibi uicinarum, remanet apud animam etiam quantitas linearum protensarum ab extremitatibus illarum partium terræ ad uisum, & quantitas partis superficiei membri sentientis, ad quā peruenit forma illarum partium terræ, & per consequens quantitates angulorum peruenientium in centro uisus, quos respiciunt illæ partes superficiei uisus per ultimam terræ huius: unde si homo erectus aspexerit terram quæ est ante pedes eius, tunc longitudo linearum radialium erit quantitas linearum erectionis, & superducta superiori palpebra uisus, erit quasi indiuisibilis, sicut angulus contingens, ille angulus secundum quē fit uisio, & cū aspexerit ulterius, augmentantur linearum radiales per penultimam primæ, & eleuata superiori palpebra, augebitur angulus, ita ut cum quantitas spacii uisus ad quantitatem semidiametri mundi accesserit, & quantitas anguli peruenit quasi ad rectum angulum, quoniam illi angulo subtendetur quarta circuli magni ipsius sphaeræ celestis uisæ. Cum itaq; hæc intentiones linearum & angulorum in anima quieuerint, sunt principia comprehensionis quantitatū remotionum quarūcunque, quoniam æquales linearum radiales & anguli æstimaunt partibus æqualibus correspondere, & utimur ipsius uidentis præter intentionē compositionis, & coadiuuat in hoc quantitates angulorum & augmentatio ipsorum in longiori quantitate respectu breuioris: & similiter est in pportione linearum longitudinis radialium quā per se sentit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, ppendens qd omne totum est maius sua parte, hoc itaq; modo comprehendit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ quantitatē remotionis rerum uisarum secundum lineas distantiarum suarum ab inuicem & à visu, sicut etiam uisus quicquid per uirtutē distinctiuā cōprehendit quantitates altitudinum aliquorum corporum eleuatorum super superficiē terræ, sicut turrium, parietum & montium, maxime cū remotio fuerit mediocris, uel etiā altitudo. Cū autem remotio uel altitudo fuerit maxima, tunc partes paruæ, qd sunt in ultimo spacio, nō cōprehenduntur à visu, nec distinguuntur per uirtutē distinctiuā, quoniam parua quantitas in remotione maxima latet uisum, nō enim facit angulum sensibilem apud centrum uisus, ppter qd quantitas illorum nō certificatur per 3. huius. Nihil itaq; ex quantitatibus remotionum uisibilium certificatur, nisi per corpora ordinata & continuata mediocris distantia ab inuicem & æqualis, nulla quoque remotio potest certificari, nisi cum uisus assimilat remotionē rei uisæ remotioni sibi simili ex remotionibus assuetis & notis: remotio uero mediocris, cuius quantitas certificatur à visu, est remotio apud cuius ultimum non latet uisum pars habens proportionem sensibilem ad totam remotionem, & cum uidens scit quantitatem anguli secundum quā uidet remotionem certam cognitam sibi, tunc secundum excessum uel diminutionem, uel æqualitatem, aut illum angulum notum uirtus distinctiua iudicat, remotiones

ignotas accipiendo secundū quantitātē angulī & quantitātē ipsius remotionis, & etiā certificat remotiō per motū uisus super corpus respiciens remotiones extremas alicuius superficiē aut spacij generaliter, aut forma rei uisæ cū forma remotionis rei uisæ, cuius remotiō est mediocris, & respiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt cōmuniter in imaginatiōe simul apud intuitiōem rei uisæ, & uirtus distinctiua illā dījū dicat modo dicto, patet ergo propositum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali distantia uisis, maior est propor-
tio distantiae maioris ad minorem, q̃ maioris anguli, sub quo fit uisio, ad
minorem.

Sint exempli causa datae duae aequales & aequedistantes magnitudines, quae a b & g



d, sitq; centrum uisus punctum e, & sit g d propinquior uisui, a b uero remotior, sitq; illarum magnitudinum una remota ab altera, & utraq; ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione, statuanturq; taliter, ut puncta b & d, quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum, sint in uno axe pyramidis uisualis, & secundum illum axem formæ illorum punctorū perueniant ad uisum: cum itaq; puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent, palam q; oportet puncta a & g secundum diuersas lineas quæ a e & g e ad uisum peruenire, & quoniam ut patet per 7. huius magnitudo a b, quæ est remotior à uisu sub minori angulo, patet q; linea e a secat angulū g e d, ergo per 29. primī huius ipsa secabit basem g d, sitq; punctus, in q̄ linea a e interfecat lineā g d, pūctus z, centro existente puncto e, fiat arcus circuli ad quantitatē semidiametri e z, qui necessārio secabit lineas e g & e b, cum lineā e z, quæ est semidiameter, sit minor illis ambabus lineis, lineā .f. e b

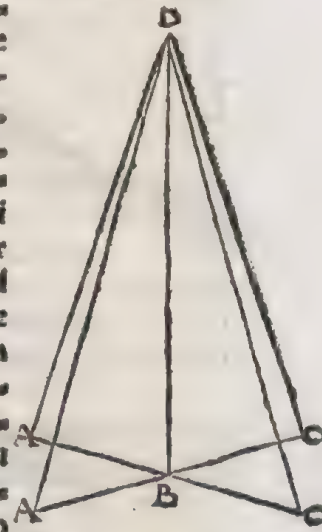
ex hypothesi, & linea e g per 21. primi, secet ergo linea e g in puncto l, & lineam e b in puncto c, sitq; ille arcus i z t, quia itaq; trigonū e g z est maius sectorē e z i, & trigonū e z d minus sectorē e z t, ergo per 9. primi huius trigonū e z g maiorem habet proportionem ad trigonū e z d, q̄ sector e z i ad sectorem e z t, ergo per 11. primi huius erit coniunctim maior proportio trigonū e g d ad trigonum e z d, q̄ sectoris e i t ad sectorem e z t. Sed proportio e g d trigonū ad e z d trigonum per primam sexti est sicut proportio lineæ g d ad lineam d z, sed linea d g est æqualis lineæ a b ex hypothesi, ergo per 7. quinti lineam g d & a b ad lineam d z est eadem proportio, & quoniam per 29. primi, & ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula, quia ambobus ipsis angulus a e b est communis, est ergo per 4. sexti proportio lineæ a b ad lineam d z, sicut lineæ b e ad lineam e d, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior q̄ proportio sectoris e i t ad sectorem e z t; sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t, ita se habet arcus i t ad arcum z t, q̄ patet per primam sexti, & nos hoc declarauimus in 35. primi huius: est autem proportio arcus i t ad arcum z t, sicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam sexti, est ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e, q̄ anguli i e t ad angulum z e t, palam ergo q̄ maior est proportio distantie maioris ad distantiam minorem, q̄ anguli maioris sub quo fit usio ad angulum minorem, & hoc proponebatur. Illud enim q̄ in æquedistantibus magnitudinibus declaratum est, in non æquedistantibus amplius patet, quoniam tunc usionis anguli minuuntur, ut ostendimus in 7. huius, patet ergo propositum.

XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiæ rei uisæ à centro uisus directionis, comprehensionis uisusæ est causa, sicut inæqualitas eadem eorundem est causa obliqvationis.

Aequa¹

Aequalitas enim remotiōis extremorū linearū uel superficiali rei uisæ causat æqualita-
tem angularum ipsorum axium remotiōem illi linearū uel superficiali incidentium secun-
dum media ipsorum puncta, ut si linearū a b c extrema quæ sunt a & c, æqualiter distant à
cētro uisus, qd est d, & ducatur axis radialis quæ d b, & linearū radiales quæ d a & d c, tūc
patet ex hypothēsi, & per 8. primi, quoniam angulus d b a & d b c, sunt æquales. Si uero
extrema puncta quæ sunt a & c, inæqualiter distant à centro d, tunc linearū d a & d c, sūt
inæquales, & similiter anguli d b a & d b c, fiunt inæquales & fit uisio obliqua. Si itaq; li-
nea uel superficies rei uisæ fuerit directe opposita uisui, sentiet uisus directionē eius ex
sensu æqualitatis remotiōum suarum partium ab axe uisuali perpendiculariter illi
linearū uel superficiali incidente, quoniam tunc per diffinitionem linearū uel superficiali di-
recte uisibus oppositæ, & per 38. 3. huius patet, quoniam ambo axes ra-
diales cōtinēt hinc & inde angulos æquales, & si superficies rei uisæ fue-
rit obliqua, tunc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualita-
tis quantitātū remotiōum extremorū eius, & etiam angularum eius,
& sic incipit latere quantitas magnitudinis, eius uirtutem distinctiua,
quā uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotiōū dia-
metrorū extremorū illius obliqui spaciū obliquationē pyramidis conti-
nētis ipsum, quasi sentit diminutionē magnitudinis basis eius, ppter
obliquationē, & nō cōuenit secūdū assimulationē quantitas magnitudi-
nis obliqui uisui oppositi quantitati magnitudinis directe uisui oppositæ
nisi tūc qñ cōparatio fuerit ad angulū solum, sed si fiat cōparatio ad an-
gulū & ad lōgitudines linearū radialium intersecantiū uisum & extre-
ma rei uisæ, tunc nullū erit dubiū in diuersitate quantitatum magnitu-
dinis hinc inde; remotissima enim remotiōum mediocrium respectu
rei uisæ per obliquationem, est minor remotissima remotiōū medio-
crum respectu illius eiusdem rei uisæ per directionem. Remotio uero
mediocris respectu rei uisæ est in qua non latet uisum pars rei uisæ pro
portionē habens sensibilē ad totam rem uisam, tota itaq; res obliquata uisui latet in re-
mōtione minori sub illa remotiōe in qua latet illa res uisā in directionē, & diminuitur
quātitas eius in remotiōe minori illa remotiōe in qua minuitur quantitas eius qñ fue-
rit directe uisui opposita, patet ergo propositum.



XIII.

Horizon uidetur quasi piferiæ terræ cohærere, distantiae tamē maioris
apparet quàm tenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem, qui est circulus terminator uisus ad coeli cōcauam superficiem, & inter extremā terræ periferiā, quæ est ultima pars terræ uisibilis, non cōprehenditur aliquod spaciū sensibile per uisum, non potest uisus illorum certā remotionem ad inuicem discernere, quoniam ut patet per 10. huius, quātitas remotionis tū solum comprehenditur à uisui auxilio uirtutis distinctiue, cum remotio respicit corpora continuata & ordinata, & quia inter periferiam terræ & concauum coeli non sunt huius corpora, uidetur ergo horizon quasi periferiæ terræ coherere. Distantia uero periferiæ horizōtis à suo centro quod est centrum uisus, apparet sensibilibiter maior quā distantia cenith capitis uidentis qui est polus horizōtis. Quia licet secundum diuersitatē illā, quantitas distantiae aut eadem sit aut insensibilibiter maior, propter quod quasi in omnibus astronomicis considerationibus quæ per uisum fiunt, centrum uisus ponitur centrū mundi, apparet tñ sensibilibiter maior uisui uirtute etiā distinctiua sic iudicante, quod accidit propter latitudinem spaciū superficiē terræ quod sentit inter uisum & horizōta, cū inter cenith capitis & terram nihil percipiatur: quod enim ex corporum mediōrum sensibili distantia quantitas remotionis cognoscitur per 10. huius, necesse est ubi maior quātitas interiorē uidetur, maior distantia iudicetur, multo ergo maior uidetur distantia periferiæ horizōntis quā distantia cenith capitis uidētis, & similiter est de qualibet parte aliā coeli uisa, ppter hoc qđ uisus in medio terræ latitudinē cōprehendit, patet ergo ppositum.

Locus

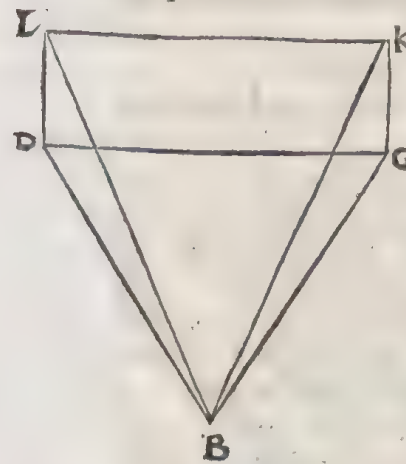
Locus rei uisae comprehenditur à uisu ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis distinctiuae.

Quia enim intentio remotionis non est ipsa quantitas remotionis, intentio enim remotionis est priuatio contactus duorum corporum, & ex cōsequenti cōprehensio cuiusdam situs rerum ab inuicem remotarum; comprehensio uero quantitatē remotionis est cōprehensio quantitatē uel magnitudinis spaciū illa corpora interiacentis, palam ergo quod comprehensio loci rei uisae non est comprehensio remotionis eius. Consistit autem comprehensio loci rei uisae ex cōprehensione lucis & coloris rei & intentionis rei & partis uniuersi, in qua est res illa uisa respectu uidentis, & ex cōprehensione quantitatē remotionis, quando omnia haec simul cōprehenduntur per uiam cognitionis, & etiā quia ut patet p. 17. tertij huius, uisio distincta fit ex peruectū formae secundū lineas perpendiculares super superficiē oculi incidentiū ad ipsum uisum; cū ergo uisus senferit formā sic aduenientē, aestimabit uirtus distinctiua rem uisam esse apud extremitatem illius lineae, & secundū directionem illius lineae comprehendet locū rei uisae: locus ergo rei uisae comprehenditur à sentiente ex comprehensioe situs rei uisae apud uisionem per directionem lineae radialis ab illo loco ad uisum; cū itaq; forma rei uisae peruenit ad uisum, tunc sentiet uisus partē membri sentientis ad quā peruenit illa forma, & uirtus distinctiua cōprehendet statim locū rei uisae per directionem lineae radialis ab illo loco, & quoniam intentio remotionis est quiescens in anima ipsa, ergo cōprehendet locum & remotionē insimul in comprehensione formae ab ipso uisu, patet ergo propositum.

XV.

Aequalium uisibilium inaequaliter à uisu distantium aequali intuitu uisum propinquioris certior est uisio.

Sit centrū uisus b, sintq; duo uisibilia g d & k l, inaequaliter distantia à centro uisus b quae nunc exempli causa ponantur aequedistantia inter se, quoniam si sint se contingētia uel secantia, patet qd ipsa in puncto contactus uel sectionis aequaliter distant à puncto b, de alijs uero ipso punctis eadē est demonstratio quae de ipsis aequedistantibus ipso rum partibus uariatis secundum approximationem uel remotionem à uisu quantum ad



modum certitudinis uisionis: ponatur itaq; g d & k l, aequedistantia & sint g d propinquius uisui, perueniantq; ad uisum formae punctuū terminaliū per lineas d b, g b, i. b, l b, sintq; trigoni b g d & b k l, ducanturq; lineae l d & k g, quae per 33. primi, erunt aequedistantes & aequales, forma itaq; puncti l, multiplicans se ad uisum b, non transibit ad punctū d, neq; forma puncti k ad punctum g, qm si sic, esset linea k g b, linea una, & linea l d b linea una, ergo lineae k g & l d concurrent in puncto b, quae sunt aequedistantes, hoc autem impossibile, sed neq; fient formarum punctuū k & l, multiplicationes ad uisum b, extra aliquod punctum lineae g d, quia tunc cum in trigono l k b, cadat linea d g aequedistanter lineae k l, palam per secundam 6. quoniam erit linea g d minor quā linea k l, posita autem est aequalis illi, palam ergo quoniam lineae k b & l b, pertransiunt aliqua puncta lineae g d, erit ergo aliqua pars lineae

g d, intra pyramidem uisionis quae b k l, sub quoq; ergo angulo uidetur k l, sub eodē uidetur & aliquid ipsius g d, & non econuerso, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel p. 7. huius, angulus g d b est maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uisionis applicatur ipsi k l, applicatur etiam ipsi g d, & non econuerso, fortius autem patet illud per 108. primi huius, sub pluribus ergo uisibus & angulis uidetur g d quā k l, ergo perspicacius uidetur per suppositionē praemissam in principio libri huius, ipsius ergo certior est uisio, & hoc est propositum.

Visioni

Visioni uirtutis distinctiuae error accidit in remotionis uisione ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.

Accidit enim uirtuti distinctiuae in uisione remotionis ex intemperata lucis dispositione error in remotione rerum uisarum: existente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, si fiat hominum uel aliarum rerum talis dispositio, ut unus post alium sit positus, tunc de nocte uel in crepusculis, & maxime uno uisito adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliae sibi quasi coherere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur distantia inter illa, & si illi homines ad eandē partem moueantur aequali motu, semper simul moueri putabuntur, & non pendetur distantia inter illa, sed uidebuntur quasi res una. Similiter etiam ex nimia distantia uirtuti distinctiuae accidit error in rerum uisarum remotione ab inuicem, tamē si quis arbores ualde remotas inspexerit, licet illi plurimū distent inter se, uidebunt tamen quasi coniunctae uel quasi propinquae ad inuicē, & ita stellae coeli aliquae reputantur quasi coniunctae, licet plurimū à se distent in ueritate, propter egressum etiam distantiae à temperantia stellae uagantes aestimantur fore in eadem superficie cum stellis fixis licet plurimum distent ab illis. Ex intemperata dispositione etiam situs in oppositione rei uisibilis ad uisum error accidit in remotionis uisione, ut si uideatur duo corpora, quorum unum sit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem posterioris & alia pars emineat, nec inter ea sunt aliqua corpora uisa, & sic remotio temperata nō multum certa tunc non plene aestimabitur mensura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uisus ipsa esse sibi ualde propinqua, & est hic error ex sola situs oppositionis in temperantia, quoniam si unum non occultaret partem alterius, sed utrunq; totum exponeretur uisui, ita ut esset sensibilis diuersitas inter illa, tunc discerneretur distantia unius ab alio, & ita patet quod ille error est propter intemperantiam situs, quoniam solo sito ad temperantiam reducto nō accideret error talis. Ex intemperantia etiam dispositionis quantitatē error accidit in uisione remotionis, unde si sint duo corpora aequaliter à uisu distantia secundum temperatam remotionem non multū certam, quorū unū sit longe maius alio, aestimabitur maius propinquius uisui, quia certius uidebitur, & sic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam aequae remotorum unum uideatur remotius altero. Ex intemperata quoq; soliditate corporū accidit error uisui in remotionis uisione, si enim corpus fuerit ualde rarum minime soliditatis, sicut est cristallus pura, & sit retro ipsum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur cristallus, sed quasi non esset inter media comprehenditur corpus per ipsam, & accidit error in comprehensione cristalli propter remotionem cristalli à uisu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uisui remotionis uisione, si enim fuerit aer nubilosus, sicut accidit plerūq; in crepusculis, tunc res aliqua ut turris opposita uisui in longitudine temperata aestimabitur à uisui plus elongata quā sit secundū ueritatem, quia enim tunc propter densitatem aeris nō comprehenditur quantitas terrae interiacens uisum & rem uisam, per quam accipitur mensura elongationis turris, sitq; erroris causa ex ipsa intemperantia diafonitatis aeris. Ex intemperantia etiā tēporis sit error uisui in remotione, si enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta, qd statim uisui subiapiatur, tunc uirtus distinctiua non poterit plene discernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quā fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tēpore non percipitur à uidente quantitas terrae interiacens turrem & aliam rem uisam, secundum quā per 10. huius, perpenditur mensura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uisualis quantitatem terrae inter mediam per diligentem intuitum transcurrere, unde illam nō plene comprehendit; & sic ex breuitate tēporis sit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit uisui in remotione, si enim opponatur uisui duo corpora, quorum unum quod est remotius à uisu sit coloris fortis, & alterum quod est propinquius sit coloris debilis, tunc debilitas uisus incertam faciet collationē, & quia apud fortes

fortes uisus expertum est, & patet per precedentem, quod corpus uisui propinquius est maioris certitudinis. Aestimabit uisus debilis illud quod est certius esse propinquius, & sic quia fortior color à uisui debili melius percipitur, iudicabit uisibile fortiori colore coloratum propinquius sibi, licet sit remotius secundum ueritatem; & sic fit error in remotione ex uisus debilitate, & etiā quia ab oculis grossa humiditate infectis fit reflexio formarum, sicut etiam à speculis cum ab uno uisui non facta reflexio peruenit ad alterum, propter grossitudinē aëris extrinsecam uidebit uisus debilis formam sibi propinquam, quæ est forma rei remotæ scilicet. Sic ergo uisioni uirtutis distinctiuæ error accidit in remotione ex immoderata dispositione circumstantiarum quarumlibet rei uisæ, quæ sunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentū percurrimus his exemplis & experimentationibus per se notis, patet itaq; propositum.

XVII.

Magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei & anguli solidi qui fit in centro uisus.

Pars enim superficiei uisus ad quam peruenit forma rei uisæ per angulum uirtutis pyramidis radialis, secundum quam per 18. 3. huius, fit rei obiectæ uisio, quod est apud centrum uisus semper mensuratur, quamuis uirtus sensitua comprehendat quantitatem illius anguli ex comprehensione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ, ut patet per ultimam 3. huius, proprie tamen angulus est per se causa mensurationis illius superficiei: est enim semper proportio illius partis superficiei oculi ad totam sphericam superficiem oculi, sicut illius anguli ad octo angulos rectos solidos per 87. primi huius, cum enim pyramidis radialis basis semper sit in superficie rei uisæ per 18. tertij huius, secatur tamē ipsa pyramis quasi æquedistanter suæ basi per superficiem ipsius uisus, & sic unus angulus fit ambabus pyramidibus cōmunis, radiali uidelicet totali & eius partē resectæ per ipsam superficiem oculi. Magnitudo itaq; partis superficiei uisus, ad quā peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem superficiei uisus, sunt ambo radix comprehensionis magnitudinis rei uisæ: quamuis autē & hic angulus & hæc pars superficiei uisus diuersificentur secundum diuersitatem remotionis: quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur p. 106. primi huius, quia pyramis radialis fit strictior, & quasi una pyramidū radialium, quæ est rei uisæ remotioris, inscribitur pyramidi radiali quæ est rei uisæ propinquioris: angulus ergo in centro uisus fit acutior, & pars superficiei uisus cor respondens illi angulo fit minor, & quāto plus a proxima res uisui, tanto plus ampliā magnitudo: semper tñ magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis præmissæ superficiei uisus, & anguli illius solidi qui sit in centro uisus, patet ergo propositū.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehendæ à visu secundum oppositionem sunt
quantitates superficierum uisibilium & partium illarum superficierum, nec
non suorum terminorum & spaciolorum inter uisibilia distinctorum.

Quantitas enim totius corporis rei uisus non comprehenditur à uisu, quoniam uisus non comprehendit totam superficiem corporis, sed solum illud quod sibi opponitur ex superficie corporis aut ex superficiibus eius, quamuis corpus sit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem superficiei uisus duci possunt lineæ rectæ per secundam 3. huius; sic ergo uisus comprehendit solam rei superficiem, & si uisus cōprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, sed tantum figuram corporeitatis: quod si fortasse corpus fuerit motum aut uisus motus, ita quod uisus comprehendit totam corporis superficiem, tūc uisus distinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uisa sit apud uisionem, & similiter est de partibus corporis; quantitates ergo quas uisus comprehendit per oppositionem, nō sunt nisi quantitates superficialium & linearum terminantiū illas superficies uel ipsas mensurantiū

menſurantium ſecundum longum uel ſecundum latum, & quoniam comprehenſis diuerſorum corporum ſuperficiebus diuerſis & iplarum terminis, neceſſario comprehenditur diſtantiã inter illa corpora per comprehenſiones partium ſuperficieĩ uĩſus non, coloratarum colore uĩſorum corporum, ſed interiacentium partes ſuperficieĩ uĩſus coloratas coloribus illorum corporum, nec ſunt plures magnitudines quæ uĩſu comprehendantur, patet ergo propoſitum.

XIX.

Omnia uisa sub eodem angulo, quorum distantia ab inuicem non perpenditur æqualia uidentur.

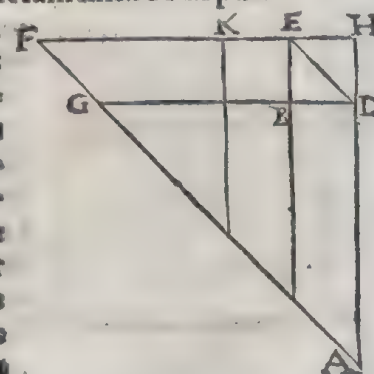
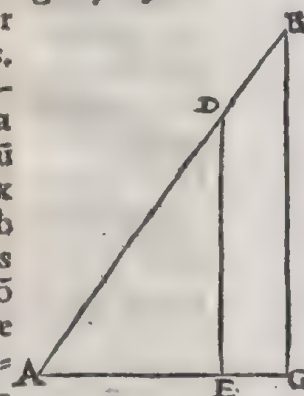
Sit uisus centrum punctum a, & sit res uisa linea b g, sintq; lineæ secundum quas puncta g & b, perueniunt ad uisum g a & b a, uidet itaq; linea b g sub angulo g a b, sitq; alia res quæ est d e cadens inter easdem lineas g a & b a, ita ut ipsa uideatur sub eodem angulo g a b, dico quod lineæ g b & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uisu, quia enim uisus a, comprehendit duo puncta d & b, super lineam unam quæ est a b, & duo puncta e & g super lineam unam quod est a g, non ergo uidet aliquem terminum alicuius duarum quantitarum b g & d e, egredi ab alia, sed uidet fines extremitatum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, esse aliquam, apparet uisui punctus d super punctum b, & punctus e super punctum g, eorum uero quorum alterum alteri suppositione non excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa sunt ad inuicē æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g, uidet̃ æquales, qm̃ secundū iudiciū uisus una ipsarum aliam cooperit, neq; extremitates unius superant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliquid lucidius, ut cum luna lucet de sub nubibus, uel in horis crepuscularibus, si accidet hominem uel aliud aliquid cum alta arborē uel turri sub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alia forte altitudinis ipsius arboris uel turris, & sit propter hoc multa deceptio in uisu, patet itaq; propositum.

XX.

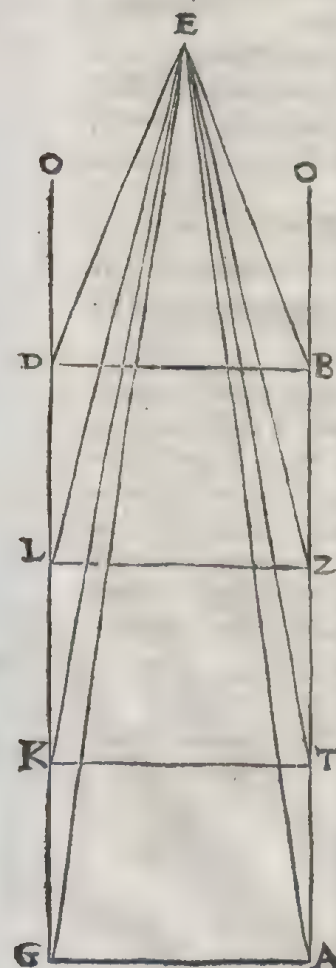
Omne quod sub maiori angulo uidetur, maius uidet, & qd' sub minori minus: ex quo patet qd' idē sub maiori angulo uisum apparere maius se ipso sub minori angulo uiso, & uniuersaliter secundum proportionem anguli fit pportio quantitatis rei directę uel sub eadem obliquitate uisę.

Esto centrum uisus in puncto a, & sit res quæ f e uisa sub angulo fa e, productis quoque
 lineis a f & a e, producaturs inter ipsas lineas g b æquedistanter lineæ f e, uidebitur er-
 go lineæ g b sub angulo f a e, quam forte accidet uideri esse æqualem lineæ f e, per præ-
 missam, ut si lineas g f & b e, non contingat uideri, sed uisus lineis g f & b e, uidetur mi-
 nor, quia est secundum ueritatem per 4. sexti, lineæ g b minor quam sit lineæ f e, cū lineæ
 a g sit minor quam lineæ a f, ex hypothesi: ducatur itaq; à puncto e lineæ æquedistans li-
 neæ a g per 31. primi, quæ fecit protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. pri-
 mi, lineæ g d æqualis lineæ f e, ducatur itaq; lineæ a d, secans protractam lineæ e f in pun-
 cto h, eritq; lineæ h f maior quam lineæ e f, & angulus f a h est ma-
 ior angulo fa e, per 29. primi huius, & quoniam angulus fa e est
 pars anguli f a h, lineæ uero f h uidetur maior quam lineæ e f, & li-
 neæ d g uidetur maior quam lineæ b g, quia uisus partē à toto di-
 uicat, & ergo sub minori angulo uidetur, minus uidet, sed & quā-
 doq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut po-
 test uideri lineæ e f minor quam lineæ g d, quæ est æqualis lineæ
 f e, ut patet ex præmissis: quod ergo sub maiori angulo uidetur
 maius uidetur, & quod uidetur sub minori, uidetur minus: conus
 itaq; pyramidis uisualis qui est fa e, secundum quā uidetur res
 remotior, quæ est f e, minor & acutior est quam conus pyramidis

* gad, &



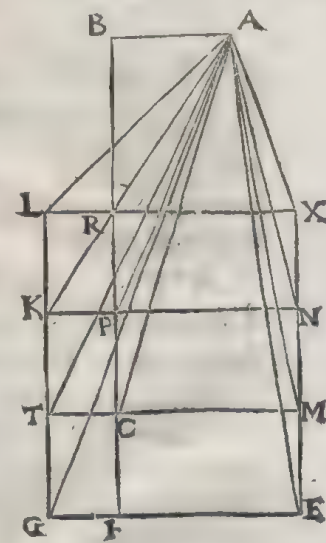
g a d, & quoniam superficies oculi secat ambas istas pyramides, cum ipsarum ambarum conus sit quasi in cetro oculi per 19. tertij huius, necesse est ergo basem pyramidis abscisae a pyramide f a e minorem esse base pyramidis abscisae a totali pyramide g a d, per 109. primi huius, cum illae duae abscisae pyramides aequalis sint altitudinis, quoniam linea producta a centro foraminis girationis nerui concaui ad superficiem oculi extrinsecam, est axis ambarum illarum pyramidum abscisarum, pars ergo superficiei uisus ibi figurata per formam rei uisae quae est g d, est maior quam pars eiusdem superficiei figurata per formam rei quae est f e, uidetur ergo linea g d maior quam linea f e, & quoniam secundum quantitatem illarum partium superficiei ipsius uisus uirtus sensitiua comprehendet angulum quem lineae radiales continent in centro per ultimam, huius, patet quod rei quae uidetur maior, correspondet angulus maior, & rei quae uidetur minor correspondet angulus minor, quoniam secundum quod forma rei uisae recipitur in superficie organi uisui, secundum hoc accipitur quantitas anguli sub quo fit uisus, & secundum hoc idem etiam fit iudicium quantitatis rei uisae: omnis ergo res sub maiori angulo uisa maior uidetur se ipsa uisa sub angulo minori, & uniuersaliter in rebus directe uisis secundum excrementum anguli fit excrementum quantitatis rei uisae, unde sub duplo angulo uisum duplum uidetur, & sub triplo tripulum, & sic secundum proportionem neruorum. In oblique tamen uisis, uel in his quorum unum uidetur directe, & aliud oblique, non sic. Si enim trigonum a e f sit orthogonum, ita ut eius angulus a e f sit rectus, diuidaturque angulus f a e per aequalia, producta linea a k, secante lineam f e in puncto k, non propter hoc diuidetur linea e f per aequalia in puncto k, quoniam ut patet per 35. primi huius, minor est proportio anguli f a k ad angulum k a e, quam lineae f k ad lineam k e, & sic secundum proportionem anguli ad angulum, non semper fit proportio quantitatis uisae ad quantitatem uisam, neque enim talia uisa secundum eandem uidentur dispositionem & situ respectu ipsius uisus. In conformibus autem uisibilibus secundum distantiam & situm & alia accidentia quae requiruntur ad conditionem & circumstantiam uidendi, quae patent per primam huius, semper secundum proportionem anguli uidetur proportionem quantitatem rei uisae, unde etiam illud quod sub minimo angulo uidetur, minimum uidetur, & quod sub nullo uel insensibili angulo peruenit ad uisum superficiem, nullo modo uidetur, ut patet per 19. primi huius, patet ergo propositum. XXI.



Parallelae lineae secundum remotiores a uisus partes quasi concurrere uidentur, nunquam tamen uidebuntur concurrentes.

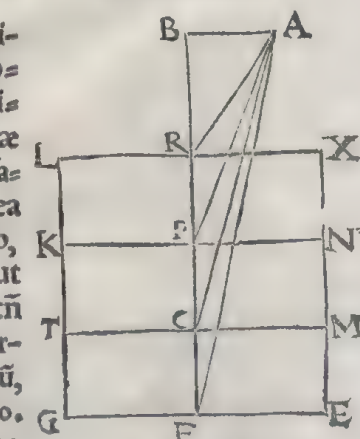
Vniuersale est quod proponitur uisui quocumque modo se habente ad illas lineas parallelas, siue enim uisus sit in illarum superficie siue supra illam siue sub illa, semper eadem passio uisui accidit, sit ergo primo uisus in illa superficie, & sint duae parallelae lineae a b & g d, haec ergo per primam 3. huius, necessario erunt in eadem superficie, sit ergo in ipsarum superficie uisus qui sit e, uel ppe illam, dico quod superficiei interiacentis lineas a b & g d, inaequalis apparebit latitudo, & quod pars sui propinquior uisui apparebit latior quam pars eius a uisui remotior, & ita lineae a b & g d, quasi concurrere uidebuntur: signetur enim puncta aequedistanter, & similiter in lineis a b & g d, quae sint in linea a b puncta z & t, & in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniungant illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z b, t k, a g, quae omnes erunt aequedistantes ex hypothesi, & per 33. primi, & producantur lineae e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & quoniam ergo angulus b e d maior est angulo z e l, sicut totum parte, quod patet per 34. primi huius, palam per praemissam, quia maior uidebitur linea b d quam linea z l, & eodem modo maior uidebitur linea z l quam linea t k, maiorque uidetur linea t k quam linea a g, et quia sic diminuantur in uisu lineae latitudinis, palam quod superficies interiacens lineas minor uidetur.

uidebitur, lineae ergo a b & g d quasi concurrere uidebuntur, nunquam tamen uidebuntur concurrere, quia semper lineae latitudinis sub aliquo angulo uidentur, cui in termino uisionis subtenditur basis cuiuscumque fuerit paruitatis, nunquam ergo uidebuntur concurrentes, si nota uisui quae sit a, parallelae subiaceant, quae sint lineae l g & x e, ita quod uisus sit erectus super superficie horizontis, & lineae illae sint in superficie ipsius horizontis, adhuc illae lineae secundum remotiores a uisui partes quasi concurrere uidebuntur, dimittatur enim a uisui a, perpendicularis super superficie horizontis per 11. undecimam, quae sit a b, sintque ut prius lineae h e, k n, t m, parallelae, dico quoniam adhuc inaequalis latitudinis apparet superficies interiacens lineas l g & x e, & partes linearum remotiores a uisui quasi concurrere uidentur, ducatur enim linea a puncto b, perpendiculariter super lineam x l quae sint b r, eruntque lineae b r & l x, in eadem superficie per secundam 11. & producatu lineae b r super lineam g e in punctum f, seceturque linea k n in puncto p, & linea m in puncto t, & ducatur linea l a, k a, c a, x a, n a, m a, similiter ducantur lineae a r, a p, a t, quoniam itaque angulus a b r, est rectus, palamque superficies a b c, erecta est super superficie l x, e g, & earum communis sectio est linea b f, per 19. primi huius, quoniam illa linea b f, est in ambabus illis superficiebus, quia ergo linea a r, pertracta est in superficie a b c, & similiter lineae a p & a t, palam per definitionem, quoniam anguli a r x & a p u & a c m, sunt recti, & ita illi trigoni qui sunt a b r, & a b p, & a b c, sunt orthogoni, si linea p n est aequalis lineae r x, ex hypothesi, & per 34. primi, quia uero angulus a b r est rectus, erit angulus a r b acutus per 32. ergo per 13. primi angulus a r p est obtusus, linea ergo a p maior est quam linea a r per 19. primi, angulus ergo r a x, per 34. primi huius, maior est angulo p a n, maior ergo uidetur linea r x quam linea p n, per praemissam, similiterque maior uidetur linea l r quam linea k p, quoniam eadem est demonstratio, est enim linea l r aequalis lineae k p, per principium: Si ab aequalibus etc. tota ergo linea l x uidebitur maior quam tota linea k n, eodemque modo tota linea k n uidebitur maior quam tota linea t m superficiei, ergo l x g e, partes remotiores uisui uidebuntur strictiores, lineae ergo l g & x e, uidebuntur quasi concurrere, non tamen uidebuntur unquam concurrentes, quia semper sub angulo aliquo uidebuntur, & eodem penitus modo demonstrandum si lineae parallelae uisae sint uisui superiores, ut si uisui inferius existente lineae ipsae parallelae sint in aliqua superficie super uisum, ut accidit in tectis domorum, & similibus uisui existente inferius, patet ergo propositum. XXII.



Lineis pluribus aequaliter ab inuicem aequedistantibus obiectis uisui distantia remotiorum minor uisui apparet.

Esto ut in praemissa uisus, cuius centrum sit a, erectus in aere secundum erectionem uidentis, in superficie quoque horizontis subiaceant uisui lineae aequales & aequedistantes, & secundum aequalem distantiam ab inuicem distantes, quae sint l x, k n, t m, g e, hoc ordine positae ut linea b e sit uisui propinquior, aliae uero suae nominationis ordine sint remotiores a uisui, dico quod linearum k n & t m, distantia minor uidetur quam linearum l x & k n, cum enim istae lineae sint aequales & aequedistantes, quae sunt l x, k n, & t m, copulatis ipsarum terminis per lineas l g & x e, erit per 30. & per 33. primi, linea l g aequalis lineae x e, & ducatur ut in proxima praecedente linea a b, perpendicularis super superficie l x, g e, & facta demonstratione ut in illa, sequatur angulum r a p esse maiorem angulo p a c, facilius tamen patet hoc per 35. primi huius, quoniam in trigono orthogonio a b f, partes aequales sunt abscisae ab uno laterum rectum angulum continentium, quae r p & p c, & e f, est ergo angulus r a p maior angulo p a c, per 10. quinti, linea ergo r p per 20. huius, uidebitur maior quam linea p c, et linea p t maior quam linea e f, Remotior ergo istarum distantiarum quae sunt r p, & p c, et e f, minor apparet.

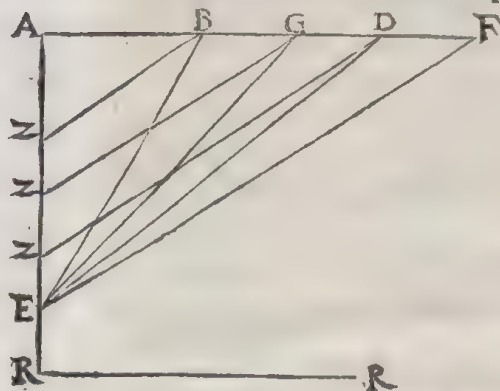


paret uisui per 20. huius, & hoc est ppositū. Et uniuersaliter in omni uisus dispositione ad datas parallelas potest hoc idem ut in præcedenti demonstrari.

XXIII.

Aequaliū partiū eiusdē uisibilis lineæ cōnectenti centra foraminū girationis neruorum cōcauorum æquedistantis remotior à uisu minor uidetur.

Sit linea r t connectens centra foraminū girationis neruorum concuorū, sintq; æ quales partes eiusdē uisibilis sup lineā æquedistantē lineæ r t collocatæ, quæ sint a b, b g, g d, d f, trahaturq; perpendicularis a e, in qua sit centrū oculi e, dico quod maior apparebit pars, a b q; b g, & b g quā g d, & g d quā d f, cū enim perpendicularis e a, sit bre uior oibus lineis ductilibus à puncto e ad lineam a d, ut oibus lineis e b, e g, e d, qd per



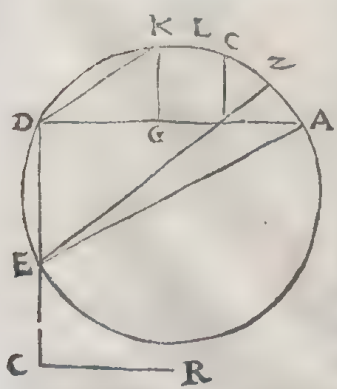
penultimā primi palā est, manifestū est ergo, qm ps a b, est ppinquier uisui oibus illis partibus quæ sunt b g & g d, d f, ducantur em lineæ p quas accedunt for mæ puncto e ad uisum quæ sunt b e, g e, d e, f e, & ducatur p 31. primi, lineā b z æquedistans lineæ g e, quia igit in trigono a e g, lineā b z æquedistat lateri e g, palā per secundā sexti, qm est pportio lineæ a z ad li neā z e, sicut lineæ a b ad lineā b g, sed lineā a b æqua lis est lineæ b g, ex hypothesi, ergo lineā a z est æqua lis lineæ z e, sed p penultimā primi lineā z b est ma ior quā lineā z a, ergo lineā b z est maior q; lineā z e, angulus ergo z e b p 18. primi, maior est angulo z b e, sed angulus z b e, per 29. primi, æqualis est an

gulo b e g, quia sunt coalterni inter lineas æquedistantes, quæ sunt z b & e g, ergo angu lus a e b maior est angulo b e g, ergo p 20. huius, maius uidebitur a b quā b g, sub ma iori em angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g lineā æquedistate lineæ e d, eadē est demonstratio. Idem quoq; accidit si lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nō sunt in una lineā naturali, dum tñ lineā mathematica inter ipsas imaginata æquedistat lineæ g e uel g t, & hoc est ppositū.

XXIII.

Aequalium diuersorū uisibiliū secundum eandem rectam lineam æque distantem lineæ connectenti centra foraminum giratiōis neruorum concu uorum uisui obiectorū, quod propinquius est uisui apparet maius.

Sint duo uisibilia discontinuata diuersa, sed æqualia a b & g d, opposita uisui secū dū lineā a d, quæ sit æquedistans lineæ r t, cōnectenti cētra foraminū giratiōis neruorū cō cauorū, & sint inæqualiter distātes à cētro uisus qd sit e, ducaturq; lineā à terminis uisi biliū ad centrū uisus, quæ sint e d & e a, & sit lineā e a maior q; lineā e d, dico qd g d ap parebit uisui maius q; a b, pducantur em lineæ e g & e b, et circa trigonū a e d, describa



tur circulus p 5. quarti, & pducatur lineā e g ad circūferentiā in punctū l, & lineā a b in punctū z, & à puncto g ducatur perpen dicularis sup a d, p 11. primi, q; ptracta ad circūferentiā sit g k, et à pūcto b ducatur lineā b c, æquedistans lineæ g k, erit ergo p 29. primi lineā b c, ppendicularis super lineā a d, secetq; periferiā cir culi in pūcto t, quia itaq; à terminis lineæ a d intra circūlū collo catæ æquales ptes sunt resectæ quæ sunt a b & g d, qm illæ sunt æquales ex hypothesi, & à pūctis sectionū sunt duæ lineæ ppen diculares sup lineā d a, pductæ ad periferiā illius circuli, q; sunt g k & b c, erit ergo p 45. primi huius, lineā b c æqualis lineæ g k, sed & lineā a b est æqlis lineæ g d, ex hypothesi, & angulus a b c æqualis est angulo k g d, q; uterq; rectus, ergo corda k d æqua lis est cordæ c a, p 4. primi, ergo p 27. tertij, arcus d k æqualis est arcui c a, sed arcus c a est maior arcu z a, ergo & arcus k d maior est arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior est arcus l d arcu z a, sed in arcu z a cadit angulus a e z,

a e z, & in arcu l d cadit angulus l e d, ergo p ultimā sexti angulus l e d maior est angulo z e a, sed sub angulo a e z, uidebitur lineā a b, & sub angulo l e d uidebitur lineā g d, ma ior ergo apparet uisui lineā g d, quā lineā a b, per 20. huius, quod est propositum.

XXV.

Aequaliū & æquedistantiū magnitudinū inæqualiter à uisu distantū p pinquier semp maior uidetur, nō tñ pportionaliter suis distātijs uidetur.

Sint duæ magnitudines uisæ a b & g d inæqualiter distātes ab oculo, cuius centrū sit e, sitq; uisui propinquior g d q; a b, dico q; maior apparebit g d q; a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq; g d sub angulo g e d, qui est minor angulo a e b, ut parte sua per 34. primi huius, patet ergo per 20. quia lineā g d uidebitur maior q; lineā a b, & hoc eodem modo de monstrandum, siue centrū uisus & res uisæ sint in eadem altitudine, siue in diuersis: ut si uisus sit altior rebus uisus, uel etiam econtra, non tamen ui dentur hæc proportionaliter suis distātijs, uidelicet ut pportio g d ma ioris secundū apparentiā ad a b minorem, secundū apparentiā sit sicut b e distantiæ maioris ad d e distantiā minorē, qm ut patet per 11. huius maior est proportio b e distantiæ maioris ad d e distantiā minorē, q; an guli g e d maioris ad angulū a e b minorem. Sed quantū angulus g e d est maior angulo a e b, tanto lineā g d uidetur maior q; lineā a b, ut dixi mus in 20. huius, quoniam illa uisibilia conformiter ordinantur ad ui sum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter suis distātijs, quoniam distātiarū maior est proportio, & hoc est propositum.

XXVI.

Omne uisibile obliquatū à uisu minus uidetur se ipso se cundum proximum sui terminū directe uisui opposito.

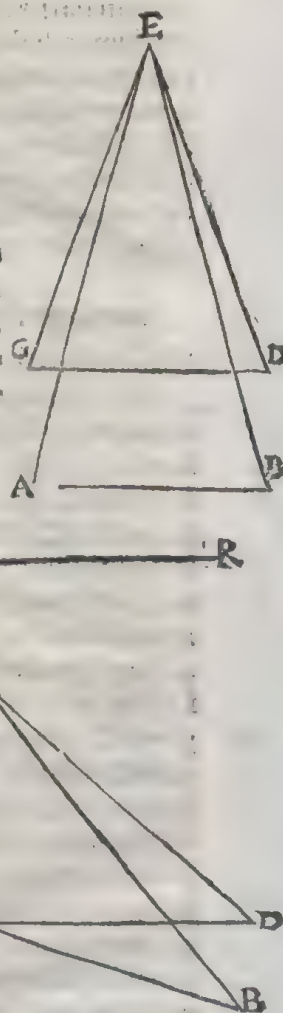
Sit enim lineā connectens centra oculorū r t, sitq; centrum uisus a, & sit uisibile obliquatū à uisu b c, ducanturq; lineæ a b & a c, & à puncto c, qui sit terminus rei uisæ proximus uisui, ducatur lineā e d, æqualis lineæ c d, & æquedistans lineæ r t connectenti centra oculorū, qd fieri potest per 39. tertij huius, illa ergo directe uisui op ponetur per suppositionē, ducatur quoq; lineā a d, & quoniam per a huius lineā c d sub maiori angulo uidetur q; lineā c b, patet per 20. huius, quoniam minor uidetur lineā c b obliquata q; sua æqualis, quæ est lineā c d directe uisui opposita secundum proximū terminū ipsi us lineæ c b, quo uisui plus appropinquat, qui est punctus c, & hoc c est propositum.

XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uisu nisi auxilio uirtutis distinctiue.

Quoniam enim, ut patet ex præmissis, anguli qui formantur in centro uisus, & par tes superficiū uisus, secundū quas sit cōprehensio magnitudinis rei uisæ, semper diuer santur secundū approximationē & remotionem eiusdē rei, & secundū eandem directio nem uel obliquationē se habentis ad uisum & ad axes radiales. Virtus ergo distinctiua distinguens quantitatē uerā rei uisæ, non considerabit solum angulū uel solum remo tionem, qm neutrū illorū per se sufficit, sed considerabit angulū & remotionē simul: quā titates ergo ueræ ipsorū uisibilium nō cōprehenduntur nisi per distinctiōē & cōparatio nem: hæc aut cōparatio erit simul, & erit ipsius basis pyramidis radialis, quæ per 18. ter tij huius, est superficies rei uisæ ad angulū pyramidis, & ad quantitatē lōgitudinis axis pyramidis, quæ est lineā remotionis rei uisæ à uisu. Cōsideratio uero uirtutis distinctiue ipsius superficiē est semper in parte colorata superficiē uisus, angulo dicto correspon denti cum cōsideratione remotiōis ipsius rei uisæ à superficie uisus, qm quantitas illius partis coloratæ superficiē uisus semper est secundū quantitatē illius anguli per ultimā

x 3. tertij



tertij huius. Nō est autem in illa cōsideratione uirtutis distinctiua inter remotiōem rei uisae & superficie uisus & remotionem eius a centro uisus diuersitas sensibilis: cum itaq; uisus cōprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter sibi incidentes, tunc uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem extensiōis, secundū quantitātē extensiōis istarum linearū a centro uisus usq; ad terminos rei uisae, & quomodo cū hoc cōprehenderit quantitātē remotiōis rei uisae per 10. huius, tunc imaginabitur quantitātē lōgitudinū istarum linearū & quantitātē spaciōrū, quae sunt inter ipsarū extremitates, quae spacia sunt diametri rei ipsius uisae, qm̄ ergo uirtus distinctiua imaginabitur quantitātē angulī, & quantitatem partis superficiei uisus correspondentis illi angulo, & quantitātē lōgitudinis linearum radialiū, & quantitātē situs ipsorū adinuicem, & quantitātē spaciōrū quae sunt inter extremitates eorū, tunc ipsa cōprehendet quantitātē rei uisae secundū suum esse, qm̄ tunc nihil eorū, quibus cōprehenditur magnitudo rei uisae, remanet incōprehensum. Hae est itaq; qualitas cōprehensionis magnitudinis rerum uisarū, & sit plurimū ppter assuetudinem uisus indistinctae remotionis uisibiliū, qui quando senserit formā & remotionem rei uisae, statim imaginabitur quantitātē loci & quantitātē remotionis, & ex ijs cōprehendet magnitudinē rei uisae, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uisione uirtuti distinctiuae error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.

Ex intemperata enim lucis dispositione, ut de nocte uel in crepusculis cum lux est dubia, inspecto homine & uiso nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit hominē uidentem distantia inter hominē & nemus aut parietē uisum, quāuis illa distantia secundū ueritatem sit plurima, tunc uidebitur propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & si accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad concauum nemoris, & tunc per 19. huius uidebitur homo & nemus aut paries eiusdē altitudinis, qm̄ sub eodem angulo uidetur, & forsitan homo uidebitur maioris altitudinis ipso nemore; ut si radius transiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinē nō pertingat, & huius simile accidit iuxta ciuitatē Vratislauiae apud nemus uillae Boret, uisū sunt enim homines ibi in crepusculis altiores nemore illo alto, & uisus est lupus iuxta lignum & castrum Poloniae, aequalis altitudinis ipsi nemori, sed hoc accidit in horis crepuscularibus: sed cum lux est dubia, & aestimata sunt illa uisa fuisse fantasmata a uidentibus: non accideret autē aliquid talium luce existente in temperamento, qm̄ tunc distantia hominis a nemore discerneretur, & altitudo uniuscuiusq; secundū terminū ipsius apparentem mēsuraretur. Similiter etiā ex coloris debilitate accidit error in uisione magnitudinis, qm̄ si in aliquo loco statuatur aliqd corpus fortis coloris, nō latebit uisum: qd si in eodem loco ponatur corpus aequale priori, sed coloris debilis, non uidebitur illud corpus. Sic etiam accidit error iste ex coloris identitate in corpore medio & in re uisa, unde corpus album in loco aliquo positū effusa aliqua albedine in superficie terrae interiacentis uisum & rem uisam, nō uidebitur: remota uero albedine spaciū interiacentis, statim forma illius albi corporis cōprehendetur, sit ergo tunc occultatio ex cōuenientia coloris, qm̄ si loco illius albi corporis ponatur corpus aequale sibi alterius coloris, unde uidebitur ipsum trans mediū dealbatum. Ex intemperata etiam lōgitudinis distantia sit error in magnitudinis uisione, qm̄ tunc uidebitur res multo minor qd sit in ueritate per 32. huius, tunc enim etiam partes eiusdem rei improporcionales suo toti absconduntur uisui, quia nō potest in tanta distantia uideri per 23. huius, & sit minor totalis rei apparentia, quoniam plura insensibiliter abscondita faciunt rei sensibilem ablationē, quae nō fieret distantia temperata. Intemperata etiam approximatō errorem inducit in uisione magnitudinis, qm̄ corpus approximatū oculo, uidetur maioris quantitatis qd sit re uera, qm̄ niam ppter magnitudinē angulī corpus uidetur maius, ut prius propter paruitatem angulī corpus uisum est minus, & patet hoc per 29. huius, secundū quantitātē enim ampliorem angulī pyramidalis amplior superficies uisus informat, ut patet per 87. primi huius: unde secundū quantitātē illius angulī & elongationem corporis sit aestimatio quantitatis

* Non quod m
se ipso uideatur
mai'is sed accidit
hoc ppter uirtutē
distinctiua qd ppter
propinquitatē patet
aliquid alteri esse
magis quā in loco
& mai'is est re
licet uisui ppter
magis ppter uirtutē
magis.

titatis rei uisae, ut praemissum est in precedente ppositione, nec enim lōgitudō distantiae rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nō sit capax totius quantitatis radialiū linearū, nec potest certitudinaliter mensurari, & ppter hoc rei quantitas refertur ad capacitatem & totam lōgitudinē. Vera autē remotio corporis attendit secundum lineam a centro uisus ad superficiē rei praecedentē, respectu cuius lineae semidiameter oculi incipit esse insensibilis, unde nō facit aliquā sensibilem errorem in lōgitudinis illius aestimatione. Sed corpore approximatō uisui ultra illam distantiam, tunc sit semidiameter oculi pportionalis distantiae corporis pportione sensibili, erit enim aliquā maior, aliquando aequalis, aliquā minor pportione modica, nec forte sub dupla uel sub tripla, uel huiusmodi: unde in tali pportione rei uisae magnitudo angulī pyramidalis & sensibilis minoritatis lōgitudinis aestimata respectu, uere inducunt sensibilem apparentiam maioris in corpore. Ex inordinata etiā situs oppositione sit error in magnitudinis uisione, cum enim aliquis in alto existens uidet sub illa altitudine aliqua existentia inter se aequalia, quorū est unum post aliud in ordine dispositū, tunc enim per 25. huius iudicabitur postremum, qd est uidenti propinquius alterius, omnibus alijs uel maius, ut uigilans in turris alicuius eminētia, uidet homines uel arbores aequales, inaequaliter a se distantes, ppinquiores sibi aestimat altiorē. Ex intemperata etiam quantitatis rei uisae accidit error in magnitudinis uisione, propositis enim uisui duobus corporibus, quorū unum sit modicū maius alio, aut in sola lōgitudine, aut in latitudine, aut in utroq; ipso rum, forsitan illa iudicabuntur aequalia in omni dimensione, qm̄ paruitas illius excessus nō sentitur ppter sui paruitatem, nō enim excedit fines temperantiae respectu ipsius uisus. Ex intemperata etiam soliditate sit error in uisione magnitudinis, in cristallo enī angulata corpora angulorū, quia parum solida sunt, qm̄ nō uidentur, cum corporis solidi anguli uideri possent. Ex intemperata etiam raritatis in uisione magnitudinis error accidit, quoniam in aere nubilofo obscuro, ut in horis crepuscularibus plurimum accidit, qd corpus uisum matius apparet qd in aere temperato, ut nos infra declarabimus, cū tractatū de ijs quae uidentur per medium secundi diafori faciemus. Ex intemperantia etiam temporis sit error in uisione quantitatis, cum enim ardens ticio sapius per aliud quod spaciū uelociter mouetur, apparet totum spaciū ignitū, quia nō perpenditur quantitas temporis propter uelocitatē motus ticionis, & sic ignis paruus aestimatur maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit, quia etiā res forte parua nullo modo uidetur, ut patet in senibus, qui non possunt discernere literam minutā, patet ergo propositum.

XXIX.

Visio comprehendit omnem situm per comprehensionem debitae remotionis in ipsis rebus situatis.

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisae, siue partiū eius oppositionem ad uisum secundū directionem uel obliuationē, siue dicat ordinationē superficierum rei uisae, uel partium eius apud superficiē ipsius uisus, ut cum res uisa est multarum superficierū apparentium uisui, siue nomen situs dicat situationem linearum, quae sunt ipsarum superficierum uisibilium, siue dicat situm spaciōrū, quae sunt inter quaelibet duo uisibilia simul cōprehēsa a uisui, semper accepto situ secundū quācūq; istorū modorū: haec omnia & singula cōprehēdit uisus, ut haec sunt disposita in corporibus lucidis uel coloratis, ut per se uisibilibus & in illis fundata, & semp cōprehendit quēlibet motū situs, cōprehēsa remotione a uisui uel inter se, quae debentur ipsis totis uel partibus situatis, patet ergo propositum, qm̄ hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

XXX.

Situs oppositionis rei uisae & partium eius ad uisum comprehenditur a sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuae.

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm apud aliud, componatur ex remotione ipsorum duorum ab inuicem, palam qd oppositio rei uisae ad uisum, quae quidem situs est, cōpo

componitur ex remotione rei uisae & uisu, & ex parte uniuersi, in qua est res uisa respectu uisus; comprehensio autem remotionis rei uisae est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescentem in anima, ut ostensum est per nonam & per 10. huius. Cum ergo uirtus distinctiua comprehendit locum rei uisae & suam remotionem, tunc uisibilis cum illis comprehendit rei oppositionem; uerus autem locus rei uisae comprehenditur ex situ ipsius uisus, & ex situ ipsius rei uisae apud uisionem, quoniam uisus non comprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquum uisui & locum propinquum ei; uirtus enim distinctiua comprehendit omnia loca rerum locatarum per comprehensionem remotionis & partis uniuersi, ad quam est illa remotio, ut patuit per 14. huius; unde etiam comprehendit locum oppositum uisui apud comprehensionem rei uisae, & quoniam uisui ablato ab illa re uisa, destruitur uisio illius rei, tunc uirtus distinctiua comprehendit quod res uisa non est nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisae, & secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium, quoniam uisibilia distincta non distinguuntur a uisu nisi ex distinctione locorum distinctorum in superficie membri sentientis, ad quod perueniunt formae uisibilium distinctorum. Sicut itaque loca uocum & sonorum comprehenduntur a sensu auditus, & deinde mediante auditu a uirtute distinctiua, ita loca uisibilium comprehenduntur mediante uisu a uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisae peruenit in superficiem uisus, sentiet uirtus uidens locum membri sentientis ad quam peruenit illa forma, & ex rectitudine lineae perpendiculariter incidentis illi loco, comprehendit uirtus distinctiua locum rei uisae, & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam, ipsa ergo comprehendit locum rei uisae, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formae a uisu sentiente. In peruentu ergo formae uisae ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisae, & partem superficiei uisus, quae illuminatur & coloratur ab ista forma, & uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisae, & per consequens oppositionem ipsius totius rei uisae & omnium partium eius adinuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul: situs ergo oppositionis rei uisae & partium eius ad uisum comprehenditur a sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuae, quod est propositum.

XXXI.

Visus comprehendit directionem & obliquationem linearum, superficialium & spaciorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarum extremitatum auxilio uirtutis distinctiuae.

Cum enim axes radiales secant lineas uel superficies, uel spacia, ut super illa perpendiculariter erecti, tunc uisus comprehendit superficiem rei uisae, & remotiones extremitatum eius aequales ex utraque parte axis erecti, tunc comprehendit illam superficiem esse directe uisui oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua superficiem illam directe oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatis superficiei uisae diuersam, & a puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incident axes perpendiculariter, non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta aequalis remotionis a superficie uisus, tunc comprehendit illam superficiem obliquatam in eius oppositione, & uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatam; & similiter est de sitibus linearum & spaciorum cadentium inter res plures uisas simul, ipsorum enim directionem & obliquationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiuae, & ista aequalitas directionis & diuersitas obliquationis multoties comprehendatur a sentiente per solam aestimationem & per signa: in maxima enim distantia uel remotione comprehenditur superficies uel linea uel spacium, quod est obliquatum, quasi sit directum, quando scilicet non perfecte comprehenditur diuersitas, quae est inter remotiones extremitatum eius; unde ad hoc quod uisus bene hoc comprehendat, oportet ut talium uisibilium sit distantia mediocris, quia etiam in magna distantia, parum obliquata uidentur ut penitus directae, & licet secundum modum praedictum superficies aliqua, uel linea uel spacium uisui sint directe opposita, nulla tamen pars illius superficiei, lineae uel spacii per se directe opponitur uisui, quoniam axes

axes radiales ubicunque extra unum punctum perpendiculares incident, semper incident oblique, & secundum angulos inaequales per 10. primi huius. Si autem superficies, lineae uel spacia aequidistant axibus uisualibus, nec secant ab illis, opponant autem uisui, tunc etiam situs ipsorum in directione & obliquatione comprehenditur a uisu per remotionem suarum extremitatum, & potest fieri proportio istorum ad superficies, lineas uel spacia quae secant axes radiales, quibus axibus ipsa aequidistant, patet itaque illud quod proponebatur.

XXXII.

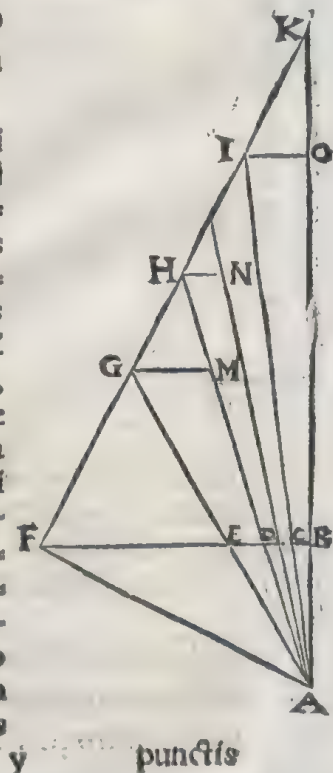
Situs partium & situs terminorum superficiei rei uisae, aut situs superficialium eius adinuicem, & situs plurimum uisibilium simul uisorum, ex comprehensione diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientium ad uisum, comprehenditur a uisu auxilio uirtutis distinctiuae.

Quoniam enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisae peruenit ad aliquam partem superficiei uisus, ad quam peruenit forma totius rei uisae; unde cum superficies rei uisae fuerit diuersorum colorum distinctorum, tunc erit forma perueniens in uisum diuersorum colorum, & erunt partes eius distinctae secundum directionem partium superficiei rei uisae, tunc itaque uisus sentiet et quilibet partem formae uisae ex sensu colorum illarum partium & lucis quae est in eis, & sentiet loca formarum partium in superficie uisus ex sensu colorum partium illarum & lucis earum, & uirtus distinctiua comprehendit ordinationem illorum colorum ex comprehensione diuersitatis partium formarum, & ex comprehensione differentiarum ipsarum partium, & sic comprehendit aliquid contiguum & aliquid separatum, similiter etiam est de ipsis uisibilibus contiguis uel disiunctis. Situs uero partium rei uisae adinuicem secundum accessionem & remotionem, uel secundum praeminentiam unius ipsarum super alteram, & profundationem unius ipsarum sub altera comprehenditur a uisu ex comprehensione quantitatis remotionis partium secundum magis & minus: termini autem superficiei rei uisae ac superficiei eius, quae sunt lineae ipsas superficies terminantes, & ordinatio ipsorum comprehenditur a uisu per comprehensionem partis superficiei eius, in qua peruenit color ipsius superficiei rei uisae per illos terminos uel lineas terminatae, & lux eius & per comprehensionem terminorum illius partis ordinationis auxilio uirtutis distinctiuae, & quoniam omnia opposita secundum hunc modum comprehenduntur, patet ergo illud quod proponebatur.

XXXIII.

Ois linea uel superficies rei uisae directe uisibus uel uisui opposita perfectius uidetur quam obliquata, & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis.

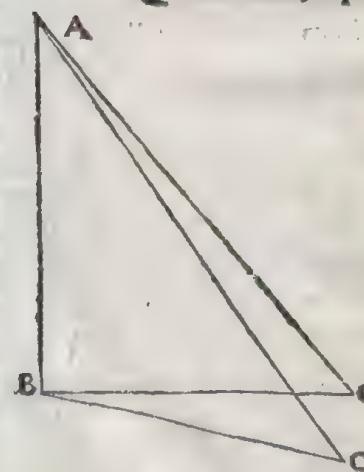
Esto centrum uisus a, & sit exempli gratia superficies plana rei uisae directe uisibus opposita, in qua sit linea b c d e f, & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineae aequales uel inaequales, sitque superficies obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k, & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat a puncto f, sitque linea a d perpendicularis super lineam b f, ducanturque a centro uisus lineae a f, a e, a d, a c, a b, quae omnes producantur ad superficiem obliquatam. Incidat linea a e in punctum g, & linea a d in punctum h, & linea a c in punctum i, & linea a b in punctum k, & quia per 13. primi angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothesi, palam ergo per penultimam primi, quoniam linea f h est maior quam linea f d; & si a puncto g ducatur linea aequidistans lineae f d per 31. primi, quae sit g m, erit per 29. primi & 4. sexti, & penultimam primi linea g h maior quam linea e d; & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item a puncto h ducatur linea aequidistans lineae d c, quae sit h n, & quoniam per 32. primi angulus a c d est acutus, erit per 13. primi angulus i c d obtusus, ergo per 29. primi angulus i h n est obtusus, ergo per 19. primi & per secundam sexti linea h i est maior quam d t, eodem quoque modo fit de omnibus



punctis lineæ h k, patet ergo qd eadem angulo, qui fit in centro uisus, semper subtenduntur maiores partes lineæ obliquatæ, q̃ lineæ directe oppositæ uisui; partes itaq̃ superficiei rei uisæ directe uisui uel uisibus oppositæ æqualiter distantes à puncto axis, uel à puncto coniunctionis, similiter uisui uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qd perfectius tota illa superficies uidetur, & omnes subtiles intentiones quæ sunt in ipsa; superficies nota obliquata uisibus, acquirit formam dubitabilem, siue per unum uisum uideatur siue per ambos, & siue illa forma per axes perueniat ad uisum siue extra axes; & etiam si distantia sit mediocris ipsius superficiei obliquatæ à uisui, partes enim superficiei illius æquales partibus superficiei directe uisui oppositæ, ut patet ex prædemonstratis, sub minori angulo uidentur, quoniam si essent directe uisibus oppositæ, quia lineæ suarum extremitatum à centro uisus productæ, minoribus angulis subtenduntur, sic ergo totales illæ superficies instituuntur in superficiibus uisus, quasi congregatæ propter suam obliquationem, angulus enim quem subtendit superficies ipsius uisus, quæ est informata superficiei obliquatæ, est paruus & sensibiliter minor, eo qd faceret eadem superficies uisibus opposita directe, uel superficies aliqua alia æqualis superficiei obliquatæ, quia ergo ipsa superficies uisus informata ex illa obliquata superficie est minor, & partes paruæ illius superficiei obliquatæ incidunt angulis quasi insensibilibus, ppter maximam obliquationem, ideo de necessitate illa superficies obliquata uidetur minus perfecte: cum enim parua superficies fuerit multum obliquata, tunc enim duæ lineæ exeuntes à centro uisus ad extremitatē illius partis, sicut quasi linea una, qua propter senties non comprehendit angulū contentum inter illas, neq̃ partem quam distinguūt ex superficie uisus; tota ergo superficies obliquata uisui multū amittit sensibilitatis, q̃a si in ipsa fuerūt subtiles aliq̃ intentiones, non cōprehendēnt à uisui, ppter latitudinē suarum partū paruæ, & qm̃ superficiibus plus obliquatis plus accidit, ppositæ passionis, ideo secundū quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis, patet ergo illud quod pponetur.

XXXIII.

Excessu remotionis nimio existente, res à uisibus obliquata quandoq̃ uidebitur directe opposita.



Quoniam enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attendit secundū quantitatem diametrorū rei uisæ, ideo & nimietas excessus remotionis attenditur secundū quantitatem diametrorū rei uisæ; quæ enim magno uisibili non est nimia distantia à uisui, hoc minus uisibili est nimia, qm̃ non eodē modo in eadem distantia maius & minus percipiūt à uisui, ut patet per 7. & per 20. huius. Sit itaq̃ centrum uisus a, & res uisæ obliqua quæ b c, cuius alter terminorum qui sit b propinquior sit uisui, sitq̃ illa res uisæ sub angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b a c minor q̃ ipsa res uisæ, quæ b c à proximo sui termino ad uisum qui est b directe uideretur, sed per 11. huius, in omnibus uisibilibus maior est proportio distantie maioris ad distantiam minoris, q̃ sit anguli maioris ad angulum minorem; in nimia autē remotione distantiarum proportio distantie maioris unius extremorum rei uisæ, ut in proposito ipsius c ad distantiam minorem alterius extremorum, ut ipsius b, est differentie insensibilis, ut lineæ a c longioris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis insensibilis est differentia ipsorum angulorum; uidebitur ergo b c in maxima remotione quasi directe uisibus opposita cum sit obliquata, & hoc est propositum.

XXXV.

Omne uisum existens extra cōmunē axem in uno tantū axe uisuali, uel p radios propinquos axi, uel in p̃p̃inuos ambobus axibus uisualibus comprehensum, uidetur axi cōmuni approximare plus eius situ uero.

Axis

Axis enim radialis, ut patet per 37. tertij huius, semper deserit punctum, cui incidit ad punctū medium nerui cōmunis, cui semper inheret terminus axis cōmunis. Cum ergo uisus comprehendit rem uisam secundū qd est, & instituitur forma in concauitate cōmunis nerui in uno loco, & cōtinua sibi adinuicem secundū continuationem rei uisæ, & punctus rei uisæ qui est super radialem axem, licet non fuerit super axem cōmunem, uideatur tamen in loco propinquiori cōmuni axi, q̃ sit in suo uero loco, tunc puncta residua etiam uidentur in loco propinquiori cōmuni axi, q̃ sint in suo uero loco, quia sunt continuata cum parte quæ est apud extremum axis; & si axes amborū uisuum concurrerint in aliqua re uisæ extra axem cōmunem, uidebitur tunc illa res in loco propinquiori cōmuni axi, q̃ sit in suo loco uero, hoc tamen raro accidit, quia cum axes uisuales concurrerint in aliquo uiso, tunc ut plurimum axis cōmunis transibit per illud uisum, quia raro axes amborum uisuum concurrunt in aliquo uiso extra axem cōmunem, nisi per laborem aut impedimentum cogens uisum ad hoc; unde hæc dispositio non est uisibus assueta, quia si esset talis dispositio uisibus multum assueta, tunc ipsa accideret in omni uisione uel pluribus, qd tamen non est uerum, patet itaq̃ propositum.

XXXVI.

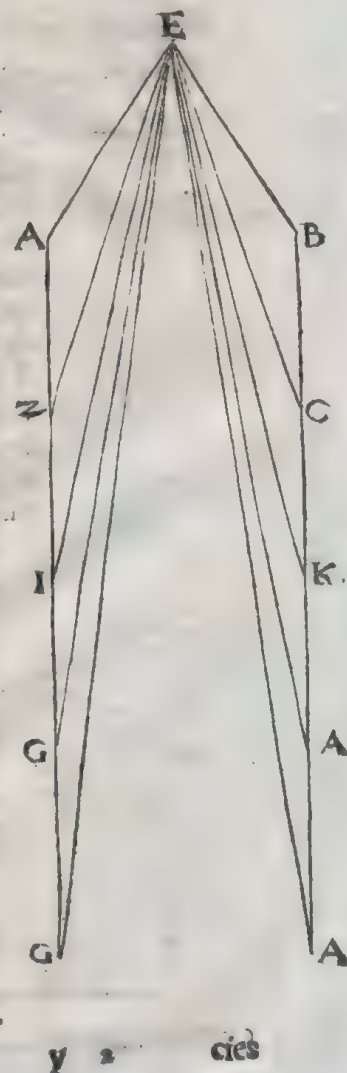
Omniū uisibilium secundū sui longitudinem ante oculos extensorum, quæ sunt à dextris in sinistram, & quæ in sinistris ad dextram educi uidentur partem.

Sint duo uisibilia secundū sui longitudinem ante oculos extensa, quæ exempli causa sint æquedistantia, & sint a b & d g, sitq̃ centrum uisus e, ducanturq̃ lineæ ad puncta illorum uisibilium in sinistram quidem parte quæ sit a b, ducantur lineæ e b, e c, e k, & in dexteriore quæ sit g d ducantur lineæ e d, e z, e i, e g, dico qd lineæ e z, e i, e g uidentur quasi si in partem sinistram productæ, & lineæ e t, e k, e a uidentur quasi p̃tractæ in partem dextrā, sit enī lineæ d perpendicularis sup lineam d g, & lineæ e b perpendicularis super lineam a b, erit ergo per 19. primi lineæ e d breuior oibus lineis e z, e i, e g, & lineæ e b breuior oibus lineis e t, e k, e a; lineæ ergo e d & e b minimā à uisui denotebūt distantiam lineæ g d & a b, secundū illas ergo lineas p̃fectior sit uisio partū rerū uisæ qbus incidunt p 23. h9, lineæ ergo e d apparebit dexterior oibus lineis suo uisibili incidentibus, & lineæ e b sinisterior, illis q̃ q̃ lineis p̃p̃inquis incidentes mutabūt situs dispositionē scdm̃ recessum ab illis lineis, eritq̃ lineæ e z dexterior q̃ illa lineæ e i; & lineæ e i dexterior q̃ lineæ e g; palā ergo, qm̃ lineæ e g uidet in sinistra à lineæ e i, & lineæ e i similiter uidet in sinistra à lineæ e z, eodē quoq̃ modo uidebitur lineæ e a in dextrā educi à lineæ e k, & lineæ e k uidetur in dextrā educi à lineæ e t; punctū ergo z plus approximatur ad sinistram q̃ punctū d, & punctū i plus q̃ punctū z, & punctū g plus q̃ punctū i; tota ergo lineæ d g uidet sinistrari, & tota lineæ b a uidet dextrari, qm̃ p̃ucto b existente sinistro, punctū t uidet plus dextrū illo; & itē punctū k plus dextrū p̃ucto t, & punctū a plus dextrū puncto k, patet ergo p̃positū, qm̃ similiter est in quibuslibet alijs punctis demonstrandū, q̃ enim sub dexterioribus radijs uident, dexteriora apparēt, & quæ sub sinistrioribus sinistriora, ut patet per suppositionē huius, hæc autē omnia accidunt, q̃a lineæ parallele scdm̃ remotiores sui uisui partes concurrere uident p 21. huius, & hoc est propositum.

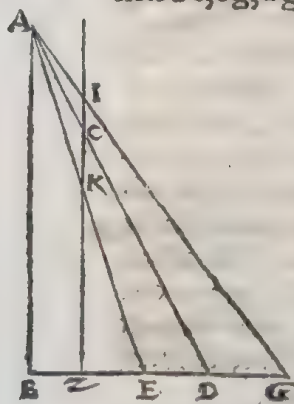
XXXVII.

Superficierum sub oculo iacentium, remotiores à uisui, altiores uidentur.

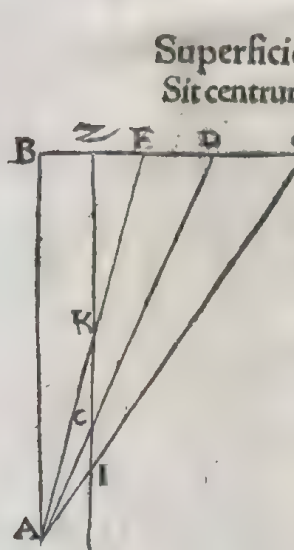
Sit centrum uisus a in altiori situ collocatū, quoniam superfi-



et rei uisae in qua sint lineae b e, e d, d g, ducanturq; lineae a b, a e, a d, a g, sitq; causa exempli sitis talis, ut linea a b sit perpendicularis super lineam b g, in qua collocantur lineae b e, e g, d g, qm in alijs sitibus maior est diuersitas, dico q linea g d altior uidetur q; linea d e, & linea d e altior q; linea b e, sumatur enim in linea b e punctus, & a quo ducatur per i. primi linea z i perpendicularis super lineam b e, quae fiat altior q; linea a b, quoniam ergo punctoru formae e g d procedentes ad uisum, primo pertranseunt lineam z i, q; perueniant ad punctum a centrū uisus, sit ut linea g a fecet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuator est puncto t, & punctus puncto k, ideo q linea a t maior est q; linea a i, & linea a k maior q; linea a t per i. s. primi; & in linea in qua est punctum i est etiam punctum g, & in linea in qua est punctum t, est etiam punctum d, & in linea in qua est punctum k, est etiam punctum e; per cōprehensionē uero punctoru d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, qm cū linea g d eleuator apparebit q; linea d e, & similiter d e apparebit eleuator q; linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per suppositionē huius, quia in altiori situ offeratur uisui, & secundū illum modum figuratur in superficie uisus, patet ergo propositum, & patet ex hoc, q multum exaltato uisu superficies planae iacentes longe à uisu concaue uidebuntur, tendunt enim formae talium punctoꝝ ad uisum per modū circūferentiae circa centrū uisus propter aequalitatem uirtutis uisus, patet ergo propositum.



Superficierum uisui superiacentiū remotiores à uisu decliuiores uidentur.



Sit centrū uisus punctus a in inferiori situ collocatum q; superficies rei uisae, in qua sint lineae b e, e d, d g, & ducantur sicut in precedenti lineae a b, a e, a d, a g, quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui, dico q linea d g apparebit decliuor q; linea d e, & linea d e decliuor q; linea b e, ducatur enim in precedente lineae z i aequidistans lineae a b, secans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quae in precedenti diximus, forma puncti g decliuor uidebitur q; forma puncti d, & forma d decliuor q; forma puncti e, & forma puncti e decliuor q; forma puncti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineae g d occurrit uisui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineae d e, & per formas punctoru e & b uidebitur forma lineae e b, quoniam itaq; ut ostendimus in praemissa, linea a t est maior q; linea a i, & linea a k minor q; linea a c; & secundū harum lineae dispositionē sit forma illoꝝ punctoru uisio, palā ergo, qm centrū uisus & ipso uisibili sic dispositis, Remotiora igit à uisu, decliuora uisui occurrunt, q; propinquiora, & hoc est propositum.



Aequalium magnitudinū sub eodem uisu erectarum remotiores altiores apparent.

Sit centrū uisus punctum i, & sint uisae aequales magnitudines, quae sub ipso uisu sint erectae, q; sint a b, g d, e z, sitq; a b remotior à uisu, & deinde g d, & deinde e z, & sit centrū oculi punctū i, eleuator existēs illis magnitudinibus, ducaturq; lineae i a, i g, i e, dico q magnitudinū illarū a b apparet altior q; g d, & g d altior q; e z, qm enī linea i a est eleuator q; linea i g, & linea i g eleuator q; linea i e, & in linea cuiuscidē lineae i a, i g, i e sunt pūcta a g e, & p 37. h9 uident pūcta remotiora uisui altiora, pūcta uero a g e sunt in magnitudinibus a b, g d e z, ergo magnitudo a b apparet eleuator q; ipsa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet

paret altior quā ipsa e z, quod est ppositū, & q; de qualibet magnitudine lōgiori potest abscindi aequalis breuiori. Ideo in oibus magnitudinibus subiacentibus uisui praesens tenet demonstratio, quoniam semper remotiores uidentur altiores, quā sint secundum ueritatem.

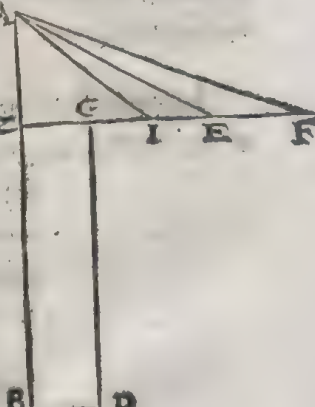
Aequalium magnitudinū uisui super erectarum remotiores decliuiores res apparent.

Est sicut in precedenti centrū uisus punctum i, & sint aequales magnitudines quae a b, g d, e z, erectae superstantes uisui, sitq; a b remotior uisui quā aliae, & e z propinquior uisui, dico quod magnitudo a b apparet decliuor quā g d, & magnitudo g d decliuor q; e z, ducantur enim ut in praemissa lineae i b, i d, i z, quoniam ergo sicut patet per 38. huius, forma ueniens per lineam i b, est decliuor modo uisui incidens, quā forma ueniens per lineam i d, & forma uisui adueniens per lineam i d, decliuor modo incidet, quā forma ueniens per lineam i z, sed in linea cuiuscidē lineae i z, i d, i b, sunt puncta z d b, quae puncta sunt in magnitudinibus a b, g d, e z, palam ergo quoniam istarū magnitudinum illa quae est a b decliuor apparet quā g d, & g d quā e z, & hoc est propositū, est aut uniuersale illo modo quo diximus in precedenti.



Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspectae accedente & recedente uisui secundum lineam uertici inferioris perpendiculariter incidentem, semper idem erit excessus, non uidebitur autē idem.

Sint duae uisae magnitudines inaequales a b maior, & g d minor, quarum uertices sint a & g, & sit centrū uisus punctum e, ducaturq; linea g e perpendicularis super lineam g d, secans lineam a b in puncto z, dico quod uisui accedente & recedente secundum lineam g e, semper idem uidebitur excessus lineae a b super lineam g d, qui excessus est linea z a, accedat enim uisus ad punctum i, propinquius puncto g quā punctum e, uel remoueat ad aliud punctum f, remotius quā punctum e, semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineae g d, ipsi uisui, nisi sola forma pūcti, est in quam cadit perpendiculariter e z, quoniam per 20. primi huius, duas lineas eidem superficie ab eodem pūcto ductas perpendiculariter insistere est impossibile, palam ergo propositum, uidebitur tñ linea a z, minui uel augmentari secundum diuersitatem angulorum, sub quibus fiet uisio per 20. huius, & est ut patet ex praemissis, & per 21. primi, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z, secundū hoc aut diuersificatur in uisu quantitas lineae a z, semper tamē illius lineae a z, eadem est quantitas in se ipsa, & hoc est propositum.



Altioris uisibilis per uerticem inferioris aspecti accedente uisui secundum lineam excessui altioris perpendiculariter incidentē, maior pars altioris uidetur, recedente uero uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidetur, secundū aliā uero lineā accedente uel recedente uisu, accidit eōuerso.

Sint ut in praemissa duae inaequales magnitudines, quae a b & g d, quarum maior sit a b, & sit centrū uisus in puncto e, positum in linea e a, perpendiculariter incidente pūcto a qui sit altior terminis lineae a b, ambae ergo magnitudines tam a b quā g d subiacent uisui, cum uertex altioris qui est a, sit in perpendiculari ducta à centrū uisus ad magnitudinem altiorē, sint enim magnitudines a b & g d, taliter erectae, ut pūctum a sit altius quā punctum g, perueniatq; forma alicuius pūctorū lineae a b, quod sit z, per uerticem

uerpticem lineæ d g, qui sitg ad uisum e, & sit linea secundum quam aduenit illa forma
linea z e, sub linea itaqz e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo
d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc
est linea z b, accedat autem uisu propinquius ad punctũ a, ut fiat in
eadem linea puncto i, palam quoq; quia in hoc situ aliquis punctus
lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uisum, qui sit punctus t, & du-
catur linea t per uerticem g ad uisum, sub linea ergo i t uidebitur pars
magnitudinis a b quæ est t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars
lineæ a b quæ est a t uisa, & quoniam linea a t est maior quàm linea
z a, quæ uidebatur uisu existente remotiore, necessariũ autem esse li-
neam t a fieri maiorem quàm sit linea z a, ideo quod angulus a t c est
maior angulo a e z, illud ergo qđ uidetur sub angulo a t c, est maius
illo quod uidetur sub angulo a e z, per 20. huius, linea ergo a t ma-
ior uidebitur, & per 19. primi, maior est quàm linea a z, & quando li-
nea e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, excessus lineæ
a b super lineam g d, eadem est demonstratio, palam ergo quod ac-
cedente uisu super apparens pars lineæ a b semper sit maior, receden-
te uero uisu fit minor, & hoc est propositum primum: secundum aliam
uero lineam quæ sit perpendicularis super lineam a b, non tamen in-
cidat in punctum a, uel in aliquod punctum excessus, sed in aliquod
aliud punctum lineæ a b, bassius toto excessu lineæ a b super lineam
g d, ut in punctum f, uisu accedente uel recedente accidit econuerso,
nam accedente uisu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & receden-
te uisu magis, existente enim uisu in pñcto e, multiplicabitur ad uisum forma lineæ z a,
accedente uero p, uisu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g c, patet quod illæ lineæ
secabunt se in puncto g, & non perueniet ad uisum forma alicuius pñctorum lineæ z c,
sed solum formæ lineæ t a, quæ est necessario minor q̃p linea z a, patet ergo propositum.

XLIII.

Inæqualium uisibilibus uerticibus in eadem linea æquedistate horizon-
ti existentibus, pars inferior longioris uisa per basem breuioris accedente ui-
su secundum lineam excessui longioris perpendiculariter in-
cidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero
uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidebitur,
secundum aliam uero lineam accidit econuerso.

Hæc non differt in hypothesi à præmissâ, nisi quod in illa uisibilia sunt subiacentia uisui, In hoc uero sunt superstitia. Sint ergo inæquales quantitates $a b$ & $g d$, quarum maior sit $a b$, sintq; uertices illarum quantitarum b & d , & sit linea $b d$ æquedistans horizonti, sitq; centrû uisui in puncto e , multipliceturq; forma alicuius puncti lineæ $a b$, ut z per basem g , ad uisum e , fiatq; linea $z g e$, sub lineâ ergo $z e$ continetur $z a$ & $g d$, & $b z$, non apparet uisui propter interpositionem ipsius $g d$, inferior uero ipsius pars decliuior apparet per 40 . huius, remanetq; $a z$ pars lineæ $a b$ apparens uisui ultra lineam $g d$, accedat ergo uisus & sit in puncto i propinquiori ad punctum a , in eadem lineâ perpendiculari, super lineam $a b$ quæ sit $e f$, hæc enim æquedistat uerticibus ipsorum uisorum quæ sunt b & d , multiplicabiturq; forma alicuius puncti lineæ $a b$ per punctum g , ad uisum existente in puncto i , sit ille punctus t , & ducatur linea $t g i$, sub lineâ ergo $t g i$ continentur magnitudines $g d$ & $t a$, sub lineâ uero $e z$, continentur magnitudines $a z$ & $g d$, & quoniam linea $t z a$ minor est quàm linea $t a$, cum enim angulus $t i f$, p. 16. primi, sit maior angulo $z e f$, ergo per 20. huius, linea $e f$ uisa sub angulo, $t i f$

I o t f maior est quam linea z f, uisa sub angulo z e f, & non solum apparebit uisui ma-
 ior in uno & erit minor, quia itaq; ambabus lineis t f & z f, communis est linea f a, pa-
 tet quod tota linea t a erit maior quam linea z a, & hoc est primum propositum. Si ue-
 ro uisus accedat non secundum lineam e f, sed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, &
 in alia linea e f perpendiculariter incidente linea z b, non in aliquod punctum excess-
 sus a b super d g, dico quod accidet econuerso, erit enim linea t a minor quam linea z a,
 ducatur enim linea t g i, & a i, & i z, palam quoq; per 32. primi, quoniam angulus a i t
 est minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor est angulo a t i, per 21. primi, & an-
 gulus t a i communis, uisum ergo a puncto i, sub angulo a i t est minus uiso sub angulo a i z
 linea ergo z a est maior quam linea t a, & uidebitur maior, & hoc accidet cum centrum ui-
 sus collocatur super lineam primam e f, & altius quam illa. Si uero ipsum collocetur in
 ferius quam linea prima e f, tunc accidet econuerso, patet ergo propositum.

XLIIII.

In situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti distinctiua error accedit in uisione situs, ut si in nocte non obscura aliquid modice declinet à uisui, tunc aestimabitur in eo situs rectitudo propter debilitatem lucis egressam à temperamento. Nimia etiam remotio in uisione situs errorem inducit, unde res uisibilis ualde remota à uisui & obliquata uisui uidebitur directe opposita per 34. huius. Item intemperantia etiam situs errorem facit in situ uisionis, cadente enim axe uisuali in corpus secundum temperatam distantiam uisui oppositum, & sumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum super lineam imaginatam, super quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uisus non comprehendit corporis illius declinationem propter situm à temperamento egressum, quoniam non fit plena comprehensio corporum longe ab axe positorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uisibus opposita iudicabitur opposita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uisione situs efficit errorem, quoniam granum sinapis si fuerit ab oculis declinans, uidetur tunc ac si esset directe oppositum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis non potest comprehendere, nec enim est sensibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter super uisibilia cadente, secundum quam discernitur obliquatio rerum uisarum respectu uisus, quoniam non plene discernitur distantia inter hunc axem & extremitates grani quæ est quasi minima linea omnium linearum sensibilium. Ex intemperata etiam soliditate error accedit uisui in situ, quoniam si corporis rari situs respectu uisus fuerit declinatus, occurrabitur eius declinatio, & si forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiusdem distantie reputabitur cum alia, cum tamè sint diuersæ, & accedit hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uisibilem oppositionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, sub quo sit uisio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uisui in situ, si enim corpus uisum sub parua obliquatione obijciatur uisui in aëre denso obscuro, sicut accedit in oris crepuscularibus, occurrabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, sit ergo error in situ oppositionis corporis ad uisum. Ex intemperata etiam quantitate temporis fit error uisui in situ, cum aliquid occurrit uisui subito, quod statim recedit, hoc enim forte directe uisui oppositum reputabitur obliquatum, uel econuerso. Si fuerit obliquatum uisui forte reputabitur rectum. Ex indispositione etiam uisus in sanitate fit error uisui in situ, ut si ab obliquata distantia licet temperata corpus aliquod in oppositione uisus modicum obliquatur, tunc enim uisus existente de hissi, non sentietur obliquatio, cum tamen sit obliquatio secundum uerum.

Sic ergo in sitis uisione uirtuti distinctiue error accidit ex intemperata dispositione

octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae, ut proponebatur.

X LV.

Figura circularis superficiei rei uisae comprehenditur à uisu ex circularitate formae in superficie oculi descriptae.

Quoniam enim formae rerum describuntur in oculi superficie sicut sunt in rebus extra, per 17. huius, & formae secundum figuram quae describuntur in oculi superficie sic proueniunt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurantur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima secundum sui dispositionem, tunc patet quod forma circularis superficiei rei uisae comprehenditur à uisu ex circularitate formae in superficie oculi descriptae, & similiter comprehenditur circularitas cuiuslibet partium superficiei rei uisae, certificatur autem haec uisio cum uidens mouerit axes radiales ambos uel saltem unum per totam circumferentiam rei uisae aut partis eius, sic enim ex certificatione situum terminorum formae comprehendet figuram superficiei circula rem ex consimilitudine uel dissimilitudine partium, & ex comprehensione aequalitatis uel inaequalitatis remotionis partium rei uisae ab inuicem, uel aequalitatis uel inaequalitatis eleuationum partium rei uisae super inuicem, patet ergo propositum.

X LVI.

Figura rectilinea comprehenditur à uisu ex suorum terminorum comprehensione.

Quoniam enim figura est quae termino uel terminis continetur, termini autem figurarum sunt lineae quae comprehenduntur uisu non decepto secundum ipsarum situationem in superficie oculi, sicut est ipsarum situatio in superficie rei uisae, palam ergo quoniam ipsarum comprehensio à uisu est comprehensio figurae in ipsis contentae, cuius sunt termini illi, & hoc est propositum, sed in his omnibus uisus requirit distantiam mediocrem & alias circumstantias uisui debitas, ne forte fiat deceptio in ipso uisu.

X LVII.

Planicies superficiei secundum mediocrem distantiam directe uisui oppositae comprehenditur, & ex comprehensione aequalitatis remotionis partium, & consimilitudinis ordinationis ipsarum.

Sit superficies plana a b c d, & sit centrum uisus e, à quo ducatur super datam superficiem perpendicularis e f, & quoniam superficies illa est directe uisui opposita, sic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius superficiei, producantur quoque ad puncta aequaliter à puncto f, distantia quae sunt a b c d, lineae e a, e b, e c, e d, & continentur lineae f a, f b, f c, f d, quae omnes erunt aequales propter aequalem ipsarum distantiam à puncto f, cum ergo omnes illae lineae f a, f b, f c, f d, per definitionem lineae super superficie erectae sint perpendiculares super lineam e f, patet per 4. primi, quoniam lineae e a, e b, e c, e d sunt aequales, superficies itaque a b c d, secundum illos eius terminos aequaliter distat à uisu, sed & alijs lineis ad puncta alia aequaliter distantia à puncto f, centro uisus productis illarum omnium ad inuicem ex praemissis concluditur aequalitas, tota ergo superficies secundum omnes sui partes aequaliter distantes ex omni parte à puncto f, consimiliter peruenit ad uisum, tota itaque superficies uidebitur plana ex comprehensione aequalitatis remotionis partium & consimilitudinis ordinationis ipsarum, & hoc est propositum. Sed & si axes radiales non incidant ad medium, nihilominus per eandem demonstrandum, semper enim termini cuiuslibet partium superficiei erunt lineae rectae, superficies ergo est plana.

X LVIII.

Conuexitas superficiei comprehenditur à uisu ex propinquitate partium mediarum & aequali remotione partium extremarum.

Cum

Cum enim superficies conuexa directe uisui opponitur secundum mediocrem distantiam, tunc cum omnis regularis superficies conuexa sit pars alicuius sphaerae uel columnae rotundae uel pyramidis rotundae per 18. primi huius, si superficies illa opposita uisui sit pars sphaerica superficiei, si à centro uisus ad centrum sphaerae linea recta ducatur, aliaque praeter centrum lineae plurimum producatur, patet per 73. primi huius, quod sola illa quae centrum transit, est perpendicularis super sphaerae superficiei: alia uero omnes lineae à centro uisus ad illam sphaericam superficiem productae, sunt super illam superficiem incidentes oblique, erit ergo per 8. tertij, pars perpendicularis interiacens centrum uisus & superficiem sphaericam omnium aliarum linearum breuissima, ergo secundum illam sit proxima approximatio ad uisum, & omnes circuli secundum punctum cui incidit illa perpendicularis in superficie sphaerae descripti, erunt uisui proximiores secundum illa puncta, & secundum alias lineas oblique incidentes erunt uisui remotiores, quia omnes lineae perpendiculari lineae propinquiores modo dicto sunt minores remotioribus, quoniam per praenominatam ergo tertij, omnes lineae à centro uisus ad periferias maiorem circulorum productae sunt longiores lineis propinquantibus ipsi perpendiculari, ex comprehensione ergo propinquitatis partium mediarum in illa superficie, et remotione aliarum partium quae sunt in terminis, apparet maior eleuatio partium mediarum quam extremarum, & ex inaequalitate eleuationis partium superficiei uidetur gibbositas, quae est causa conuexitatis, & quoniam in omni puncto superficiei sphaericae secant se circuli magni transientes per centrum illius sphaerae, & omnes lineae quae lineae breuissimae utrunque aequae propinquant sunt aequales, ideo secundum aequalem distantiam à perpendiculari sit aequalitas omnium linearum ad sphaerae superficiei à centro uisus productarum, & apparet deflexio gibbositatis aequalis secundum omnem differentiam positionis in sphaerica superficiei maxime cum directe uisibus opponuntur. Si uero superficies conuexa opposita uisui fuerit pars superficiei columnaris aut pyramidalis rotundarum, tunc sit eadem demonstratio productis lineis perpendicularibus à centro uisus ad centrum circuli basis, & omnium circulorum aequedistantium basi, alijs quoque lineis pluribus ab eodem centro uisus non perpendiculariter per eosdem circulos productis, conplebitur demonstratio ut prius, & si illae superficies quaecumque obliquatae sint ad uisum, nihilominus per eadem est demonstrandum. Siue enim gibbositas sit inferius, siue superius, siue à dextris, siue à sinistris, semper partium inaequalis distantia propositum concluderet de irregularibus conuexitatibus per eadem sit comprehensio in uisu, patet ergo propositum, uniuersaliter enim conuexitas comprehenditur à uisu ex propinquitate partium mediarum, & aequali remotione partium extremarum, patet ergo quod proponebatur.

X LIX.

Concauitas superficiei comprehenditur à uisu ex remotione partium mediarum & aequali appropinquatione partium extremarum.

Per eadem quae in praecedenti demonstrandum, & similiter per omnem superficiem transcendendum, semper enim per 8. tertij, linea à centro uisus ad centrum sphaerae uel circuli producta, quia continet diametrum, est omnium longissima, & sibi propinquiores sunt ceteris remotioribus maiores, & omnes aequaliter ab illa distantes sunt aequales, ergo termini illius superficiei uidebuntur arcuales, & tota superficies uidebitur concaua, & si illae superficies sint obliquatae uisibus, secundum arcualitatem terminorum sit superius secundum inferius, siue à dextris, siue à sinistris, semper per eandem demonstrandum, patet ergo propositum.

L.

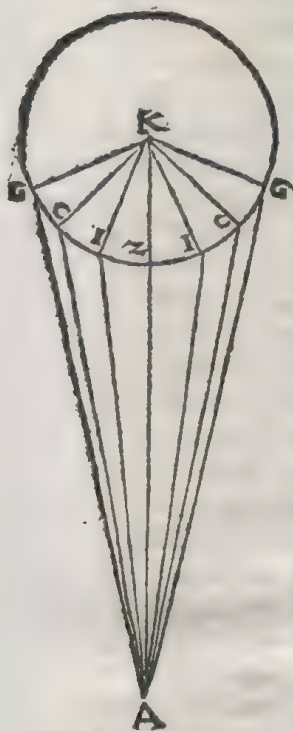
Centro foraminis uncae & circumferentia circuli in eadem superficie existens, circumferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Esto foraminis uncae centrum a, in eadem existens superficie, cum circumferentia circuli uisi, ita quod plana superficies circuli imaginata produci, secet sphaeram oculi trans centrum, illius quoque circumferentia circuli sit b g, & eius centrum k, & à punctis illius circumferentiae ducantur lineae plurimae ad uisum a, quae sint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a, secundum quas lineas formae illoque punctorum accedunt ad uisum, dico quoniam arcus b g, apparet uisui linea recta, ducatur enim à centro illius circuli linea k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g, quoniam ergo linea k b uidetur sub angulo k a b, & linea k d sub angulo k a d, qui minor est angulo k a b, quoniam

z

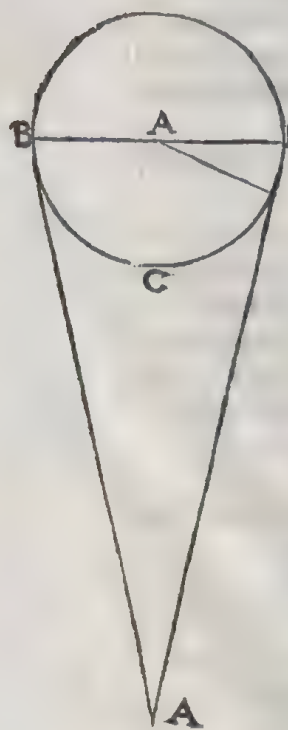
pars

parseius est, ergo p 20. huius, palā est, quia maior uidebitur linea k b quā k d, qm̄ sub maiori angulo uidetur, & similiter uidebitur linea k d maior quā k e, & k e maior q̄ k z, & eodem modo uidebitur k g maior quā k c, & k c maior q̄ k i, & k i maior quā k z, & punctus quoq; z inter omnes datos punctos, qm̄ cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quā punctum e, & punctus e, ppinquior quā punctum d, & punctus d propinquior quā punctū b, in apparentia ergo uisui, alioqui tollitur de curuitate arcus z b, & similiter est de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, sit omnium breuissima, & linea a e breuior sit quā linea a d, & a d breuior quā a b, patet qd̄ in uisu aliquid remanet curuitatis apprehensae, & sic non uidebitur tota periferia linea recta, sed ad rectitudinē aliquā accedens, patet ergo ppositum, & hoc idē accidet cōuexis & concavis partibus periferiae circuli uisui oppositis, quia si a puncto z ducat aliqua ppendicularis sup̄ lineam a z, tūc nō est differentia magna uisui inter arcū & lineā cōtingentem, cū per maius spaciū uisio fiat, ppe uero exiſtēte uisu, maior percipitur conuexitas uel cōcauitas & magis apparet. Et si centrū oculi & circulus nō sint in eadē superficie, tūc circūferentia circuli uidebitur curua, qm̄ tunc situs partium lineae circularis secundū suū sitū & esse propriū, peruenit ad uisum & depingitur secundū suā curuitatē in superficie illius, licet quandoq; forma sphaerica illius curuitatis secundū aliqd̄ sui uariet.



L I.
Circulo centroq; foraminis unae in eadem superficie existentibus minus semicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis unae qd̄ sit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b c, in eadem superficie plana existens, uideaturq; arcus b c d, dico quod minus semicirculo uidetur, si enim arcus b c d qui uidetur sit semicirculus, necesse est lineas a b & a c, super terminos diametri b c incidere, aliter enim semicirculus non uidebitur, quia sola diameter est quae diuidit circulum per aequalia, ergo lineae a b & a c, semper contingent circulum, quoniam a terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraq; cum diametro b c, angulum rectum continebit, triangulus itaq; a b c habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod est contra 32. primi, & impossibile, patet ergo propositum.



L II.
Centro foraminis unae existente in circūferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

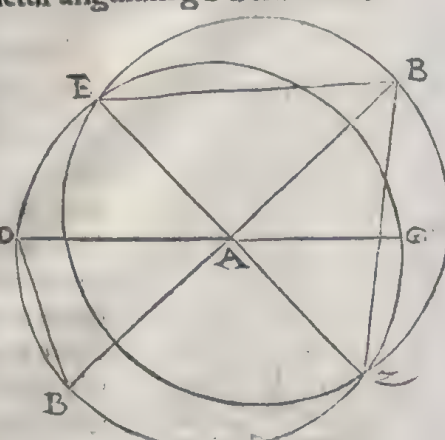
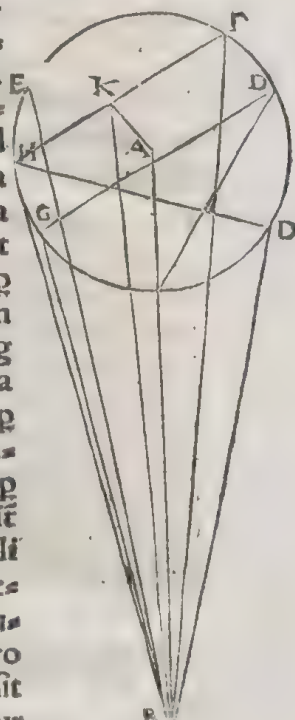
Esto centrum foraminis unae punctum a, in circūferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim est punctus in toto circulo a quo ad quēlibet punctum datum in circūferentia duci linea recta non possit, & quia ut ostensum est per secundam tertij huius, possibile est solum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum superficiei uisus produci lineas rectas est possibile, formae ergo omnium punctorum circuli perungere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediēte, talis ergo circulus secundum omnia sua puncta uideri poterit centro foraminis unae in illius circuli circūferentia collocata, & quoniam centro foraminis unae in centro circuli existente, ad huc omnes lineae ducibiles a punctis circūferentiae ad centrū ad ipsum uisum perueniunt, patet quia fiet uisio secundum lineas quae a punctis circūferentiae ducuntur ad centrum uisus per decimam septimam tertij huius, & hoc est propositum.

Existente

L III.

Existente centro oculi in linea a centro circuli super superficiem circuli erecta, aut in termino lineae obliquae superficiei circuli insistentis aequalis semidiametro, oēs diametri in eodē circulo pducti aequales uisui apparebunt.

Esto circulus d e g z, cuius centrum sit punctus a, erigaturq; linea a b, perpendiculariter super circuli superficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq; centrū oculi in linea a b in puncto b, dico quod omnes diametri ductae trans superficiem circuli, ut e z & d g, aequales adinuicem uidebuntur, ducantur em̄ a centro uisus lineae b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a aequalis est lineae a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoq; ad centrū a sunt aequales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g est aequalis lineae b z, & angulus a b z aequalis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d aequalis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uisus inter se sunt aequales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes semidiametri aequales apparebunt, imō & ipsi diametri, sub aequalibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, sed & omnes lineae aequedistantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquieribus, quod patet ducta linea f h aequedistante diametrorum d g, cuius medio puncto qui sit k, incidat linea b k, & copulentur lineae b f & b h, & a k, eritq; linea a k per 3. tertij, ppendicularis super lineam f h, quoniam ueniens a centro diuidit ipsam per aequalia in puncto k, quia itaq; in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h sint recti, ut b a g, ex hypothesi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k est maior quā linea b a, & linea a g est maior quā linea k h, p 37. primi huius, angulus b h k est maior angulo b g a, similiter quoq; angulus b f h erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit p 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebitur maior quā linea f h, per 20. huius, similiter quoq; est de omnibus alijs lineis aequedistantibus diametro respectu ipsius diametri, & ad inuicē demonstrandum, qualibet ergo minor uidebitur minor, & ita totus circulus uidebitur propriae suae figurae, & hoc est propositum primum. Si uero linea a b, non sit erecta super circuli superficiem, sed oblique insistent, sit tñ aequalis semidiametro circuli, ad huc diameter d g & z e uidebuntur aequales cētro uisus in puncto b, existente em̄ ex hypothesi, z a semidiameter sit aequalis lineae a b, & semidiameter a e aequalis sit eidem, palā quoniam lineae a b, a e, a z sunt aequales. Si ergo super punctum a, ad quantitatem semidiametri e a, circulus describatur in superficie in qua sunt lineae a e, a z, a b, palam quia transibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z est rectus, similiter quoq; ostēdetur angulum g b d esse rectū, & quia omnes anguli recti sunt aequales, & sub aequalibus angulis uisae aequalia apparent p 19. uel 20. huius, palā quia oēs diametri illius circuli quocunq; ducant aequales apparebunt, sicut diametri e z ipsi diametro g d, qd̄ est propositum secundum, patet ergo totū qd̄ pponebat.



L IIII.
Centro oculi existente in termino lineae maioris uel minoris semidiametro circuli, cuius superficiei in cētro oblique est insistent, aequales angulos cū diuersis semidiametris cōtinentes, illae diametri eiusdem circuli aequales apparebunt.

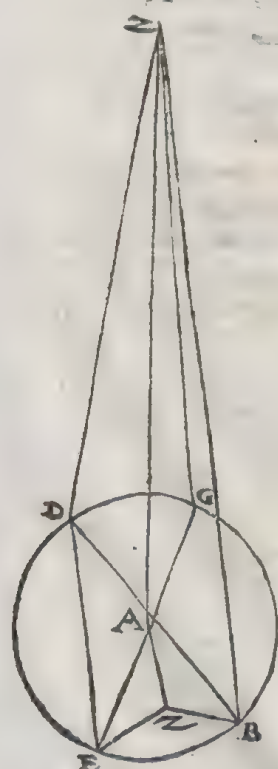
Sit circulus b g d e, cuius centrū a, & sit centrū uisus z, sitq; linea a z non erecta sed oblique incidens superficiei circuli maioris uel minoris semidiametro d a, sit tñ angulus d a z aequalis angulo g a z, & angulus e a z aequalis angulo

gulo baz , dico quod ad hoc diameter dg & eb videbuntur æquales, quoniam enim linea da est æqualis ag , & linea za communis duobus trigonis zag , & zad , est quoque ex hypothesi angulus daz æqualis angulo eaz , erit per 4. primi, linea zd æqualis lineæ zg , & angulus dza æqualis angulo gza , ergo per 19. uel 20. huius, basis da uidebitur æqualis ga basi. Similiter quoque per eadem demonstrabitur angulus eza æqualis angulo baz , & per præmissa uidebitur linea e æqualis lineæ b , & angulus azg æqualis est angulo azd , & angulus eaz æqualis angulo azg , ideo accidit ut totalis angulus dzb totali angulo ezg sit æqualis, uidebitur ergo ut supra patuit diameter db æqualis diametro eg , quod est, propositum, possibile est autem hoc in quibusdam diametris accidere, non autem in omnibus diametris circuli taliter uisui oppositi, non ergo oportet quod omnes diametri illius circuli uideantur æquales; non enim illæ diametri uidebunt æquales, cum quibuslibet linea za facit angulos inæquales.

L V.

Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens non erigatur super superficiem circuli, neque æquales angulos contineat cum diametris, sitque maior semidiametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusque circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima est diameter illa cui perpendiculariter incidit linea radialis.

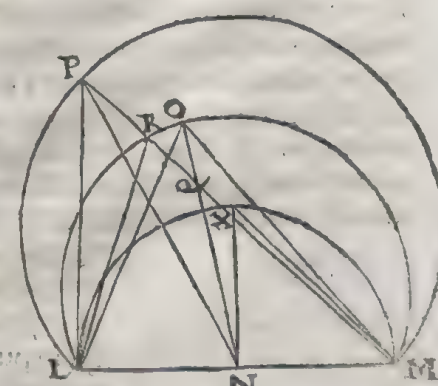
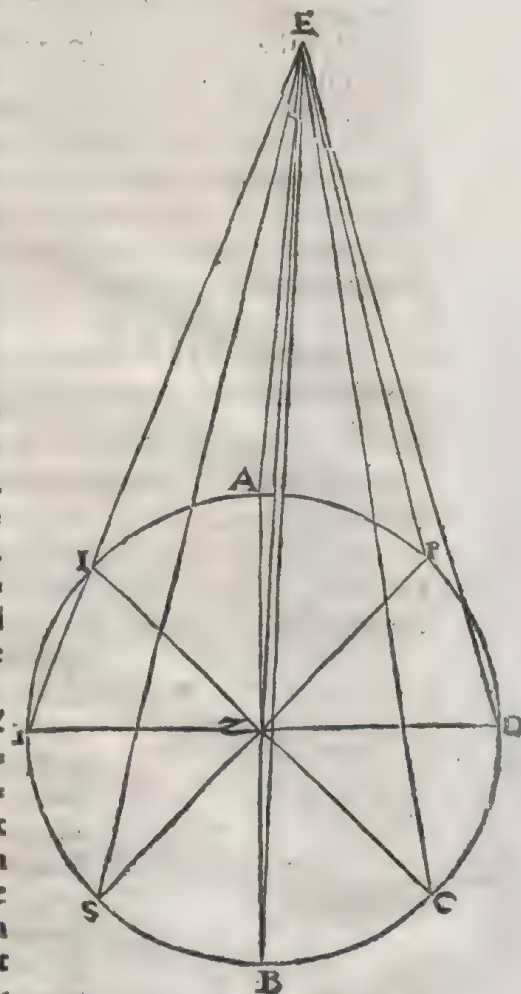
Esto circulus agb d cuius centrum z , & ducantur diametri ab & gd , se ad inuicem orthogonaliter secantes, sic quod centrum oculi e , à quo ducatur linea e z ad centrum circuli diametro quidem dg secundum angulum rectum perpendiculariter incidentes, diametro uero ab oblique ut acciderit, non erit ergo linea e z erecta super superficiem circuli, sitque linea e z maior semidiametro circuli, dico quod diametri ab & gd uidebuntur inæquales, & gd maxima quidem ab uero minima, & quod totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris, quoniam omnis diameter circuli quæ acciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa, & duæ tantum diametri appparebunt æquales, ut illæ quæ æqualiter distat ab utraque parte à minima diametro quæ est ab , quoniam enim diameter gd est perpendicularis super diametrum ab , & super lineam



ze , palam per 4. undecimi, quoniam linea gz est perpendicularis super superficiem in qua sunt lineæ e z & az , uel ab , ergo per 18. undecimi, erit circulus propositus orthogonaliter super superficiem e az , ergo & e z superficies erecta erit super circumulum, ducatur ergo à puncto e , super superficiem circuli agb , perpendicularis per 11. undecimi, hoc itaque per præmissa necessario cadet in communem sectionem illarum superficierum, quæ est ab , cadat ergo & sit e k , & ducatur lineæ e a , e b , e d , & e g , producatursque diameter circuli alia quæ sit sz , constituendo cum diametro gz angulum p z d æqualem angulo g z s per 15. primi, ducatur quoque alia diameter quæ sit iz , ita ut anguli gzg & izg sint æquales, quia itaque à puncto e , in aere dato super substratam planam superficiem circuli qui est agb , ducantur duæ lineæ, una perpendiculariter quæ est k , & alia oblique quæ est z , & inter puncta incidentiæ quæ sunt k & z copulatur linea zh , in ipsa superficie, patet per 39. primi huius, quoniam angulus e z k , minimus est omnium angulorum sub linea e z , oblique incidente, et semidiametro zi uel zp , uel quacunque alia diametro contentorum, & omnis angulus istorum angulorum propior quior angulo e z k est minor remotiore; duo quoque anguli ex utraque parte æqualiter angulo e z k approximantes, ut sunt anguli izk , & pzk inter se sunt æquales, copulentur quoque lineæ ei , es , ep , & et , quia itaque ab angulis duorum trigonorum deg & tei , ad medietates suarum basium æqualium in trigono deg linea e z perpendiculariter incidit, & in trigono tei oblique est, quæ linea e z maior medietate utriusque illarum basium, gd & it , ut patet ex hypothesi, ergo per 49. primi huius, erit angulus deg maior angulo tei , ergo

ergo per 20. huius, diameter dg uidebitur maior diametro it , & quoniam ut ostensum est per 39. primi huius angulus e z i est maior angulo e z a , ambabus uero basibus trigonorum tei & aeb , quæ sunt it & ab , ad medium punctum quod est z linea e z incidit oblique;

erit per 51. primi huius angulus tei maior angulo aeb , ergo per 20. huius diameter it uidebitur maior diametro ab , & sic per præmissa de qualibet aliarum diametrorum respectu diametri ab est demonstrandum. Oim itaque diametrorum circuli propositi gd uidetur maxima, & ab minima, & propinquiores diametro gd uidentur maiores, & propinquiores diametro ab uidentur minores; duæ quoque diametri æqualiter hinc inde distantes uidentur æquales, ut sunt it & sp per præmissam, quoniam propter æqualitatem angulorum aliquorum qui sunt e z i & e z p per 39. primi huius anguli tei & sep sunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti sectio columnaris. Sed & suppositis istis quæ per 39. primi huius declarata sunt, potest reliqua aliter demonstrari. Extra hanc enim figuram, prahatur linea lm æqualis diametro dg per 3. primi, & diuidatur linea lm per æqualia in puncto n per 10. primi, & à puncto n ducatur linea nx perpendiculariter super lineam lm per 11. primi, & ressecetur linea nx ad æqualitatem lineæ ze , quæ est ex hypothesi maior quam linea nm , æqualis semidiametro zg , ut patet ex præmissis, ductisque lineis lx & mx , compleatur trigonum lmx , & per 5. quarti circuli scribat ei portio circuli quæ sit lmx , est itaque illa portio circuli lmx maior semicirculo, ideo quia linea nx est maior utraque linearum nm & nl , & quoniam trigonorum gze & lnx latus gz est æquale lateri nl , & latus ze æquale lateri nx , & angulus gze æqualis angulo lnx , quoniam ut patet ex præmissis uterque ipsorum est rectus, erit per 4. primi basis ge æqualis basi lx , & similiter iterata demonstratio in trigonis dze & nm , erit linea de æqualis lineæ mx , & erit totus angulus lmx æqualis totali angulo ged , fiat quoque super punctum n terminum lineæ ln per 23. primi angulus æqualis angulo ize , & sit angulus lnp , fiatque per 3. primi linea no æqualis lineæ e z , & ducantur lineæ lo & mo , describaturque supra circa trigonum lom portio circuli quæ sit lom , erit quoque secundum præmissum probandi modum angulus lom æqualis angulo iet , ita ut prius per 23. primi constituatur super punctum n terminum lineæ ln , angulus lnp æqualis angulo az , & fiat linea np æqualis lineæ e z , & ducatur linea lp & pm , & circa trigonum lpm describatur portio circuli ut prius, quæ sit lpm , erit quoque modo præmissis angulus lpm æqualis angulo aeb , ducaturque linea à puncto l ad punctum sectionis, ubi linea mo secat circumferentiam portionis circuli quæ lxm , quæ linea sit lq , & quia per 26. tertij angulus lqm æqualis est angulo lmx , cadunt enim in eundem arcum quæ concordat linea lm , angulus uero lqm maior est angulo lom per 16. primi, patet, quia angulus lmx maior est angulo lom , angulus uero lmx æqualis est angulo ged , & angulus lom æqualis est angulo iet , patet



ergo per 26. tertij angulus lqm æqualis est angulo lmx , cadunt enim in eundem arcum quæ concordat linea lm , angulus uero lqm maior est angulo lom , patet, quia angulus lmx maior est angulo lom , angulus uero lmx æqualis est angulo ged , & angulus lom æqualis est angulo iet , patet

z 3 lam

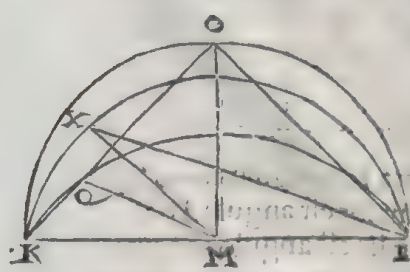
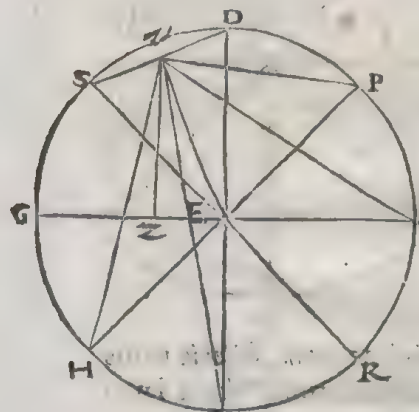
Iam ergo, quoniam angulus g e d maior est angulo l e i. Similiter quoque ducta linea k ad punctum sectionis, in quo linea m p secat arcum l o m, palam ut prius, quoniam angulus l o m maior est angulo l p m, & quoniam angulus l p m est aequalis angulo a e b, erit angulus i e t maior angulo a e b, ergo per 20. huius maior apparebit uisui in puncto e posito diameter g d, & diameter i t, & diameter i t maior diametro a b, & quoniam de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem est demonstratio respectu diametri a b, patet quod omnibus illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b: omnium itaque diameter concurrentium cum linea e z in puncto z diameter a b uidebitur minima, & g d maxima: diameter uero media diuidens angulum a z g per aequalia, modo medio uidebitur in diametris g d & a b, & quia per praemissam angulus i e t aequalis est angulo s e p, palam quia diametri i t & s p aequales uidebuntur, quoniam sunt diametri g d & a b aequaliter distantes, ut patet per praemissam & per 15. primi, hoc ergo est propositum.

LVI.

Si linea recta a centro circuli centro uisus incidens, non erigatur super superficiem circuli, neque aequales angulos contineat cum diametris, sitque minor diametro, diametri illius circuli inaequales apparebunt, totusque circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui oblique incidit linea radialis.

Esto circulus a b g, cuius centrum e , & ducantur duae diametri a g & b d se inuicem ad rectos angulos secantes in centro e , & ducatur linea e z, quae neque sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos aequales continens cum diametris a g & b d, & sit minor semidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inaequales cum diametro d b, dico quod diametri propositi circuli apparebunt inaequales, & quod totus circulus uidebitur sectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omnium minima, & diameter d b maxima: diametri uero aequaliter ab istis ambobus diametris distantes, aequales apparebunt oculis in puncto, & existere ut sunt diametri h p & s r, quia enim angulus z e g est rectus, ducantur linea z g, z d, z a, z b, & ducantur ad diametrum h p linea z h, z p, & ad diametrum g r linea z g, & z r, & omnibus alijs ut in praemissa dispositis, scilicet ducta linea z k super diametrum g a, cui perpendiculariter incidit linea z e per 39. itaque primi huius, patet quod angulus z e k est minimus omnium angulorum illorum: & omnis angulus ille propinquior est minor remotiore, quia uero ab angulo trigoni g z a descendit linea z e ad medium basis, quae est a g perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p descendit eadem linea z e oblique ad medium basis h p, est itaque linea z e minor medietate utriusque illorum basium aequalium, ut patet ex hypothesi, palam per 50. primi huius, quoniam angulus g z a est minor angulo h z p, ita per 51. primi huius, quoniam angulus g z a est angulus h z p minor angulo d z b. Similiter quoque de quibuscumque diametris medijs demonstrandum, patet ergo per 30. huius, quoniam omnium diametrorum a g uidebitur minima, & d b maxima, & mediae medio modo se habentes, secundum quod plana approximant hinc & inde: duae quoque diametri aequaliter distantes ab extremis uidentur aequales per 54. huius, patet ergo propositum. Sed & suppositis istis, quae per 39. huius primi, potest reliquum aliter demonstrari: Assumatur ut in praemissa k l aequalis diametro g d, & diuidatur in duo aequalia in puncto m , & producat a puncto m perpendiculariter linea m o aequalis lineae e z, erit ergo linea m o ex hypothesi minor semidiametro g e, & minor linea k m, & ducantur lineae k o & l o: trigono quoque k n l circumscribat circuli portio per 5. quarum sit k o l: est autem illa portio minor semicirculo, quia linea

m o



m o est minor semidiametro, eritque per 4. & 8. primi angulus k o l aequalis angulo g z a. Sit iterum angulus p e z aequalis angulo k m x, & sit linea x m aequalis lineae e z, ductisque lineis k x & l x, circumscribatur trigono k x l portio circuli k x l, & erit modo praemisso angulus k x l aequalis angulo h z p. Item sit angulus k m q aequalis angulo a e z, & sit linea m q aequalis e z, ductisque lineis k q & l q, ut prius describatur portio circuli k q l, & erit angulus aequalis angulo d z b, & quia inter praemissum patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l, erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b, apparebit ergo diameter d b maior quam diameter h p, & h p maior quam g d, diameter uero h p & e i aequaliter distans, quae s k, a diametro g a, aequales apparebunt per 54. huius, & hoc est propositum.

LVII.

Centro uisus existente in linea erecta super superficiem quadrati in puncto intersectionis duorum diagonorum, latera quadrati aequalia apparent, & diametri aequales.

Sit tetragonus a b g d, & protrahatur in ipso diagoni a g, b d, & earum intersectio sit e , erigatur e z super superficiem tetragoni per 12. undecimi, ponaturque oculus in aliquo puncto lineae e z ut m z, & ducantur lineae z a, z b, z d, z g, quia itaque per 40. primi huius medietates diagonorum inter se sunt aequales, ut d e & g e, & linea e z est communis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e sunt recti per definitionem lineae super superficiem erectae, erit per 4. primi basis z g aequalis basi z d, & angulus e z g aequalis angulo e z d, uidebitur itaque linea d e aequalis lineae e g per 20. huius: & similiter per eandem, quia angulus a z e est aequalis angulo b z e uidebitur ergo linea a e aequalis lineae b e, tota quoque linea d b apparebit aequalis toti lineae a g, & quoniam linea g z est aequalis lineae b z, & linea a z aequalis lineae d z, & linea a b est aequalis ipsi g d, quoniam sunt latera eiusdem quadrati, & sic tria latera unius trigoni sunt aequalia tribus lateribus alterius, ergo per 8. primi anguli aequalibus lateribus contenti sunt aequales: omnia itaque latera ipsius quadrati hoc modo aequalia apparebunt, & hoc est propositum, quoniam in omni puncto lineae a z eadem est demonstratio, concludendo semper per 20. huius.

LVIII.

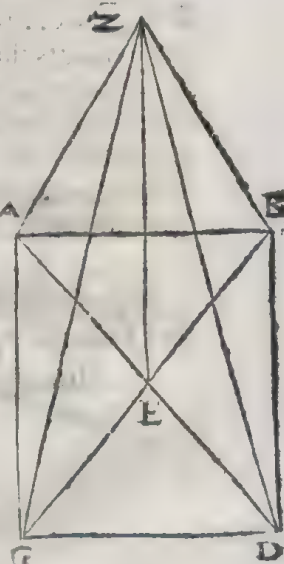
Si recta linea maior uel minor medietate diagoni quadrati a medio puncto centro uisus incidens obliquata super eius superficiem aequales angulos contineat cum diuersis medietatibus diagonorum, diagoni illius quadrati apparebunt aequales.

Sit quadratum a b c d, cuius medius punctus inueniatur per 40. primi huius, quod sit e , & ducantur diagoni a c b & c d, sitque centrum uisus f , & linea f e sit maior quam linea a e medietate diagoni, uel minor illa, sit quoque linea f e obliquata super superficiem quadrati, sit tamen angulus f e a aequalis angulo f e c, dico quod adhuc diagoni ipsius quadrati aequales apparebunt: circa punctum enim e describatur circulus ad quantitatem semidiametri e a, palam ergo, cum omnes medietates diagonorum sint aequales per 40. primi huius, quoniam per 9. tertij circulus iste circumscribetur totali quadrato, omnes terminos diagonorum attingens, erit ergo diagoni quadrati diametri descripti circuli. Sed manifestum est per 54. huius, quoniam diametri circulo in hac dispositione omnes uidentur aequales, ergo & diagoni quadrati cum sint idem cum illis, & hoc est propositum. Idem quoque accidit in omnibus figuris polygonijs quibuscumque formae, & per eadem uel similia demonstrandum.

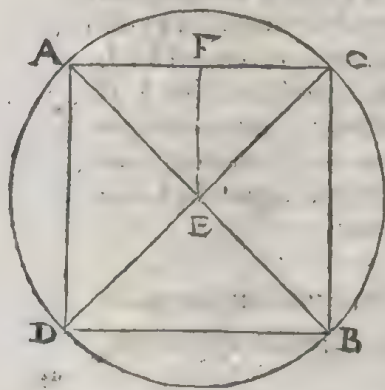
LIX.

Linea recta ad punctum medium superficiei quadratae oblique a centro uisus incidente, & inaequales angulos cum diagonis continente, siue maior siue minor semidiagono fuerit, semper diagoni quadrati inaequales apparebunt.

Remaneat



Remaneat dispositio proxima præcedentis, contineatq; linea f e inæquales angulos cum diagonis, ita q; angulus f e a sit inæqualis angulo f e c, & circumducatur circulus quadrato circa centrum e ut prius, & si linea f e fuerit maior semidiagono a e, concludetur per 55. huius diametros circuli, qui sunt diagoni propositi quadrati, inæquales uideri, q; si linea f e fuerit minor semidiagono a e, tunc similiter per 56. huius conuincet diagonos quadrati inæquales uideri. Diuersitas tamen istarum inæqualitatu, sit secundum modum illic in circulis propositu, secundum diuersitatē angulorū incidentiæ hinc inde, patet ergo propositu, & eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte longiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuersaliter de omnibus polygonis parium angulorū faciliter demonstrari, q; ipsorū diagoni quoad æquales uident, & quicq; inæquales, nec in talibus diximus immorandū, quia quilibet huius scientiæ pscrutator hoc



faciliter cōprehēdet.

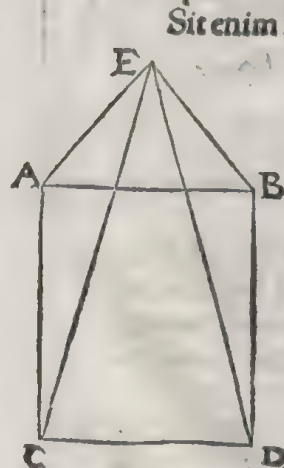
LX.

Centro foraminis unæ in puncto medio superficiē cuiuscunq; figuræ rectilineæ existente, semp figura secundū sui formā propriā uisui occurret.

Verbi gratia: Sit figura data exempli causa quadrata, & inueniatur punctus medius per 40. primi huius, in quo ponatur centrum foraminis unæ, & hoc est, ut supponatur oculus illi puncto, & quoniā ab illo puncto ad omnem punctū laterum angulorū possunt duci lineæ æquales uel proportionales ijs quæ in ipsa superficie, patetq; q; forma cuiuslibet illorū punctorū uidebitur, & propter æqualitatē linearū radialium ad eas quæ in superficie lineas figurabitur figura in oculi superficie, sicut est extra in superficie rei uisæ, patet ergo q; totalis forma & figura illius superficiē uidebit, sicut est pprā illi figuratio cuiuscunq; sit figuræ, & hoc est propositum.

LXI.

Figura quadrata uno solo latere directe uisui opposito, distantia uisæ altera parte longior uidetur.



Sit enim figura quadrata a b c d, & centrum uisus e, & latus quadrati qd sit a b, opponatur uisui directe, palam ergo, quoniā alia uisui opponetur oblique, sed per 26. huius quantitas oblique uisui opposita uidetur minor, quoniā sub minori angulo uidetur: directe uero uisui opposita, uidetur sua propriæ quantitatis q; oblique uisæ: sub maiori enim angulo uidetur omnia directe uisibus opposita, q; sibi æqualia quæ opponuntur uisibus oblique, tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uero quadrata e, distantia uisæ altera parte longior, uidetur ut proponitur, sed est possibile, uel altera parte longior appareat uisui esse quadrata, ut si latus ei uero breuius directe opponat uisui & longius oblique, tunc enim potest fieri propter dispositionem obliquitatis, ut longius latus appareat æquale breuiori. Multa quoq; similia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet polygonis figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoq; accidit suæ formæ diuersitas in uisione, quæ omnia relinquimus diligentia particulariter perquirentis, sufficit enim nobis hoc uniuersaliter propositum in radice.

LXII.

Si quadratum, cuius latus non sit excedēs, distantia oculorū uisibus proprijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uisibus obuiantia, ex parte uisuum concurrere uidebuntur.

Sit qua

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non sit excedens quantitatē lineæ cōnectenti centra oculorū, hoc est distantia oculorū, & applicetur uisibus ut ppius potest, secundū latus suū a b, dico q; uidebitur altera parte longius, latera enim eius duo, s. a c & b d directe subiiciuntur uisui, qm quilibet illorū laterum imaginatū extendi secundū suum continuum & directum per 1. secundi huius penetrat centrum uisus, cui directe subiicitur, & sic forma eius directe depingitur in superficie ipsius uisus, & latus c d directe opponitur uisui, uidebitur ergo illa sua ppræ quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidetur oblique, qm cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualiu, uidetur ergo minus per eandem 26. huius; totum ergo quadratū a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ sunt latera illius quadrati uisibus obuiantia, uidebuntur plus distare secundū lineam c d, q; secundū lineam a b, uidentur ergo concurrere uersus partem uisus, qd est propositu, & eadem passio accidit figuræ quadrangulæ altera parte longiori, nec est differentia q; ad illū, qd etiā per eandē potest demonstrari, patet ergo propositum. Et qm figura corporalis qdā figura est, licet uisio corporeitatis sit alia à uisione figuræ, quod uirtuti distinctiue error in uisione figuræ accadat, diximus in posterius diffendum.

LXIII.

Corporeitas comprehenditur à uisu, in quibusdam corporibus per se, & in quibusdam auxilio uirtutis iudicatiuæ.

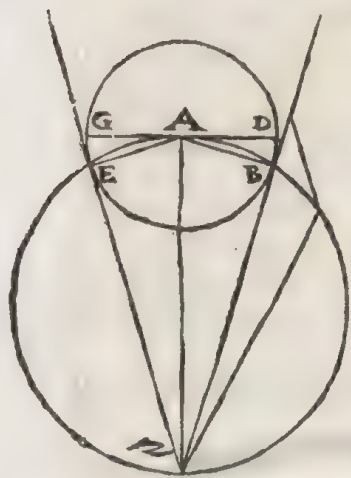
Cum enim corporeitas sit extensio corporis secundū trinā dimensionē, dico q; ipsa quandoq; cōprehenditur in quibusdā corpibus à uisu per se, quædā enim corpora continentur à superficiebus planis secantibus se recte uel oblique adinuicē, & quædā à superficiebus cōcauis & cōuexis, & qdā à superficiebus cōuexis & planis, & quædā à superficiebus cōcauis & planis, & quædā à diuersis superficiebus cōuexis, cōcauis & planis se interfecantibus, & quædam continentur ab una sola superficie rotunda: corpus itaq; cōtentum à superficiebus secantibus se, cuius una superficies est plana: quando superficies eius fuerit opposita uisui secundū directam oppositionē siue obliquatam, ita tamen, q; communis sectio duarum superficieū uideatur, & q; ambæ superficies se secantes occurrant simul uisui, tunc extensio corporis secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatem à uisu comprehenditur, sic ergo corporeitas cōprehenditur. Corpora quoq; quorū superficies est cōuexa siue sit una siue multæ, cum opponuntur uisui secundū directionem uel obliquationē, erunt remotiores partiū eius à uisu inæquales, & erit medium cōuexi eius propinquius extremitatibus uisus per 8. tertij. Reliquæ uero partes eius erunt à uisu remotiores, quoq; cōprehensio sentiet uisus corporeitatem, quoniā comprehendet profunditatem partium plus remotarum à se respectu partiū propinquiorū sibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimensionū illorum corporū. Corporis quoq; cōcaui cōcauitas percipi potest à uisu secundū mediocrem distantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur à uisu per 8. tertij, ut prius: profunditas illius corporis cōprehenditur à uisu propter maiorem distantiam unius partis respectu aliarum, sed ex consequenti longitudo & latitudo patent: q; si plures sunt in ipso superficies se secantes, quorū communes sectiones se à uisu offerant, corporeitas ipsorum comprehenditur à uisu cum sentitur obliquitas illarū superficiearum. In ijs autem omnibus attendenda est mediocritas distantia, quoniā in maximis remotionibus est secus, tunc enim per uisum nudum non comprehenditur corpus propter uisionem superficiē, sed auxilio uirtutis animæ superioris, est enim principium quiescens in anima ex consuetudine uisionum, & est tale, q; nihil uidetur nisi corpus. Unde quando uisus uidet aliquam uisibilem superficiem, statim uirtus iudicatiua animæ directet, q; uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uisus extensionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per se comprehendit uisus per comprehensionem superficiē cuiuscunq; per 17. tertij huius, non autem comprehendit semper corporum profunditatem, quæ est tertia dimensio ipsorū, nisi auxilio uirtutis superioris ipsius animæ, patet ergo propositum.

A

Lon

Longior linea ab aliquo puncto superficiei convexæ sphaericæ ad uisum
accedens, est linea contingens circulum magnum illius sphaeræ.

Esto data sphaera d g, cuius centrū sit a, circulus eius magnus d g e b, quæ sphaera sit
 uisa ab oculo, cuius centrū sit punctū z, & super lineam distan-
 tia centri sphaeræ qd' est a, & centri oculi qd' est z, positam p
 diametro quæ sit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad
 sectiones circuloꝝ istorū lineæ z b & z e, dico q ꝥ hæ lineæ con-
 tingunt circulū d g e b, qui est circulus magnus, ppositæ sphae-
 ræ, & q ipse sunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus
 à quibuscunq punctis superficie i sphaeræ ad centrū uisus, du-
 cantur enim à centro sphaeræ qd' est a, duæ lineæ ad terminos
 linearū z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos, sient
 enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterq illorū
 cadit in semicirculo, ergo per 15. tertij illæ duæ lineæ z e & z
 b sunt contingentes circulū d g e b, protractæ ergo circulū nō
 secabūt. Si uero dicat, q illæ contingentes non sunt longissi-
 mæ, quæ perueniūt à punctis superficie i sphaeræ uisæ ad cen-
 trū uisus z, sint aliæ longiores, quæ ut patet ex præmissis, si

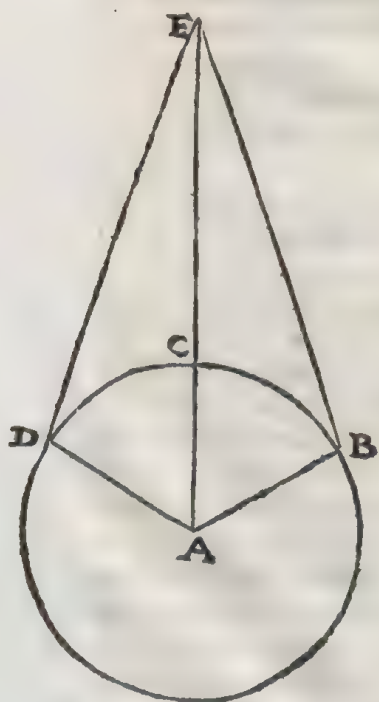


linea z b protrahatur, ipsa non secabit circulum quem contingit per 15. tertij. ergo si a puncto z centro usus in superficie, in qua sunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior sit linea z b usq; ad circulum: palam ergo, quia ista recta cum lineæ z b superficiem includit, qd est impossibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulo sunt omnibus alijs lineis longiores, quod est propositum.

LXV.

Sphæra à remotissimo uisæ superficies conuexa uel concaua uidei plana.

Sit sphaera, cuius centrū sit a, & in ea circulus magnus b c d, & sit centrū uisus e, ducanturq; lineae e a, e b, e t, e d, palamq; per 50. huius, quoniam forma arcus b c d ipsi uisui e a remotiori incidentiae arcus b c d accedit ad rectitudinem, & idem est de alijs arcubus quibuscumq; uisus incidit in tota data sphaera, totalis ergo portio conuexae superficiei, cui uisus incidit, uidetur plana, ut sicut arcus circuloꝝ in superficie ipsius descriptibiliū accedunt ad rectitudinem lineae, sic totalis sphaerae superficies ad planiciem accedat, & per eadem potest fieri demonstratio de conuexa superficie ipsius sphaerae, cū enim in illa partiū rei uisae plus altera distare uidetur, necesse est unius dispositionis apparere totam superficiē rei uisae. Cum itaq; totum conuexū corpus uel concauū in remotione maxima fuerit a uisui, tūc uisus nō comprehendit concauitatē uel conuexitatē, sed cōprehēdet ipsum quasi planū, quia situs partiū superficiei suae adinuicem nō comprehendit a uisui in aliqua diuersitate, sed secundū concauitatē aequalem peruenerint ad uisum, & in ipsius uisus superficie secundū diuersitatem situs figurat, unde plana iudicant, & plana uidebūt totalis superficies rei uisae, & ob hoc figurae superficialiū solis & lunae uidentur planae, semidiаметri enim ipsorū ad lineam suae distantiae, quae a centro uisus ad ipsorum solis & lunae centra ducitur, non habet



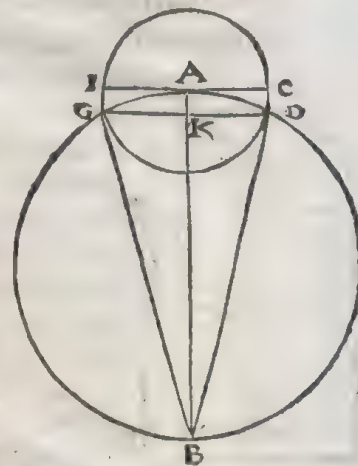
aliquā sensibile, pportione, unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro usque productæ contingente sphaeras illas per præmissam. Longior enim lineæ ab aliquo puncto superficie conuexæ ipsius sphaeræ ad usum accedens, est lineæ circuli magni illius sphaeræ cō

rae contingens, & illæ lineæ omnes sunt æquales inter se per 58. primi huius, & qm̄ sensibilibiter nō excedunt lineam à centro uisus super superficies illarū sphaeræ pductas, ideo omnes illæ lineæ uidentur quasi æquales ipsis ppendicularibus, quæ transeunt centra illorum corporū à centro uisus productæ, & arcus interiacentes rectitudini accedunt: unde totales superficies uidentur planæ, & hoc idem propter eandem causam accidit in omnibus alijs stellis, quæ propter remotiōem maximam quasi quædam superficies patuorum circuloꝝ uidentur, patet ergo propositum.

LXVI.

Sphæricæ superficiei cōuexæ illuminatæ uno oculo uisæ, semper minus hemisphærio apparet, & pars eius uisa circulo continetur.

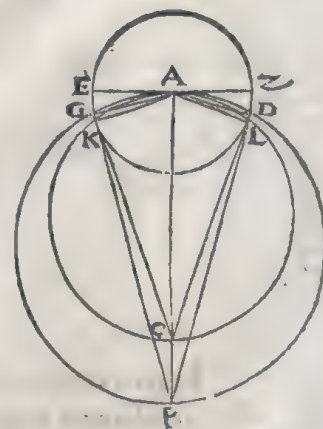
Sit sphaera uisæ centrū a, & sit centrum uisus b, producaturq; linea a b, sitq; ut super
ficies plana transiens punctū b, secet sphaeram, erit ergo per 69.
primi huius communis sectio illius superficiei & sphaerae circulus, sit ille circulus g d, & super diametrū a b, quæ interiacet centrum uisus & centrū sphaerae uisæ, describatur circulus qui sit a g d b, & producantur lineæ g b, d b, a g, a d, quia ergo arcus a g b est semicirculus, palā per 30. tertij, quia angulus a g b est rectus. Similiter autē & angulus a d b est rectus, ergo lineæ b g & b d sunt contingentes circulū per 15. tertij, copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactū, quā secabit linea b a per æqualia p 58. primi huius, sit ergo punctus sectionis k, erūtq; per 4. primi trigona g k b & d k b æquiangula, patet & hoc p 3. tertij, ducā q; q; p centrū a linea i t æquedistantē lineæ g d per 31. primi; erit ergo per 29. primi linea a b ppendicularis super lineā i t, cum ipsa sit ppendicularis super lineam g d æquedistantē lineæ i t, ergo p 15. tertij erit linea i a contingēs circulū a g b d, & ipsa est diameter circuli d g, arcus ergo d g qui uidetur, minor est semicirculo, put etiam patet per 51. huius, trigonus itaq; b g k manēte fixo latere b k, intelligatur circūduci quousq; redeat ad locum unde coepit, & palam, quoniā linea b g contingens circulū d g, unūquodq; punctū superficiei sphaerae, cui ipsa circūducitur, continget, & linea k g motu suo faciet circuli sectionem, fietq; pyramis, cuius uertex erit punctū b, qd est centrum uisus, basisq; eius erit circulus per motum lineæ k g factus; pars ergo uisa sub circulo continetur, palam quoq; quoniam uidetur minus hemisphaerio; est enim, ut præmissum est, sphaerae uisæ diameter i t, & linea g d illi æquedistās minor diametro, est autē linea g d diameter basis pyramidis uisionis, minus ergo hemisphaerio uidetur, quod est propositum.



LXVII.

Vifu sphaeræ illuminatæ conuexæ approximâte, minus superficiei sphæ-
ræ uidetur, apparet autem quasi magis uideatur.

Est ut in præmissa sphaera, cuius centrum a, sit quoq; centru
uisus b, & ducatur linea a b, & circa diametru a b describatur cir
culus g b d, & ducatur à puncto a linea e a z perpendiculariter su
per lineam a b per 11. primi, & quia linea a b & e z sunt in una su
persficie per 2. undecimi. Intelligat hæc superficies plana secare
sphaeram, ipsa aut per 69. primi huius secabit sphaera secundu cir
culu qui sit g e z, eruntq; puncta sectionis duoru ppositore
circuloru que g & d, ducantur linea g a, d a, b g, b d, & patet per mo
du proxima præcedentis, qm linea b g & b d contingit sphaeram,
& uidet ab oculo existente in puncto b pars sphaera g d : sit ergo
ut appropinquet oculus sphaera, & fiat in puncto c, ducaturq; c a
circa qua ut diametru describat circulus a k d l, ducanturq; linea
c k, c l, a k, a l, ergo propter præmissam uidebitur sub circulo exi



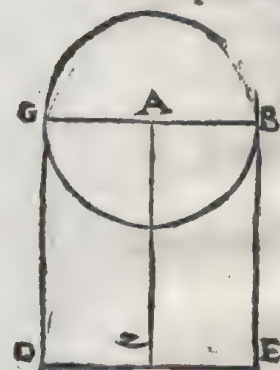
A 2

stente

stente in puncto c pars sphaerae, quae est k l, quae minor est parte sphaerae g d uisae ab oculis
lo existente in puncto b, qm arcus cadens inter puncta cōtingentiae linearū c k & c l,
quae per 64. huius attingūt sphaerā, minor est arcu g d, quae cadit inter puncta cōtingen-
tiaē lineae b g & b d, qd patet per 60. huius, palam ergo, qm appropinquante oculo ipsi
sphaerae, minus superficiei sphaericae uidetur, quia uero, ut patet per eandē 60. primi huius,
lineae b g & c k concurrūt si producātur uersus punctū g, palam per 16. primi, quoni-
am angulus k c a minor est angulo g b a, similiter angulus a c l maior est angulo a b d,
totus ergo angulus k c l est maior toto angulo g b d: pars ergo sphaerae, in qua est arcus
k l, sub maiori angulo uidebitur, q̄ pars sphaerae in qua est arcus g d, apparet ergo p 20.
huius maior uisui pars sphaerae quae est k l, q̄ pars eius quae est g d, & hoc est ppositum.

LXVIII.

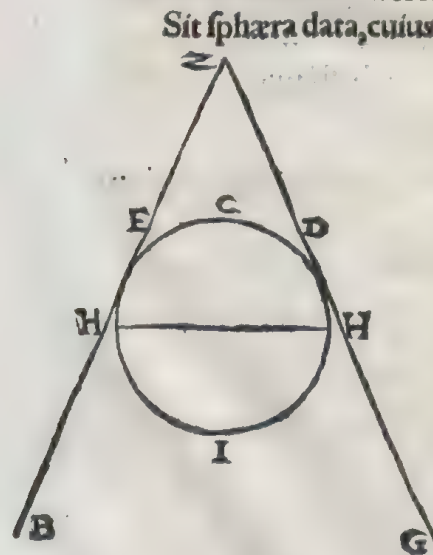
Diametro sphaerae illuminatae conuexae lineae connectenti centra ambo-
rū oculorū aequali existente, hemisphaerium est qd ambobus uisibus uidet̄.



Sphaera data sit centrū a, sitq; circulus eius maior, cuius diameter sit b g, quae ex hy-
pothesi erit aequalis distantiae oculorum, hoc est lineae connectenti centra
uisuum amborū quae sunt e & d, ducantur quoq; a punctis b & g perpendi-
culares b d & g e, quae fiant aequales per 3. primi, & copuletur linea d e, quae
per 33. primi & ex hypothesi erit aequalis & aequidistans lineae g b, ducat̄
quoq; perpendicularis a puncto a centro sphaerae super lineam g b per 11.
primi, quae producta ad lineam d e secet ipsam in puncto z: palam ergo p
29. primi, quoniā linea a z est perpendicularis super lineam e d, & per 27.
primi erit linea a z aequidistans lineae g e, ergo per 33. primi patet q̄ linea
e d diuiditur per aequalia in puncto z, & quia, ut patet ex hypothesi, erunt
oculi in punctis d & e, dico q̄ hemisphaerium est qd uidetur, manente enim
fixa linea a z, circūuoluat̄ parallelū a b z d, donec redeat ad locum unde
incepit: linea ergo a b mota describet circulū aequalē circulo g b, cuius ipsa est semidia-
meter, erit aut circulus magnus sphaerae datae circulus g d, ergo per motū lineae a b de-
scribit̄ circulus magnus, hic aut sphaerā diuidit in duo aequalia, patet ergo ppositum.

LXIX.

Linea connectēs centra amborū oculorū, si maior diametro sphaerae illu-
minatae cōuexae fuerit, plus hemisphaerio est qd ambobus uisibus uidet̄.



Sit sphaera data, cuius centrum a, & eius circulus magnus sit e c d i, sitq; centra am-
borum oculorum b & g, sitq; linea b g producta maior dia-
metro datae sphaerae & eius circuli magni, dico q̄ a b ambo-
bus uisibus maius hemisphaerium uidebitur, ducantur enim a
centris oculorum lineae b e & g d contingentes circulum e d
c i per 16. tertij, contingantq; in punctis e & d, & ducatur a
puncto a diameter sphaerae aequidistans lineae b g per 31. pri-
mi, & quia diameter sphaerae ex hypothesi est maior q̄ linea
b g, palam, qm lineae b e & g d ultra diametrum f h concu-
runt per 15. primi huius, concurrant ergo in puncto z, quia
ergo ab uno puncto z ducuntur duae lineae contingentes cir-
culū scilicet e z & z d, palā, q̄a portio circuli quae est e c d est
minor semicirculo per 59. primi huius, ergo portio eiusdē cir-
culi reliqua, q̄ est e i d est maior semicirculo: hac aut portio
est illa q̄ uidet̄, & q̄a idē est de oibus circulis magnis in tota
sphaera signatis, palā, q̄a maius hemisphaerium est, qd superfi-
ciei sphaericae hypothesi tali existēte uidet̄, & hoc est ppositum.

LXX.

Linea connectens centra amborū uisuum, si diametro sphaerae conuexae
minor fuerit, minus hemisphaerio est quod uidetur.

Sit

Sit sphaera data cuius centrum a, & circuli eius magni diameter sit f h, sitq; centra
oculorum d & e, & producatur linea d e, cōnectens centra oculorum mi-
nor existens diametro f h, ducanturq; lineae illum circulum contingen-
tes, quae sint d b & e g, dico quod minus hemisphaerium est illud quod uidet̄,
protrahantur enim lineae b d & g e, & quoniā linea d e, est minor dia-
metro f h, palam per 15. primi huius, quoniā lineae b d & g e, concu-
runt ultra ambos uisus, sit ergo concursus punctus z, palam per 58. pri-
mi huius, quoniā cum a puncto z ducantur duae lineae unum circulum
contingentes, quae sunt z b & z g, quod arcus b i g est minor semicircu-
lo, minus ergo semicirculo b g uidetur sub oculis d & e, ergo ut prius
minus hemisphaerium uidebitur sub oculis d & e, & hoc est qd pponatur.

LXXI.

Centro foraminis unae in superficie sphaerae concavae illu-
minatae existente tota sphaerae intrinseca superficies uidetur.

Estō centrum foraminis unae punctus a, & sit sphaera data, cuius maior circulus sit
b a g trāsiens per centrum a, patet ergo per 52. huius, quoniā sic
uisu disposito totus circulus b a g, poterit uideri, & q̄a plurimi cir-
culi magni sphaerae se secant super polos sphaerae, quilibet autem pun-
ctus sphaerae est polus sphaerae, palā quia oīes circuli magni sphae-
rae datae, qui per omnia puncta superficiei sphaerae imaginari pos-
sunt, transeunt se interfecabunt super punctū a, erit ergo punctū
a, quod est centrum foraminis ipsius unae in quolibet illorum ma-
gnorum circulorum, oīes autem illi circuli magni sphaerae totam
sphaerae superficiem euacuant, quia non est dare punctum in sphae-
rae superficie, quem aliquis circulus magnus nō transeat, uisui ergo
taliter disposito tota cōcaua sphaerae superficies uidetur, & hoc est
propositum.

LXXII.

Centro foraminis unae intra sphaerae cōcauae illuminatae superficiem uel
extra illam existente portio circularis sphaerae uidetur, cui incidunt aequa-
les lineae a centro uisus ductae, eritq; uisum quandoq; hemisphaerium, quādo-
que maior portio quandoq; minor.

Estō centrum foraminis unae punctum a, & sit sphaera concava, cuius circulus ma-
gnus sit b c d, & centrum sphaerae sit punctum e. Si ergo centrum uisus fuerit in puncto
e, centrum sphaerae quod est etiam centrum circuli magni, qui est b c d, per diffinitionē
circuli magni, tūc manifestum est per 52. huius, quod totus circulus b c d uidetur, sed
& per eandē 52. huius, omnes alij circuli subiecti hemisphaerij aequidistātes circulo b c d
uidebuntur, quoniā omnium illorum polus erit cētrum uisus,
omnes quoq; lineae directe ductae a polo ad periferiam sui circu-
li sunt aequales per 65. primi huius, & quoniā hi omnes circu-
li totū hemisphaerium exhaustiunt, patet quod in hoc situ existen-
te uisui totū hemisphaerium uidetur, quod si punctum a, cen-
trum foraminis unae sit sub centro sphaerae, quod est pūctum e,
tūc per eandē minus hemisphaerium uidetur. Si sit supra centrū
e, siue sit intra sphaeram siue extra, tūc similiter per secundam
tertij huius, omnes circuli ad quorum circūferentias possunt p-
duci lineae rectae uidebuntur, maius ergo hemisphaerium uidet̄,
& si linea a centro uisus ad superficiē sphaerae ducta, oblique in-
cidat superficiē ipsius sphaerae, tūc palam, quod etiam superfi-
ciebus multorum circulorū oblique incidet, & potest accidere quod tota figura sphaerae
uidebitur inaequalis, suorum circulorum periferijs quibusdam tendentibus ad figurā se-
ctionis

A 3

tionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propositum.

LXXIII.

Visu hemisphaerio cōcauo appropinquante minus superficiei sphaerae uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hæc potest demonstrari sicut & 67. huius, de sphaera conuexa est demonstrata, est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus; unde hæc sphaera conuexa figuretur ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uisione superficierum dicta sunt superficieribus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminositas per se, uel illuminatis aliunde, quoniam hoc non existente licet in sphaerarum superficieribus permaneat dictorum modorum uisibilitas, non tamen actu uidebuntur, nisi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & secundum diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphaerarum quæ uidentur, nonne passionibus uisibus generantur, æquales sunt hæc, quas nunc intendimus exemplificare.

LXXIII.

Diametro sphaerae uisæ illuminatae maiore distantia oculorum existente, & diametro sphaerae illuminantis eidem æquali uel maiore, circuloque basis pyramidis uisionis æquedistante, circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente, tota superficies basis pyramidis uisionis illuminata uisibus occurrit, uidetur autem in maiori distantia quasi plana.

Patet enim per 26. uel 27. secundi huius, quoniam tanta existente quantitate diametrorum istorum corporum ut proponitur, tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphaerae illuminatae, aut æquedistans ei, Circulus autem qui est basis pyramidis uisionis, ut patet per 70. huius, semper est minor circulo magno sphaerae uisæ, quoniam ut ex hypothesi diameter sphaerae uisæ est maior quam distantia oculorum. Si ergo circumferentia circuli minoris sit æquedistans circumferentiae circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorum in eodem sphaerae diametro consistunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata, uidetur autem superficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam si centra istorum circulorum usque ad punctum contactus circumferentiarum immutentur, quandoque unus circulus alium non secatur, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata, & lumen in sphaerae uisæ superficie uidetur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminata, plus tamen tenebre fecit basis pyramidis uisionis ad illam partem, nisi sit contactus illorum circulo rum per 21. tertij huius, patet ergo propositum, & quod hoc de duobus oculis ostensum est, euidentius patet, si uisio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro sphaerae uisæ illuminatae maiore distantia oculorum existente, diametroque sphaerae illuminantis eidem æquali uel maiore basis pyramidis uisionis interfecet basem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra basium sint sub superficie communis sectionis, erit illa communis sectio pars superficiei sphaericæ irregularis, uidebiturque superficies plana gibborosa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra basium, quæ per præcedentem in eadem diametro sphaerae uisæ fore disponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli basium se secant quantumcunque, dum tamen centra ambarum basium sub sphaera quæ est communis ambabus illis basibus remaneant, tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphaericæ figuræ irregularis, quoniam ut patet per 26. uel per 27. secundi huius, & 70. huius, et ut ostensum est in præmissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis, & si illius superficiei acciperetur punctus medius lineæ ab illo puncto ad periferias arcuum ductæ essent inæquales, uidetur autem superficies illa esse plana per 65. huius, & erit gibborosa, ut duabus præmissis curuis lineis inæqualis quantitatis

titatis & curuitatis contenta, quoniam arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suæ circumferentiæ, quam arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suæ circumferentiæ, quod accidit per inæqualitatem circuloꝝ, patet ergo propositum.

LXXVI.

Base pyramidis uisionis sphaerae interfecante basem pyramidis illuminationis, ita quod ipsorum axes angulum rectum contineant, communis earum sectio est quarta superficiei sphaericæ, uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet sphaerae fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphaerae illuminata est circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. secundi huius, quod etiam basis pyramidis uisionis omnis sphaerae sit circulus, patet per 66. & 68. & 69. & 70. huius, quoniam axes istorum pyramidum ex hypothesi productæ ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam sexti, quod ab illorum axium concursus puncto secundum quantitatem semidiametri sphaerae uisæ circumducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterque axium est perpendicularis super superficie sphaerae illuminata uisæ, palam per 111. primi huius, quod uterque axium transibit per centrum illius sphaerae: punctus itaque intersectionis axium est in centro illius sphaerae, & solus ille punctus qui est centrum sphaerae ambobus axibus erit communis, axibus itaque interfacet quarta magni circuli sphaerae æqualiter distantis à duobus punctis duarum intersectionum circulorum basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis: communis itaque sectio istorum duarum basium est quarta superficiei sphaericæ, & quoniam tota superficies sphaericæ in maiori distantia uidetur plana superficies per 65. huius, palam & hanc superficiem sphaericam planam à maiori distantia uideri, axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis propter erectionem sui super axem illius pyramidis, quod patet per 4. undecimi, palam ergo cum centrum uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem superficie cum centro uisus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipse uidetur linea recta. Semicirculus uero basis illuminationis quia non est in eadem superficie cum centro uisus uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis, uidetur superficies plana, una linea recta, & alia curua contenta, quod est propositum.

LXXVII.

Base pyramidis uisionis sphaerae interfecante basem pyramidis illuminationis, earum communis sectio cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphaericæ, uidetur autem plana superficies duobus quasi æqualibus circumferentiarum basium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima præmissum est, omnis illuminatio sphaerae fit secundum pyramidem cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secundi huius, & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66. huius, palam si isti circuli qui sunt bases pyramidis se non secant, ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus superficiei sphaericæ, cuius una pars est illuminata uel aliàs uisæ, nec incidentia luminis quæ sic superficiei sphaerae aliquantulum à uisu perpenditur, utpote si globum ligneum uel cereum, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autem globo ita ut lumen superficiei sphaericæ, ipsius globi incidens aliquantulum appareat, tunc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quam recepit circumferentia basis pyramidis uisionis, & quoniam illa pars uisæ ut illuminata est, terminatur per circumferentiam basis pyramidis illuminationis, patet quod illa uisæ portio sphaerae est minor quarta parte superficiei sphaericæ: cum enim neutrius pyramidis axis incidat superficiei communis sectionis, ut patet ex hypothesi, palam per ultimam sexti, quia arcus diuidens illam superficiem æqualiter distans à duobus punctis intersectionum circulorum dictarum basium diuidens totam sphaeram & illam communem sectionis superficiem per æqualia, est minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei subtensus est minor recto, patet quod arcus

eus ille est minor quarta circuli, & ipsa uisa superficies uidetur plana per 65. huius, & quia nullus illorum circulorum uel arcuum directe uisibus opponitur, quilibet illorum in sua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum secundum situm suum peruenit ad uisum. Illa ergo portio communis sectionis basium ductarum pyramidum uidetur quasi duobus aequalibus arcubus contenta propter insensibilitatem inaequalitatis, maxime cum à remotiori spacio sit uisio per 50. huius, certum tamē est per 27. secundi huius, & per septuagesimam huius, quia arcus basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli quam arcus basis pyramidis uisionis, quoniam diameter sphaerae corporis illuminantis est maior diametro sphaerae illuminatae, & distantia oculorum minor illa, patet ergo propositum. Ex his itaq; quatuor theorematibus patet, quare forma lunae sit in recessu à coniunctione nouae lunae: in tempore enim coniunctionis luna non uidetur, nisi fiat eclipsis solis, ita quod radij solis penetrantes diafinitatem corporis lunae propter differentiam densitatis corporis lunaris ad diafinitatem partium suae sphaerae uicinarum, & peruenientes ad uisum, faciant corpus sphaericum lunae uisibile: tunc enim uidetur luna secundum sui figuram distincte, sed proprio lumine priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpori lunae, aut ualde oblique aut nullo modo peruenient ad uisum. Corpus tunc lunae non uidetur, eo quod basis pyramidis uisionis incidit in partem oppositam basi pyramidis illuminationis, nec secutur una illarum basium aliam. Cum autem luna recedat à sole, istae bases se incipiunt interfecare, tunc ipsorum communis sectio quae est portio superficiei sphaerici corporis lunae uidetur, & propter magnitudinem distantiae uidetur illa portio sphaerae quasi plana superficies duabus curuis lineis secundum eius conuexum & concuum contenta, quae uidentur aequales propter remotionem, non sunt autem aequales, sed semper illa quae est in conuexo, quia itaq; arcus circuli basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli quam illa quae est in concauo, quae est arcus circuli basis pyramidis uisionis, & quoniam axis pyramidis illuminationis semper est perpendicularis super corpus solis, ut patet per 3. primi huius, ideo semper conuexum lunae est auersum soli & cornua uidentur semper respicere ad solem. Vnde illorum situs semper uariatur secundum situm solis, & secundum latitudinem motus lunae, Et durat semper in luna haec figura, quousq; axes pyramidum secant se ad angulos rectos per 76. huius, tunc enim luna uidebitur in quadratura, quoniam quarta pars suae sphaerae interiacet periferias ductarum basium uidebitur, & in prima quadratura & secunda semper arcus illuminationis, quia directe uisibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis semper curuus. Mutato autem hoc situ, tunc centra basium ambarum pyramidum sunt in superficie communis sectionis, uidebitur ergo luna gibberosa & plana superficiei per 75. huius, & hoc durabit quousq; circuli basium intrinsecus se contingant, tunc enim luna uidetur plena. Et quando centra circulorum ductarum basium sibi ad inuicem supponentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli sunt aequedistantes in eadem superficie sphaerae lunae, ut patet per 68. primi huius, tunc erit uera lunae impletio, & lumen ex omni parte circumferetur aequale. Et deinde luna mota usq; ad concuum circulorum ipsarum basium, uidetur semper plena, tñ aliquantum obfuscatur lumen approximans tenebrositati, & sic procedit luna in figuris eidem distantiae competentibus ab oppositione ad coniunctionem, sicut à coniunctione ad oppositionem, & hoc quidem in luna propter eius propinquitatem ad uisus nostros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus stellis suum lumen & acualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus, necesse est easdem figuras ex praemissis tribus theorematibus provenire. Et secundum hoc coelestium influentium aspectus & modi diuersificantur: non apparet autem hoc uisibiliter in stellis alijs à luna, propter ipsarum magnam remotionem à uisu, ratione cuius accidit error uisui, ut patet per 16. huius. Videntur itaq; omnes aliae stellae praeter lunam semper rotundae propter sui remotionem à uisibus, propter quod etiam ignis remotus à uisibus uidetur rotundus. Videntur autem stellae eadem maxime plenae quandoq; maiores quandoq; minores, quod nos eidem causae paucitati scilicet suae illuminationis uel multitudinis

multitudini credimus ex praemissis ascribendum. De his tamen suo loco sermo erit, ad praesens uero nobis sufficiat ex praemissis propositionibus demonstratione praesentibus attulisse, secundum enim stellarum diametri sunt omnes ad inuicem aequales, cum tamē una ipsarum sit maior altera, semper tñ patet, quod omnis diameter cuiuscumq; stellae est maior q̃ sit distantia oculorum cuiuscumq; uidentis, & sic hanc passionem uisibus in ipsarum illuminatione accidere est necesse, quamuis illa distincte non comprehendat uisus, & hoc quidem & ante nos dixit Arabs Messala, Sed super hoc nullā attulit demonstrationē.

LXXVIII.

Columnae rotundae uel chilindri conuexi sub uno oculo uisi minus medietate curuae superficiei uidentur.

Esto columna rotunda, cuius una basis sit circulus g b, & eius diameter f h, & centrum a, sitq; in superficie illius circuli centrum oculi punctum d, & producat lineam d a, compulans centrum uisus cum centro circuli basis columnae, & ducatur linea d b & d g, quae contingant circulum g b per 18. tertij, & producantur à punctis g & d, duae lineae longitudinis columnae per 10. primi huius, quae sunt b e & g z, & erunt illae lineae orthogonaliter super basem g b rectae, per 92. primi huius, sitq; ut per lineas b e & b d, una transeat superficies plana, & per lineas g d & g z, alia superficies plana, neutra ergo istarum superficierum secat columnam, quoniam lineae d b & d g, sunt contingentes circulum basis, & lineae b e & g z sunt lineae longitudinis in superficie columnae non secantes illam: sunt ergo illae superficies ipsam columnam contingentes, istarum quoq; superficierum contingentiam columnam, quia ambae transeunt centra uisus, ut patet ex praemissis, & ipsarum communis sectio est linea recta per 3. undecimi, intersectio sit in quadam linea transeunte centrum uisus aequedistans axi columnae & hoc quod inter ipsas de superficie columnae intercipitur, hoc solum uidetur, quia uero lineae longitudinis b e & g z, sunt aequedistantes per 6. undecimi, palam per 33. primi, quoniam cordae arcuum basium inter ipsas cadentes, quae sunt g b & z e, sunt aequales, ergo per 27. tertij, arcus illis cordis correspondentes erunt aequales, portiones itaq; circulorum ipsarum basium interceptae inter has lineas longitudinis columnae b e & g z, & omnium circulorum aequedistantium basibus sunt aequales portioni circuli g b, est autem hoc minor semicirculo per 5. primi huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum sunt minores suis semicirculis, uidebit ergo minus medietate columnae, quod est propositum. Idem quoq; accideret in columnis lateratis, nisi quod anguli quandoq; impediunt quandoque iungant uisionis quantitatem, quorum uisionis modum propter infinitatem numerorum obmittimus, quia radice praesenti supposita diligens inuestigator multa particularia concludet.

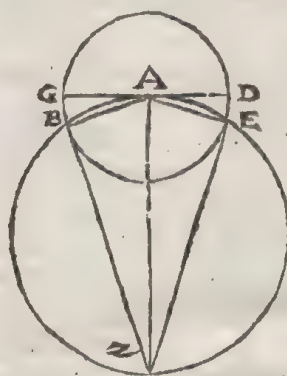
LXXIX.

Linea connectens centra amborum uisuum si aequalis diametro basis chilindri fuerit, semichilindri conuexum uidebitur, si maior magis, si minor minus.

Esto circulus basis chilindri, cuius centrum sit punctum a, punctus uero extra signatus sit z, & ducatur linea a z, & producat à puncto a, diameter g d orthogonaliter super lineam a z, per 1. primi, & describatur super lineam a z, ut super diametrum

B circu-

circulus a b z e, & producantur lineae a b, b z, a e, e z, duae itaq; lineae quae z e & z b, contingunt circulum b e, d g per 30. & per 15. tertij, producantur ergo a punctis b & e, per 10. huius duae lineae longitudinis, quae erunt perpendiculares super lineas a e, a b, p 92. primi huius, ideo quod sint erectae super basem, superficies quoq; ductae super lineas z e & z b, & per lineas longitudinū sibi conterminales secabūt se in linea per centrum commune amborum uisuum, quod est in medio puncto intersectionis nerui concavi, ducta aequedistanter axi columnae, quando linea connectens centra amborum uisuum fuerit minor diametro basis columnae, quae si maior fuerit, illae diametri concurrent ad partem

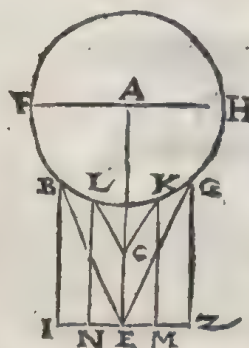


oppositam in aliqua linea superficiei ductae per lineam ductam per centrum commune aequedistanter axi, & per ipsam axem. Si uero fuerint diametri basis columnae uisae & linea connectens centra oculorum aequales, tunc lineae longitudinis ductae cadunt super terminos diametri aequedistantis centris oculorum, & superficies productae nunquam concurrent. Superficies autē columnae inter has superficies columnam contingentes intercepta est portio superficiei columnae quae uidetur, sunt autem omnes portiones circulorum interceptae inter eas aequales portioni basis interceptae. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas chilindri uidebitur. Si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e, tunc minus semichilindro uidebitur, si maior maius, horum autem omnium deductio est euidens ex praemissis pluries repetitis, patet ergo propositum.

LXXX.

Visu appropinquante chilindro conuexo minus curuae superficiei uidebitur, apparet autem ac si magis uideatur.

Sit chilindri basis circulus b g cuius centrum sit a, & diameter f h, oculi uero centrum sit in puncto e, & ducatur linea e a inter illa centra, & ducantur lineae e b & e g, circulum contingentes per 16. tertij, & ducantur a punctis b & g, per 10. primi huius, lineae longitudinis chilindri, quae sint b i & g z, uidetur itaq; p modum praemissarum sub oculo existente in puncto e, superficies chilindri i b & g z, quae minor est semichilindro per 78. huius, appropinquet ergo uisus columnae & sit in puncto t, & ducant lineae contingentes basem columnae, quae sint t k & t l, & a punctis k & l ducantur lineae longitudinis chilindri, quae sint b a & k n, uidebitur ergo sub visu existente in puncto t, superficies chilindri, quae est b a & k m, quae minor est superficiei i b & g z uisa in puncto e, cuius declaratio est similis declarationi factae in 67. huius, appropinquante ergo uisu ad chilindrum minus ipsius superficiei uidetur, apparet autē ac si magis uideatur, quoniam per 60. primi huius, & per 21. primi, angulus l t k maior est angulo b e g, concurrant enim lineae t k & e g, uersus punctum g, patet ergo propositum per 20. huius.



mi, angulus l t k maior est angulo b e g, concurrant enim lineae t k & e g, uersus punctum g, patet ergo propositum per 20. huius.

LXXXI.

Axe unius tantum uisus centro basis columnae rotundae uel lateratae cuiuscumq; incidente, uel si distantia oculorum aequalis uel minor fuerit diametro basis chilindri obiectae directe uisui, sola basis uidetur, quae si maior base fuerit, totum uidebitur chilindrum, base remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo sit uisus, & axis incidat centro circuli basis columnae rotundae uel lateratae, tunc quia omnes lineae longitudinis sunt perpendiculares super basem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum nisi solus punctus communis lineae longitudinis & periferiae superficiei basis, uidebitur ergo sola basis, & idem est si uisus fiat ambobus uisibus, distantia tamen oculorum quae est li

est linea connectens centra oculorum fuerit aequalis uel minor diametro basis, tunc enim ut patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnae peruenient ad ambos uisus nisi solum ut prius ostensum est, punctus qui est communis sectio alicuius illarum linearum & periferiae ipsius basis. Si uero maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis, tunc omnes lineae longitudinis columnae peruenient ad ambos uisus, & uidebitur tota conuexitas uisae columnae, & basis superior uicinior uisibus, inferior uero basis non uidetur, quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi periferiae suae cum lineis longitudinis columnae, quae ad illam periferiam terminantur, quod si uno tantum oculo uisio ne facta axis ceciderit extra centrum basis, uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnae, quoniam tunc periferia basis secat pyramidem uisionis, patet ergo illud quod proponebatur. Est autē possibile ut uisus oblique basi columnae incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figurae irregularis per 55. huius, & hoc est nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uisus axe centro columnaris sectionis, quae est basis absidis columnaris rotundae incidente, tota illa basis & pars linearum longitudinis absidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscisa, ut absis non sit perpendiculariter erecta super basem, palam ergo per 103. primi huius quod basis haec est sectio q dicitur columnaris uel sectio oxigonia, & ipsa pars columnae abscisa dicitur absis, dico quod si axis uisualis incidat centro illius basis, quod pars linearum longitudinis absidis, illa scilicet q in decliuiori parte appropinquet, uidebitur uno tm uisu. Huius autem causa est obliquatio basis quae sub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam uidentur formae punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cū residui anguli perueniūt ad uisum, quod nō accideret si illa basis posset directe uisui opponi: hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Centro foraminis unae in superficie illuminata concava columnae cuiuscumq; existente, semper columnae tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarū concauarū uisionibus, idē accidit qd sphaerarū cōcauitati.

Disposito enim uisu secundum propositū modum respectu cuiuslibet columnae concavae formae omniū punctorum linearum longitudinis quas secant superficies foraminis unae, tunc omnes perueniunt ad uisum, ideo quod ad centrum foraminis illius secundū lineas rectas pertingunt, & superficiem oculi contingit tantū una in illo centro, aliae uero ipsam contingunt in punctis diuersis circuli foraminis: uidebuntur ergo omnes p se cundam tertij, huius, & quoniam formae omniū aliarū linearum longitudinū, & omnes puncti basū directe uel oblique perueniunt ad uisum, palam quia tota columna cōcauitas uidet secundū omnia puncta suae superficiei. Sed forte accidet figurae uisae irregularitas ppter aliquarum suarū partium obliquationē ad uisum p 55. uel 56. huius. In alijs quoq; uisionibus partium columnarū concauarum idem accidit quod in sphaeris cōcauis, quoniam uisu posita in puncto medio quadranguli terminantis semichilindrū illū totaliter uidetur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorū superficiei concavae & basium uisibus occurrit. Et recedente uisu ab illo puncto, semper uidebitur portio columnae minor uel maior semichilindro, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Pyramidis rotundae basi in eadem superficie cū centro unius oculorum existente, minus medietate superficiei conuexae pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius basis sit circulus qui b g, cuius diametrum f h, cētrum k, uertex uero illius pyramidis sit punctum a, & sit centrum uisus d, & ducantur lineae a b & d h, contingentes circulum b g, per 16. tertij, est ergo per 58. primi huius, a

B 2 CUS

cus b g minor semicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 101. primi huius, lineæ longitudinis, quæ sint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonstrauimus in columnis, quoniā superficies intercepta lineis a b & a g sola uidetur. Et quoniā hæ lineæ ex omnibus circulis æquedistantibus basi pyramidis partes similes ressecant & intra se illas continent, cum per 58. huius, arcus b g sit minor semicirculo. Erunt necessario arcus omnium aliorum circulorum minores semicirculis suis, ergo portio uisa minor erit hemiconio. Quoniā sicut tota conuexa superficies pyramidis toti basi respondet, Sic pars proportionalis ad totū conuexam superficiem parti proportionali basis ad totam basem: quoniā lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam basis, sicut diuidūt conicam superficiem, sic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum basis pyramidis productæ diuidunt ipsam, & potest hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclidis, patet ergo ppositum.

LXXXV.

Centris amborū uisū in eadem superficie cū base coni existentibus, si linea connectens centra uisū æqualis fuerit diametro basis, hemiconiū uidebitur, si maior maius, si minor minus.

Dispositiōe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnā, hoc solo adiecto quod centra uisū sint solū in eadē superficie cū base pyramidis, & non eleuentur secundum lineam axi coni æquedistantem, sicut potest fieri in columna. Si enim uisus in linea æquedistante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in basi existente, quia in columna sufficit, etiam si sint in superficie basi æquedistanti, patet ergo quod hic pponitur, & est idē demonstrandi modus, unde frustra est membranas denuo occupare.

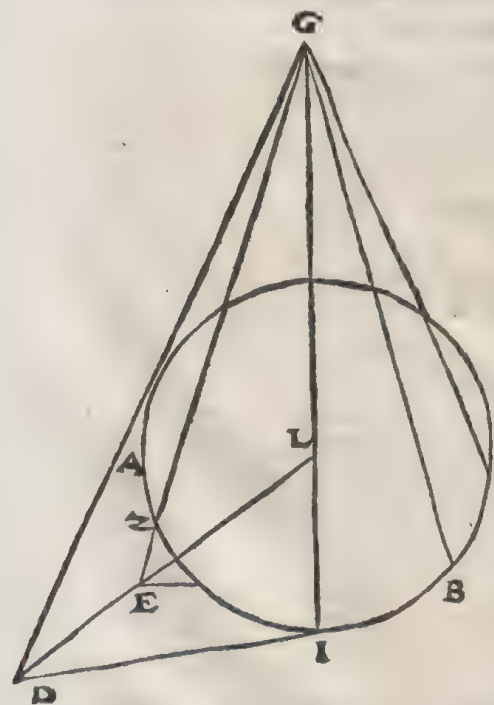
LXXXVI.

Appropinquante centro uisus in superficie basis coni, minus conicæ superficiē uidebitur, apparet autem plus uideri.

Sit circulus a b, basis coni, cuius centrū l, & sit uertex coni punctū g, centrum quoque oculi sit d, ducatur linea d l, ad centrum uisus à centro basis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulū, qui est basis coni, in punctis b & a, & ducant à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ sint g a & g b, ergo p ea q̄ prius in præcedentibus dicta sunt, superficies g a b uidebitur sub oculo d, & est minor hemiconio, appropinquet autē oculus, & fiat in puncto e, ducaturq; lineæ e z, e i, contingentes circulū qui est basis coni, & à uertice coni cōtinuent lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo existente in puncto e, portio superficie conicæ, q̄ est g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ppter maioritatem anguli z e i, super angulum a d b, & hoc est ppositum.

LXXXVII.

Lineis à cetro uisus ad basem coni cōtingenter ductis, & à punctis cōtractū ductis lineis longitudinis coni, si in cōmuni sectiōe superficie p easdē lineas & per centrum oculi



oculi productarum uisus cono appropinquet, eadem portio superficie coni cæ uidebitur quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit.

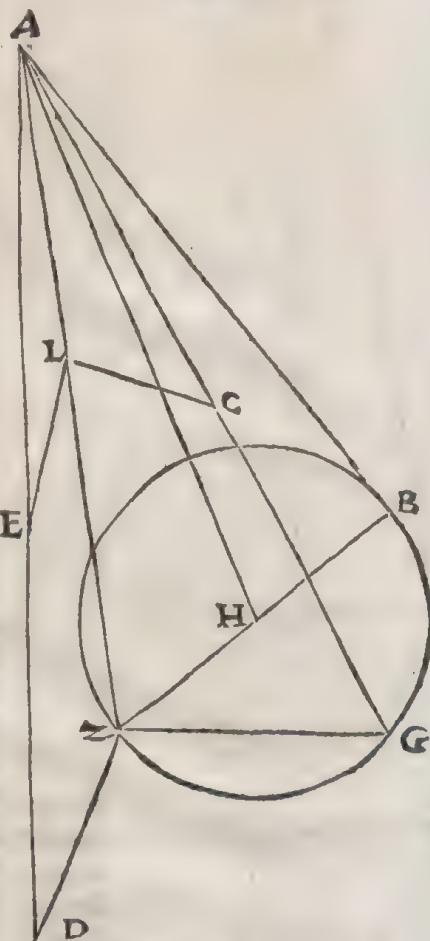
Esto conus, cuius basis sit circulus b z g, & uertex eius punctū a, axis quoque sit a h, centrumque oculi sit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uisus d contingentes circulum b z g, quæ sint d z & d g, & qm hoc sit ex hypothesi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniā centrum uisus est in superficie basis coni uisi, & ducantur à punctis cōtractū z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticē punctum a, quæ sint z a & g a, qd̄ fiet 101. primi huius, & à centro uisus puncto d, & ad uerticē punctū coni a ducatur linea d a, & ducantur duæ superficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & qm hæ superficies concurrunt in centro uisus d, & in uertice coni a, erit ipsarū cōmuni sectiō linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico q̄ si oculus appropinquet cono secundū lineam d a, non uidebitur maior conicæ superficie portio nūc q̄ prius oculo in puncto d existente. Sit enim ut appropinquando ipsi cono perueniat in punctū e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lineis d b & d z ad superficiem coni uisam, hæ erunt ergo necessarij contingentes aliquā circuli coni æquedistantē basi b z g, ergo necessario cadent in aliqua puncta lineæ a z & a g, ideo q̄ illæ secant pportionaliter basem coni, & omnes circulos ei æquedistantes, qm secundū lineas illas terminatur uisus, & secundū illas superficies contingentes terminatur uisio circulorū. Si ergo dicatur q̄ illæ lineæ contingentes aliquā dictorū circulorū ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uisum: & similiter illæ contingentes terminēt uisum, sequitur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diaphani, qd̄ est contra ea quæ demonstrata sunt per 44. & sequētes secundi huius, uel sequitur lineas radiales esse curuas, qd̄ est contra 1. secundi huius, uel sequitur duas rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile: cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad superficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipsarū duo puncta quæ sint i & c, & sint lineæ e i & e c, quia ergo angulus d e i est æqualis angulo g d z per 10. undecimi, sicut & anguli contenti sub lineis c i & g z, quoniā omnes illi anguli continentur sub lineis æquedistantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum esse quod pponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea d a ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10. undecimi, palam ergo est ppositum, & hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.

LXXXVIII.

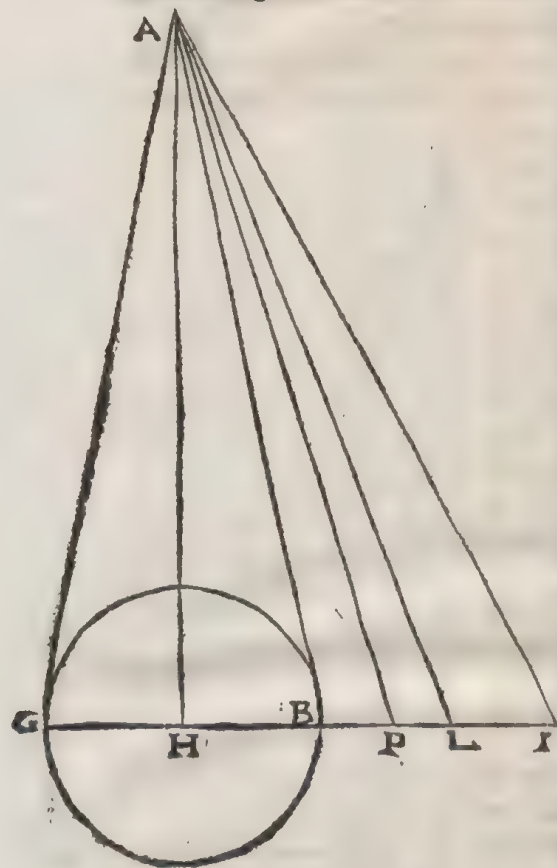
Elevato uisu respectu superficie conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depresso uero uisu minus erit qd̄ uidebitur, sed apparebit maius prius uiso.

Esto conus, cuius basis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ sint a b & a g, & ducatur linea b g, & producaturs usq; ad punctum l, & à puncto t, qd̄ sit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uersus lineam b l, secet illam in puncto p, & sit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & sit illa linea t k p, dico q̄ oculo posito super punctum t, qui est eleuatio puncto k, pars superficie conicæ uisa, maior quidem erit, minor autem

B 3 uidebi



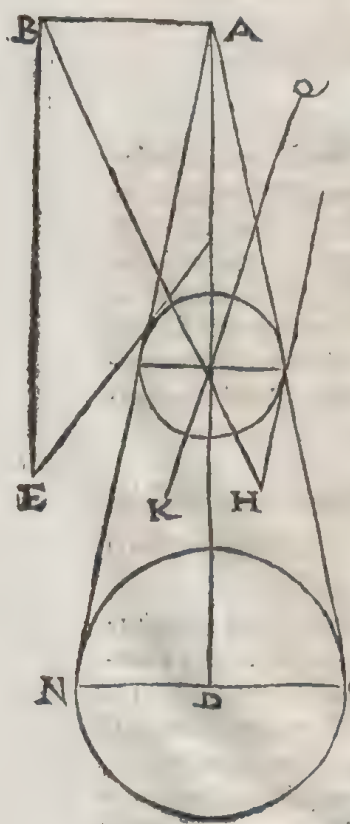
uidebitur, q̄ uideatur oculo existente in puncto k, ducatur enim linea a k & a t, & pro-



ducatur linea a t, donec concurrant cum linea b l: cōcurrant autem per conuersam secundae 6, quoniam enim linea t p est minor q̄ linea a b, ut patet ex praemissis, & illae lineae aequedistant, patet q̄ linea a t & b l concurrent, sit ergo punctū concursus i, & similiter linea a k & b l concurrent, sitq̄ punctus concursus l: palam itaq̄, quia magis uidebitur de cono super punctū i, q̄ super punctum l per 86. huius, p̄p̄inquior enim est ipsi cono punctus i, quā punctus l: qd̄ autem de superficie conica uidetur oculo existente in puncto i, idem per praecedentē proximam uidetur centro uisus existente per totam lineam i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur uisus existente in puncto l, uidetur in quolibet puncto lineae l a existente uisus, ergo & in puncto k. Sed qd̄ uidetur a puncto i maius est eo qd̄ uidetur a puncto l & minus esse uidetur per 86. huius, ergo illud quod uidetur a puncto t maius est illo qd̄ uidetur a puncto k, & minus uidetur esse, & hoc est quod proponitur, & hoc idem etiam suo modo de ambobus uisibus potest demonstrari, patet ergo propositum.

LXXXIX.

Linea à centro uisus ad uerticem conī ducta perpendiculariter existente super axem superficiei conicae medietas uidetur.



Verbi gratia sit pyramis a c n, cuius axis a d, & uertex a, palam ergo per 89. primi huius, q̄ punctū d est centrū circuli basis ipsius conī, sitq̄ centrū uisus b, & ducatur linea b a faciēs angulum b a d rectū, dico q̄ conicae superficiei a c n medietas uidebitur, secet enim aliqua superficies conum a c n aequedistans b a: hanc ergo per 100. primi huius secabit ipsam secundū circulū qui sit f g, & eius centrū, qd̄ sit punctū l, erit in aliquo puncto axis a d, secetq̄ superficies plana pyramidis per axem a d, & per centrū uisus b: illa ergo superficies secabit circulum f g, linea quoq̄ cōmunis huic superficiei & circulo f g erit orthogonalis super axem, quoniam axis est erectus super superficiem circuli, & transibit centrū circuli. Sit quoq̄ illa linea k l, quae erit per 28. primi aequedistans lineae b a, & est cum illa in eadem superficie: ducatur quoq̄ per centrū circuli diametri f l g orthogonalis super lineam k l per 11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duae lineae cōtingentes circulū per 16. primi, quae sint f e & g h, & ab eisde punctis g & h ducantur duae lineae longitudinis ad uerticem conī per 101. primi huius, quae sint f a & g a: duae ergo superficies planae, in quarū una sint lineae f e & f a, & in quarū altera sint lineae g h & g a: palam, qm̄ contingent pyramidem secundū lineas longitudinis, quae sunt f a & g a, per 95. primi huius, & qm̄ linea k l aequedistat lineae b a, & lineis contingentibus circulū, quae sunt f e & g h, ut patet per 15. tertij, & per 28. primi, erunt per 9. undecimi lineae f e & g h aequedistantes lineae b a: quaelibet ergo ipsarū est in eadem superficie cum illa per 1. primi huius. Illae ergo duae superficies necessario se-

rio secabunt se super lineam b a per 19. primi huius, utraq̄ ergo superficierū pyramidū ppositae in terminis diametri unius suorum circuloꝝ contingentū transit per centrū uisus: q̄ ergo superficiei conicae inter illas superficies cadit, apparet uisui, est autē hanc medietas pyramidis, qm̄ illas lineas contingentes interioret medietas circuli. In hoc ergo situ medietas superficiei conicae uidetur, quod est propositum.

XC.

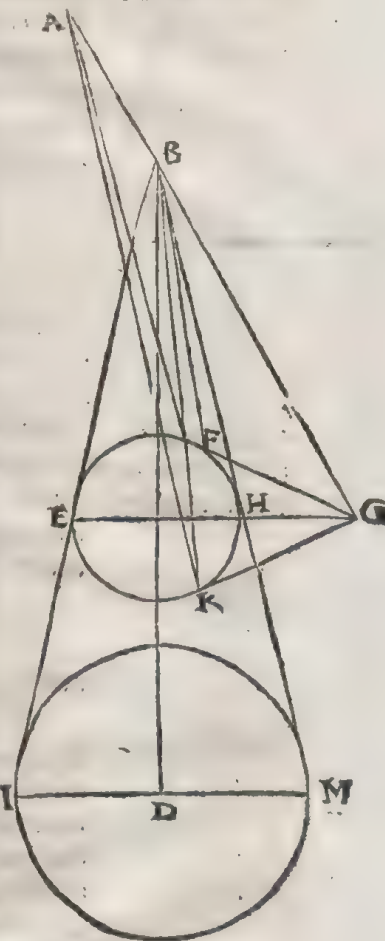
Linea à centro uisus ad uerticem conī ducta angulum obtusum cum axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis conī unita, uidetur superficiei conicae pars maior medietate.

Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palamq̄ per 89. primi huius, q̄ centrū circuli basis est punctū d, sitq̄ punctū a centrū uisus, & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtusus, ita tamen, ut linea a b nō fiat una linea cū aliqua linearū longitudinis conī, sed secet eas utcunq̄ possibile est productas omnes, eritq̄ tunc uisus altior uertice pyramidis. Sitq̄ ut in praecedente circulus e h aequedistans basi pyramidis quae est i m, & linea cōmunis huic superficiei & circulo, in quo est centrū uisus punctū a, & axis conī qui est b d sit linea e h, eritq̄ linea e h p̄pendicularis super axem b d, & producat h lineae e h extra pyramidem, donec concurrat cū linea b a, producta ultra punctū b, concurrat autē per 14. primi huius, ideo, quia angulus a b d est obtusus ex hypothesi, & angulus d b h est acutus per 32. primi, & linea e h est p̄pendicularis super axem b d. Sit ergo concursus punctus g, & à puncto g producat h duae lineae g f & g k, circulū e h contingentes per 16. tertij, contingant q̄q̄ circulū in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi huius, pducantur lineae longitudinis ad uerticem conī punctū b quae sint f b & a b: superficies ergo illae in quibus sunt lineae g f & f b, & lineae g r & r b contingūt pyramidem, & in utraq̄ istarū superficierū erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in q̄ concurrunt linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undecimi est in utraq̄ illarū superficierū, ergo utraq̄ superficies transit per punctū a centrū uisus, & quoniam per 58. primi huius duae lineae g f & g r includūt minorem partem circuli, qm̄ arcus circuli interfacens puncta contingentiae duarū linearū ab eodem puncto productarū, est minor semicirculo, tunc patet, q̄ illae duae superficies includūt minorem partem superficiei conicae q̄ sit medietas: residuū ergo illius superficiei est maius medietate, hoc autem uidetur à uisui taliter ut pponitur collocato, pars ergo superficiei conicae maior medietate taliter uidetur, & hoc est ppositū, ambobus uero uisibus adhuc uidetur magis.

XCI.

Cum linea longitudinis conī producta ultra uerticem cum centro uisus concurrerit, nihil uisum totius superficiei conicae latebit, nisi linea longitudinis illa sola.

Sit pyramis, cuius uertex sit punctū b, & linea longitudinis sit c b, sitq̄ centrum uisus punctū a, & linea c b producta ultra punctū b, concurrat cum centro uisus puncto a, dico q̄ non latebit uisum totius huius superficiei conicae pars aliqua, praeter quandā lineam intellectuāle, quae est ipsa linea longitudinis b c. Omnis enim superficies in quo est linea à centro uisus ad aliquod punctū axis ducta, secabit pyramidem, excepta tantum illa superficie in qua est linea a b c, hanc enim contingit pyramidem secundū lineā b c p̄ 95. primi huius, & qm̄ illud qd̄ sub superficie contingente pyramidem, & transeunte centro uis-



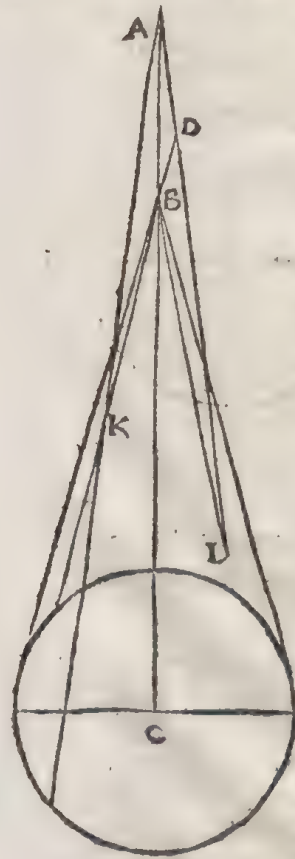
tro uisus continetur occurrere uisui per 17. tertij huius, formae enim omnium puncto: su-
perficie illius conica in superficie uisus depinguntur: palam ergo, qm
tota superficies conica uidetur, excepta sola linea intellectuali quae est
b c, dato enim quocumq; puncto superficie pyramidalis extra lineam b
c, dico qd illud uidebitur, sit enim illud punctum h, & ducatur ad ipsum a
centro uisus a linea a h, & ab illo eodem per 101. primi huius, ducatur li-
nea longitudinis quae sit h b, fietq; triangulus h b a, qui necessario erit in
aliqua superficie pyramidis secante, pertransiente centrū uisus a: ex li-
neis aut illius superficie non cadunt, nisi duae in superficiem conicā py-
ramidis, scilicet linea longitudinis h b, & linea opposita lineae h b in alia parte
pyramidis, qm ut patet per 90. primi huius, planae superficie secantis
conū trans axem, & superficie conicae cōmuni sectio est trigonū dua-
bus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentū: linea ue-
ro a h secat lineam h b in puncto h, & linea c b secat eandem h b in pūcto
b per 91. primi huius: lineae ergo a h nulla linea concurret a uertice py-
ramidis nisi in puncto a, nec enim ad aliquod punctū mediū lineae a h a
uertice b ductae lineae incident, nō occultabit ergo punctus h ab aliquo
alio puncto quo minus perueniat ad centrū uisus a, occurrat ergo pun-
ctus h uisui, cū inter ipsum & uisum nō accidet solidi corporis interposi-
tio, eadem quoq; est pbatio de quolibet alio dato puncto superficie py-
ramidis: in linea uero b c quae ppendicularis est super superficiē uisus p
72. primi huius, solū tantū punctū possibile est uideri, ut ostensum est in
4. huius: omnia uero alia puncta lineae b c necessario occultantur, patet
ergo, ppositū.

Patet itaq; ex ijs, qm in hoc situ nulla superficies pyramidis contingen-
tium peruenit ad centrū uisus, praeter illam quae in linea b c longitudinis centrū uisus
transcuntis pyramidis contingit, & omnes superficies aliae conū contingentes, secant li-
neam productam a centro ad ipsam pyramidem inter uerticem coni &
centrum uisus.

XCII.

Axe pyramidis cum centro uisus uersus uerticem concu-
rente, tota conica superficies uno oculo uidetur.

Esto data pyramis, cuius axis b c, uertex quoq; punctus b, & sit ui-
sus centrū punctū a, sitq; ut axis b c pducta currat in punctū a, dico qd
in hoc situ oculi tota conica superficies pyramidis occurrat uni uisui, nū-
lus enim punctus superficie conicae totius pyramidis uisui occultat.
dato enim quocumq; puncto sit ille l, & ducatur ad ipsum a centro uisus
a linea a l, & ab ipso puncto l ducatur per 101. primi huius linea longi-
tudinis pyramidis, quae sit l b, fietq; trigonū l b a, quod necessario erit
in superficie pyramidis secante, ideo qd linea a c ducta a centro uisus in-
trat in ipsam pyramidē secans ipsam, & ipsa est in dicta superficie per
1. undecimi, qm linea a b est in linea superficie: linea uero a l secat lineā
b l in puncto l, ex lineis uero superficie, in qua sunt duae lineae a l & b l,
nō sunt nisi duae tantū lineae in superficie pyramidis, scilicet linea longitu-
dis quae est b l, & linea alia longitudinis illi opposita quae sit b k, ut patet
per 90. primi huius: haec ergo linea a l producta ultra punctū b, cum sit
in eadem superficie cū lineis a b & b l, necessario secabit angulū a b l, er-
go per 49. primi huius ipsa secabit & basem a l: sit ergo ut secet illam in
puncto d, & quia linea a l secat duas lineas k b & l b, quae solae ex lineis
superficie pyramidis secantis sunt in pyramidis superficie, secat enim
linea a l lineam k b extra pyramidē in puncto d, & lineam l b in superfi-
cie pyramidis in puncto l: producta ergo linea a k in infinitū, non con-
currat cum aliqua illarū linearū: nō interponat ergo solidum punctum
qd



quod est k inter uisum & punctum l, sed nullum aliquod aliorum punctorum ipsius py-
ramidis, quoniam nullum ipsorum cadit in illa superficie, non occultabitur ergo tunc
uisui existenti in puncto a datum punctum l, tunc inter ipsum & centrū uisus non ac-
cidet aliqua solidi corporis interpositio: & eadem est demonstratio de quolibet dato pun-
cto in tota superficie pyramidis, patet ergo propositum: palam itaq; ex his, quoniam in
hoc situ nulla superficies contingens pyramidis transit per centrū uisus, sed
quaelibet ipsarum secabit lineam a centro uisus super uerticem conum intrantem inter
centrum uisus & pyramidē, quā in uertice ipsius axis, ut patet intuenti.

XCIII.

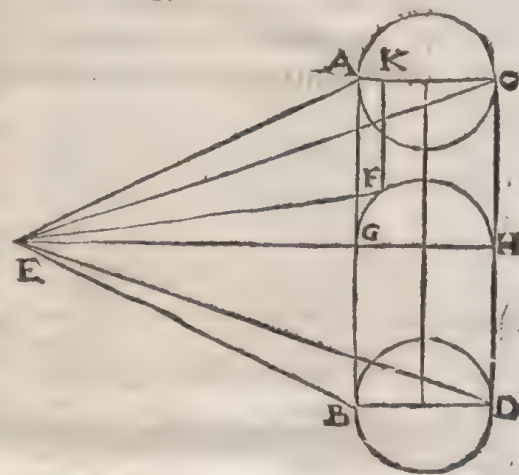
Omnes lineae uel superficies inter lineas uel superficies contingentes co-
lumnā uel pyramidē rotundā superficiem uisam terminantis a centro
uisus productae, columnā uel pyramidē necessario secabunt.

Verbi gratia, sint duae lineae longitudinis columnae uel pyramidis terminantes ui-
sam superficiē quae sit a b & c d, dico quod si a centro uisus quod est e ducatur linea e f,
inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f, secabit p-
positam columnā uel pyramidē, transeat enim su-
perficie plana columnā uel pyramidē secans ipsam
in puncto f aequidistanter basi, eritq; per 100. primi
huius, communis sectio circulus qui sit g h, qui secet
lineas longitudinis columnae uel pyramidis, eam sci-
licet quae a b in puncto g, & eam quae est c d in pūcto
h, & ducantur a puncto e, per 16. tertij, duae lineae con-
tingentes illum circulum quae sint e g & e h, palam au-
tem per 57. primi huius, quoniam linea e f, in eadē su-
perficie cum lineis illis existens secat circulum g h, er-
go secabit columnā uel pyramidē quae per eun-
dem circulum secatur. Idem quoq; accidet si per se-
ctionem lineae longitudinis hoc placuerit demon-
strari, & in idem redijt, patet ergo propositum.

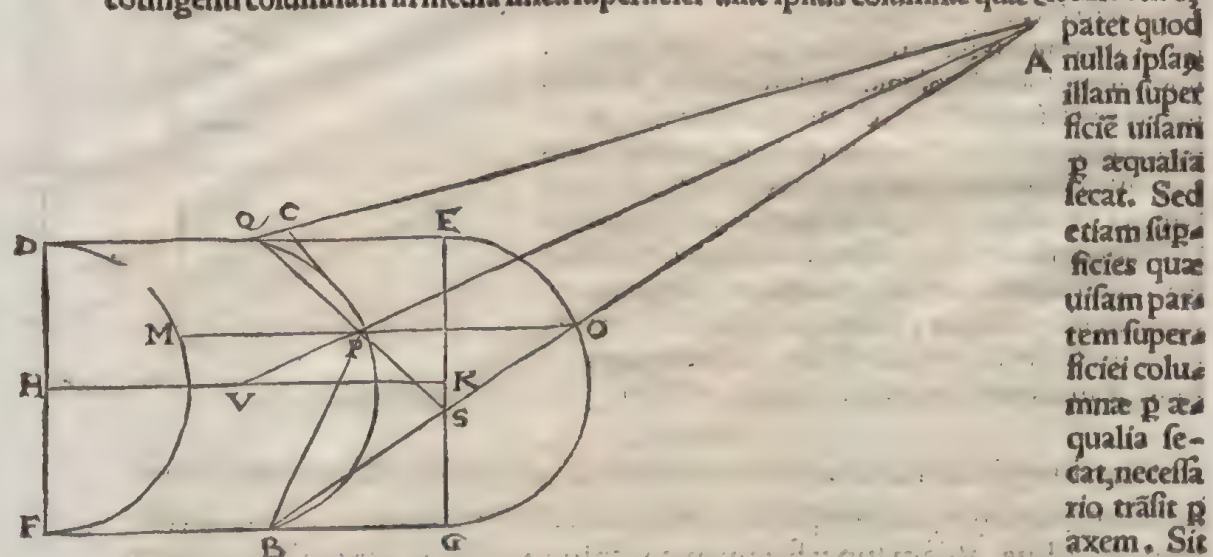
XCIII.

Pluribus planis superficiebus centrū uisus transeuntibus secundum li-
neas longitudinis partis superficie uisae columnā uel pyramidē conue-
xam secantibus, solam superficiem axem columnae transeuntem, superficiem
columnarem uel pyramidalem uisam per aequalia diuidere: & eōuerso sup-
ficiem per aequalia illā uisam superficiē diuidentē axem transire est necesse.

Sit columna conuexa cuius superficies uisa sit e d f g, & axis eius sit h i, sit cētrum ui-
sus punctum a, sintq; lineae longitudinis columnae continentes uisam superficiem quae
e d & f g, imaginentur quoq; multae planae superficies transeuntes centrū uisus a, & se-
cantes e d f g, uisam superficiem columnae, dico quod sola illa quae pertransit axem h i, i-
psam uisam superficiem per aequalia diuidit & nulla aliarū, sola enim haec erecta est su-
per conuexam superficiem columnae, quoniam communis sectio illius superficie secan-
tis, & superficie columnae est rectangulū super duabus lineis longitudinis columnae &
duabus diametris basium cōtentum, ut patet per 93. primi huius, ergo communis sectio
illius superficie & uisae superficie conuexae ipsius columnae sit linea lōgitudinis colu-
mnae, quae m o, & imaginetur superficies plana contingens columnā secundum li-
neam longitudinis m o, per 95. primi huius, erunt ergo illa contingens superficies & su-
perficie secans per axem erectae ad inuicem per 97. primi huius. Si itaq; in linea m o si-
gnetur punctum p, & in superficie contingente ducatur linea t p, tunc palam quod li-
nea t p s cōtinget quendam circulum superficie columnae aequidistantem basibus qui
sit b q & eius centrū sit u, ducaturq; per 36. tertij, lineae a b & a q, a centro uisus circulū
b q contin-



b q contingentes, erunt ergo illae lineae aequales per 58. primi huius, secantem lineam illam circulum contingentem quae est t p s in punctis t & s, & ducatur linea a p, quae producta, ut patet per 17. tertij, pertinget ad axem in punctum b centrum circuli, & ducatur intra columnam lineae b u & q u, semidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u sunt aequilatera, ergo per 8. primi, sunt aequiangula, angulus ergo u a b est aequalis angulo u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, est aequalis angulo a p s trigoni i p s, per definitionem lineae super superficiem erectae, ergo per 32. primi, angulus a t p est aequalis angulo a s p, ergo per 6. primi, est linea a t aequalis lineae a s, & quia lineae a b & a q sunt aequales, ut supra patet: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat linea t q aequalis lineae s b, sed linea t q est aequalis lineae t p, per 78. primi huius, quoniam a puncto t, ductae sunt duae lineae circulum contingentes, quae sunt lineae t q & t p. Similiter quoque sit linea s b aequalis lineae s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p sint aequales, erit per 4. primi, corda p b aequalis cordae p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b aequalis arcui p t i, & quoniam idem accidet in basibus columnae, & in quolibet aliorum circulorum aequedistante basibus, patet ergo propositum primum, scilicet quod superficies plana secans columnam per axem & transiens centrum visus secat superficiem visam per aequalia, & quoniam omnes aliae superficies declinantes ab axe oblique incidunt superficiei contingenti columnam in media linea superficiei visae ipsius columnae quae est linea m o,



patet quod nulla ipsa illam superficiem visam per aequalia secat. Sed etiam superficies quae visam partem superficiei columnae per aequalia secat, necessario transit per axem. Sit enim dispositio quae prius, & ducantur omnes lineae priores, erit ergo etiam linea m o, cui illa superficies incidit, diuidens superficiem visam per aequalia, & ipsa est communis sectio superficierum secantis & contingentis, erit itaq; per 61. primi huius, linea p t aequalis lineae p s, sed linea p t aequalis lineae t a, per 58. primi huius, & similiter linea p s aequalis ipsi lineae s b, relinquunt ergo lineae a t aequalis esse lineae a s, & quoniam in illis trigonis a p s & a p t, linea a p est communis ambobus ipsis, erit ergo per 8. primi, angulus a p t aequalis angulo a p s, uterq; ergo illorum angulorum est rectus, linea a p est perpendicularis super lineam t p s, linea ergo a p, cum aequales angulos contineat cum lineam m o, palam per definitionem, quoniam ipsa est erecta super superficiem contingentem columnam in linea m o, ergo per 18. undecimi, superficies in qua est linea a p secans columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundum lineam m o, ergo per 97. primi huius, patet quod ipsa transit per illius columnae axem, & penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandum, & hoc pponatur.

XCV.

Rectangulae magnitudines a maiori distantia visae circulares apparent.

Sit magnitudo rectangula visae ex magna distantia, quae sit b g, d z, quoniam ergo unumquodque visorum habet longitudinem distantiae qua facta non fiet visio, ut patet per 8. huius. Corpus uero angulare circa angulum est minus quam circa alias superficies,

tes, est ergo necesse prius deficere visui corpus circa angulum quam circa puncta remotiora quae sunt d z, & similiter accidet in unoquoque aliorum angulorum, tota ergo periferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter sui distantiam a visui non apparebit, uidetur itaq; visui corpus rectangulum esse figurae circularis, ut turris quadrata uidebitur rotunda: quando itaq; visus comprehendit quadratum aut polygonum a remoto, comprehendet illud rotundum si fuerit aequalium diametrorum, aut comprehendet ipsum oblongum figurae teretis. Si fuerit inaequalium diametrorum, ut est figura altera parte longior, ut plurimum sunt quadrangulae turres, quae cum a remoto uidentur, apparent teretis figurae, nec enim excessus radiorum ab angulis superficiei quadratae prodeuntium ad visum super longitudinem radiorum prodeuntium a lateribus planis est proportionalis, respectu distantiae totius corporis a visui aliqua proportionem sensibili, unde propter insensibilitatem excessus omnes radij aestimantur esse aequales, magis autem hoc solet accidere in alijs polygonis figuris. Oxigona enim corpora plurimum ex aliqua magna distantia uisa uidentur rotunda, & est hoc quasi per eadem praemissis demonstrandum, & hoc est propositum.

XCVI.

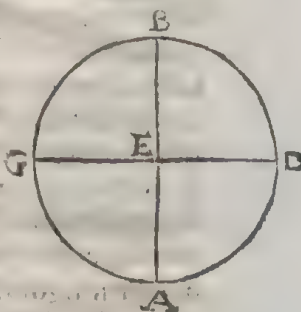
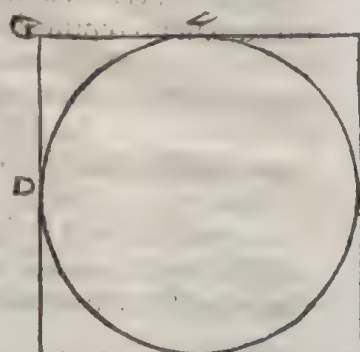
Curruum rotae uel lapidum molarium figurae quae doque circulares, quandoque oblongae apparent.

Quod supra per 55. & 56. huius conclusum est de figuris superficialibus, hic proponimus similiter de corporalibus figuris: passiones proprias ipsarum superficierum illis corporibus, quorum sunt ipsae superficies applicantes: sit itaq; rotae a b g d, cuius diametri sint b a & g d, secantes se orthogonaliter super centrum e, sitq; oculus in superficie circuli uel circa, si ergo linea quae cadit a centro oculi super centrum rotae, quod est punctum e, oblique incidat superficiei ipsius rotae, illa ut non sit perpendicularis super rotae superficiem, nec aequalis semidiametro, dico quod diametri rotae inaequales apparebunt, & una quidem maxima, alia uero minima, aliae uero omnes quae sunt mediae inter maximam & minimam, propinquiores minimae sunt minores remotioribus ab illa, quaelibet autem duae aequaliter distantes ab altera diametrorum aequales apparebunt. Rotae ergo oblongae ut sectio columnaris uel conica oxigonia uidentur. Et idem accidet in figuris lapidum molarium & omnibus alijs quibuscumque figuris & hoc est propositum.

XCVII.

In figurae uisione uirtuti distinctiuae error accidet ex impropria dispositioe octo circumstantiarum cuiuslibet rei visae.

Ex imtemperata enim lucis dispositione figura polygonia aequilatera uidebit de nocte circularis uel sphaerica, quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiam sphaera sub luce ualde debili uisa aestimatur superficiei planae, quia propter lucis debilitatem occultatur visui partium prominentia in superficie ipsius sphaerae. Ex imtemperata etiam longitudine distantiae figura quadrata quandoque uidetur rotunda sphaerica, & etiam figura quadrata quandoque apparet visui altera parte longior, ut patet per 59. huius, quoniam etiam propter remotionem nimiam obliquatio alterius lateris quadrati non sentitur. Tunc propter ipsam remotionem quadrati altera parte longius uidetur, ut patet per 62. huius. Accidit etiam error uisioni figurae ex longitudinis immoderatione, figura enim multorum laterum aequalium opposita visui directe, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt visui imperceptibiles, quod patet per 95. huius, & linea curva aestimatur recta per 90. huius, & figura sphaerica uidetur plana per 65. huius. Ex inordinatione etiam situs error accidet in figurae uisione. Si enim corpus circulare ut scutella ab axe elongetur, & modicum super lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur, uidebuntur eius diametri inaequales per 96. huius, & figura circularis per 55. & 56. huius, uidebitur sectionis oxigonia uel



niae uel columnaris figurae, & similiter propter aequalitatem oppositionis unius laterum ad uisum figura quadrata aestimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex interperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accedit error uisioni figurarum, cum enim superficies uisa fuerit multum parua, si fuerint in ea anguli occultabuntur uisui, unde forte forma eius angularis aestimabitur rotunda, sphaerica, aut columnaris. Et si fuerint in eius superficie aliquae prominentiae latebunt uisum, & aestimabitur eorum superficies plana, ut haec patere possunt in athomis solis, quorum certa figura non comprehenditur, quoniam anguli ipsorum uisui a minori distantia occultantur, ut patet per 8. huius. Ex in temperata etiam soliditate accedit error uisioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus solidum in quo fuerint anguli, illi forte occultabunt uident, & angularis forma putabitur sphaerica, forte et sphaericitas illorum corporum uidebitur plana. Intemperata quoque diafonitas in uisione figurarum errorem inducit, quoniam existente aere nubilofo obscuro, ut in crepusculis, si in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit sphaericitas, & si in ipso fuerit sphaericitas apparebit forte planicies, quoniam medium non est taliter dispositum ut per ipsum possit fieri completa uisio, ad quam requiritur lumen, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uisibus in uisione figurarum adducit, modica enim gibbositas in re subito uisa latet uisum, & aestimatur planicies. Et si fuerint res figurae angularis subito uisae, forte sphaericae apparebunt. Visus quoque debilitas errorem causat in figurarum uisione, modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum, & uidetur res sphaericae planae & angulares sphaericae, sic ergo patet propositum in omnibus circumstantiis uisibilium, & hoc proponebatur.

XCVIII.

In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctionis ex interperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae, sunt idem illis qui in situs & figurae accidunt uisione.

Corporeitas enim ut patet in 63. huius, a uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum quas faciunt superficies corpus continentes, est ergo eadem hinc inde erroris causa, & omnis error qui potest accidere uisui in uera comprehensione uerae corporeitatis, uel in erronea comprehensione, accedit ex errore proveniente circa species figurarum, ut si superficies sphaerica conuexa uel concaua aestimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maxime remotionis a uisu non comprehendit uisus corporeitatem, quando non comprehendit obliquationem superficierum, & hoc totum accedit propter deceptionem circa figuras factam, non enim comprehendit tunc uisus situs partium illarum superficierum ad inuicem, qui situs efficit figuram, unde cum certitudinaliter comprehenditur figura, certitudinaliter comprehenditur corporeitas, & cum comprehenditur figura indistincte, comprehenditur etiam corporeitas indistincte, & hoc accedit in omnibus modis quibus error accedit in uisionibus figurarum, & quia situs est causa figurarum, ideo etiam errores accidentes situi, accidunt & corporeitati, quia enim corporeitas includit sub figura & situ, ideo errorem corporeitatis gerit error in se situs & figurae.

XCIX.

Distinctio uisibilium comprehenditur a uisu ex distinctione formarum ipsarum uisibilium in diuersis superficierum uisus partibus impressarum.

Distinctio quae est inter quaelibet duo corpora, aut est ex luce, aut ex colore actum lucidi habente, aut ex obscuritate, haec enim sunt principia distinctionis formarum in superficie uisus, quoniam haec per se perueniunt in partem superficierum uisus, quandoque autem lux & color uel obscuritas sunt in ipsis formis quae distinguuntur, quandoque uero lux & color uel obscuritas distinguunt formas in ipsa superficie uisus sunt in corporibus medijs secundum situm distinguunt corpora, quorum formae distinguuntur in uisu, & tunc si uisus non senserit quod lux, color aut obscuritas, quae est in loco distinctionis, non est in corpore continuato cum utroque corporum quae sunt in eius lateribus, tunc non sentiet distinctionem duorum corporum, & etiam quandoque sit distinctio uisibilium ex hoc, quia

quia non est possibile plura uisibilia aequaliter uideri per 49. tertij huius, aut enim superficies cuiuslibet illorum corporum est obliqua ad superficiem uisus, in loco indistinctio nis, sed est inaequalis obliquitas, aut unius ipsorum forma est obliqua, alterius uero forma est uisui directe opposita, manifestior uisui, quam alia, quae non est uisui oblique opposita, uel quae sibi opponitur plus oblique, & secundum hoc comprehendet uisus distinctionem uisibilium formarum, si ipsorum distinctio secundum spatium interiacens sit ampla siue stricta, dum tamen sit sensibilis respectu remotionis corporum uisorum & respectu quantitatū corporum distinctorum, quia forte quandoque distinctio formarum est quantitatis unius capilli, & illud diminutum non aufert distantiam sensibilem in uisu, patet ergo propositum.

C.

Continuitas uisibilium comprehenditur a uisu ex distantiae priuatione.

Cum enim uisus non senserit in corpore aliquam distantiam, comprehendit ipsum esse continuū, & si in corpore fuerit distantia occulta non comprehensa a uisu, comprehendit uisus illud corpus esse continuum, & discernit inter continuationem & contiguationem ex comprehensione aggregationis duorum terminorum duorum corporum. Si ergo sentiens non senserit, quod utrumque duorum corporum contiguum est diuersum ab altero & distinctum ab eo, tunc non sentiet contiguationem, sed iudicabit esse inter illa uisa perfectam continuationem & totius superficierum uisae perfectam unitatem quae est continuitas, patet ergo propositum.

CI.

Numerus comprehenditur a uisu per hoc, quod unum uisibilem comprehenditur ab altero distinctum.

Quia enim uisus comprehendit in una hora multa uisibilia in simul distincta, & in illorum distinctione comprehendit quod quodlibet ipsorum est ab altero diuisum, comprehendit ergo multitudinem, et tunc uisus distinctiua comprehendit numerum ex multitudinem illorum, & si est par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipsorum unitatem, & per hunc modum omnium rerum uisarum numerum comprehendit & mathematicum & naturalem, patet ergo propositum.

CII.

Omnis forma uisibus oblique incidens semper apparet ultra locum formae directe incidentis, ex quo patet quod formae ambobus uisibus secundum aequalitatem angulorum obliquius incidentes plurimum a se distant.

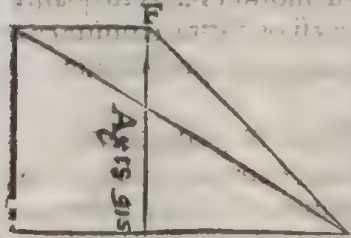
Quod hic proponitur satis patet, quando enim linea radialis superficierum uisus oblique incidit, tunc ipsa per 47. secundij huius, refringitur a superficie oculi, & ad concauum nerui peruenit plus oblique, quoniam tunc secundum angulum incidentiae formatur quantitas anguli refractionis per 36. tertij huius, palam ergo quoniam illa linea oblique superficierum ipsius uisus incidens propter suae incidentiae obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum suae refractionis acutum, unde tunc linea refractionis intersecat lineam directe incidentem, & a superficie oculi aequaliter refractam, & sic forma obliqua uidetur ultra formam rectae uisam, & si ambae formae oblique incident, secundum eundem suae obliquitatis modum, ita ut utrobique sit aequalitas angulorum incidentiae & refractionis, tunc forma oculo dextro incidens, secans lineam per quam directe incidens ad medium punctum concauitatis nerui peruenisset, sit sinistra ab illa, & forma oculo sinistro oblique incidens, respectu illius medij puncti concauitatis nerui, sit dextra, & sic quandoque accedit illas formas a se plurimum distare, & quoniam quaelibet ipsarum offertur uirtuti sensitivae, quoniam secundum lucem & colores quae sunt in ipsa forma, quae est extra, depingitur ipsa forma in superficie organum membri sentientis in duobus locis secundum neruum oculorum quibus incidit & a quorum superficie refringitur, quia uero forma directe incidens ad unum secundum omnes eius partes ordinatur locum consimiliter, ut patet per 37. tertij huius, forma ergo oblique incidens semper apparet ultra locum formae directe incidentis, patet ergo propositum, & eius correlatum.

C.

Omne

Omne uisum quod directe opponitur medio unius uisus, & in respectu ad reliquum uisum est obliquum, semper uidetur duo.

Nam forma puncti, quæ directe incidit medio alterius uisum, peruenit ad punctum mediū concavitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, quoniam forma illius puncti incidit uisui secundum axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio

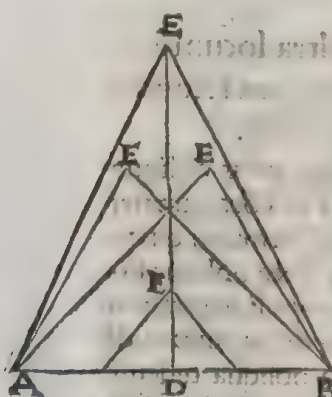


superficiæ alterius uisus uenit ad punctum aliud quæ ad mediū punctum concavitatis ipsius nerui secundum obliquationem puncti superficiæ uisus, & sic non concurrunt illæ formæ in eodem puncto mediū concavitatis nerui. Verbi gratia, sint centra duorum uisuum a & b, sit linea e f, quod uisum directe oppositum centro uisus a, sit autem ipsa linea e f oblique opposita uisui, cuius centrum est punctum

b, quia ergo forma lineæ e f directe peruenit ad mediū concavitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, quod forma eius circa illum punctum mediū concavitatis nerui secundum omnes situs suarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiusdem lineæ e f tota oblique incidit superficiæ uisus b, palam per ea quæ declarata sunt in eadem 3. tertij huius, quod forma eius non peruenit ad punctum mediū concavitatis nerui, sed ad aliquod ipsius punctum aliud: non supponetur ergo priori formæ, sed remanebit distincta ab illa, apparebunt ergo duæ formæ, quoniam in duobus locis ipsius membri sentientis offertur forma ipsius uisibilis ipsi uirtuti sentienti, & sic iudicat illas esse duas, & non unam, patet ergo propositum.

Omnis forma rei uisæ intra axes radiales constitutæ, oblique ambobus uisibus occurrit, unde semper uidetur duo.

Verbi gratia, sit centrum duorum uisuum a & b, & concurrant axes uisuales in puncto c, sitque axis d e, & sit res intra axes uisæ, quæ e, dico quod forma rei uisæ, quæ est e, semper oblique occurrit ambobus uisibus, unde semper uidebitur esse duæ, quæ autem oblique



lique semper incidat ambobus uisibus, patet, cum enim a puncto c, ducta sit linea c a perpendiculariter super centrum foraminis unæ oculi, cuius centrum est punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta sit perpendiculariter super centrum foraminis unæ oculi, cuius centrum est punctum b, palam per 13. undecimi, quoniam ab aliquo puncto superficiæ rei uisæ, quæ est e, ad dicta centra foraminum perpendiculares alie duci non possunt, omnes ergo lineæ a superficiæ corporis e ad superficiem uisuum productæ, sunt oblique per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto mediū concavitatis nerui, sed ultra, & plurimum a se distabunt per 102. huius, uidebuntur ergo semper duæ per præcedentem.

Cum itaque axes duarum pyramidum uisualium concurrant in aliquo puncto rei uisæ, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uisum propinquius duobus uisibus aut remotius intra axes, tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, nam illud uisum erit dextrum uni axium uisualium & sinistrum alteri ipsorum. Radij quoque exeuntes ab ipsa re taliter uisa ad alterum uisum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uisum exeuntes erunt sinistri ab illius axe, & sic positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, & forma unius uisuum incidit duobus uisibus, in duobus locis diuersè positis, & peruenit ad loca diuersa concavitatis communis nerui a duobus lateribus sui puncti mediij, & partes illius formæ non superponuntur sibi, erunt ergo duæ formæ, & ita semper forma rei taliter ad uisum dispositæ uidentur duæ formæ, & res ipsa uisa uidentur semper duo, quod est propositum.

C V.

Lineæ rectæ uicinæ uisibus in superficie axis communis erectæ super trigonum

gonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, solum illud punctum uidebitur unum, omnia uero alia dictæ lineæ puncta uidebuntur duo, & æqualiter a puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersectent in puncto coniunctionis.

Sit centum uisus sinistri punctum a, dextri uero punctum b, & sit linea recta h z, quæ secundum mediū punctum nasi ambobus uisibus interpositis, extendatur taliter, ut in aliquo puncto suo signato quod sit q, concurrant axes uisuales, erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uisualium, & quoniam ipsum punctum, quod est in linea h z, quæ sic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam est quod ipsa est in superficie in qua est axis communis erecta super basem trigonum b q a, per 33. tertij huius. Dico ergo quod ubicumque punctus coniunctionis qui est q, lineæ h z, oblique incidit uisibus, hoc est ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus cum linea h z, solus punctus q uidebitur unus, ut est, quoniam forma eius solius per ambos axes radiales peruenit ad mediū punctum concavitatis nerui, & sic forma una uidetur rei unius, ut hoc patere potest per 46. & 47. quarti huius, reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter a puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersectent in puncto coniunctionis quod est q, quia radij diuersi ab illis punctis peruenientes ad ambos uisus & sinistrantur & dextrantur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis lineæ h q, ad uisum dextrum ex parte axis h q, sunt sinistri ab axe a q, & peruenientes ad sinistrum uisum ex parte axis h q, sunt dextri ab axe b q, perueniunt enim ad superficiem uisus ex una parte semidiametri foraminis, quæ a centro unæ respicit axem communem & radij peruenientes a punctis lineæ q z, ad uisum dextrum, sunt



unt item sinistri ab axe a q, & peruenientes ad uisum sinistrum sunt dextri, perueniunt enim utriusque radij ad superficiem uisus ex parte semidiametri cum priori semidiametro, diametrum totam illius foraminis unæ complente, & quoniam ambo oculi sunt in omnibus dispositionibus æquales per 4. tertij huius, palam quod utriusque anguli axium & istorum semidiametrorum sunt æquales circa centrum utriusque oculi foraminis, anguli quoque c q z, & d q c, propter eandem sint æquales, ducta itaque linea a puncto, & æquidistante lineæ a b per 31. primi, quæ sit e z d, producatür linea a q in punctum d, & linea b q in punctum c, patet quod secundum illas lineas sit uisio illarum formarum, quoniam enim anguli secundum quod sit obliquatio uisionis, qui sunt t q z, & d q z, sunt æquales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi lineæ uisuales, quæ exempli causa sint lineæ b q, & q c, coniunctæ sunt linea una, & similiter de lineis a q, & q d, uidetur autem linea una radialis duæ lineæ propter diuersitatem incidentiæ formæ illius puncti ambobus uisibus, quæ obliquatio sit quasi per modum duarum linearum se secantium circa punctum q, forma enim secundum axes radiales uisibus incidens ad mediū punctum concavitatis nerui pertingit, & formæ oblique incidentes, circa ipsum se secantes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z, ad ambas axes peruenientium, semper erunt in duabus partibus diuersis, quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concavitatis nerui communis a duobus lateribus puncti mediij, ut ostendimus in præmissis, patet ergo propositum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum intersectarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraque parte sectionis partes linearum sunt æquales, & secundum approximationem ad uisus anguli mediij, ut sunt a q b, & c q d, sunt maiores, & secundum elongationem a uisu sunt minores, quousque circa axes radiales pyramides describuntur, quarum basis est tota superficies rei uisæ, & horum probatio experimentalis accidit, si uisibus modo dicto dispositis unus ipsorum claudatur, alterque apertus referuetur, sic uices mutando quantum placet.

Sic

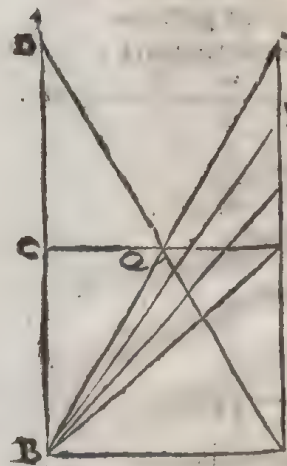
Si à puncto coniunctionis linea inter duas perpendiculares productas à terminis lineæ connectentis centra visu eidem æqualis & æquedistans fuerit, producta forma cuiuslibet puncti productæ lineæ aut rei super ipsam existentis, & forma rei existentis super alteram perpendicularium in puncto propinquo prædictæ lineæ uidebitur tantum una: existentis autem in eadem perpendiculari remotæ à producta linea uidebitur semper duæ.

Sint centra duorum uisuum a & b , linea ergo connectens centra est $a b$, & ab illius terminis erigantur perpendiculares $a c$ & $b d$ per 11. primi, et sit punctus coniunctionis q , erunt ergo axes uisuales $a q$ & $b q$, a puncto uero q per 31. primi ducatur linea $k q c$, aequae distans linea $a b$, dico q formae cuiuslibet puncti lineae $k c$, aut rei super ipsam exeuntis semper uidebitur una, & si in aliqua perpendicularium $a c$ & $b d$, in puncto propinquo lineae $k t$, ut in puncto r , sit res uisua, ad huc uidebitur eius forma una, q si fuerit in puncto ualde remoto ut in puncto f , tunc uidebitur una res ibi existens esse duae. Ducantur em̄ a puncto b lineae $b k$, $b r$, $b f$, palam ergo per 19. primi, quoniam linea $b k$, est maior q̄ linea $b t$. Sed linea $k q$, est aequalis lineae $q c$, ex hypothesi ergo per 35. primi huius angulus $c b q$, est maior angulo $q b k$, est em̄ in triangulo orthogonio quod est $c b k$, producta linea $b q$, ab angulo $c b k$, ergo proportio anguli $q b k$, ad angulum $c b q$, minor q̄ portio basis, quae est $q k$, ad partem basis quae est $q c$, Sed partes illae basis ad inuicem sunt aequales, ergo angulus $c b q$, est maior angulo $q b k$, per 10. quinti. Sed per 4. primi angulus $c b q$, est aequalis angulo $k a q$, angulus ergo $k a q$, est maior angulo $k b q$, ergo per argumentum petitionis factae in principio primi libri huius remotio lineae $a k$, ab axe $a q$, est maior q̄ remotio lineae $b k$ ab axe $b q$. Differentia tamen inter has duas remotio-

nes est modica, quoniam differentia inter duos angulos $k a q$, & $k b q$, est modica, forma ergo puncti k , non multum obliquabitur ab axibus uisualibus, qui sunt $b q$, & $a q$, non ergo uidebitur illius puncti k , forma nisi una, qm forma eius non multū elongat a puncto medio concavitatis nerui, & qm corpore aliquo existente in puncto r , patet qd radij exeuntes ad punctū $b r$ & $a r$, & quia etiā duo anguli $r a q$ & $r b q$ nō multū differūt, qm angulus $k b r$, quæ est illorū angulorū differentia, ut patet, nō habet sensibile quantitātē, quando punctus r fuerit ualde p̄p̄inquo p̄cto k , forma ergo p̄cti r adhuc non uidebitur nisi una. Si uero corpus aliquod cuius forma se offert uisui, existat in aliquo puncto linearē perpendicularis super superficiem uisus, quæ est $a c$, remoto ualde a puncto k , ut est punctum f , tunc quia anguli $f b q$ & $f a q$, sunt diuersi maxima diuersitate. Ideo qd angulus $f b k$, qui est illorum angulorum differentia est sensibilis quantitatis, tunc corpus qd est apud punctum f , uidebitur duo, quando duo axes concurrunt in puncto r , forma enim puncti f oblique incidit superficiē uisus b , unde nō peruenit ad medium punctum concavitatis nerui, ut patet per 102. huius, sed apparet ultra illud, sic ergo numeratur forma illius puncti f . Ex hoc itaq; patet, qd uisum in quo concurrunt duo axes semper uidetur unum, sicut etiam patuit per 46. tertij huius, & qd unumquodq; uisorū, in quo concurrunt radij consimilis positionis, inter quos non est magna distantia ab ambobus axibus uidetur etiam unum, illud uero uisum in quo concurrunt radij multum distantes ab axibus uidetur duo, propterea qd ipsum unū uisum incidit directe & alteri ualde oblique, uel si ambabus uisibus incidit oblique, una illarum obliquitatum est sensibiliter maior q̄ altera, uidetur ergo talis res duæ per 104. huius, patet ergo propositū.

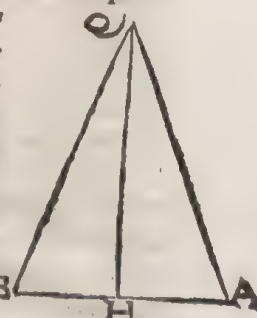
CVII.

Puncto coniunctionis in angulum trigoni, cui subtensa basis sit æqualis
lineæ connectenti centra oculorum secundum terminos suæ basis, applica-
ti centris



ti centris amborum uisuum, quodlibet duorum laterum trigoni duas for-
mas uisui repræsentat.

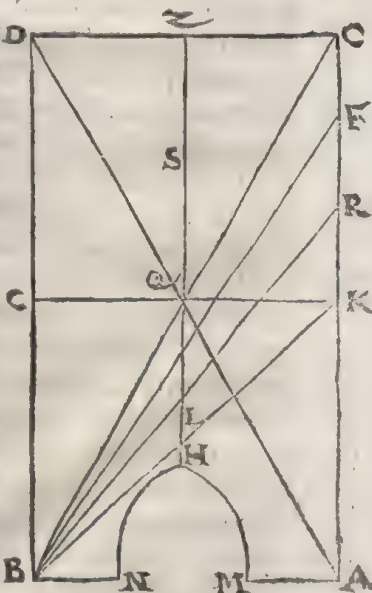
Sint centra amborum uisuum a & b, sitq; trigonum a b q applicatum uisibus taliter ut pponitur, uel sit ita ut trigoni a b q, basis a b, sit bassior centris oculorū, incidentq; axes uisuales in punctum q, qui sit punctus coniunctionis, & axis communis sit h q, dico q; laterum trigoni, quæ sunt a q & b q, unumquodq; duas formas uidentem præsentabit, quoniam enim utraq; formarum linearum a q & b q, uterq; uisui se offert directe & oblique, ut linea dextra quæ est a q, dextro uisui quæ est a, se offert directe, quoniam omnes radij à quolibet suorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis unæ per 24. tertij huius, & linea sinistra quæ est b q, incidit oblique uisui dextro, quæ est a, et econuerso linea b q sinistro uisui qui est b directe incidit, & linea a q eidem uisui sinistro qui est b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertij huius, forma itaq; oblique incidens dextro uisui declinat ultra latus sinistrum, cuius ipsa est forma, & sic sinistra ab axe & forma oblique incidens sinistro uisui, declinat ad latus dextrum, cuius ipsa est forma, & sit dextra ab axe, eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uisuum duplicata, præter solum punctū q, qui est punctus coniunctionis, & est ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propositum.



CVIII.
Vnam rem nonnunquam uideri duas experimentaliter declaratur.
Assumatur tabula lignea plana, fore C.

Assumatur tabula lignea planæ superficiei, cuius lineæ longitudinis æquedistantes & æquales sint a b, & b d, & sint unius cubiti, latitudinis uero ipsius lineæ æquales & æquedistantes, sint q a, b, & c d, & sint quatuor digitorum orthogonally super lineas longitudinis erectæ, ducenturq; duæ diagoni quæ sint a d, & b c secantes se in puncto q. & à puncto q, qd' per 40. primi huius est d medius punctus superficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumq; latus longitudinis lineæ æquidistans lineis latitudinis per 31. primi, quæ sit k q c, & ab eodem puncto q ducatur lineæ h q z, æquidistans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes istæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuersorum colorum, ut bene appareant. Sed tñ duo diagoni qui sunt a d, & b c, sint unius coloris, & super punctum h anteriorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipsius tabulæ, cauetur tabula quasi pyramidaliter, ut ita possit intrare cornu nasi, ita ut cum tabula supponitur superiori parti ipsius nasi, tangant duo anguli tabulæ fere duo media superficierum duorum uisui, & sit huius concauitas m h n, fiant itaq; de cæra tria corpuscula columnaria, et sint diuersorum colorum, quæ sint e g p, & erigantur istæ columnæ super superficiem tabulæ in lineæ k q c, ita q corpus g sit sup punctum q, & corpus p sup punctum k, & corpus e sup punctum c, & applicent illa corpora firmiter ipsi tabulæ, ita q nō cadant, & tñc applicet tabula uisibus ut supra pmissum est, deinde expimentator inspiciet fortissimè

Supponatur igitur g, qd' est in puncto q , medio puncti tabulæ, tunc ergo duo
 axes amborum visuum concurrent in aliquo puncto superficiæ corporis g , & suppo-
 nentur duobus diagonis tabulæ, qui sunt bq , & aq , aut erunt æquedistantes illis, & axis
 communis supponetur lineæ $h q$, & si in hac dispositione intueantur ambo visus, omnia
 quæ sunt in superficie tabulæ & corpora & lineæ, inuenietur forma uniuscuiusq; corpo-
 rum, quæ sunt $e g p$, forma una, & tota forma lineæ $k q c$, erit una, lineæ uero $h z$, exten-
 sa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ secantes se super punctum q , uel super
 quodcunque aliud punctum, cōcurrāt radij uisuales, & etiā quilibet duorū diagonorū qui sunt
D bc &



b e & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b appareat amplior q̄ sit secundum ueritatem, & si alter uisuum claudatur, uidebuntur duo tantum diagoni, & diagonus remotus a medio sequitur uisum coopertum, ex quo patet, q̄ duo diagoni qui uidentur remoti, sunt illi quorum uterq̄ uidetur uisui obliquo, & propter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & sinistros, unde instituntur in cōcauitate nerui cōmunis ab inuicē remotæ, in figuntur em̄ in duabus partib⁹ contrarijs respectu puncti medi⁹ nerui cōmunis, & in partibus remotis ab illo puncto, unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas sibi, & duas remotas a se inuicem. Deinde experimentator figat axes uisuales super aliquod corporum, quæ sunt e et p, quæ sint super puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia numero quo prius, q̄ si corpora e & p auferantur a locis suis, & ponantur in linea h z, æquedistanter a puncto q, & sit corpus e uicini⁹ uisibus in puncto l circa punctum q; & corpus p sit remotius a uisu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula iplis uisibus figantur axes uisuales super corpus g, quod est in puncto q medio, tunc unumquodque corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora oblique a medio corpore g, duo. s. in dextro, & duo in sinistro, & uidebuntur super duas lineas, quæ secundum ueritatem sint super lineam unam, & apparebunt quælibet duorum illorum 4. corporum super alteram illarū duarū linearum. Idē q̄q̄ accidit si corpora e & p, ponantur super alteram duorum diagonorum secundum omnem modum quo posita fuerint super lineam h z, taliter ut æquedistant corpori g, & unum sit propinquius uisui q̄ alterum, quia enim tunc uterq̄ diagonorum apparebit duo, unde super utramq̄ linearum quæ sunt unius diagoni duo apparebunt corpora, unum in parte ipsius uisus, & aliud ultra corpus g positum in medio illorum duorum corporum. Et similiter si corpora e & p, ponantur super ambos diagonos, unum super unum, & aliud super aliud, & ambo in parte uisus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p a tabula, & ponantur alterum ipsorum super marginem tabulæ in linea a c, ultra punctum k, & tamen ualde uicine illi puncto k, & sit supra punctum r, & tunc applicata tabula uisibus dirigantur ad hoc axes ad corpus g positum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum una, q̄ si corpus e in eadem linea a t, ponatur super punctum f, remotius a puncto k, quàm sit punctū r, sitq̄ puncti f, a puncto k distantia sensibilis, & sit directis axibus uisualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoq̄ accidit si ambo axes uisuales secundum istam dispositionē dirigantur ad quodcūq̄ punctum lineæ c k, semper enim tunc corpus e positum in puncto f uidebitur esse duo, hæc uero quæ præmissa sunt omnia per 105. huius & propositiones sequentes declarata, ut patet intuitu. Quod si experimentator direxerit axes uisuales ad punctū aliquem tabulæ extra lineam k t, tunc ipsum corpus g, positum in medio superficie tabulæ in puncto q uidebitur duo, & si corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k, tunc utraq̄ ipsorum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uisualibus super punctum q, aut super aliquod punctū lineæ t k, tunc reuertet prior dispositio. Deinde accipiat experimentator tres cedulas pergameni paruas & æquales, & inscribat omnes ipsas una scriptura manifesta æqualis quātitatē, & ponat unam ipsarum in medio præmissæ tabulæ in puncto q, & alteram ipsarum super punctum k, figendo cum cera ut stent erectæ, & applicata tabula iplis uisibus ut prius, intueatur cedulam positam super punctum q, & cōprehendat eius scripturam certa comprehensione, & similiter scripturam cedulæ positæ in puncto k, cōprehendat, sed non ita perfecte ut scripturam cedulæ positæ in puncto q, licet sint illæ scripturæ consimiles in figura, forma & quantitate. Deinde assumatur tertia cedula, & ponatur quasi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta secundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in situ & positione duarum aliarum cedularum, tunc enim fixis ambobus axibus uisuum in cedula posita in puncto q, & tunc uisa tertia cedula uidebitur forma scripturæ suæ dubitabilis & indistincta, & si cedula puncti k reposita

sita tertia cedula ponatur penes primam, quæ est in puncto q, tunc ambæ cedulæ comprehenduntur in suis scripturis æqualiter dispositæ, nec erit differentia sensibilis inter illas: & si tertia cedula moueatur plane super lineam q k, axibus illorum uisuum cadente in punctum q, uidebitur tunc diminui distinctio scripturæ cedulæ motæ secundum distantiam quæ sit per motum donec perueniat ad punctum k, & tunc paulatim a puncto k, extra tabulam moueatur secundum lineam latitudinis a k protensam, tunc semper minuetur scripturæ distinctio, ita quod tandem nulla erit discretio ipsius. Peractisq̄ circa lineam c d, eisdem quæ cum his cedulis facta sunt circa lineam k c, eadem tunc uisibus apparent quæ prius seruata distantia proportionē, & etiam si elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq̄ ex his passionibus ambobus uisibus accidunt, plus accidunt uni uisuum si alter fuerit coopertus. Deinde assumatur schedula 4. digitorum quadrata, in qua punctus medius signetur per 40. primi huius, & alia schedula scribatur scriptura aliqua distincte, & erigatur hæc schedula super lineam k t, & dirigatur uisus ad medium illius schedulæ, tunc enim uidebitur scriptura bene distincta, sed scriptura quæ est circa medium schedulæ uidebitur distinctior, quàm quæ in extremis. Deinde parum obliquetur schedula super lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uisuum cadentibus super medium punctum schedulæ, inuenietur schedula minus distincta q̄ prius, cum schedula fuerit super lineam k t, & si schedula plus obliquatur, indistinctior uidebitur scriptura, & quanto magis obliquabitur schedula, tanto magis latebit utrumq̄ uisuum uel alterum ipsa scriptura. Et si schedula secundum alterum suorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur super superficiem tabulæ secundum lineam k q, tunc patet quod medietas schedulæ cadet extra tabulam; uisui itaq̄ cadente in punctum q, tunc uidebitur scriptura circa punctum q distinctior, minus autem secundum partes remotiores ab illo, & si obliquetur schedula super lineam q k, apparebit latentior scriptura secundum quantitatem obliquationis & distantia a puncto q, & si schedula ponatur super lineam c d, tunc uisibus directis ad medium punctum schedulæ erit litera legibiliter distincta, & si obliquetur schedula super punctum z, & tunc erit scriptura latentior quàm prius, & taliter peracto circa lineam c d, quod prius actum est circa lineam t k, idem accidet in distinctione scripturæ proportionaliter illi spacio distantia, etiam si elongetur schedula ultra longitudinem tabulæ: quod autem accidit ambobus uisibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uisuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorū quæ p̄ plura theoremata proponuntur, & patet manifeste, quod pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propositum.

CIX.

In uisione diuisionis, cōtinuationis & numeri error accidit uirtuti distinctionis ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmissorum uisione, quia si de nocte uideatur tabula, in qua sint linearum obscurarum protractiones, uidens illas putabit eas esse diuisiones esse uel scissuras, & ita continuum etiam putabitur diuisum, & partes eiusdem continui plura putabuntur ut diuisa, cum tamen tabula sit continua & tantum una. Similiter existente uisu in forti luce reflexa, si ipsi uisui adhibeantur corpora modica cum distantia apparebunt continua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum distantiam discerni. Ex intemperata etiam distantia

stantia sit error in praemissorum uisione. Pariete enim aliquo à longe uiso, si in parte eius fuerit color tenebrosus, forte putabitur facta esse diuisio illius parietis secundum spacium illius coloris. Similiter etiam si prope parietem illum crescat altitudo herbarum, ut consuevit in talibus crescere haedera, uidebitur forte paries secundum haedera spacium diuisus. Et similiter luce solis super uisum album parietem splendente, si fortis umbra aliqua lucem parietis diuiserit, aestimabitur paries diuisus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc potest accidere, ut continuum aestimetur diuisum, & ex consequenti unum plura. Sed & quandoque ipsa secundum ueritatem diuisa aestimantur continua, & plura aestimantur unum, corpora enim à longe uisa in colore similia, & adinuicem propinqua creduntur continua, & propter hoc tabulae parietis uel scamni apparere quoniam continua, cum modica diuisione ad inuicem sunt diuisae, & sic diuisa aestimantur propter remotiorem à uisu esse continua, & plura aestimantur unum. Ex inordinato etiam situ oppositionis oritur error in praemissorum uisione, si enim alicuius corporis magna fuerit à uisu obliquatio, in quo fuerint puncta sensibilia, nigra uel ualde tenebrosa, illa quod diuisiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuisio & pluralitas, licet in eis sit continuitatis unio, & si in hoc corpore fuerint lineae tenebrae sensibiles, iudicabuntur partes eius continuales diuisae, cum sint continuae, & plures, cum sint unum. Similiter etiam ex obliquatione situs plurium parietum ad uisum, quorum unus est ordinate post alium modicum distans ab illo, ita quod uno aspectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti spacium quod est inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum sint diuersi & plures: qualiter autem propter situm eius erret in numero, satis patet per propositionem praemissam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uisione praemissorum: adhaerente enim capillo uasi uitreo, apparebit uisum fissum, quod ideo accidit, quia capilli paruitas non sentitur esse corpus. Si enim lateret super uas uitreum calamus aut corpus aliud sensibile, non propter hoc sentiretur uitreum esse fissum. Similiter etiam accidit error in continuitate, si enim folia pergameni tenuis aequalis altitudinis, ita quod in eadem plana superficie constituta, & bene compressa, & uidens ignoret esse folia, iudicabit ipsa esse continua, & unam superficiem ipsorum: huius autem error causa est paruitas quantitatis spacij & aeris, secundum quod se illa folia contingunt, & sic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoque soliditatis sit error in praemissorum uisione, in corpore enim magnae raritatis ut in cristallo pura, si in aliqua parte superficiei suae fuerit linea magna, apparebit totum corpus fissum secundum locum in quem cadit illa linea, & ita aestimatur uisum discontinuum & plura, & hoc accidit propter perspicuitatem quae accidit ex defectu soliditatis. Et si duo corpora talia fuerint modicum à se distantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in praemissorum uisione idem, qui ex defectu soliditatis, augmentatus tamen propter excessum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in praemissorum uisione. Si enim corpus in quo sit linea nigra subito à uisu diuertatur, putabitur illa linea esse partium diuisio: & si corpora contigua aut ualde propinqua subito uidentur, aestimabuntur continua, sicut accidit in tabulis scamnorum subito inspectis, & sit error in continuitate & numero. Ex intemperantia & debilitatis uisus error accidit in uisione praemissorum, & secundum modos temporis breuitate accidentes, quod enim sano uisui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte semper durante uisus debilitate, & etiam strabo uel debilis in uno oculo unum quandoque iudicat duo, tunc enim res uisa habet diuersitatem situs respectu talium duorum oculorum, quae diuersitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos sanos & aequalis ordinationis, ut satis demonstratum est ex praemissis, patet ergo propositum.

Motus

Motus comprehenditur à uisu ex comprehensione rei motae secundum diuersos sui situs in instantibus diuersis, inter quae sensibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri est aliter se habere nunc quam prius, palam quod facilitas huius comprehensionis motus sit ex comparatione rei motae uisae ad aliud uisibile quiescens non motum, quando enim comprehenditur situs unius rei mobilis respectu alterius rei uisibilis, tunc etiam comprehenditur diuersitas situs eius respectu illius uisibilis, & tunc comprehenditur motus, semper itaque motus comprehenditur à uisu aut ex comprehensione diuersitatis & mutationis situs rei uisae motae respectu alterius uisibilis quod est remotius aut propinquius uisui, ipso tamen uisu in parte altera existente in suo loco, aut comprehenditur motus experimentatione situs alicuius partis, uel partium rei uisae motae respectu illius uisibilis non secundum se totum motum, & hoc modo comprehendit uisus motum circulaem. Similiter etiam accidit motum à uisu comprehendit, si res uisa mota ad multa immota uisibilia comparetur. Cum enim uisus fuerit quietus, & res uisa mota ad ipsum uisum uel à uisu, tunc uisus sentiens diuersam locationem corporis moti, sentiet motum, aut enim mobile, tunc elongabitur aut appropinquabit uisui per motum, quia ut patet per 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uisu sentitur, palam quia motus tunc sentitur, quod si mobile mouetur tantum circa uisum circulariter, tunc enim superficies uisus uel oculi non sit tota sphaerica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam sola superficies foraminis uisus est uisiva, & non aliae partes superficiei oculi: aliqua itaque re mota circa uisum, necessario mutabitur situs partis oppositae uisui, & cum illa pars rei uisae motae fuerit mutata, sentiet uisus mutationem eius, & sic uisu existente in suo loco sentiet uisus motum rei uisae. Et si ipse uisus moueatur, comprehendet tamen motum secundum quolibet istorum modorum, ut cum uisus sentit diuersitatem situs rei uisae motae, sentiendo quod illa diuersitas non est propter motum ipsius uisus: sed tamen quando ipse uisus & etiam res uisa ambo mouentur, ad huc discernit uisus motum, quoniam distinguit inter diuersitatem illi uisus quae accidit rei uisae motae propter motum ipsius rei, uel propter motum ipsius uisus, quoniam moto uisu sentiuntur etiam formae corporum existentium non motae, nec semper iudicat uisus rem uisam moueri propter sui ipsius motum, nisi forte perueniat in uisum forma rei uisae motae, & quoniam motus omnis est in tempore, non comprehendit uisus motum nisi in tempore, diuersitas enim situs partium rei uisae non potest comprehendit nisi ad minus in duobus instantibus, & quia inter quolibet duo instantia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo instantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uisiva est uirtus sensitiva, oportet tempus ab ipsa comprehensum esse sensibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij super quod mouetur res ipsa uisa.

Siue enim motus sit sursum uel deorsum, uel etiam super ipsam superficiem horizontis uel aequedistantem illi, siue etiam non sit motus rectus, sed sit tortuosus uel circularis, semper qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij super quod mouetur res ipsa: qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehensione spacij super quod mouetur res uisa secundum se totum motu recto, & tunc uisus certificat qualitatem motus per certificationem figurae spacij directi, super quod sit motus in superficie horizontis, aut in superficie aequedistante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua super superficiem horizontis. Similiter quoque qualitas aliorum motuum ut tortuosi & circularis comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij tortuosi uel etiam circularis, in superficie horizontis, aut aequedistante ipsi aut erecta super ipsam, motum enim compositum ex circulari & recto uisus comprehendit ex comprehensione spacij tortuosi super quod sit motus. Comprehendit etiam uisus diuersitatem & aequalitatem motuum secundum uelocitatem & tarditatem ex comprehensione spaciorum super quae mouentur uisibilia mota, & cognitione temporis in quo sunt illi motus, cum enim uisus sentit quod

D 3 unum

unum spatium pertransitum ab uno mobili in aliquo tempore, est maius alio spacio pertransito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uisus senserit æqualitatem duorum spaci-
 ciorum cū inæqualitate temporum duorum motuum, tunc enim stante auxilio uirtutis
 animæ distinctiue & cognoscitiue sentiet uelocitatem unius mobilis super alterū duo-
 rum motuum inæqualitatem, patet ergo propositum.

CXII.

Quies comprehenditur à uisu ex comprehensione rei uisæ in eodem loco
 & situ tempore sensibili permanente.

Cum enim uisus comprehendit rem uisam in eodem loco, & secundum eandem sitū
 in duobus instantibus diuersis, inter quæ cadit medium tempus sensibile, tunc compre-
 hendet rem in illo tempore non fuisse motam, per 110. huius, quoniam si illa res in illo tem-
 pore fuit mota, mutatus est situs eius, comprehendet ergo illam rem quiescentem: com-
 prehenditur aut situs rei uisæ quiescentis non mutatus respectu alterius rei uel aliarum
 rerum uisarum, & etiam respectu ipsius uisus, secundum hunc ergo modum sit compre-
 hensio quietis uisorum corporum à uisu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Est locus in quo oculo manente & transposita re uisa, res semper æqualis
 apparet.

Sit res uisa b g, & sit centrum uisus in puncto a, & accedant ad uisum formæ puncto
 rum b & g ad uisum a, secundum lineas b a & g a, fiatq; trigonum a b g, dico quod est lo-
 cus in quo non mutato centro uisus à puncto a, & transposita magnitudine b g, semper
 eiusdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono em a b g,
 circumscribatur circulus per 5. quarti, & super punctum g, termi-
 num lineæ a g, constituatur angulus æqualis angulo a b, per 23.
 primi, qui sit a g d, & producta lineæ g d, ad periferiam circuli co-
 pulentur lineæ a b & a d, eritq; per 25. tertij, arcus a d æqualis ar-
 cui b a, ergo per 28. tertij, est corda a b æqualis cordæ a d, & arcus
 g d, qui est residuus semicirculi, est æqualis arcui b g, corda quoq;
 g d erit æqualis cordæ b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per
 26. tertij, erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi an-
 guli cadunt in æquales arcus qui sunt d g & b g, quia itaq; lineæ
 b g & d g, æquales sub æqualibus angulis qui sunt d a g & b a g, hinc & inde uiden-
 tur, palam quoniam illæ lineæ æquales uisui apparent per 20. huius, patet ergo proposi-
 tum. Idem quoq; contingeret si centro oculi in centro circuli manente fixo res uisa sup
 circuli periferiam moueatur, tunc enim uisibili transmutato res uisa semper uidebitur
 æqualis uisui non transmutato, quoniam sub eodem semper angulo uidebitur, ut potest
 patere secundum præmissum modum, patet ergo propositum.

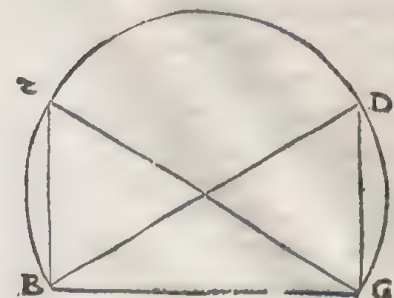
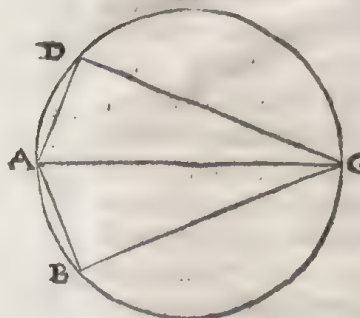
CXIII.

Est locus in quo oculo transmutato re uisa non mota semper res uisa æ-
 qualis apparet.

Sit res uisa b g, & sit oculus in puncto z, dato in aëre, ut
 contingit, & ducantur à terminis rei uisæ lineæ b z & g z, &
 circumscribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in
 præmissa, sitq; ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi
 à puncto z in puncto d, & ducantur lineæ b d & g d, eritq; per
 26. tertij, angulus b z g æqualis angulo b d g, ergo per 20. hu-
 ius, in utroq; situ magnitudo b g, semper uidebitur æqualis.
 Idem quoq; accidit uisui per omnia puncta arcus b z g, trans-
 mutato, & hoc est propositum.

CXV.

Quantitas erecta super aliquam planā superficiem
 in qua



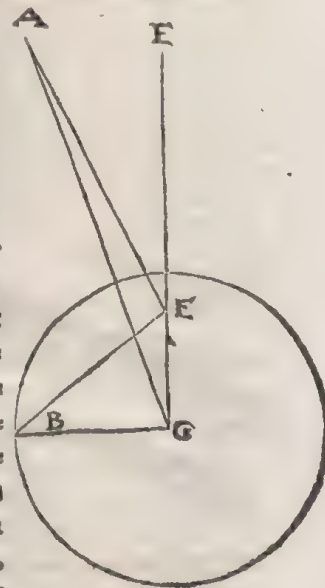
in qua sit cētrum uisus mota sui circuli periferiam pro centro habentis cen-
 trum oculi, semper æqualis uidetur. Idemq; accidit secundum lineam à cen-
 tro circuli erectam centro oculi super circuli superficiem eleuato.

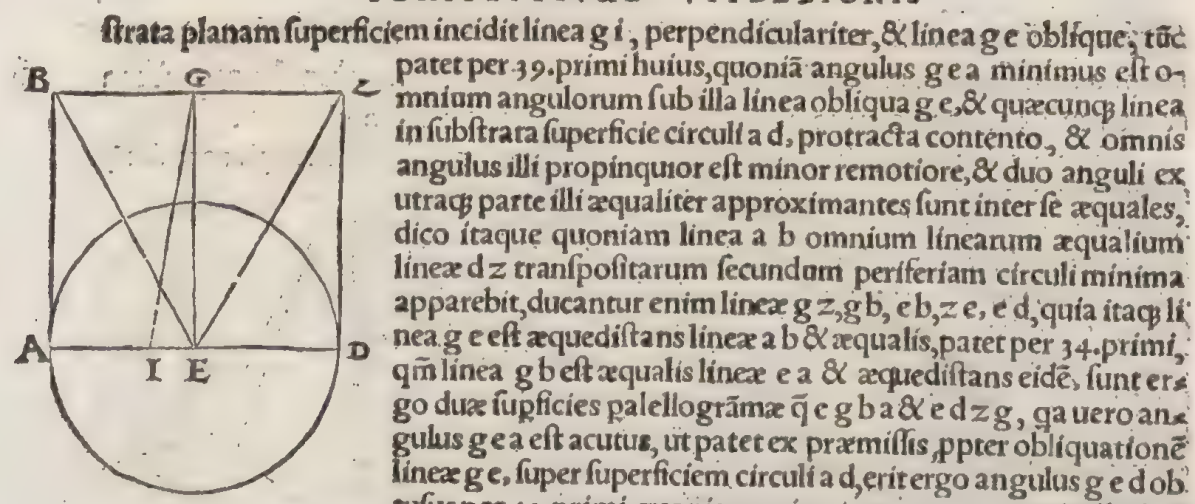
Esto a b aliqua magnitudo uisa erecta super quamcunq; superficiem planam datā,
 in qua sit cētrum uisus quod sit g, & ducatur ab altero terminorum
 rei uisæ ad centrum uisus lineæ g b, & secundum quantitatem lineæ
 g b, centro existente puncto g, describatur circulus, dico quod si sup
 illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quæ est a b, qd
 semper uidebitur æqualis oculo ipso in puncto g existente, quia em
 lineæ a b, est erecta super superficiem planam p diffinitionem, quia
 semper facit angulum a b g rectum, & semper angulum æquale cū
 lineæ g b, utrunq; contingit ducta lineæ a b, sed & lineæ g b semper
 est æqualis sibiipfi, cū sit diameter circuli, & lineæ a b semper est æqua-
 lis sibiipfi: ducatur itaq; lineæ a g, palamq; qd p totam circuli perife-
 riam angulo a b g est æqualis sibiipfi, ergo per 20. huius, magnitu-
 do a b, semper uidebitur æqualis quod est primum propositorū, du-
 catur itemq; lineæ g e à centro oculi erecta super superficiem circuli,
 erit ergo lineæ g e æquedistans lineæ a b, per 6. undecimi, & cen-
 trum uisus eleuetur super superficiem circuli secundum aliquod pun-
 ctum lineæ g e quod sit e, in quo figatur uisus, dico quod ad huc ma-
 gnitudo a b, mota super circuli periferiam æquedistanter lineæ g e,
 semper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e, patet p
 4. primi, quoniam angulus a e b semper est æqualis sibiipfi, cum enim angulus b g e, sit
 semper æqualis sibiipfi, erit basis b e sibiipfi semper æqualis, & angulus e b g æqualis sibiipfi
 ergo etiā angulus a e b est semper æqualis sibiipfi, ergo & basis a e, & angulus a e b, erit
 semper æqualis sibiipfi, ergo p 20. huius, lineæ a b, semper uidebitur æqualis sibiipfi, pa-
 tet ergo secundū propositorum, & hoc est totum quod proponebatur.

CXVI.

Quantitas oblique incidens superficiem planæ, in qua est centrum uisus,
 uniformiter mota secundum circuli periferiam, cuius centrum est centrū ui-
 sus, semper æqualis uidebitur: ipsa uero existente æquali semidiametro il-
 lius circuli mota quoq; secundum sui situs æquedistantiam per illius circu-
 li periferiam quandoq; æqualis qñq; minor quādoq; maior uisu apparebit.

Sit circulus a d, cuius centrum sit punctum c, & in eius periferia sumatur punctum
 d, sit quoq; lineæ d z, oblique incidens superficiem circuli, & sic centrum oculi in puncto
 e, centro circuli. Dico quod si lineæ d z, in circuli periferia transponatur uniformiter, ita
 ut cum semidiametris illius circuli semper æqualem contineat angulum, quod ipsa sem-
 per æqualis apparet, hoc autem potest euinci per 4. primi, ut in præcedenti. Est enim
 angulus d e z, semper æqualis sibiipfi, ergo & res semper uidetur æqualis per 20. huius,
 & hoc est propositum primum. Rursum sit centrum uisus in puncto e, cētro circuli a d,
 cuius supficiem oblique incidat lineæ d z, quæ sit æqualis semidiametro d e, moueaturq;
 per circuli illius periferiam secundum sui primi situs æquedistantiam, sitq; exempli cau-
 sa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit lineæ mota quæ d z æqualis
 suæ propriæ quantitati, utpote semidiametro circuli aliquando maior aliquādo minor,
 ducatur enim à centro circuli e, lineæ e g æquedistans lineæ d z, p 31. primi, quæ fiat æ-
 qualis eidem per 3. primi, ducatur quoq; à puncto g, perpendicularis super circuli sup-
 ficiem per 11. undecimi, quæ sit g i, & ducatur à centro circuli lineæ e i, quæ producat
 ad periferiam circuli in punctum a, & à puncto a ducatur lineæ æquedistans lineæ e g,
 per 31. primi, quæ sit a b, quæ refecetur per 3. primi, æqualis lineæ d z, eritq; lineæ a b
 æquedistans lineæ d z per 30. primi, uel per 9. undecimi, & quoniam lineæ g e, ut patet
 ex hypothesi est obliqua super superficiem circuli a d & à puncto g, in aëre dato ad sub-
 strata

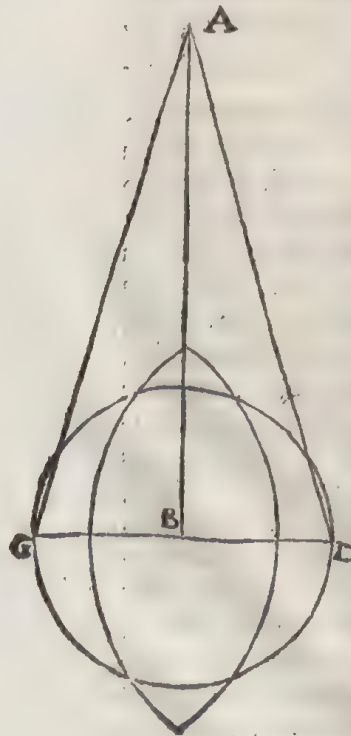




angulus gea est minimus omnium angulorum contentorum sub quacunque linea in superficie circuli ducta ad punctum e . & sub linea ge , est ergo angulus gea minor quam angulus ged , sed tamen linea e & z sit diagonus parallelogrammæ edz , palam quod angulus dez est medietas ged anguli per 4. primi, & similiter angulus b & a est medietas anguli gea , angulus itaque dez est maior angulo b & a , ergo per 20. huius, quantitas lineæ b & a minor videbitur quam quantitas lineæ z & d , & per præmissa cum angulus gea , sit minimus omnium angulorum qui continentur sub linea ge , & aliqua linea in superficie circuli a d producta, palam quia medietas anguli gea est minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum, quantitas ergo lineæ a & b , videbitur omnium aliarum sibi æqualium quantitate minima, & quoniam angulus z & d est maximus omnium illorum aliorum angulorum, videbitur ergo quantitas z & d maxima, mediæ uero modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli periferia æqualiter æquedistantes ab utraque quantitas, quæ a & b & d & z , ad inuicem uidebuntur æquales, & hoc est propositum.

CXVII.

Re uisa super superficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi secundum circuli periferiam moto circa punctum in quo res uisa superficiem coniungitur, res semper æqualis uisui apparebit, quod non accidit centro uisus moto super periferiam oxigonice sectionis.

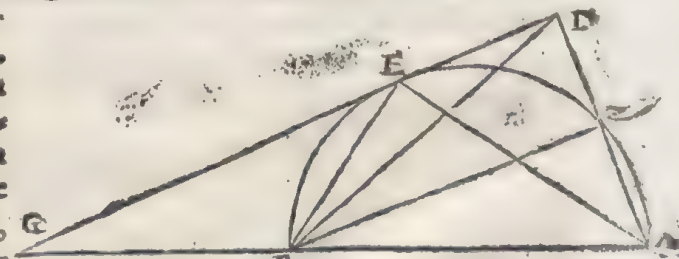


Sit a & b , magnitudo erecta super superficiem planam, tangens ipsam in puncto b , sitque centrum oculi in puncto g , in eadem superficie, & centro quidem existente puncto b secundum spatium bg lineæ, describatur circulus qui sit gd , dico quod si transponat centrum oculi a puncto g , super totum circuli gd periferiam, apparebit uisui linea a & b semper æqualis, quoniam enim angulus abg est semper rectus per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, palam quia omnes anguli abg , per 4. primi, sunt ubique æquales, ergo per 20. huius, res uisa, quæ a & b , semper uidebitur æqualis, & hoc est propositum primum, non accidit autem hoc centro uisus moto super periferiam oxigonice sectionis, quoniam tunc quantitas rei appareat inæqualis, quæ super ipsius sectionis punctum medium est erecta, quoniam sectio oxigonica habet semidiametros inæquales, & omnes lineæ a centro usque ad circumferentiam ductæ sunt inæquales, appropinquantes enim semidiametro maiori sunt maiores, & appropinquantes semidiametro minori sunt minores, contrarium ergo necessario accidit eis, quod oculo moto secundum circuli periferiam

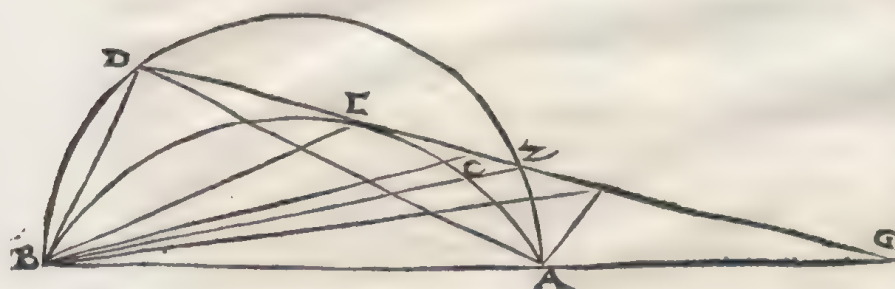
seriam accidebat, quod patet per 7. & per 20. huius, patet ergo totum quod proponebatur. CXVIII.

Re uisa fixa manente oculo uero moto secundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uisæ, illa quantitas quandoque æqualis quandoque inæqualis uisui apparet.

Sit res uisa quæ a & b , sit centrum uisus punctum e , incidatque linea eg , oblique lineæ a & b , producat enim linea a & b in punctum g , donec concurrat cum linea eg , & item producat linea eg , in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d , sit illa linea indefinita deg , dico quod oculo transmutato secundum lineam d & g , quoniam linea a & b uidetur minor, quandoque maior, quandoque æqualis, Sumatur enim per 9. sexti, inter duas lineas bg & ag , linea medio loco proportionalis, quæ sit exempli causa linea eg , hoc autem est possibile per refectionem lineæ d & g per 3. primi, ponaturque centrum oculi in puncto e , producatque linea e & b , & producat in superficie trigoni ebg , a puncto b , linea perpendicularis super lineam ba , quæ sit bd , quæ per 14. primi huius, concurret cum linea eg , ideo quod angulus egb est acutus, & angulus gbd rectus, concurrat itaque in puncto d , dico quod moto uisu per totam lineam ed , semper uisum a & b inæquale apparet, ducantur enim lineæ a & a & d , & describatur per 5. quarti, circa a & b trigonum portio circuli quæ similiter sit a & b , & quoniam illud quod sit ex ductu lineæ bg in lineam ag , ut patet per 16. sexti, & ex præmissis, est æquale quadrato lineæ eg , patet per ultimas tertij, quoniam linea eg est contingens circulo ba in puncto e , & a termino quoque a , lineæ g a ducatur linea az per 23. primi, ita ut fiat angulus gaz æqualis angulo gdb , cadatque punctum z in lineam d & g , inter puncta e & g , per 29. primi huius, eritque ba & z & d , quadrilaterum inscriptibile circulo per 21. tertij, quilibet enim duo anguli ex aduerso collocati ualent duos rectos, angulus enim d & z & a , per 32. primi, ualet angulum z & a , & angulum z & a & g , sed angulus z & a & g , ut patet ex præmissis est æqualis angulo gdb , sed angulus d & g , rectus cum angulis bdg & d & g & b , ualet duos rectos per 32. primi, angulus itaque d & z & a cum angulo d & g , ualet duos rectos, sed omnes anguli quadranguli cuiuscunque ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum est diuisibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos, ergo anguli z & d & b & z & a & b , ualent duos rectos, est ergo quadrilaterum z & d & b & a circulo inscriptibile, circumscribatur ergo ei circulus per 31. tertij, & per 9. quarti, & sit circumscripta portio circuli quæ sit bd & a , ducaturque linea b & z , secans arcum e & a in puncto t , secabit enim ipsam ideo, quia ut patet ex præmissis punctum z , cadit inter puncta e & g , & ducatur linea ta , erit per 16. primi, angulus a & t & b extrinsecus maior angulo a & b intrinseco, sed angulus a & t & b est æqualis angulo a & b per 36. tertij, quoniam cadunt in eundem arcum qui est ba , portionis circuli minoris qui b & a , angulus itaque a & b maior est angulo a & z & b , angulus uero a & z & b æqualis est angulo a & d & b , per eandem 36. tertij, quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui est a & b circuli maioris qui est bd & a , angulus itaque a & b maior est angulo a & d & b , centro uero uisus existente in puncto d , uidetur linea a & b sub angulo a & d & b . Ipso autem existente in puncto e uidetur sub angulo a & b , maior itaque uidetur in puncto e quam in puncto d per 20. huius, mutato ergo oculo secundum puncta lineæ ed , semper inæqualis uidebitur magnitudo a & b , quoniam semper minor se ipsa, & quanto plus accedit ad punctum d , tanto uidebitur minor, & quanto plus appropinquat puncto e , tanto apparet maior, eodemque modo uisu mutato super puncta lineæ eg , inæqualis uidebitur linea a & b , & minor quæ super punctum e , quoniam linea ducta super punctum aliquod lineæ e & z , a terminis lineæ a & b , semper angulus erit minor angulo b & a , quoniam angulus a lineis ad circumferentiam arcus e & a ductis per 21. primi, maior erit illo constituto super aliquod punctum lineæ eg , per lineam trans idem punctum arcus ab altero termino lineæ a & b productam, et per lineam a reliquo eius



eius termino copulatā, quilibet aut angulorū constitutorū super aliquod punctorū arcus e a, per lineas a terminis lineae a b productis est aequalis angulo b e a, p 26. tertij, ergo p 20. huius, linea a b maior uidebitur centro uisus existente in puncto e quā ipso existente in aliquo puncto uero g, semper quoque minor apparebit secundū quod plus appropinquat puncto g, ita quod centro uisus existente in puncto g, nō uidebitur nisi unicus eius punctus qui est a, ut patet per 4. huius, maior aut semper apparebit secundū quod appropinquat ad punctū e, & ad punctū uero z apparebit sicut ad punctū d aequalis sibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut supra patuit sunt aequales, & qm ut iam ostendimus uisū existente in puncto g, nō uidebitur linea a b, imō tota linea g b, nisi punctus, palā quod inter puncta g & z modica sit additio, semper ergo uidebitur linea a b inaequalis, in aequedistantia uero a punctis d & z, uidebitur etiam aequalitas ppter aequalitatem angulorum prouenientium hinc inde, quod si linea e g nō ex parte puncti a, sed ex parte puncti b, concurrat cū linea a b, eadē est demonstratio. Sit em ut fiat cōcurfus sicut prius in puncto g, & sit linea g e medio loco pportionalis inter lineas a g & g b, & copulatis lineis e a & e b trigono a e b, circumscribat portio circuli quae sit ut prius b e a, & ducant lineas d b & d a, sitq; centrū oculi super punctū d, & ad punctū in quo linea a d interfecat circūferentiam circuli b e a qui sit z, ducatur linea b z, & quia angulus b z a est maior angulo b d a, p 16. primi, & angulus b e a aequalis est angulo b z a, per 26. tertij, qm cadunt in eūdem arcum a b, palā quia angulus b e a maior est angulo b d a, uisus itaq; centro existente sup punctū e maior apparebit linea b a, per 20. huius, quoniam ipso existente in puncto d, in punctis uero d & z apparebit linea a b, aeq



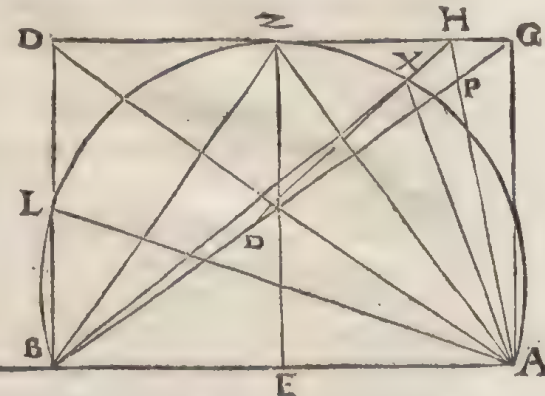
lis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum est, patet ergo propositum.

CXIX.

Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam aequedistantē rei uisae, eius quantitas quandoque aequalis quandoque inaequalis uidetur.

Est uisa magnitudo quae fixa & immota permanens sit a b, diuidaturq; p aequalia in puncto e, & erigatur super ipsam perpendiculariter linea e z, per 11. primi, sitq; centrū oculi in puncto z, ducaturq; linea z a & z b, ita ut cōpleatur trigonū a z b, & describatur circū a z b, trigonū portio circuli a z b, p 5. quarti, ducaturq; linea z d, parallela lineae b a, per 31. primi, moueaturq; centrū oculi in punctū d, & ducant lineas d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, secat circū quod sit l, ducatur linea a l, palā ergo p 16. primi, qm angulus a l b maior est angulo a d b, sed p 26. tertij, angulus a z b est aequalis a l b, est ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebitur magnitudo a b, in centro oculi existente in puncto z quā in puncto d, ut patet per 20. huius, & si linea z g sit aequalis lineae z o, aequalis uidebitur linea a b in punctis d & g, hoc em cōcluditur p 34. & p 4. primi, ductis lineis g b & g a, angulus em b g a aequalis est angulo b d a, & similiter patet hoc in alijs punctis aequaliter distantibus a punctis d & g, ergo p 20. huius, in talibus punctis uidebitur linea b a, semper sibi ipsi aequalis. Si uero linea z h sit minor quā linea z d, tūc ducatur linea b h & a h, & pducatur linea a b ultra punctum b ad punctū q, qm itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e est acutus, erit ergo p 13. primi, angulus q b z obtusus, ergo p 29. primi, angulus h z b est obtusus, ergo p 16. primi, angulus g h b est obtusus, linea ergo b g est maior quā linea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypothesi patet, qd angulus z b a est aequalis angulo z h a, angulus ergo b a h est maior angulo h b a, ergo p 19. primi, linea b h est maior q; linea a h, ergo & linea b g est maior quā linea a h, & quoniam linea b g & a h se interfecant, sit pun

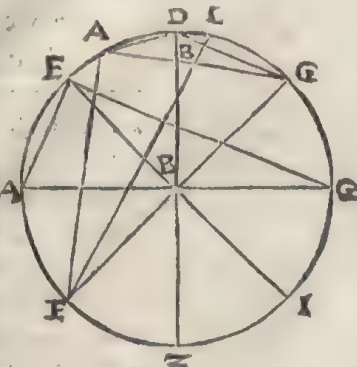
fit punctus sectionis p, & quoniam per 37. primi trigonū b g a est aequale trigono b h a ablato ab ambobus cōmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p aequale trigono a p g, sed per 15. primi, angulus a p g est aequalis angulo b p h, ergo per 14. sexti, erit portio lineae a p ad lineam b p, sicut lineae h p ad lineam g p, ergo per 13. quinti, erit portio totius lineae a h, ad totam lineam b g, sicut lineae a p ad lineam b p, sed linea a h est minor quā linea b g, ut patet ex praemissis, ergo linea a p est minor q; linea b p, linea ergo b p est maior quā linea a p, quae est ergo proportio lineae b p ad lineam a p, eadem sit lineae a p ad lineam p o, per 3. primi huius, erit ergo ex praemissis linea p o minor quā linea p b, abscindatur ergo linea p o a linea p b, per 3. primi, & ducat linea h o, quia itaq; p 3. undecimi quinti, & ex praemissis est pportio lineae a p ad lineam p o, sicut lineae h p ad lineam p g, & angulus h p o est aequalis angulo a p g, per 15. primi, palam per 6. sexti, quoniam trigono h p o & g p a sunt ad inuicem aequiangula, est ergo angulus o h p aequalis angulo a g p, & quoniam linea h o diuidit basem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipsa linea h o diuidit etiam angulū b h p, est ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius aequali, scilicet angulo b g a, quātitas ergo lineae b a per 20. huius, maior uidebitur centro uisus existente in puncto h quā in puncto g, minor aut quā in puncto z. Sit enim punctus in quo linea b h secet circū b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoque per 16. primi, & per 26. tertij, qm angulus b z a est maior angulo b h a, & quoniam quibuscūq; punctis lineae d z uel lineae z g datis, siue linea d z sit maior quā linea z g, siue minor, semper eodem modo potest demonstrari, patet ergo propositū, angulus em b z a, sit maximus omnium illorū angulorū, & ei pproquiores sunt remotioribus maiores, & aequaliter ab illo distantes sūt aequales, & secundū illos angulorū quātitates p 20. huius, mutat quantitas rei uisae.



CXX.

Sunt loca in quibus oculo transposito aequales magnitudines cōmuniter loca quaedā directe occupantes, qnq; aequales, quādoque inaequales apparer.

Communitē dicuntur magnitudines occupare loca sua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipsas, neq; secundū rectam lineam aequaliter utriq; magnitudinum cōiunctum, neq; secundū lineam alteri illarum magnitudinum angulariter incidentem. Sit itaq; centrū oculi in puncto d, & sint uisae magnitudines aequales quae a b & b g, communiter occupantes locum b, & a puncto b super ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quae sit b z, sitq; oculus dispositus in tali situ, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo est centrū uisus, & quoniam in quocūq; puncto lineae d z, posito cētro uisus erunt semper per 4. primi, anguli b d g & b d a in centro uisus aequales, manifestum ergo p 20. huius, quoniam secundū quemcūq; punctū lineae d z posito centro uisus d, semper magnitudines b g & a b aequales apparebunt, transponatur autem oculus, & sit extra lineam d z in puncto e, dico quoniam magnitudines a b & b g inaequales apparent, producantur enim lineae e a, e b, e g, & describatur circū a e g, trigonum circulus qui sit a e d g, per 5. quarti, & adiciant lineae e b, linea recta b i, attingens in parte opposita puncti e circumferentiam, quia itaq; arcus a z est aequalis arcui z g, p ultimam sexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, siue punctum sit centrū descripti circuli siue non, semper enim ex hypothesi, & per 3. tertij, & per 4. primi, & per 27. tertij, erit arcus d q maior arcui i g, palam



E 2 palam

palam ergo, item per ultimam sexti, quoniam angulus $a e i$ maior est angulo $i e g$, sed sub angulo $a e i$ uidetur magnitudo $a b$, ab oculo existente centraliter in puncto e , & sub angulo $i e g$ uidetur magnitudo $b g$, apparet ergo $a b$ maior quam $b g$, oculo taliter disposito, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod si oculus transmutetur secundum lineam $e i$ illis magnitudinibus oblique incidentem, semper uisae magnitudines $a b$ & $b g$ apparent inaequales, & quanto propinquius ad punctum b , tanto apparent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam semper angulus extrinsecus maior sit angulo intrinseco sibi opposito. Si ergo super circuli circumferentiam centrum uisus moueri intelligatur, semper inaequales apparent magnitudines $a b$ & $b d$, & si oculus extra circulum ponatur non existens in directo lineae $d z$, adhuc inaequales apparent magnitudines $a b$ & $b g$, quod est propositum.

CXXI.

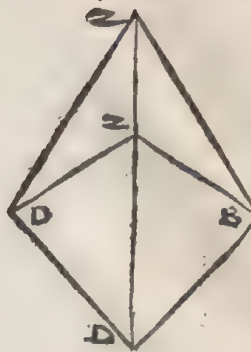
Sunt loca in quibus posito uisu aequales magnitudines communiter loca quaedam oblique occupantes, quandoque aequales, quandoque inaequales apparent.

Esto centrum uisus in puncto z , & sint duae magnitudines aequales uisae, quae $g d$ & $b g$, quae communiter locum unum occupent nullo medio corpore interposito, oblique tamen coniungantur secundum angulum qui sit $d g b$, hunc ergo angulum per aequalia diuidat linea $g z$, per 9. primi, dico quod in quocumque puncto lineae $z g$ cadat oculus, semper aequales uidebuntur magnitudines $b g$ & $g d$, potest autem hoc conuinci per 4. primi, & per 20. huius, semper enim angulus $g z b$ est aequalis angulo $g z d$. Idem quoque accidit si super utraque illarum linearum $b g$ & $g d$ semicirculus describatur, & a puncto sectionis illorum semicirculorum qui sit z , ducantur lineae $z b$ & $z d$, tunc enim quia uterque angulorum $b z g$ & $d z g$, erit rectus per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propositum. Idem quoque accidit si ultra punctum sectionis semicirculorum linea $g z$ producat, & in eius puncto z centrum oculi ponatur. Sed est etiam locus in quo illae magnitudines datae aequales quae sunt $b g$ & $g d$, uisus inaequales apparent, ad quam inueniendum, circa lineam $g b$ semicirculus describatur, qui sit $b z g$, & circa lineam $g d$ portio maior semicirculo quae sit $g d z$, possibile quoque est hoc super $g d$, de scribere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo aequalem per 32. tertij, sed illa portio maior est semicirculo per 30. tertij, sic ergo descripta, & sit $g z d$, & ducantur lineae $b z$ & $g z$ & $d z$, angulus itaque $b z g$, est rectus per 30. tertij, & angulus $g z d$, acutus per eandem 30. sed sub maiori angulo uisae maiora apparent per 20. huius. Est itaque locus in quo magnitudines aequales inaequales apparent, ut punctus sectionis portio maioris semicirculo constituta super unam magnitudinum, & semicirculi super alteram constituta, & hoc est quod proponitur.

CXXII.

Est locus in quo inaequales magnitudines communiter loca quaedam oblique occupantes, quandoque inaequales, quandoque aequales apparent.

Sit ut in praecedente centrum uisus in puncto z , & sint duae magnitudines quarum maior $b g$, minor uero $g d$, coniunctae secundum angulum $d g b$, qui diuidatur per 9. primi, per aequalia, ducta linea $g z$, dico quod oculo existente super quocumque punctu lineae $z g$, semper magnitudines $b g$ & $g d$ uidebuntur inaequales, & $b g$ maior; ductis enim lineis $b z$ & $d z$, anguli ad punctum z sunt inaequales, & maior cui maior basis subtenditur, per 26. primi, quoniam si detur quod illi anguli sint aequales, erunt trigoni $b z g$ & $g z d$ aequianguli & aequilateri, quod est contra hypothesein, palam ergo quod illi anguli erunt inaequales, uidebuntur itaque per 20. huius, illae magnitudines inaequales, & maior uidebitur ipsa $g b$, quam sub maiori angulo uidebitur. Sed & quandoque illae magnitudines uidentur aequales, describatur enim sicut in praemissa circa lineam $g b$ maioris ipsarum portio maior



maior semicirculo quae sit $b z g$, & ducantur lineae $b z$ & $z g$, & circumscribantur lineae $g d$, minori portio similis portioni $b z g$, hoc est angulum aequalem angulo $b z g$, capientem, sit quoque communis punctus istarum sectionum punctus z , & ducantur lineae $z b$, & $z g$, & $z d$, quia itaque angulus $d z g$, est aequalis angulo $b z g$, quoniam in similes cadunt portiones, oculi itaque centro posito in puncto z , qui est punctus communis sectionis illarum portionum, magnitudines $b g$ & $g d$ aequales apparent, quod est propositum.

CXXIII.

Sunt loca in quibus centro uisus posito aequales magnitudines erectae super subiacentem planam superficiem, quandoque aequales, quandoque inaequales apparent.

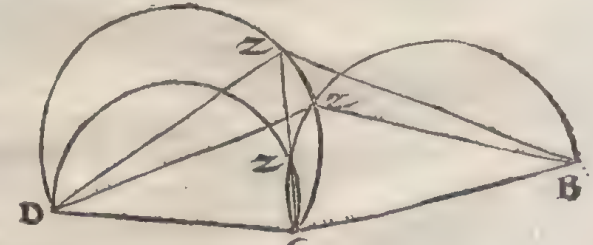
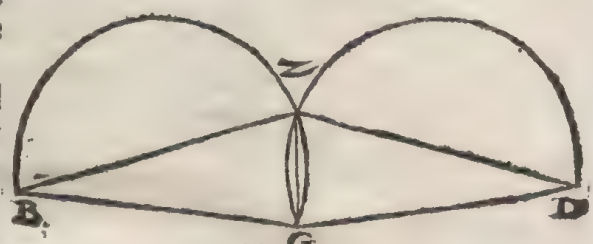
Sint duae magnitudines $a b$, & $g d$, aequales & erectae super subiacentem ipsis planam superficiem, dico quod est locus ubi posito centro uisus magnitudines $a b$ & $g d$, apparent aequales. Ducatur enim inter ipsas in subiecta plana superficie linea recta, quae sit $b d$, quae diuidatur in duo aequalia in puncto e , per 10. primi, & a puncto e protrahatur perpendiculariter linea $e z$, super lineam $b d$, in eadem superficie per 11. primi, dico quod super lineam $e z$, perpendicularem super lineam $d b$ existente centro uisus super magnitudines $a b$, & $g d$, aequales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z , & ducantur lineae $z a$, $z b$, $z g$, & $z d$, quoniam ergo illorum trigonorum $b e z$, & $d e z$, latus $b e$, est aequale lateri $d e$, & latus $e z$ est commune, anguli uero $z e b$, & $z e d$, sunt aequales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea $z b$ est aequalis lineae $z d$. Sed & linea $a b$, est aequalis lineae $d b$ per hypothesein, & anguli $g d z$, & $a b z$, sunt recti per definitionem lineae super superficiem erectae, erit ergo per 4. primi linea $z a$, aequalis lineae $z g$, & reliqui anguli reliquis, angulus ergo $a z b$, aequalis est angulo $g z d$, ergo per 20. huius aequales apparent magnitudines $a b$, & $g d$, dico etiam quod quandoque inaequales apparent ipsae magnitudines $a b$, & $g d$, remanente enim praemissa dispositione in eadem substrata superficie transmutatur centrum oculi extra lineam $e z$, & fiat in puncto i , & ducatur linea $i e$, ad medium punctum lineae $b d$, & ducantur lineae $i a$, $i b$, $i g$, & $i d$, eritque per 24. primi linea $i b$, maior quam linea $i d$, ideo quod angulus $b e i$, est maior angulo $d e i$, aequis inter se lateribus contento, abscindatur ergo a linea $i b$, aequalis lineae $i d$, per 3. primi, sitque linea $b t$, aequalis lineae $i d$, & ducatur linea $a t$, quia itaque per definitionem lineae super superficiem erectae anguli $i b a$, & $i d g$ sunt aequales, quia recti, erit per 4. primi angulus $b t a$, aequalis angulo $g i d$. Sed angulus $b t a$, per 16. primi, est maior angulo $b i a$, quia est extrinsecus, trigono $a t i$; angulus ergo $g i d$, maior est angulo $b i a$, ergo per 20. huius, uisu existente in puncto i maior apparet linea $d g$, quam linea $a b$, & eodem modo de quolibet puncto extra lineam $e z$ dato, demonstrandum; uariantur autem magnitudines in uisu secundum approximationem uel elongationem ab altero uisibilem, patet ergo propositum.

CXXIII.

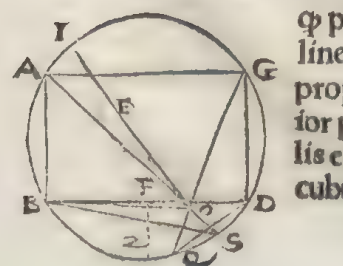
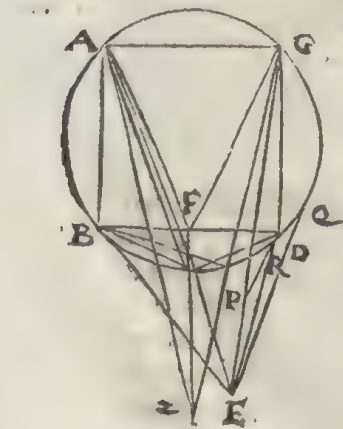
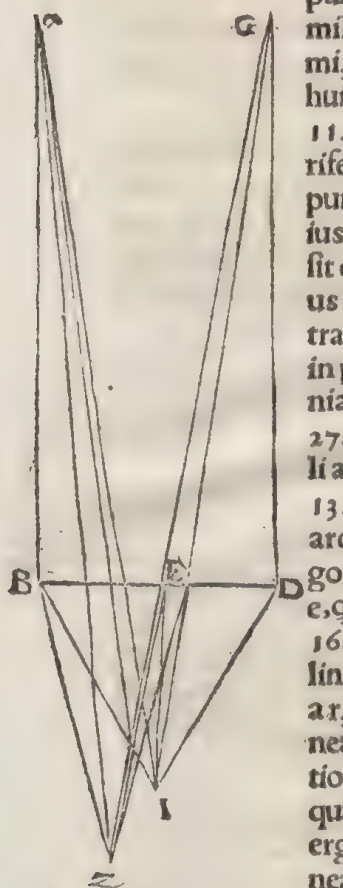
Sunt loca in quibus centro uisus posito in eadem superficie aequalia latera rectanguli quandoque aequalia, quandoque inaequalia uidentur.

Sit rectangulum $a b d g$, cuius duo latera $a b$ & $g d$, sint aequalia, dico quod sint loca in quibus centro uisus posito, illa duo latera uidebuntur aequalia, circumscribatur enim illi rectangulo per 40. primi huius, & per 9. tertij circulus uicinus alterius arcum qui

E 3 sunt



sunt b d, & a g, in quocumq; puncto ponatur centrū uisus. Sit autem exempli causa pos-
tus in puncto medio arcus b d, qui sit o, & copulentur lineæ quæ o a, o g, o b, o d, quia itaq;
latera a b, & d g, sunt æqualia, erunt per 27. tertij arcus a b, & d g æquales, ergo per 26.
tertij, erunt anguli a o b, & g o d æquales, ergo per 20. huius latera a b, & d g uiden-
tur æqualia uisui existente in puncto o. Similiter quoq; demonstrandum de quolibet
puncto amborum arcuum b d, & a g, semper enim centro uisus in quorumcunq; illorū

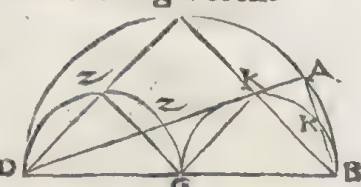


punctorum existente uidentur a b, & g d, magnitudines æquales. Si-
militer quoq; si linea b d diuidatur per æqualia in puncto f, per 10. pri-
mi, & in puncto f ponatur centrum uisus, tunc item per 4. primi, & 20.
huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales, & si à puncto f, ducatur per
11. primi linea perpendicularis super lineam b d, quæ sit f, & secans pe-
riferiam circuli in puncto o, tūc ad huc secundum præmissa in quocumq;
puncto lineæ f z, ponatur centrum uisus, semper per 4. primi, & 20. hu-
ius dictæ lineæ a b, & g d, apparebunt æquales, quod si centrum oculi
sit extra circulum a b g d, ut in puncto e, q; sit exempli causa propinqui-
us lineæ d g, q; ipsa b a, dico q; uidebitur linea a b, maior q; linea g d, p-
trahantur enim lineæ e a, e g, e b, e d, secetq; linea e a, periferiam circuli
in puncto t, & linea e g, in puncto r, & copuletur lineæ b t, & d r, & quo-
niam, ut supra patuit lineæ a b, & g d, sunt æquales ex hypothesi, ergo p-
27. tertij, erit arcus a b, æqualis arcoi g d, erunt ergo per 26. tertij angu-
li a b t, & g r d, æquales propter duorum arcuū æqualitatem, ergo per
13. primi anguli b t e & d r e sunt æquales, q; uero arcus b t, est maior
arcu d r, propter maiore propinquitatem puncti e ad lineam d g, erit er-
go p-28. tertij latus b t, maius latere r d, linea uero e t est minor q; linea r
e, q; patet ex penultima tertij, & 15. sexti, protracta prius à puncto e, p-
16. tertij, linea e q, circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum
linea a e, sit maior q; linea e g, ex hypothesi, patet etiā per 8. tertij, lineā
a r, esse maiorem lineā e t, quia uero linea b t, est maior q; linea r d, & li-
nea e t, est minor q; linea e r, fiat per 3. primi huius, ut quæ est propor-
tio lineæ b t, ad lineam t e, eadem sit lineæ r d, ad aliquā lineam quartā,
quæ necessario, ut patet ex præmissis, erit minor q; linea r e, abscindat
ergo per 3. primi æqualis illi à linea r e, quæ sit r p; copuletur quoq; li-
nea p d, ergo per 6. sexti trigona b t e, & r d p, æquiangula erunt, eritq;
angulus r p d, æqualis angulo b e t. Sed per 16. primi angulus r p
d, maior est angulo p e d; angulus ergo a e b, est maior angulo g e
d, ergo per 20. huius, uidebitur linea a b, maior q; linea g d. Si autē
centrum oculi consistat intra circulū, tunc immutetur figura, sitq;
ut prius circulus a b d g, circūscriptus rectangulo a b g d, cuius la-
tus b d, diuidatur per æqualia in puncto f, & ducatur à puncto f, ad
periferiam circuli perpendicularis super lineam b d, quæ sit z f, cō-
sistatq; centrum uisus intra portionem z f d, ut in puncto o, dico q;
linea g d, apparebit maior q; linea a b. Sit enim centrum illius cir-
culi punctum e, ducaturq; lineæ o a, o b, o g, o d, producatu lineā
a o, usq; in punctū circumferentiæ, q; sit g, & lineā g o, usq; in pun-
ctum q, & lineā e o, usq; in punctum i, & copulentur lineæ q d, & g
b, cum itaq; linea a s, sit maior q; linea g q, per 7. tertij, propter hoc
q; punctus o, in q; est centrū uisus, datus est in portione z f d, p; pinquior
lineæ d g q; lineæ q b, & p; pinquior puncto g, q; puncto a, lineā q; a s, est
propinquior centro e, q; lineā g q, est ergo portio circuli & arcus a s ma-
ior portio circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmissis arcus a b, æqua-
lis est arcu g d, per 27. tertij, & ex hypothesi, Ablatis ergo hinc & inde ar-
cubus æqualibus, remanebit arcus b s, maior arcu q d, ergo per 28. tertij
erit

erit corda b s, maior q; corda q d. Sed per 7. tertij linea o s, est minor q; linea o q, cum li-
nea o s, sit propinquior diametro e i, q; linea o q, ut patet ex præmissis, quoniam ergo an-
guli b s a, & g q d, per 26. tertij sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales, in trigo-
nis quoq; b o s, & d o q, latus b s, est maius latere q d, & latus q o, maius latere s o, ut pa-
tet ex præmissis, & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales, tunc per modum
quo in præmissis superius usi sumus, patet q; angulus b o s, maior est angulo q o d, ergo
per 13. primi angulus b o a est minor angulo g o d, ergo per 20. huius, uidebitur linea g
d, maior q; linea a b, centro oculi existente in puncto o, qd' est propositū. Similiter q; q;
si centrum uisus fuerit in portione z o b, uidebitur linea a b, maior q; linea d g, hæc ergo
latera trianguli qñq; uidentur æqualia, qñq; inæqualia in diuersis locis cētro uisus posi-
to, quod est propositū. CXXV.

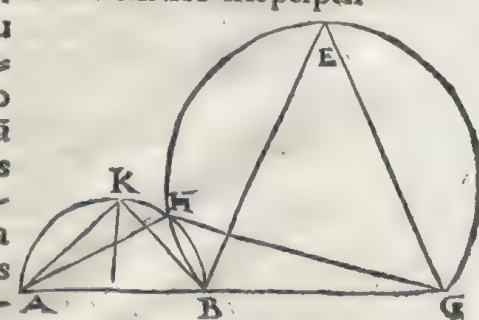
Sunt loca in quibus oculo posito inæquales magnitudines in idem cō-
positæ æquales, utriq; inæqualium apparent.

Sit duæ magnitudinum datæ b g maior, & d g minor, & circa utrāq; semicirculus
describat, ut circa lineā d g semicirculus d z g, & circa lineā b g, semicirculus g k & ter-
tius semicirculus describat circa totā lineā d b, q; sit d a b, ductis
itaq; lineis d a & b a, pal, quia pductæ lineæ secant minores se-
micirculos, secet ergo lineā a b, semicirculum g k b, in puncto k
& lineā d a, semicirculum d z g in puncto z, & ducantur lineæ z
g & k g; palam itaq; per 30. tertij, quoniam anguli d z p, & g k b
& d a b, omnes sunt æquales quia recti, oculi itaq; centro secun-
dum puncta k a z transmutato, uidebitur lineā b g, æqualis lineæ g d, & lineā d b æquā-
lis alteri datarum, & lineā d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro
oculi secundum puncta formarum semicirculorum transmutato, patet ergo propositū.
CXXVI.



Possibile est inueniri loca à quibus æqualis magnitudo apparet medie-
tas, uel quarta pars, & uniuersaliter in ea proportionem secundum quam pro-
positus angulus diuidetur.

Sint duæ magnitudines a b & g b æquales, & circa a b describatur semicirculus qui
sit a k b, qui per 29. tertij diuidatur per æqualia in puncto k, ductis lineis a k & b k, pa-
lam quoq; per 30. tertij, quoniam angulus a k b est rectus, diuidaturq; angulus a k b,
per æqualia per 9. primi, ducta lineā k f, quæ per ultimam sexti necessario erit perpen-
dicularis super diametrum a b, & incidet centro semicircu-
li, ideo quia arcus semicirculi diuisus est per æqualia in pū-
cto k, & per 32. tertij, supra lineam b g describatur portio
circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniam
angulus a k f, est acutus, angulus enim a k b, qui est rectus
est duplus angulo a k f, erit ergo illa descripta portio ma-
ior semicirculo per 30. tertij, quæ sit b e g, eritq; angulus a
k b, duplus angulo b e g, cadatq; pūctus e in medio arcus
b e g, quia itaq; lineæ a b & b g, uidentur directæ uisui op-
positæ, cum uisus centrum est in punctis k & e, uidebitur ergo per 20. huius lineā b a
in puncto k, dupla lineæ b g, uisā in puncto e, & quoniam omnes anguli in una portio-
ne circuli super arcum consistentes sunt æquales, per 26. tertij, palam q; accidit similiter
super omnia puncta illorum arcuum semicirculi, f. præmissi, qui a b k, & portiois b e g
à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cū diametro, ita ut obliquitas uisionis
hinc inde sit super eadem, uisui itaq; existente in pūcto communis sectionis ipsarū, q; sit
punctus h, tunc eodem intuitu uidebitur lineā a b, quasi dupla lineæ b g, & eodem ergo
modo diuersificatur rerum æqualiū apparētia diuiso angulo per aliū numerū quēcūq;
Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secundum aliquā
proportionem per 27. primi huius, & circa magnitudinem describere portionē circuli
capientem



capientem angulum alicui diuidentium æqualem, & superposito centro uisus ad illum angulumui, debitur apparentia magnitudinis uariari secundum illud, hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantie secundum rectam lineā protensā à puncto cōcursus linearū illū angulū cōtinentiū, qm̄ in omnibus uisus ex inæquali distantia, maior est proportio distantie maioris ad minorem, q̄ anguli ad angulum, ut patet per 11. huius: idem quoq; accidit, si angulus a kb, secundū aliā proportionem fuerit diuisus, & ei æqualis in portione circuli, super lineam b g, constituitur angulus, & eadem est demonstratio, patet itaq; propositum.

CXXVII.

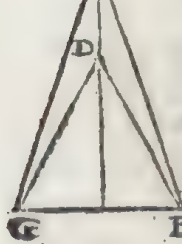
Sunt loca in quibus posito uisu eadē magnitudo qñq; totius suæ quātita-
tis, qñq; medietatis, qñq; quartæ, uel secūdu datam proportionem uidetur.



puncta a b ductis sunt æquales per 26. tertij. & cuilibet illorū duplex est angulus qui ad centrum g. per 19. tertij. patet ergo propositum.

CXXVIII.


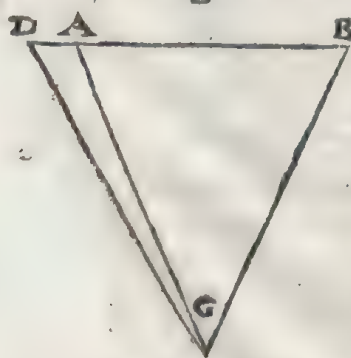
Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uisæ, quan-
titas augmentari.



Sit linea uisa b g, & sit oculus in puncto 3, ducanturq; lineæ 3 b & 3 g, & accedat oculus propius lineæ, & sit super d punctum. Intelligimus enim hic accessionem secundū lineam rectam perpendicularem super magnitudinem uisam, ducantur ergo lineæ b d & g d, & quia per 21. primi, angulus b d g, est maior angulo b 3 g, res autem sub maiori angulo uisā maior uidetur per 20. huius, uidetur ergo augmentata quantitas lineæ q g, circulo super d existente, respectu eius quod fuit existente centro uisus in puncto 3, & hoc est propositum.

СХХІХ.

Augmentatae magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.



Sit magnitudo a b, quæ uidetur, & centro oculi sit in puncto g, & ducantur lineæ g a & g b, & augmentetur b a, magnitudo ita ut fiat magnitudo b d, maior q̃ b a, & ducatur linea d g, quia ergo angulus b g d, maior est angulo b g a, ut patet per 29. primi huius quia est maior sicut totum sua parte, palam per 20. huius, quoniam maior apparet magnitudo b d, q̃ b a, maiora uero se ipsis prius uis uidentur omnia postmodum aucta, & in eo uero q̃ maiora sunt sub maiori angulo uidentur, & quoniam tale uisum uidetur idem ei qd̃ prius uisum est, & aestimatur æquale sibi ipsi, omnium autem æqualium qd̃ appropinquiore uidetur, sub maiori angulo uidetur, ut patet per 7. huius, uirtus ergo distinctiua animæ sentiens angu

lum sub quo fit uisio augmentari & æstimare rem eandem, iudicat se illam appropin-
quiori uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare, & hoc
est propositum. CXXX.

Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes extremis suis non
in directo

in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quā
doq; concavam, quandoq; uero faciunt conuexam.

Verbi gratia, uideat magnitudo g b d, iacens in aliqua superficie, & eius punctum mediū qd' est b, nō fit in directo suorū extremorū, sed extra illa. Sitq; oculus in pūcto k, & ducantur lineæ k g & k b, & k d, uidebitur itaq; tota figura g b d cōcaua, si eius mediū punctus sit remotior ā uisū, accedat uero mediū punctus rei uisæ, qd' est b, ad uisum, & fiat p pinquior oculo, dico q; uidebitur tota magnitudo. conuexa, uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quorū formæ secundū ipsoꝝ sitū & distantia describunt in superficie uisus, & accidit uisui passio quæ accidit ex superficie concauis & cōuexis, apparent ergo illa concaua & conuexa secundū diuersitatem situs sui puncti medij, & hoc est ppositū.

CXXXI.

Omniū mobilium æque uelocium secundum eandem lineam motu-
rum ultra punctum coniunctionis axiū uisualium, proximum uisui existen-
tium remotiora uidentur tardius moueri.

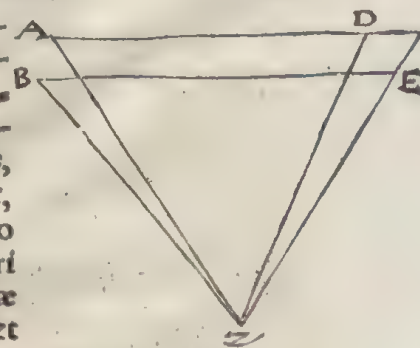
Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqualiter, & sit centrum uisus a, & sit ut mo-
bilis b & c, sint super lineā a g. & sit b remotius a uisū q̄ c, q̄a ergo lineā a b, est maior q̄
lineā a c, palam per 7. huius, q̄m secundū lineā a b sub minori angulo sit uisio q̄
secundū lineā a c, uisio ergo quæ sit in puncto b, minus erit certa, q̄ quæ sit in pun-
cto c, & similiter per eandē 7. huius sub minori angulo uidetur spaciū qd' in ali-
quo tempore pertransit mobile b, q̄ illud spaciū qd' in eodem tempore pertransit
mobile c, motus ergo mobilis b, non cōprehenditur tam perfecte, ut motus mo-
bilis c, uidebit̄ ergo b tardius moueri qd' sub maiori angulo uidetur mobile b, q̄
mobile c, & similiter spaciū qd' pertrāsit mobile b, sub minori angulo uidebitur q̄
spaciū, per quod in eodem tempore pertransit mobile c, minus ergo uidebit̄ spa-
ciū per quod motū est mobile b, spacio qd' pertransit mobile c, per 20. huius, &
si hæc mobilia ambo sint in lineā obliquā ad uisū extra axem, ut lineā a d, tunc
ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus, minus autem ad huc uidebit̄
moueri b, qd' est remotius a uisū q̄ ipsum c, quod si ambobus ipsis existentibus in
una axe uisuali, & aliquod ipsoꝝ fuerit intra concursū axium propinquissimū
uisui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentiū pa-
ruit: unde æstimabit̄ tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui, patet ergo
propositum.

C X X X I I.

СХХХІІ.

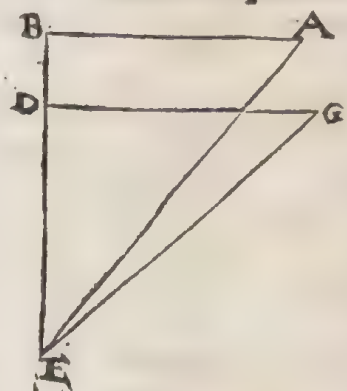
Omnium mobilium æquevelociū super lineas æquedistantes, non proximas uisui motorum remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia a & b, æque uelociter mota super duas lineas æquedistantes & æquales, quæ sint a d & b e, quarū remotior à uisu sit a d, sitq; centrum uisus punctum z, à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e, dico q; mobile a, q; est uisui remotius, uidebitur fieri tardius q; mobile b, quod est propinquius, quia per 7. & 20. huius linea a d, uidebitur minor q; linea b c, cum tamen sint æquales, mobile ergo a, quod in æquali tempore æquales partes lineæ a d, abscindit, uidetur tardius moueri q; mobile b, q; in eodē tēpore proportionaliter diuisioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e, abscindere uidetur, quæ ut patet ex hypothesi illæ partes hinc & inde sunt æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b, q; mobile a, remotius uisui: quādo em̃ mobile b peruenit ad punctū e, tunc mobile a, peruenit ad punctum d, qui uidetur esse retro punctum e, & ita uidetur mobile a, præposteratum mobili b, quia linea b e, uidetur maior q; linea a d, mobile ergo a, æstimatur tardius moueri q; mobile b, quod est propositum.



F Oculo

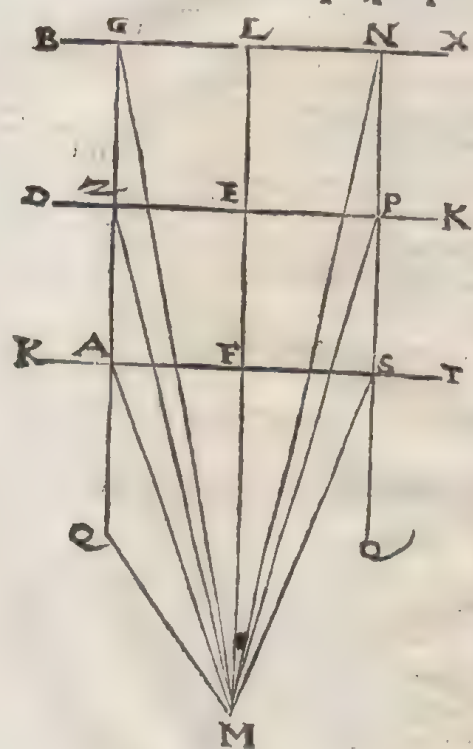
Oculo fixo existente & axe uisuali æqualiter transmutata, remotiora uisum æqualiter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur.



Sint duo uisibilia a & g, existētia in duabus lineis æqualibus, quæ sint a b & g d, sitq; centrū uisus e, & sit ut axis uisualis trāseat ex puncto d, ad punctū b, erit ergo punctū b remotius à uisu, q̄ sit punctū d, palā itaq; per 7. huius, qm̄ linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidet̄, q̄ sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui, angulus ergo d e g, est maior angulo b e a, ergo per 20. huius lineæ g d, uidet̄ maior q̄ linea a b, manente itaq; oculo fixo in puncto e, & axe uisuali mota per spaciū totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatē anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, q̄ uisibile g uidetur, ergo uisibile a fieri posteriorius uisibili g, qm̄ uiso g uidet̄ a retro illud, quod est propositum.

CXXXIII.

Mobilium secundū lineā cui perpendiculariter insistant æquedistantē lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorū, illud quod remotius à centro uisus est antecedere, propinquius uero sequi uidetur, transitu uero facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidem subsequi, propinquius uero antecedere uidetur.



Sint æquali uelocitate mota tria mobilia, f. b, g, d, k, a, super lineā quæ sit g a, cui orthogonaliter insistant secū dum puncta g, a, sitq; mobile b, g, remotius à centro uisus, quod sit punctū m, & sit mobile a, uisui, p̄p̄nquius, ducaturq; à uisu à puncto, f. m, per 31. primi, linea parallela lineæ g a, quæ sit m l, & ducantur lineæ m g, m d, m a, producanturq; lineæ k a, d, b, g, ad lineā m l, incidatq; lineæ k a lineā m l, in punctū f, & lineæ d, b, g, in punctū e, & lineæ b, g, in punctū l, & qm̄ lineæ g a & m l sunt parallelæ, palam per 21. huius, qm̄ ad partē l, cōcurrere uident̄, propinquior igitur uidet̄ur g, ad punctū l, q̄ 3. ad punctum e, uel a ad punctū f, uidetur igitur p̄cedens b, g, subsequens uero d, b, & ultimū ipsorū k a, protrahatur itaq; lineæ g a, ultra punctū a, ad punctū q, & copuletur lineæ q m, quia ergo per 16. primi, angulus m a q, est maior angulo m d a, & angulus m d a, est maior angulo m g e, palam quod lineæ m g, magis approximare uidetur ad punctum g, q̄ lineæ m d, ad punctū d, uel lineæ m a, ad punctum a, qm̄ anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis, itaq; mobile b, g, quod est remotius, uidet̄ur p̄cedere mobilia d, b, & k a, antecedentibus secundū lineā rectam, quæ est g a, ad lineā m l, æqueuelociter ipsis mobilibus k a, d, b, g, mobile uero k a, quod est postremum, uidetur subsequi, quia magis uidetur à lineā m l, elongari, et hoc

durabit quousq; lineæ g a, supponatur lineæ m l, tunc secundū lineā rectā m l, mobile k a, p̄p̄nquius uisui uidet̄ q̄ alia, & maius per 7. & 20. huius, facto aut̄ transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia quæ fuerint prius dextra uisui, fiant sinistra, uel ecōtrario, tūc mobile remotius uisui uidet̄ur seg, & p̄p̄nquius p̄cedere, p̄pter eandē causam quā præmissimus, & ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b, g, qd̄ est remotius à centro uisus m, pertransita lineā m l, perueniat ad locū lineæ n x, & mobile d, b, ad locū lineæ p r, et mobile k a, qd̄ est p̄p̄nquius uisui perueniat ad locū lineæ s t, ducatur quoq; à centro uisus ad puncta n p, s, lineæ m n, m p, m s, uidet̄ur ergo mobile n x, subsequi duo alia mobilia, ideo

ideo quod sicut præmissum est, lineæ n x magis approximat ad punctū l, q̄ lineæ p r ad punctū e, uel q̄ lineæ s t, ad punctū f, igitur mobile b, g, quod fuerit prius p̄cedens, cū peruenit ad lineā l x, uidet̄ur sequi, & lineæ a k, quæ fuerit prius subsequens sup̄ lineam s t, uidet̄ur p̄cedere, & sic istorum mobilium mutato situ motus uidet̄ur diuersus, quod est propositum.

CXXXV.

Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, æque uelociter uisui quiescere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.

Sint tria mobilia b, c, d, & sit centrū oculi punctū a, sit aut̄ inter hæc mobilia b, tardissimū, & c æque uelox uisui, d uero sit uelocius q̄ c, et om̄ia moueantur ad eandem partē uniuersi, à centro quoq; uisus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cū itaq; motus fuerit oculus a, tunc mobile c, quod est æque uelox oculo æqualiter motū est cum oculo, nō ergo mutat sitū respectu oculi, ergo per 112. huius, ipsum quiescere uidet̄ur a, mobile uero b, quia est tardissimū, patet quod moto uisu ipsum est pertransitū per motū uelociorē ipsius uisus, & quia mobile c uidetur quiescere, & mobile b semp̄ magis & magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c, super mobile b, uidetur ergo mobile b ad partē contrariā moueri, mobile uero d, quia uelocissimū est p̄cedit mobile c, & ipsum uisum, & semp̄ sit plus distans à uisu, uidet̄ur ergo p̄cedere, patet itaq; p̄positū.

CXXXVI.

Si aliquibus mobilibus æque uelociter motis uisus apparet aliquid immotum, illud uidet̄ur ad partem contrariā alijs mobilibus moueri.

Sint em̄ duo mobilia b & d, quæ moueantur æque uelociter ad unam partē contrariā, & sit c, aliquid nō motū, sitq; centrū uisus a, ducantur à centro uisus lineæ a b, a c, a d, q̄ itaq; mobile b, mouet̄ ad aliquē terminū, palā qm̄ ipsum sit p̄p̄nquius ad illū q̄ corpus c, quia nō mouetur, sed & mobile d, æque uelociter motū est mobili b, uidet̄ur ergo mobilia b & d, nō mutare sitū adinuicē, corpus uero c mutat sitū respectu illoꝝ amborū mobilium, uidetur ergo c, ad partē illius cōtrariā moueri, quod patet per 110. huius, & hoc est p̄positū, & ex hoc apparet quare motus uelociter nubibus luna uisa uidetur ad partem contrariā moueri, quia em̄ partes nubū æque uelociter mouentur, ut b & d, lunæ uero motus propius à uisu p̄pter remotiōnē in paruo tpe nō percipit̄, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariā moueri.

CXXXVII.

Puncta signata in re circulariter mota, uidentur circuli & lineæ superfices rotundæ.

Cū em̄ talia mobilia sic signata mouent̄ circulariter, q̄libet suorū punctoꝝ motu suo describit circulū, qm̄ q̄libet p̄ctū nō figitur in eodē loco tpe sensibili, sed in paruo tēpore circumgirat totā circūferentiā super quā uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficiē uisus per modū circūferentiæ circuli, qm̄ em̄ motus circularis est totus unus, nō diuidens tempus, nō potest uisus cōprehendere formā puncti signati nisi secundū circūferentiā circuli, in minimo. n. tpe cōprehendit colorē illius p̄cti circūgiratū, & si plura sunt p̄cta secundū ordinē unius sub altero signata, plures uidebunt circuli subalternatim & ordinate cōtenti, & hoc est ludus puerorū in trochis sup̄ planas superficies circulariter exagitatis, qm̄ qn̄ trochus fuerit circūgiratus motu forti, & aspexerit q̄s ipsum, si unus est punctus in ipso signatus, uidet̄ur circulus, & si plura sunt puncta ab inuicē distātia, uidet̄ur plures circuli æquidistātes, & circa idē centrū, & uidet̄ur uisus differentiā colorū cuiuslibet illoꝝ circuloꝝ, & si plura puncta diuersorū colorū sibi adinuicē approximātur, cōprehendit uisus oēs illoꝝ p̄ctoꝝ colores quasi unū colorē, diuersum ab oibus colorib. q̄ sunt in illis punctis, q̄li sit color cōpositus ex oib. coloribus illoꝝ p̄ctoꝝ, & nō cōprehēdet lineationē neq; diuersitatē colorū, & si motus fuerit ualde fortis, cōprehendit uisus illud corpus motū, quasi gescēs & circulariter figuratū, ideo q̄ nullū illius corporis p̄ctū figit̄ in loco tpe sensibili, sed in minimo tpe gīratur tota circūferentiā sup̄ quā reuoluit̄, & similiter mota lineæ uidet̄ur secundū lineā lōgitudinē latitudo cuiusdā superficiē rotundæ descripta in superficie ipsius uisus, & si lineæ illa

F 2 fuerit

fuerit colorata, tunc propter motus uelocitatem, motus facit totam superficiem rotundam apparere coloratam, & hoc est propositum. CXXXVIII.

In motus & quietis uisione error accidit uirtuti distinctiue ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.

Ex intemperata enim luce accidit error in uisione motus & quietis, si enim de nocte comprehendit uisus hominem aut aliquid nemus, forte occultabit ei distantia hominis ad nemus. Si itaque uidens moueat uersus hominem uisum, quanto magis ad illum accesserit, tanto distantia illa certius uidebitur, unde cum prius simul una cum nemore appareret ei homo uisus, & quanto ad eum plus accedit, plus uidebitur a nemore remotus, & certum est ei nemus immotum remanere, aestimabit ergo hominem ad partem contrariam nemoris incedere, licet ueritas sit ipsum hominem uisum immotum & quietum esse, & etiam si homo de nocte uisus non plene comprehenditur, quod modicum moueat non discernet motus eius, & uidebitur quiescere, hi autem errores non acciderent in temperata luce. Et intemperata etiam remotione error accidit in uisione motus & quietis. Si quis, namque, ad partem in qua luna aut sol aut stella aliqua uiderit moueri, cum post plurimum motum lunam aut se uiderit elongatam non minus quam in principio sui motus, aestimat ipsam lunam ad eandem partem secum moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elongationes durare, & euenit hoc etiam in luna ad partem contrariam, propter rationem, acciditque hic error ideo, quia motus est hominis, quod in his naturis inferioribus existitibus duobus corporibus, quorum unum moueat in partem aliquam, si tunc permanserit identitas situs respectu alterius corporis, tunc necesse est etiam aliud corpus in eandem partem aequali motu fuisse motum, hoc tamen non oportet sic aestimari in luna uel stellis, quoniam magnitudo uiae quae pagit quod motu suo, non est proportionalis magnitudini corporis lunae uel alterius stellae, ergo neque excessus postremae proportionis ad stellam super primam proportionem est sensibilis respectu totalis remotionis. Idem etiam error accidit in motu nubium, creditur, namque, uelocissimus esse motus lunae, quia partes nubium, per quas uidebitur luna, subito mutantur, et luna nec cum his partibus nubium, nec cum illis uidebitur esse sita, & quia luna est corpus luminosum uisibilis quibus nubes, aestimat luna moueri motu, quod secundum ueritatem non mouetur. Similiter etiam accidit error in quiete, aliquis, namque, a longinquo uisus non ueloci motu motus, quiescere uidebitur, & propter hoc planetas credimus immotos licet uelociter moueantur, uiae enim quae incedunt in tempore paruo, non sunt perceptibiles uisui a tanta remotione, unde durante situ ipsarum, respectu uidentis identitate quiescere putantur. Similiter etiam accidit hic error, si in eadem linea uisuali uel axe corpus aliquod uisum uel a uisum moueat. Tunc enim ubi motus eius fuerit ualde fortis, putabitur immotum, quia non percipit ante partes uel ipsum totum se aliter habere nunc quam prius, uia enim quae incedit, est imperceptibilis a tanta remotione. Ex intemperata etiam situs oppositiōis obligate accidit error uirtuti distinctiue in praemissis uisione, unde aliquis uelociter nauigante in flumine, & obliqui inspiciente arbores in ripa fluminis, tunc arbores ab axe uisuali multum elongatas aestimabit moueri, illae uero arbores quibus axis uisualis incidit quiescere uidebuntur. Similiter rota aliquam mota, ut molendini obliqui uisa uidebitur quiescere. Est autem hic error propter solam obliqui tione situs rei ad uisum, quoniam talis rota directe intuita moueri uidebitur. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione praemissarum. Si enim moueantur duo, quorum unum sit paululum uelocius alio, putabit uideri esse aequalem ipsorum motum, cum insensibile sit uisui unius motus super alium excrementum, & similiter quantitas excessus uiae quam transit alius, imperceptibilis est uisui, unde iudicatur aequale litas motuum & uiae & similiter res parua mota forte aestimabit non moueri, etiam si distantia a uisum fuerit parua. Ex intemperata etiam raritate accidit error in praemissis. Si enim in aere nubioso obscuro duo corpora moueantur, quorum unum alio paululum uelocius moueat, iudicabuntur forsitan aequales ipsorum motus, cum propter intemperatam diafonitatem aeris discerni non possit motus unius ad motum alterius excessus, uidebitur enim tunc perpendiculariter a uisum excessus uiae praesentia ab uno a uia per transitum ab alio. Similiter etiam in tali aere a longitudine media non tamen parua si quis uideat aquam fluentem, aut iudicabit eam immotam, aut si fuerit fortis eius fluxus, aestimabit minus mota quam moueat. Ex intemperata etiam tempore sit maximus error in uisione motus & quietis, quod per se tempore mensurantur, cum enim duorum mobilium unum paulo uelocius alio mouebitur, tunc motus in tempore modico comprehenditur aequales iudicabuntur, quia non est tamen subito comprehensibilis ipsorum excessus, & si aliquid tarde moueat hoc in tempore modico in respectu non uidebitur moueri, quoniam uia quam mouet in modico tempore, est imperceptibilis uisui propter sui paruitatem, sed & uelocissime motum

motum circulariter, & in eodem loco manens, ut trochus, non aestimat moueri, locus enim trochi non mutat, & partes uelocissime redeunt ad priorem situm. Ex intemperantia etiam dispositio uisus accidit error uisioni praemissis. Cum enim quis saepius in circuitu fuerit reuolutus & post quiescit, tunc putat quod uicini parietes moueantur, ideo quia spiritus uisibiles iterius moti discuntur ex motu corporis ipsius facto, nec statim quiescente corpore exteriorum spiritus intrinsecus moti quiescunt, eo quod leuius corpore grosso sunt illo mobilius, & minor uirtus animae mouet illos, illi autem moti formas motas uirtuti distinctiue representant, uidebitur enim omnia moueri, & quod formae motus spiritibus uirtuti animae offerunt etiam post quietem ipsius uidentis, & huius simile est etiam in alijs motis, trochus enim diu post quietem manus motricis mouetur, & non quiescit quousque uirtus influxa sibi desinit mouere. Est etiam quidam corporis & oculorum infirmitas, in qua uidentur omnia circumuolui. Si etiam corpus similitudinem partium uoluat tarde, ut accidit in quibusdam rotis horologiorum, tunc uisus debilis non percipiet motum eius, neque etiam sanus uisus percipiet motum per uisum. Si uero sit corpus dissimilium partium, ut in rotis molendini, tunc forte etiam uisus debilis comprehendet motum, nisi ualde festina fuerit rotarum reuolutio, quia propter uelocitatem motus forte dissimilitudo partium rotarum non poterit comprehendere, patet itaque illud quod proponebatur.

CXXXIX.

Asperitas comprehenditur a uisu ex comprehensione lucis superficiei corporis asperi incidentis, per quam comprehenditur diuersitas situum partium superficiei corporis.

Cum asperitas sit diuersitas situs partium superficiei corporis, palam per se. Secundi huius, quod partes praeminentes umbram faciunt quando lux incidit superficiei illius corporis, partes ergo praeminentes erunt manifestae luci & discooperatae, & in partes profundas perueniunt umbrae permiscens lucem illis partibus incidentem, diuersificabitur ergo forma lucis in superficiei illius corporis, quod non accidit in superficiei plana, eius enim partes sunt conuulsae situs, & sit forma lucis in omnibus suis partibus conuulsis, uisus itaque cognoscit formam lucis in superficiei asperis & planis diuersam propter frequentationem uisionis superficierum asperum & planarum, & secundum hoc iudicat asperitatem superficierum uel planiciem in corporibus asperis quibuscumque, sed si superficiei asperae partes fuerint ualde praeminentes, potest etiam uisus comprehendere praeminentiam illarum partium ex comprehensione distantiae quae est inter partes, & sic ex comprehensione diuersitatis situs partium superficiei corporis asperi comprehendit etiam asperitatem illius, & erit etiam lux in illa asperitate maximae diuersitatis, quoniam maioribus umbris distincti permiscetur, & ex diuersitate formae lucis uidebitur distantia partium, & diuersitas situs earum, & ex hoc uidebitur corporis asperitas, quod si praeminentiae partium superficiei rei uisae fuerint paruae ualde, non comprehendit uisus illam asperitatem corporis nisi cum multa appropinquatione intuitus, sit ergo per diuersitatem lucis superficiei corporum asperorum incidentis, & ex consequenti per comprehensionem diuersitatis situum partium superficiei corporis, asperitas comprehenditur a uisu, patet ergo propositum.

CXI.

Lenitas siue planicies comprehenditur a uisu ex comprehensione lucis superficiei lenis corporis incidentis illis scilicet per suarum partium omnimodam aequalitatem.

Quia enim lenitas est aequalitas situs partium superficiei, patet quod partes corporis lenis sunt conuulsae situs, lux ergo illis corporibus incidens sit conuulsae situs & in illis umbris permixta, unde etiam corporis tersitudo siue politio, quae est quaedam lenitas uel planicies, comprehenditur a uisu ex scintillatione lucis in superficiei illius corporis, & ex situ secundum quam reflectitur lux ad uisum, uel ad aliud corpus obiectum, comprehendit etiam uisus quandoque planiciem per intuitum diligentem, per quem comprehendit partium superficiei uisae aequalitatem, quandoque etiam comprehendit ipsam planiciem superposito uisu in una parte illius superficiei uisae, & cum formae partium extremarum illius superficiei quae sunt remotiores a uisu secundum lineas rectas perueniunt ad uisum in ipsa superficiei productas, tunc uisus sic ipsius superficiei planiciem comprehendit, patet ergo propositum.

CXII.

In asperitatis & lenitatis uisione error accidit uirtuti distinctiue ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.

F 3

Exde

Ex debilitate enim lucis error accedit uisioni asperitatis et lenitatis, quia de nocte uisa asperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerso secundum qualitatem rei uisae, et etiam cum a capillis nigris lotis sit lucis reflexio, aestimantur illi capilli summæ plani, cum sint secundum ueritatem asperi, eo quod est in eis diuersitas & distantia innumero sa. Superflua etiam longitudo distantiae errorem ingerit uisioni asperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel uestibus alicuius pictæ imaginis propter longitudinem distantiae aestimatur asperitas, ideo quia sensus consuevit accipere asperitatem in capillis ueris, & idem accedit in rugis uestium depictarum, quæ propter distantiam uidentur replicatae, cum sint in una superficie constitutæ. Similiter etiam si magna distantia opponatur uisui corpus, in quo est modica asperitas, putabitur lenitas, quia à tali distantia non potest discerni diuersitas partium aut protectio umbræ partium eminentium super depressas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam situs fit error in uisione asperitatis & lenitatis. Si enim a capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uisu non existente in loco reflexionis fiet comprehensio asperitatis capillorum, cum non sit nisi lenitas in illis; hoc autem non accideret uisui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo est modica asperitas obliquatum fuerit ab axe uisuali, tunc apparebit lene, quod si directe uisui opponeretur, sua asperitas uisui se offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accedit uisioni præmissorum, cum enim occurrerit uisui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi est asperitas, aut econuerso, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum super alias propter minimam corporis paruitatem. Ex soliditatis etiam intemperantia error accedit uisioni præmissorum. Si enim in corpore multum raro fuerit asperitas non magna, putabitur forte lenitas, & si totum fuerit lene, & trans ipsum uideatur corpus asperum aut diuersorum colorum, aestimabitur hoc corpus quod est rarum & lene esse asperum, & erit error in asperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accedit uisioni præmissorum, quia in aëre nubilofo obscuro uidebitur corpus asperum esse lene propter latentes asperitatis causas, & uisa repolita cum non discernitur reflexio ab ea, aestimabitur forte aspera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum, cum enim subito uidetur aliquod asperum aestimabitur lene, & si lene uisum fuerit subito non poterit discerni lenitas aut asperitas, unde sub dubio fit error. Ex uisus etiā debilitate fit error in uisione, præmissorum, quia forte uisus debilis reputabit corpus modice asperum fore lene, uel econuerso, si in formis corporis asperi & leni fuerit dissimilitudo, patet ergo propositum. CX LII.

Diafonitas comprehenditur à uisu ex comprehensione formæ corporis ultra corpus diafonum existentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo proposito satis patet, dicimus enim ut in principio secundi huius præmissimus, illa corpora diafona, quæ sunt per uia uisui ad alia corpora uidenda, corpus itaque diafonum per se non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, nisi in ipso sit aliqua spissitudo respectu diafonitatis aëris interiacentis uisum, ut est cristallus & berillus, & similia densa diafona, sed etiam illorum diafonitas à uisu non comprehenditur, nisi ex comprehensione formæ corporis existentis ultra illa uel in circuitu ipsorum, quorum lux uel color per media illa diafona peruenit ad uisum, cum ergo uisus comprehendit, quod forma lucis uel coloris comprehendi à se est solum corporis ultra corpus diafonum existentis, tunc sentiet diafonitatem corporis diafoni; quod si corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris spissitudinis quam alia diafona, & corpora ultra ipsum existentia fuerint debilis lucis uel coloris, tunc diafonitas eius uix comprehenditur à uisu, ubi apponatur forti luci, tunc enim potest eius diafonitas melius comprehenditur propter applicationem aut proximam corporis: ualet spissior talibus corporibus diafonis, ipsorum comprehensio à uisu quantum ad partem applicationis penitus impeditur, ut patet de hyalipide in auro, patet ergo propositum. CX LIII.

Spissitudo siue densitas comprehenditur à uisu ex priuatione diafonitatis.

Cum enim uisus comprehendit corpus aliquod, & non sentiet in ipso aliquam diafonitatem, statim arguet ipsius spissitudinem, quia cum statim ad illud corpus terminatur operatio

tio uisua, nec aliquid penetrat, per illud uero uisus exercetur ad uidendum ultra ipsum formas aliorum corporum, tunc iudicat uisus ipsum esse spissum siue densum & partem compactam, & sic comprehenditur spissitudo uel densitas à uisu ex priuatione diafonitatis, quod proponebatur. CX LIIII.

In raritatis & soliditatis uisione error accedit uirtuti distinctiue ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis multum rari minor esse raritatis, quia tamen trans ipsum non plena sit comprehensio formæ corporis solidi, aestimabitur remissio raritatis uiam transitus formarum prohibere, & corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur solidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uisione præmissorum, cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum subtile, licet illud appareat uisui maius quam sit, tamen nihil occultatur ei de opposito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142. huius, aestimabitur diafonitas esse in acu, aut in alio corpore, cum retro ipsum totus paries uideatur, quod tamen accedit ideo, quia remotio tam modica respectu occultationis acus est immoderata. Similiter etiam si quis à longe intueatur corpus rarum retro, quod non sit aliquod corpus coloratum, aut tenebrosum, non reputabitur illud corpus rarum sed solidum, quia retro ipsum non percipitur aliud corpus quod est proprietates corporum rarorum. Ex intemperata etiam situs dispositione accedit error in prædictorum uisione. Si enim descenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uisum transitus lucis per uitrum, & sit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoque uidentem uinum esse in uase uitreo, tunc aestimabitur à uidente uinum esse corpus solidum, scilicet uinum cum uase uitreo, & non accidet hic error in transitu lucis per uas uitreum directe oppositum. Ex intemperata etiam magnitudine accedit error in uisione præmissorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum politum, ut ab eo lux possit reflecti, & sit simile margaritæ, iudicabit ipsum uisus esse rarum cum sit densum, simul uiso corpore raro multum paruo, quia post ipsum non sit corporis solidi comprehensio, simulabitur solido. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione præmissorum, Si enim retro corpus ualde rarum sit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, sed assimilabitur eius raritas posterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro suppositum non apparet ita rarum sicut apparet adhibito uisu si bi soli, unde fit error in raritate. Si autem post corpus rarum ponatur ualde propinque corpus solidum, tunc primum iudicabitur solidum, & fit error in soliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum post illud non percipiatur lux aut corpus aliud, iudicabitur forte uinum ipsum cum uitreo esse unum corpus solidum. Item etiam accedit error in uisione præmissorum ex paucitate raritatis. In aëre enim nubilofo obscuro corpus rarum apparebit minus rarum, & forte putabitur solidum, & ita fit error in soliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum, luce enim declinata super corpus remissè rarum, ipso quoque descendente subito per uisum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forsitan quod illud sit rarum in summa raritatis, cui si in tempore maiori fiat intuitus, percipientur ab ipso uisu declinationem lucis esse causam apparentiæ maioris raritatis in corpore remissè raro. Si quis etiam instanter intueatur corpus rarum, & post ipsum non discernat lucis transitum, putabit ipsum esse solidum. Debilitas etiam uisus errorem inuehit uisioni præmissorum, cum enim fuerit in corpore raro soliditas pauca, aestimabitur à uisu debili illa soliditas maior quam uera, & cum fuerint in corpore raro color fortis aut post ipsum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uisui debili esse solidum, patet ergo uniuersaliter in omnibus illud quod proponebatur. CX LV.

Vmbra comprehenditur à uisu ex priuatione alicuius lucis luce altera præsentē.

Est enim umbra priuatio cuiusdam lucis existente actu præsentia lucis alterius in loco umbroso; cum itaque transferit uisus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quam corpus existens in loco umbroso, tunc sentiet obumbrationem illius loci & priuatio

Privationem lucis incidentis corporibus vicinis ipsi, cum itaq; uisus senserit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce solis prima, quæ projicitur secundum directionem radii, percipiet tamen secundam quæ fit ex diffusione lucis primæ, ut cum in domum uenicam habentem fenestram radius solis incidit, totam domum sui diffusionem illuminatis, tunc uisus extra locum radij existens sentiet umbrationem loci, & privationem à prima luce solis quæ est in radio uel in alia luce forti, & forte uisus quandoq; statim sentiet corpus umbrosum, quandoq; non nisi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebit umbram multiplicatam secundum diuersarum lucium privationem, semper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uisus possit suam actionem ad alia exercere; uniuersaliter itaq; secundum omnes modos umbrarum quos præmissimus possunt uideri umbræ, & hoc est propositum.

CXLVI.

Obscuritas comprehenditur à uisu ex omnimoda priuatione lucis.

Cum uisus comprehendit aliquem locum & nullam lucem in illa, tunc sentiet eius obscuritatem, licet forte illa obscuritas ab umbris causetur, ut in carcere cæco de die propter umbras densorum parietum uidetur obscuritas, & nox obscura est ex umbra terræ, est ergo obscuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non sentitur, sicut etiam umbra est obscuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad aliquid lucidum terminata, patet ergo propositum.

CXLVII.

In umbræ & obscuritatis uisione error accidit uirtuti distinctiue ex in temperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex in temperata luce dispositione error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obscuræ, & cadat super parietem albus lux candelæ, potest accidere quod uidens illam obscuritatem iudicabit ipsam esse umbram, & forsitan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & si fuerit in parte parietis nigredo multum intensa, æstimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & si tota superficies parietis sit denigrata intensa nigredine, forsitan totus paries æstimabitur quædam obscuritas tenebrarum, sicut accidit in pariete cooperato fuligine fumorum uiso sub debili luce. Ex superfluitate etiam remotionis error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim à maxima distantia opponatur uisui corpus album, in quo sit aliqua pars tenebrosa luce solis super corpus illud descendente, apparebit umbra in parte corporis tenebrosa, & si tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æstimabitur quod umbra apparens projiciatur ab illo alio corpore super primum. Sic ergo propter excessum distantie fit error in uisione umbræ, si etiam à longe uideatur corpus album in quo sint partes multæ nigre, æstimabuntur fortassis in parte illa tenebræ, credetur enim aliqd corpus album secundum sui partes nigras perforatum, per quos fiat egressio tenebrarum existentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiam situs oppositiōis accidit error in uisione præmissorum, sicut & ex in temperata remotione: corpore enim aliquo elongato si fuerit in eo pars tenebrosa, putabitur fortassis umbra, & si corpus aliquod fuerit circa illud primum positum, æstimabitur umbra projici ab illo secundo corpore super primum, & si in corpore illo fuerit pars multum nigra, æstimabitur forte in loco illo cuiusdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra existens retro corpus album, hoc autem non accideret in corpore approximanti directioni opposita. Ex paruitate etiam quantitatis rei uisæ accidit error in uisione præmissorum. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum non ualde nigrorum distinctio, adhibita luce solis directe in pariete cadente uel prope, æstimabuntur à uidente singula puncta illa singula esse foramina in quibus sit umbra, cum lux non penetret ea, sicut solet accidere luce super superficiem foraminum multorum cadente, & sit error umbræ ex sola punctorum paruitate: quod si illa puncta sunt maximæ nigritudinis, tunc æstimabuntur esse foramina parua per quæ transeant tenebræ, & sic etiam sola illorum punctorum paruitas est causa apparitionis tenebrarum.

Ex in temperata etiam soliditate, utpote propter defectum soliditatis fit error in umbræ & obscuritatis uisione, luce enim solis in domum per foramen aliquod descendente, & super fenestram uitream cadente, si domus illa fuerit umbrosa, apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux super ipsam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur si solidum esset fenestræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita super solidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectionem soliditatis. Si militer etiam fit error in uisione tenebrarum secundum obscuritates ex indispositione soliditatis, quia luce solis in aqua fluminis directe non descendente aut in mare, sicut accidit in hora matutina & uespertina, si fuerit magna claritas in qua apparebit tenebrosa, & quāto fuerit clarior tanto apparebit tenebrosior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ superior umbram projicit super proximam partem aquæ inferiorē, & illa proxima super aliam proximam inferiorem, & ita per singulas partes semper superior projicit umbram super inferiorem usq; ad fundum aquæ, & licet singularum partium umbra in se sit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciunt maximam umbram, sicut palam est in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color est debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum sit homogeneum in substantia & colore, fit fortior idem color. Cum autem quæritur in mari umbra suis partibus superioribus super inferiores iacentibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hoc est quoniam intensa ipsius claritas est signum intense raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffusio formarum plurium maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum, propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partium paucae peruenientes ad uisum, & comprehendetur modica aquæ pars, quæ liceat facit umbram, tamen cum ipsa sit modica erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehenduntur in aqua tenebræ, & inde est cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum est clara apparebit tenebrosa. Solis autem radio cadente directe super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijcitur omnis tenebra & umbræ apparitæ. Ex defectu itaq; soliditatis causatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit transitus luminis sine umbra. Ex in temperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. Si ultra aërem nubilosum uel tenebrosissimum ut in crepusculis uideatur corpus album, in quo sint particule rotundæ nigre, tunc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota dispositio aëris illius, apparebit in locis illis umbra, aut forte reputabuntur foramina præstata uiam tenebris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes, sic ergo propter corporis in temperatam raritatem accideret error in uisione umbræ & obscuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uisione præmissorum. Si enim in albo pariete sint partes subnigre descendentes super ipsum parietem luce ignis, illæ partes nigre subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uero nigredo illarum partium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculæ subnigre descendente luce super ipsas apparent debili uisui esse umbræ, & si fuerint multæ nigre apparebunt esse foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ sunt retro illum album parietem perueniant ad uisum. In omnibus ergo præmissis octo uisibilibus circumstantiis patet quod proponebatur.

CXLVIII.

Pulchritudo comprehendit à uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilibus placentium animæ, uel cōiunctione plurium uisibilibus intentionum habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ.

Fit enim placencia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quādoq; ex cōprehensione simplici uisibiliū formarum, ut patet per omnes species uisibiliū discurrendo, ut em̄ ex em̄
G placit

placiter dicamus, & alia per hoc accipiantur. Lux quæ est primum uisibile facit pulchritudinem, unde uidentur pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solâ. Color etiâ facit pulchritudinem, sicut color uiridis & roseus, & alij colores scintillantes formâ sibi appropriati luminis uisui diffundentes. Remotio quoque & approximatior faciunt pulchritudinem in uisu, in quibusdâ enim formis pulchris sunt maculæ turpes parua & rugiosæ, displicentes animæ uidenti, quæ propter remotionem latent uisum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uisum. In multis quoque formis pulchris sunt intentiones parua subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio decens & ordinatio partium uenusta, quæ tantum in propinquitate ad uisum apparent, & faciunt formâ uisui pulchram apparere. Magnitudo etiâ facit pulchritudinem in uisu, & propter hoc luna apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior, & stellæ maiores pulchriores minoribus, ut maxime patet in illis stellis quæ sunt magnitudinis primæ uel secundæ. Situs quoque facit pulchritudinem in uisu, quoniam plures intentiones pulchræ non uidentur pulchræ nisi per ordinationem partium, unde scriptura & pictura, omnes quoque intentiones uisibiles ordinata & permutata non apparent pulchræ nisi per competentem sibi situm, quamuis enim figuræ linearum sint omnes per se bene dispositæ & pulchræ, si tamen una ipsarum est magna & alia parua, non iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiâ facit pulchritudinem, unde artificiatæ bene figurata uidentur pulchra, magis autem opera naturæ, unde oculi hominis cum sint figuræ amigdalares & oblongæ uidentur pulchri, rotundi uero oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiâ facit pulchritudinem in uisu, unde uidetur pulchrum corpus sphaera & columna rotunda & bene quadratum corpus. Continuatio quoque facit pulchritudinem in uisu, unde spatia uiridia continua placent uisui, & plantæ spissæ uirides, quia quæ accedunt continuati sunt pulchriores eisdem dispersis. Diuisio etiâ facit pulchritudinem in uisu, unde stellæ separata & distinctæ sunt pulchriores stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & candelæ distinctæ sunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiâ facit pulchritudinem in uisu, & propter hoc loca cœli multarum stellarum distinctarum sunt pulchriora locis paucarum stellarum, & plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoque & quies faciunt in uisu pulchritudinem, motus enim hominis in sermone & separatione eius facit pulchritudinem, & propter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & racturnitas distinguens ordinate uerba. Asperitas etiâ facit pulchritudinem, uillositas enim pannorum cathenatorum & aliorum placet uisui. Planities quoque uisui pulchritudinem facit, quia planities pannorum sericorum & si ad positionem siue tensionem accedunt placet animæ, & est pulchrum uisui. Diafonitas etiam facit pulchritudinem apparere, quia per ipsam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aëre sereno per quem nocte uidentur stellæ, quod non accidit in aëre condensato, propter uapores. Spissitudo etiâ facit pulchritudinem, quoniam lux & color & figuræ & lineatio & omne pulchrum uisibile comprehenduntur a uisu propter terminationem corporum quibus insunt, quæ terminatio a spissitudine causatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem, quoniam in multis formis uisibile sunt maculæ subtiles reddentes ipsas turpes cum fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uisum sunt latentes. Tortuositas quoque quæ est in plumis auium, ut pauonum & aliarum, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinem uisui propter umbram, quæ uisui admixtione cum lumine causat uarios colores, qui tamen non apparent in umbra uel in luce debili. Obscuritas etiâ facit pulchritudinem apparere uisui, quoniam stellæ non uidentur nisi in obscuro. Similitudo etiâ facit pulchritudinem, quoniam membra eiusdem aialis ut Socratis non apparent pulchra, nisi quando fuerint consimilia, unde oculi quoque unus est rotundus et alter oblongus non sunt pulchri, uel si unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel si una gena fuerit profunda & altera prominens, erit enim tota facies non pulchra, quam enim partes congenæ non fuerint consimiles. Diuersitas etiam facit pulchritudinem, quoniam diuersæ partes uniuersi ornant & pulchrum faciunt uniuersum, & diuersæ partes aialis aialis; eandem quoque manum ornant diuersitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum est ex diuersitate figurarum partium ipsarum, sic ergo pulchritudo comprehenditur a uisu

uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilium placentium animæ, quodlibet tamen istarum uisibilium intentionum non facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uisum; quælibet enim figura non facit pulchritudinem in qualibet forma, & similiter de alijs omnibus intentionibus particularibus uisibilium quorumcunque. Ex coniunctione quoque plurium intentionum formarum uisibilium ad inuicem, & non solum ex ipsis intentionibus uisibilium fit pulchritudo in uisu, ut quoniam colores scintillantes & pictura similiter proportionata sunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili, & similiter est in uultu humano. Rotunditas enim faciei cum tenuitate & subtilitate coloris est pulchrior quam unum sine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali est pulchrior paruitate oris cum grossitudine labiorum. In multis itaque formis uisibilium coniunctio, quæ est in formis diuersis, facit modum pulchritudinis, quem non facit una illarum intentionum per se; facit autem proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in coniunctione intentionum sensibilium pulchritudinem magis, quam aliqua intentionum particularium; omnes enim pulchritudines quas faciunt intentiones sensibiles ex ipsarum coniunctione ad inuicem consistunt in proportionalitate debita formis quas perficiunt sub modo illius coniunctionis; cum itaque comprehendit aliquam rem uisam in qua est aliqua intentio particularis faciens per se pulchritudinem, tunc peruenit forma illius intentionis post intuitum ad uirtutem sentientem, & comprehendit uirtus distinctiua pulchritudinem rei uisæ in qua est illa intentio, & sic coniunctio diuersarum intentionum fit causans pulchritudinem, cum per uenerit illa coniunctio ad sentientem, tunc uirtus distinctiua comparabit illas intentiones ad inuicem, & tunc comprehendit pulchritudinem rei uisæ compositæ ex illarum intentionum coniunctione quæ sunt in ea, & hi sunt modi penes quos accipitur a uisu omnium formarum sensibilium pulchritudo; in pluribus tamen istorum consuetudo facit pulchritudinem, unde unaquæque gens hominum approbat suæ consuetudinis formam, sicut illud quod per se aestimat pulchrum in fine pulchritudinis; alios enim colores & proportionem partium corporis humani & picturarum approbat Maurus & alios Danus, & inter hæc extrema & ipsis proxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores; & sicut unicuique suus proprius mos est, sic & propria aestimatio pulchritudinis accedit unicuique; de his ergo topice & figuratim sit dictum, & patet quod proponebatur.

CXLIX.

Turpitude comprehenditur a uisu, cum intentiones sensibiles neque per se neque ex coniunctione ipsarum ad inuicem aliquam pulchritudinem sunt causantes.

Turpitude formarum est priuatio pulchritudinis in eis; iam autem præmissum est, quod intentiones non faciunt pulchritudinem in omnibus formis, sed in quibusdam tantum, formæ itaque in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neque per se neque per suam coniunctionem, ut illa in quibus non est aliqua consuetudo proportionalitas inter ipsorum partes, carent omni pulchritudine, & sic sunt turpes, & si quandoque accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis distinctiue, quando fuerit intuens intentiones quæ sunt in illa forma, patet ergo quomodo a uisu comprehenditur turpitude, sed etiam in hoc plurimum coadiuuat consuetudo, propter quam nonnumquam accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri per pulchrum.

CL.

In pulchritudinis & deformitatis uisione uirtuti distinctiue error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paruitate enim lucis error accidit uisioni pulchritudinis & deformitatis, de nocte enim uidetur facies formosa, licet in ea sint maculæ, sicut lentigines uel sicut cicatrices pustularum. Et si fuerint in re uisâ picturæ subtiles rem perfectius informantes, cum illæ in nocte uisum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, est causa erroris uisionis præmissorum. Cum enim a longe respicitur res aliqua, si fuerint

G 2 in ea

In ea maculae paruae ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa, & si à magna distantia uideatur res in qua sunt picturae minutae, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quod apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni praemissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in qua sunt maculae minutae deformantes rem, tunc nonnunquam maculae illae occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis, & ob hoc facies lentiginosa oblique uisa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aspicitur latent umbriferae maculae ipsius, & tunc pulchrior uidetur; si autem in corpore aliquo uisum fuerint picturae subtiles rem decorantes, illae picturae obliquatae ad uisum latebunt ipsam, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni praemissorum in exemplis praemissis, cum propter solam sui paruitatem aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione praemissorum. Si enim in uase uitreo multum raro sint aliquae paruae particulae uel mensurationes ipsi decorem inferentes, & imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe uel seculentum, tunc occultabuntur illae decoris causae, & iudicabitur uas deforme, & sic uas tale deformant aliquae particulae, & si imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formosi placidi, occultabuntur illae causae puritatis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni praemissorum, cum propter aërem obscurum nubilosum causae pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quoque breuitate error accidit uisioni praemissorum, quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutae causae pulchritudinis & deformitatis, sicut accidit cum aliquis inspiciens per foramen uiderit aliquam faciem, tunc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando econuerso, & idem accidit motu re uisa subito remanente oculo non moto. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni praemissorum, minuta enim quae sunt circa pulchritudinis uel deformitatis uisus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodque istorum, patet ergo propositum.

CL I.

Consimilitudo comprehenditur à uisu ex conuenientia formarum comprehensarum ad inuicem.

Est enim consimilitudo aequalitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua sunt consimiles. Cum itaque uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensione cuiuslibet illarum duarum formarum & suarum intentionum ex comparatione alterius illarum ad alteram, uisus itaque comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex comprehensione cuiuslibet formarum intentionum secundum suum esse & ex comprehensione illarum ad inuicem.

CL II.

Diuerfitas comprehenditur à uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis.

Cum enim diuerfitas ut hic accipitur non sit aliud quam differentia formarum sensibilium comprehensarum à uisu, haec diuerfitas comprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarum diuersarum, & ex comparatione alterius illarum ad alteram, & ex comprehensione priuationis consimilitudinis in eis: diuerfitas ergo comprehenditur per sensum uisus ex comprehensione cuiuslibet formarum & intentionum per se, & ex comparatione ipsarum ad inuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

CL III.

In similitudinis & diuerfitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuae ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione consimilitudinis & diuerfitatis corporum eiusdem coloris secundum speciem, uel eiusdem figurae secundum speciem in quibus partialis diuerfitas per latentia signa distincta est, tunc enim illa in luce debili non uidentur, & ob

& ob hoc iter illa corpora omnia iudicabitur similitudo: & si aliquae corpora solius propter aliquam minutam signa ipsis communia participant similitudinem, tunc propter lucis debilitatem illis causis consimilitudinis non perceptis iudicabitur diuerfitas totalis, quod non accideret in luce temperata. Ex superflua etiam elongatione accidit error in praemissorum uisione, ut patet in praemissis exemplis. Minutae enim causae similitudinis uel dissimilitudinis à magna remotione non uidentur per octauam huius. Et similiter etiam eiusdem error accidit ex situs nimia obliquatione, quae res paruas non sinit comprehendi à uisu per 26. huius. Accidit etiam error in praemissorum uisione propter causarum consimilitudinis uel dissimilitudinis paruitatem, propter quam ceteris existentibus conuenienter uisui dispositis non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis error accidit uisioni praemissorum. Si enim duo uasa multum rara conueniant in specie, figura & raritate, sed discrepent in aliqua suarum partium dispositione, tunc uino eiusdem coloris & claritatis ambo repleta latebunt causae diuerfitatis, & reputabuntur omnino similia, qui error accidit propter defectum ipsorum soliditatis, quia cum sint peruia, ideo res per ipsa uisa similitudinis uel dissimilitudinis aufert causas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione praemissorum, in aere enim nubiloso & obscuro minutae causae similitudinis uel dissimilitudinis non uidentur. Ex temporis etiam breuitate praemissorum uisioni error accidit, quoniam particulares similitudinis uel dissimilitudinis causae paruum tempore inspectae latent uisum. Debilitas etiam uisus errorem illorum uisioni adducit, quia minutas ipsorum, scilicet similitudinis uel dissimilitudinis causas uisus debilis perspicere non potest, patet ergo propositum.

CL IIII.

Virtuti distinctiuae error, quandoque accidit ex causarum plurium aggregatione, quarum nulla per se ad errorem sufficit causandum.

Quandoque enim duae intemperantiae circumstantiarum octo omnium uisibilium concurrunt in uno uisibili, & faciunt errorem in uisu, licet neutra ipsarum per se sufficeret ad causandum errorem, si enim moueatur aliquid à magna distantia motu tardo, illud subito uisum uidebitur non motum, & motus ille posset percipi in distantia temperata etiam subito uisui, uel etiam posset percipi in illa remota distantia per intuitum diligentem tempore conuenienti. Sed illis duabus causis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus distinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiam quandoque concurrunt intemperantiae plures ad unum errorem causandum, quam nulla illarum per se causeret. Si enim à magna distantia sub debili luce in tempore modico opponatur uisui debili corpus diuersorum colorum motum tardo motu, tunc forte uidebitur quiescere. Sed motus eius qualibet illarum causarum aliquo deficiente percipi forte posset, & forte quandoque intemperantiae omnium circumstantiarum corporum uisibilium concurrunt ad unum errorem causandum, uel quandoque plurium illarum, & secundum diuersas combinationes quae plus experientia quam rationem respiciunt secundum omnem sui diuersitatem, unde de his sic esse sufficit exemplariter.

CL V.

Error accidit uisui uia scientiae per inconuenientem applicationem formarum, quae est in anima alicui rei uisae in intemperantia cuiuslibet octo circumstantiarum rei uisae.

Cum enim res alia aut alterius speciei uisui apparet quam sit in rei ueritate, tunc fit error uia scientiae in uisu, quoniam forma quiescens in anima inconuenienter alteri rei applicatur cui non conuenit, & hoc accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum uisibilium. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per se patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem infert formae uisae, unde accidit error in crepusculis in omnibus uisus, unde etiam noctilucae uidentur lucere in tenebris, quorum forma non est lumen, nec etiam scintillans color, quae omnia non acciderent in luce temperata. Et propter distantiam etiam nimiam uisibilis à uisu accidit hominem notum quandoque pro extraneo reputari, & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario, & quae

G 3 doq;

docq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et uniuersaliter fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiusdem speciei; uel ab indiuiduo speciei unius ad indiuiduum speciei alterius, ut equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere, putat stellam uidere, hæc enim omnia si prope essent uiderentur sine errore. Situs etiam oppositionis errorem inducit, quandoq; enim Petrus remotus ab axe uisuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus, putabitur esse asinus, quæ si directe uisui opponantur error penitus cessabit. Quantitas etiam extra temperantiam existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiam est causa huius erroris, unde cristallus, quia parum est solida, creditur color eius esse color rubri, supposito sibi tali colore & uisui in opposito existente. Diafonitas etiam nimis diminuta huius erroris est causa, uitro enim colorato uisui & rei uisæ coloratæ interpositæ æstimabit color corporis oppositi mixtus ex colore proprio & colore uitri: & si oculis & rebus uisui interponatur pannus multum rarus, apparebit color corporis mixtus, non quod secundum ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeuntes concoloribus si lorum misceantur, sed quia puncta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili prope adinuicem in uisui superficie situantur, unde illi colores diuersi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus, ut si magna sint panni foramina discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiso colore alicuius corporis per pannum laneum, uidebitur mixtura colorum plurimum consonans colori filorum, quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumstantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc similitudines illarum imaginum insipienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectum diafonitatis medij, quia in aere præter pannum aliud uidetur. Tempus etiam intemperantia huius erroris est causa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens ueloci motu, & non plene acquirat formam corporis, etiam si quis subito aliquid uideat quod statim à uisui recedat, errabit in indiuiduo illius formæ, unde forsitan est error in specie uel in indiuiduo uel utroq; forsitan enim æstimabit equum fuisse mulum, uel Petrum Martinum, uel equum Petri fuisse mulum Martini. Debilitas quoque uisus huius erroris est causa, læsus enim uisus à colore forti cui incidit lumen forte, iudicat omnem colorem uisum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter oculorum ægritudinem aliquando equus apparet asinus, & Socrates uidetur Plato. Et similiter in alijs uisibilibus errabit uisus propter solam intemperantiam suæ æqualis dispositionis nullo alio impedimento accedente. Si ergo errores scientiæ accidunt uisui secundum singulas intemperantias & circumstantiarum rei uisæ, ut patet, his autem & eorum similibus non duximus multum insistendum, quia hæc quæ diximus, sufficiunt pro talium omnium radice, et hoc est propositum.

CLVI.

In solo uisu error quandoque accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum per ipsum proprie uisarum.

Quia enim, ut patet per principium tertij huius, lux & color sunt per se obiectum uisus, palam quod ei soli non potest error accidere nisi in luce & colore, accidit autem uisui in illis error propter ipsorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uisibilia uideri, & color fortis facit res alias quascunque in colore sibi similes uideri, cum tamen illorum color sit diuersus. Et similiter est in lucis & coloris debilitate; Si enim corpus in quo sit multa colorum diuersitas, occurrat uisui sub luce multum debili, ut uestis diuersi coloris apparebit unius coloris. Et si color sit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & sic lux extra temperantiam facit uisui deceptionem secundum utrumque extremum. Distantia etiam uisibili erroris inducit uisui, quia propter impropor-

portionatam

portionatam distantiam res colorum diuersorum minutatim ipsis aspera uidebitur unius coloris. Situs etiam oppositionis sensum errare facit, quia cum corpus uisum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter sui obliquationem ipsi uisui minutæ eius particule, & si fuerit in partibus minutis colorum diuersitas, apparebit in totali corpore, & si corpus redierit ad directam oppositionem, illorum colorum diuersitas apparebit, nisi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uisuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uisui errorem inducit, quia etiam luce & distantia, & situ uisioni conuenientibus, colores paruorum partium corporis diuersi coloris euadunt uisum, & uidetur res unius coloris, quod non fieret si paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam est causa deceptionis uisus, si nimis remissa fuerit, unde cristallus uidetur colorata colore rei sibi suppositæ propter suæ soliditatis paruicem, quod non accideret si cristallus plus solida esset. Ex diafonitate etiam error accedit uisui, quia propter interpositionem flammæ inter uisum & rem uisam, etiam si illa res uisa fortis sit coloris, uidebitur illud corpus tenebrosum propter solam carentiam diafonitatis in medio. Tempus etiam est causa erroris, quia si subito super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum discernatur. Debilitas etiam uisus errorem præterdit in uisione præmissorum, luce enim forti in uisum agente leditur uisus statim, & ad colorem alicuius corporis conuersus ipsum colorem tenebrosum recipit, donec post aliquod tempus lesio recesserit. Similiter etiam cum adest oculis infirmitas, occultabitur uisui colorum uarietas, & sic fit error in talibus ex sola uisus qualitate à tempamento recedente, patet ergo quod secundum omnes circumstantias rerum uisibilibus in solo uisu fieri deceptionem est possibile, & hoc proponebatur.

CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, siue per nigrum medium uisui colorem præsentat puniceum.

Huius declaratio est ex sensibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod in speculis bene tersis fulgidis res fulgida uisui præsentatur in sui fulgore, quod si speculum fulgidum non fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore speculi præsentatur uisui, non intentione sui fulgoris, sed quasi aliquantulum denigrata, & ita rubea siue punicea apparet. Uniuersale enim est, ut in principio secundi huius suppositum est, quod rerum ualde coloratarum colores, quo ipsius medij coloris speculi commixti fiunt, manent ad uisum, ut si per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quod color rei uisæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uisui præsentetur, & hoc multas experientias plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidis oculis habentibus quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uisus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris puniceæ fantasia. Et etiam uidemus uiridium lignorum flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis fulgidus & albus existens per fumum nigrum propter grossiciem materiæ, & humiditatem aquæ, quæ illi fumo miscetur, puniceus uidetur. Per caliginem quoque & fumum nigrum uidetur sol non fulgidus sed puniceus, quando talem fumum uel caliginem soli & uisibus accidit interponi, & hoc idem in alijs stellis poterit perpendi. Item circuli qui circa candelas uidentur, propter grossiciem aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer ingrossatus à natura lucidi aliquantulum impeditur, & propter admixtionem umbræ nigredine permisceri uidetur, uel alio medio colore secundum dispositionem luminis & admixtæ umbræ, & hoc etiam plenius declarandum diligens inquisitor plures experientias poterit applicare, patet ergo propositum.

CLVIII.

Uisum protensum longe debiliorem fieri patens est.

Non enim uisus uidet similiter de longe posita quemadmodum prope existentia. Si enim uideatur de longe corpus foraminosum, cuius sint parua foramina, totum uidetur continuum, unde si aliquis uaporem roridum de longe uideat, totum ipsum fore unum corpus

corpus continuum uisus iudicabit, quia etiā uisus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, sicut est in praemissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus pannū coloratū, in quo est minuta colorū diuersorū cōpersio, ad quos pportionata partium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiā aspexerit, apparebit pannus ille unius coloris tantum, qm̄ extra temperantiā est longitudo respectu partialium colorum, licet omnia alia cōueniant in debita temperantia respectu uisus, quia ergo uisibile rei circūstantiā uisus p̄tensus nō perspicit, palā quia debilitatur ex p̄tensione sui ad uisibile siue ex remotione uisibilis ab ipso, & hoc est quod proponebatur.

CLIX.

Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectione.

Experientia similiter comprobāt quod hic pponitur auxilio praecedentis, quia enim uisum p̄tensum longe debiliorem fieri patens est, ut praemissum est, ideo accidit q̄ ea quae longe uidentur ppter uisus debilitationē omnia nigriora apparent, sicut etiā corpora remotiora & minora & planiora q̄ sint, uisibus apparent, qm̄ eminentiā suā partium asperitates & tumores in ipsis faciētes non uidentur. Similiter etiā quae in speculis uidentur, quia propter reflexionem ipsorū distantia augetur, ideo propter remotiōnem quae accidit uisui talia nigriora uidentur experimentanti: quanto em̄ magis ex remotione etiā rei albæ immoto speculo distantia ā superficie speculi augmentatur, tanto magis color ille albus uisui ad nigredinē accedit, unde etiā nubes apparentes in aqua nigriores uident q̄ in loco suo uisui in eodē loco existēte, qm̄ reflexio facta in aqua auget distantia: nihil aut differt aliquid multum distans uisui apparere, in uisu per multam distantiam uisionē rei cōplere: semper em̄ sit iudicium uirtutis uisus: secundum quod forma est in uisus organo recepta: neq̄ latebit hic experimentantē, quia quando clara nubes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nō uidebit nisi alba. Sed si reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliq̄ colore ex medijs coloribus uisui praesentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & laurū: unde sicut uisus colorē nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorē albū uidet minus album, ppter reflexionem. Nubem itaq̄ albā existentem uidet uisus propter distantiam ampliōrē, quae sit per reflexionem in suo colore nigram, & similem priuationi & negationi propter uisus protensi debilitatem, & qm̄ coloratio nubis sit ex impressione luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex praemissis, quod in omni corpore cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimitur, eandem causam & effectum participem habebit, & hoc est quod proponebatur.

LIBER QVINTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Impeditis atqualiter his quae simplici & directae uisioni necessaria existere, & eius deceptionibus accidere uisa sunt, restat nunc ut conuenienter eum modum uisionis, qui sit per reflexionem ā politis corporibus, quae specula dicimus, prosequentes, de omni reflexionis modo ā quibuscūq̄ speculis exquisitius pertractemus. Primo itaq̄ in praesenti quinto huius scientiae libro praemitemus, quaelibet illoz quae aestimamus communia omnibus speculis, & deinde adiungemus passiones quae accidunt rebus & uisui ā solis speculis planis, quorum speculorum forma simplicior est formis omnium aliorum speculorum, propter quod & speculorū planorum passiones quibusdam alijs speculis sunt communes, ut parebit in libris sequentibus, quibus aliorū speculorum passiones proprias referuamus. Verumtū sicut in principio huius scientiae diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula corpora tantum formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, ā quorum

rum superficiebus sit eadem reflexio, quae & ā corporum artificialium superficiebus accidunt. Nec intelligimus quod solum haec reflexio fiat ad uisus animalium, sed etiā ipsis uisibus non praesentibus sit reflexio formarum, & accidit uisibus, si in locis reflexarum formarum disponantur, quod fiat reflexio ad ipsos, quod manifeste patet per haec, quia nō in loco sit reflexio ad quodcūq̄ uisum ā speculo quocūq̄, est tñ in receptione hae formarum reflexarum in uisibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionū modis, in quibus sit aliqua deceptio in uisu, q̄uls aut ut in proemio huius scientiae diximus, idem imittatur in cōtrarium & in sensum, qm̄ unius rei una & eadem forma semper diffunditur per mediū, propter quod eadē forma reflectitur ā superficiebus speculorū, quae etiam in modo simplicis uisionis directae uisibus occurrit, nō potest tñ in reflexione facta ā superficiebus speculorū quocūq̄ cōprehendi ueritas formae, sicut cōprehendit in uisione simplici directae. In reflexionibus em̄ ā quibuscūq̄ speculis factis apparet forma rei, ut plurimum praeculis ipsis uisibus quasi opposita, cū tñ secundum ueritatē illis nō opponatur. Lax quoq̄ & color corporis nisi semper miscentur cū colore speculi, ā quo sit reflexio, quā mixturam in reflexionibus uisus perficit, & nō uerā lucē uel uerū rei uisae colorē. Omnis quoq̄ reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores, unde in omni reflexione latet uisum ueritas lucis & coloris, plus q̄ in directa simplici uisione, quae uero ad hunc uisionis modū, quae sit per reflexionē ā quibuscūq̄, & ā planis maxime speculis praemittimus, sunt ista. Politio corporis, est cōtinuitas partiū superficiei politae corporis sine sensibilitate pororū uel diuisionis. Speculū dicit omne corpus politū opere artis uel naturae. Linea incidentiae dicitur illa, secundū quā forma rei incidit superficiei speculi. Linea reflexionis dicit illa secundū quā forma reuerberata propter soliditatē speculi quā penetrare nō potest reflectitur ad uisum. Punctus incidentiae dicit ille punctus in quo linea incidentiae incidit superficiei speculi, & idem est punctus reflexionis, qm̄ formae reflexio ad uisum semper sit ā puncto incidentiae. Perpendicularis super superficie speculi, ā quo sit reflexio, dicit linea orthogonally erecta ā puncto incidentiae super superficie speculi illius, ā quo sit reflexio, si illa superficies sit plana: quod si illa superficies sit conuexa uel concava, tunc dicit perpendicularis super ipsam, quae est perpendicularis super superficiem planam illam superficiem conuexam uel concavam in puncto incidentiae cōtingentem. Superficies reflexionis dicitur superficies cōtinens lineam incidentiae & reflexionis, & perpendicularē ā puncto contingentiae pductam super ipsam speculi superficiem, uel super superficiem ipsam contingentem. Kathetus incidentiae dicitur linea perpendiculariter erecta super superficiē planam speculi, aut super lineam rectā cōtingentem cōmunem sectionem superficiei reflexionis, & superficiei speculi conuexi uel concavi ducta ā puncto, ā quo incipit incidentia, ut ā centro uisus, uel ab alio puncto quocūq̄, cuius forma ā speculo reflectitur ad uisum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta super illam eandem superficiem uel lineam ā puncto ad quā terminat ipsa linea reflexionis, ut ā centro uisus uel ab alio puncto ad quā reflexio terminatur. Superficies incidentiae dicitur superficies contenta ā linea rei uisae, & ā kathetis incidentiae terminorū illius lineae. Angulus incidentiae dicitur angulus quem in superficie reflexionis continet linea incidentiae, cum linea quae est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei ipsius speculi, & superficiei speculi in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur angulus quem in superficie reflexionis continet linea reflexionis cū dicta cōmuni sectione. Imago dicitur forma in speculo cōprehensa. Locus imaginis dicitur locus uisionis illius formae, s. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem haec. Rei elongatae & approximatae speculo, extrema q̄nquideri. Item quod uniformis situatio puncti rei uisae respectu superficiei cuiuscūq̄ speculi ā qua eius forma reflectitur, sit solum secundum kathetum suae incidentiae.

THEOREMA I.

Corporum terforū politorū cuiuscūq̄ figurae sint, superficies ā quolibet suorum punctorum luces colores & formae rerum oppositarum reflectuntur secundum rectitudinem linearum.

H Quoniam

Quoniam enim, ut patuit per primam secundi huius, forma lucis à corpore luminoso semper secundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppositum, & similiter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaque hæc incident alicui corpori ter fo polito, quia in tali corpore non patet transitus luminis uel colori, propter talis corporis densitatem & priuationem diafonitatis, cum sint planæ superficierum, in quibus nulla est asperitas, semper ab illis fit luminis & coloris & formæ reflexio, & ob hoc opposito speculo luminis forti oblique incidenti, manifeste fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, si color fuerit coniunctus luminis, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto speculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato speculo lumen reflexum auferitur: et si à loco cui incidit radius luminosus manus uel aliud corpus mundum uel politum secundum lineam rectam ducatur ad superficiem corporis à qua fit reflexio, patens erit quoniam secundum rectitudinem lineæ reflexio est facta, quoniam ipsi experimentanti secundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunt super reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaque polita superficie cuiuscunque sit figuræ, à quolibet suorum punctorum fit reflexio secundum rectitudinem linearum, cadit enim in quodlibet punctum corporis politum lux à quolibet puncto corporis luminosi. Vnde sicut ostensum est in 20. secundi huius, super quodlibet punctum corporis politum fit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis politum, & basis in superficie corporis luminosi, & à quolibet puncto luminosi corporis procedit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis politum, & basis in superficie corporis politum: & si à corpore luminoso procedit lux ad corpus politum secundum lineas æquedistantes, si illæ lineæ quasi columnam continentes terminantur ad bases pyramidum præmissarum, per quasque lineas lumen corpori polito incidit, secundum illarum proprietatem reflectitur, siue sint perpendiculares siue oblique, patet ergo propositum, fit autem à corporibus politis reflexio lucis, non autem à corporibus non politis asperis, quoniam in illis sunt pori & foveæ, quas subintrat lumen, & redit in se permixtum cum umbra illorum corporum, unde non fit reflexio sensibilis ab illis.

II.

Ab omni corpore colorato præsentente luce color ad corpus oppositum politum mixtum cum lumine mittitur, & quandoque totaliter, quandoque partim reflectitur ab illo, sicut & ipsum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tamen fenestræ descendat lux solis super corpus multum coloratum forti colore, & ponatur in oppositione contra ipsum speculum argenteum, & item contra speculum ponatur uas concuum ad modum scyphi, quod sit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat super illud corpus album, apparebit itaque super faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit descensus lucis, color itaque mixtum cum luce reflectitur, ergo etiam mixtum cum lumine incidit corpori polito, quod corpus politum si densum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipso reflectitur, ita ut non coloret corpus politum. Si uero corpus politum sit rarum & lucidum actu, sicut sunt aqua & uisum, & similia, tunc reflectunt ab illo colores & luces, & penetrant in illud, quod patet per hoc, quod forma reflexionis ab his corporibus & debiliore lucis & coloris, quæ ab his corporibus densioribus quæ sunt illa, & etiam circa aliquod punctum sub istis corporibus, uel in istis uidentur formæ lucis & coloris incidentes superiori superficie istorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores, & uniuersaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior est luce disgregata per petitionem principii secundi huius, & quanto lux ab ortu suo plus elongatur, tanto plus debilitatur, per 24. secundi huius, patet quod cum secundum aliquid corpus corporis luminosi procedit lux ad superficiem corporis politum in modum pyramidis, quod quanto magis elongatur à puncto illo, tanto maior est eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter disgregationem:

lux

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tum propter elongationem à loco reflexionis & disgregationem, tum propter ipsam reflexionem. Luces quoque secundum lineas æquedistantes politis corporibus incidentes sunt debiliores quæ luces oblique incidentes, quoniam minus aggregantur. Colorum quoque reflexio quæ fiat ab omni corpore polito, sicut & lucis, ut patet per primam huius, non tamen est multum sensibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione, & propter admixtionem coloris ipsius speculi conformis ipsorum colorum reflexorum, nisi forte à speculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim speculo color apparet debiliore quæ color ferri mixtus cum luce reflexa, & ipso colore reflexo debilitat ipsum colorem reflexum. Omnes itaque reflexiones colorum optime experiri possunt in domo unius foraminis, cui foramini albus paries opponitur. Tunc enim in radio solis polito speculo argenteo, & ipsi speculo & parieti interposita re aliqua colorata, erit reflexio coloris ad parietem album sensibilis. Idem quoque accidit si in radio incidens ita ipsius speculi ponatur corpus diafonum coloratum, per quod transeat radius incidens ipsi speculo, utpote si ante fenestram ponatur uisum coloratum, uel si modo simili ut experimentanti uidebitur, disponatur. Cadente itaque luce forti super speculum argenteum & ipsa reflexa super parietem album, notabiliter uidebitur lux parietis debiliore quæ speculi, reflexio ergo lucem debilitat. Et eodem modo color reflexus est debiliore colore à quo fit reflexio. Palam ergo, quod reflexio debilitat luces & colores, sed colores magis quæ luces. Colores, enim debiliore modo incident quæ luces, unde etiam in reflexione facilius debilitantur. Color enim debilis cum ad speculum peruenierit, miscetur colori speculi & immutatur propter illius admixtionem, quare color reflexus apparet debilis & tenebrosus, & uniuersaliter formæ reflexæ sunt debiliores quæ sunt in loco à quo reflectuntur. Sic ergo patet quod omnis reflexio est causa debilitatis, nam & hoc patet sensibiliter in luce, licet enim lux directa & lux reflexa æqualiter distent ab ortu suo, tamen debiliore est lux reflexa. Opponatur enim in aere radio solis intranti per fenestram domus aliqua, in qua unica est fenestra, speculum minus foramine, ita ut lux residua foraminis quæ non incidit in speculo cadat in terram super corpus album, & lux à speculo reflexa cadat similiter super corpus album eleuatum à terra, hoc obseruato, ut sit eadem distantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis fenestræ, uidebitur itaque super corpus album eleuatum, ad quod fit reflexio lux minor, quæ super corpus iacens, cuius minoritatis sola reflexio est causa, & idem potest in colore reflexione facilius demonstrari, & eodem modo, patet ergo propositum.

IIII.

Omnis lux reflexa, & si debiliore sit luce prima, est tamen fortior quam lux secunda æqualiter ab origine distantibus ambabus, & idem est in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, si aliud simile corpus ponatur extra locum reflexionis, & sit cum illo eiusdem elongationis à speculo, uidebitur super ipsum corpus secunda lux minor quæ in illo quod est positum in loco reflexionis, sit enim quod in directo foraminis per quod radius domus aliquam ingreditur, ponatur speculum in terra aspiciens totam lucem radii incidentis per illam fenestram, quæ lucem superius in principio secundi libri huius scientiæ diximus lucem primam, tunc enim fiet palam, quod erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, quæ super aliud corpus simile positum extra illum locum eundem à speculo elongatum. Et idem accidit si superficies speculi non suscipiat radium directe sed oblique. Idem etiam patet in coloribus, quoniam facta reflexione coloris à speculo argenteo corpus album positum in loco reflexionis plurimum recipit coloris, aliud uero corpus æque album existens extra locum reflexionis, & in eadem distantia à speculo, apparet quidem coloratum, sed debilius ualde quæ corpus positum in loco reflexionis, & si ferreum fuerit speculum forte in corpore quod est in loco reflexionis modicus uidebitur color, extra uero locum reflexionis in corpore æque albo, quasi nullus apparebit color, patet ergo propositum.

V.

Natura agit in omnibus secundum lineas breuiores.

H 2

Hoc

Hoc uniuersaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus natura-
les sic fiunt, descendunt enim grauiā perpendiculariter sup̄ superficiē horizontis. Sagittæ
etiam emissæ uiolenter ab arcubus feruntur in lineā breuiori secundum angulum suæ
emissionis; per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum ueloci

A ter est motus; et quia ut in principio secundi libri huius scientiæ suppositum est, natura nihil agit frustra, neq; desit in necessarijs, palam quod necessario agit secundum lineas breuiiores. Si enim possit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in linea b c est frustra, quoniam consecuta est finem in puncto b, non ergo agit secundum aliquid punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere potest. Vnde & animalia quorum motrix est anima secundum breuiorem lineam mouentur ad terminum, ut patet in rectitudine filorum araneorum, ex quibus texunt telas suas, quæ telæ & si non nunquam inueniantur circulares, sunt tamen ex rectis filis & instamine, & in subtilari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoque patet in canibus, qui obmissis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac si naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiores sunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaque propositum prout possibile nobis fuit.

Omnis reflexio luminis & coloris fit secundum lineas sensibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidentia etiā lucis minimæ super corpus politum, ut patet per 3. secundi huius, latitudo itaq; lineæ reflexionis est æqualis latitudini lineæ incidentiæ; & linea mathematica, quæ est linea mediā totius lineæ reflexiōis, eundem habet situm in loco reflexionis, quæ habet linea mathematica, quæ est linea mediā lineæ incidentiæ sensibilis in loco incidentiæ, & similiter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea sensibili reflexionis eundē retinet situm, quā sua compar in linea incidentiæ sensibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipsis sensibilibus non inconueniens est uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propositum.

In reflexionibus factis à quibuscūq; speculis, fit deceptio propter intemperantiam lucis, uel propter diuersitatem situs, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipsius uisus à superficie cuiuslibet speculorum.

Vniuersaliter enim quibuscumque modis contingit decipi uisum circa intentiones uisibilibus per simplicem uisionem uisuarum, eisdem etiam modis contingit uisum decipi in uisione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uisio est quædam uisio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uisibilibus ipsi uirtuti distinctiue præsentantur, & hoc, ut patuit per primam quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifestius fit hoc in speculis, uel propter debilitatem lucis uel propter diuersitatem situs, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uisualibus, uel propter remotionem puncti rei uisæ, cuius forma reflectitur à superficie ipsius speculi, uel etiam propter remotionem ipsius centri uisus, ad quod remota sit reflexio à superficie ipsius speculi. In alijs uero quibuscumque modis licet similiter causetur error in uisione formarum reflexarum à quibuscumque speculis ad uisum, non est ille error tam sensibilis, ut in istis modis positis, nec tamen fit totalis excusatio ab illis, patet ergo propositum.

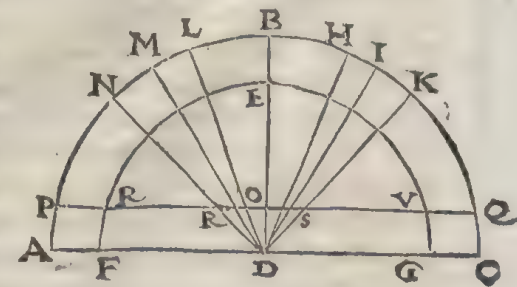
VIII.
Specula à quibus regularis fit reflexio, sunt tantum septem.

Quoniam

Quoniam enim regularis reflexio nō potest fieri nisi à corporibus regularibus; corpora uero regularia non possunt esse nisi corpora plurimū planarum superficierum uel unius superficiei concavæ uel conuexæ: sicut autem patet sensui, licet corporum planarum species secundum figuras & numeri angulorum uariantur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis est identitas superficiei planæ, cum nec enim in ipsis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aut patet per 118. primi huius, omnis superficies conuexa uel concava regularis aut est pars superficiei sphaeræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerso septem specula, quorum unum est planū cuiuscunque figuræ, & tria sunt cōuexa, sphaerica, columnaria uel pyramidalia, & tria sunt concava, sphaerica, columnaria uel pyramidalia, nec est possibile plura esse specula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propositum.

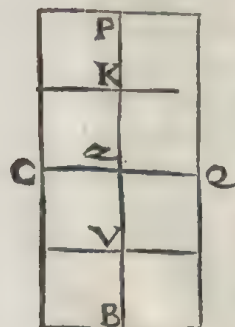
Instrumentum constituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuscunq; regularibus speculis instrumentaliter declarantur.

Assumatur semicirculus æneus convenientis spissitudinis, utpote medietatis grani
ordei uel circa illud, & convenientis quantitatis, qui sit a b c, cuius diameter sit a c, & ei-
us centrum d, producatuꝛq; linea d b perpendiculariter supra diametruꝛ a c, per s. primi,
est ergo d b semidiameter circuli diuidens semicirculum per æqualia per ultimā sexti :
abscindatur itaq; ex linea d b superius sexta pars ipsius per undecimam sexti, q̄ sit b e, &
secundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat semicirculus qui sit f e g: arcus itaq; b c
diuidatur in partes quot libuerit secundū puncta h i k, & arcus b a in totidem partes di-
uidatur secundū puncta l m n: itaq; arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i,
& arcus n m arcui i k, per 23. primi. & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n,
deinde iterū à semidiametro b d, inferius abscindatur sexta pars ipsius, quæ sit d o, & à
puncto o ducatur linea æquedistans diametro semicirculi quæ est a c, per 31. primi, quæ
sit p o q, hanc itaq; interfecabunt omnes lineæ ad partes diuisionis à cetro d productæ:
punctus ergo in quo linea d n ipsam interfecat sit r, & in quo linea d k sit s, & puncta in
quibus interfecat semicirculus f e g sint t & u, deinde à totali semicirculo abscindat pars
d a p r, ex una parte & ex alia pars a c, q, s, & planentur optime superficies, & acutur d,
centrum assumpti semicirculi quasi punctus, ita ut ipsum punctum d maneat in eadem
superficie semicirculi cum lineis productis: nos aut quātitatē lineæ b e, quæ est sexta
pars semidiametri d b, deinceps digitū appellamus, est ergo diameter a c, duodecim di-
gitorum. Deinde assumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus sit 14. præmi-
sorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & spissitudo eius sit 7. digito-
rum, & in hac tabula signetur punctus medius per 40. primi huius, & super ipsum fiat
circulus secundū quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate
unius digiti ex omni parte, quoniā eius diameter in duobus digitis excedit diametrum
a c, fiat iterum super idem centrum tabulæ lignæ circulus æqualis circulo f e g, diuida-



turqꝫ circulus tabulæ lignæ proportionaliter semi
circulo æneo, qui est a b c, ita ut prima pars circuli
lignei respondeat primæ, & secūda secūdæ & sic de
inceps, & à centro tabulæ lignæ ducantur ad puncta
diuisionis lineæ rectæ, & rotundet tabula lignea ex
trinsecus secundū circulum maiorem, & excidatur
pars interior tabulæ minori circulo contenta, rema
nebitqꝫ quedā armilla lignea cuius latitudo est duo
rum digitorum, diameter exterioris circuli 14. interi
oris circuli 10. & totius armillæ p̄funditas uel alti
tudo erit 7. digitorum, cuius superficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ
rotundæ; remanebuntqꝫ in superficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum se
cundum diuisionem semicirculi a b c, à capitibus itaqꝫ illarum linearum producantur li
neæ in superficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis super planam superficiē

latitudinis ipsius: ponatur enim pes circini super terminū lineae diuidētis circulū, & fiat semicirculus in superficie conuexa armillae, qui diuidatur per aequalia per 29. tertij, & pducatur à puncto ad punctum lineae, palam per 105. primi huius, quoniam illa linea est perpendicularis sup superficie latitudinis, quae pars est basis columnae, & eodē modo à terminis illarum diuidentium producantur perpendiculares in superficie armillae concauae. In qua etiā superficie ex parte planae superficiei nō diuisae sumatur altitudo duorū digitorum, & in perpendicularibus lineis omnibus in illa superficie productis, fiant signa, & secundum signa illa fiat circulus aequedistans planae superficiei armillae, immissa tabella aenea, secundum signa illa fiat circulus aequedistans planae superficiei armillae immissa tabella aenea quantitatis circuli f e g, uel alio modo prout cōuenientius possit fieri, & secundum quantitatem medietatis grani ordeī fiant alia signa intra illos duos digitos, & circumducatur circulus aequedistans priori circulo secundū quantitatem pmissam medietatis grani ordeī, & sub hoc secundo circulo intra altitudinem duorum illorum digitorum, secundū profunditatem semicirculi aenei a b c, signentur alia puncta in praedictis perpendicularibus, & iterū fiat circulus secundū illa puncta, & excepto per aliqua instrumenta illo corpore ligneo inter hos duos secūdos circulos existente, fiat concauitas unius digiti profunda, & coaptetur huic cōcauitati aenea semicirculi portio, quae est p b q, quae intrabit concauitatē usq; ad portione minoris circuli quae est t e u, ideo quod distantia istorum duorum arcuū est unius digiti, & eadem est profunditas cōcauitatis factae in tabula lignea, fiat aut taliter ut superficies circuli f e g, diuisa per lineam à centro d, ad circumferentiam producta, sit ad partem superficiei armillae, diuisa: lineae itaq; perpendiculares ductae in concaua superficie armillae, tangent lineas diuisionis circuli f e g, & cadent perpendiculariter super superficiem circuli f e g. Item in conuexa superficie armillae ex parte superficiei non diuisae signetur punctus in qualibet perpendicularium productarum secundum distantia duorum digitorū ab ipsa plana superficie nō diuisa, & posito pede circini super quodlibet punctorum signatorū, fiant circuli, quorum cuiuslibet diameter sit aequalis quantitati grani ordeī, & secundum illorum circulorum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda, & inde aliquo ipsorum coaptetur baculus ligneus, qui cum transierit ad interiorem concauitatem armillae, tanget semicirculi f e g superficiem, quoniam ut patet ex praemissis centrū cuiuslibet illorū circulorum paruorū, erit in circumferentia circuli prius signati in superficie concaua armillae, à quo distat superficies circuli aenei qui est f e g, secundum quantitatem medietatis grani ordeī. Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter sit aequalis diametro armillae lignae, & perquisito puncto medio ipsius p 40. primi huius, ab illo puncto medio circūducatur circulus ad quantitatem semidiametri d e, & hic circulus erit aequalis circulo f e g, & basi concauitatis armillae. Item super centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera sint quatuor digitorum lateribus suis aequaliter distantibus à lateribus tabulae huius lignae, quod potest fieri per 41. primi huius, & fodiatur hic quadratum ad profunditatem unius digiti, & planentur omnes superficies concauitatis suae, ut fiant rectangulae, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulae coaptetur immobiliter basis armillae, ita ut circulus minor huius tabulae applicetur concauitati armillae. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum spissa, cuius basis diameter sit aequalis quantitati grani ordeī, sicut diametri foraminum, & ponatur illa columna in prius factis foraminibus, quae cū peruenerint ad concauum armillae, continget lineas in circulo f e g productas, fiat aut in capite columnae quodcūq; artificium, non permittens columnam intrare nisi ad locum determinatum, & ut firmius stare possit, modicum cerae sibi circumponatur, etiā tantae longitudinis columna, ut procedens super superficiem circuli f e g, contingere possit latus quadrati concaui in tabula lignea, quod est aequedistans lineae r s, ductae in superficie circuli aenei. Deinde fiant septem regulae lignae planae aequedistantiū superficialiū orthogonalium, aequales & penitus similes, quarum longitudo sit digitorum sex, latitudo quatuor, & spissitudo com-



do communis, ut inferius necessitas ipsius finis edocebit, & una ipsarū adapteretur quadrato concauo, ita ut orthogonaliter cadat super fundū quadrati concaui, & ut faciliter intraret sine compressione, ducaturq; taliter ut punctus d, centrum scilicet circuli a b c, contingat unam superficialium latitudinis regulā, & in puncto contactus fiat signum in regula quod sit x, & à puncto signato x, producat in extremitatē regulae lineae aequedistans longioribus lateribus regulae, quae sit b x p, & palam quoniam illa erit linea longitudinis regulae, deinde in longiori parte illius lineae à puncto x signato, sumatur altitudo medij grani ordeī, & fiat ibi punctum z, erit itaq; z medius punctus longitudinis regulae, centrūq; foraminum oppositus directe, centra enim foraminum altiora sunt superficie circuli a b c, in quantitate medij grani ordeī, & distant à base armillae per duos digitos: punctus ergo z distat ab eadē base per duos digitos, & regula in quadrato concauo per digitum unū, & quia ab extremitate regulae usq; ad punctū z, sunt digiti tres, longitudo quoq; regulae est tantum sex digitorum, patet quod punctum z, est medium longitudinis regulae, ducatur itaq; per punctū z, lineae aequedistans lineis extremitatum latitudinis regulae, quae sit t q, est itaq; linea longitudinis regulae quae est b p, diuisa per aequalia in puncto z, cuius item medietates quae sunt b z & z p, diuidantur per aequalia in punctis k & y, semper ductis lineis latitudinis à punctis sectionis k & y, perpendiculariter super lineam longitudinis b p, aequedistanter lineae c q, sic ergo erit linea b p, & communiter tota regula diuisa in quatuor partes aequales, & hoc modo omnes aliae sex lineae diuidantur, et factum est quod proponebatur.

X.

In speculis planis radij oblique incidentis sit ad aliam partē reflexio: semperq; angulum incidentiae aequalē esse angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaq; ex ferro mundo speculum planum circularis figurae, cuius diameter modo praemisso sit trium digitorum, & concauetur regula praemissa secundum centrum z, qui est medius punctus regulae circulariter ad quantitatē diametri speculi, & profundetur secundum spissitudinem ipsius speculi, apteturq; taliter, ut una fiat superficies speculi & regula, & ut centrum circuli rotunditatis speculi directe superponatur puncto z, linea itaq; c q diuidens latiore superficiem regulae per duo aequalia, diuidet etiam superficiē speculi per duo aequalia, & in hoc experimentantis diligentia consistat. Immittatur itaq; lignae armillae haec regula, donec centrum d, quod est acumen tabulae aeneae cadat super speculum, & tunc illa regula sit cum speculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata ne uacillet, sed stet firma. Deinde bene obstruantur omnia foramina instrumenti praeter unum, quod oblique super regulae superficiem declinet, & sit exempli causa foramen correspondens lineae d l in circulo a b c aeneo, & hoc foramen apertum adhibeatur radio solis, & melius est si radio solis per fenestram domus intranti. Radius itaq; speculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correspondens lineae d h in circulo a b c aeneo, & si foramen illud puncti h aperiatur, & cū foramen prius opertum quod fuit puncti l, obstruatur, reflectitur recte radius in illud foramen cooperatum. Angulus autē b d l est aequalis angulo b d h, ut patet ex hypothese in praemissa, ergo angulus l d a est aequalis angulo b d c, quoniam totus angulus b d a est aequalis toti angulo b d c, quia uterq; est rectus. Si etiam imponatur foramen apertum columna ferrea concaua, de qua praemissimus, descendit lux per columnae cōcauitatē ad speculum, & reflectetur in foramine respiciens aequalem angulum ut prius. Et si ad secundum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primum, semper tamen erit debiliior lux per columnam descendens quam sine columna per ipsum foramen descendēs, & illud est experimentandi modus, si aliquod foramen cum cera obstruatur, & circa centrum eius cum stilo ferreo fiat modicum foramen, tunc enim lumen reflectetur in simile spacium paruum circa centrum foraminis alterius, illud primum in anguli aequalitate respicientis, & si concauitas columnae ferreae concaua obturata fuerit facto foramine primo secundum centrum suae basis, descendet lux per axem columnae, & ad centrum alterius foraminis, &

nis, & reflectetur semper aequalitate angulorum in omnibus observata. Et si aptetur instrumentali-
 ter, ut lux per duo foramina reflectetur similiter per alia duo illis similia, sem-
 per enim declinatio linearum reflexionis est aequalis declinationi linearum incidentiae.
 & quoniam linea $l x p$, quae est linea media longitudinis regulae, est orthogonaliter super
 lineam latitudinis regulae inferiorem aequedistantem lineae $c q$, quoniam illa est comuni
 sectio superficiei regulae & superficiei fundi quadrati concaui aequedistantis superfi-
 ciei $a b c$ circuli aenei, & linea media superficiei fundi aequedistant lineae $d b$, quae est media
 diameter circuli, & quia linea quae est communis sectio semicirculi $a b c$, & superficiei re-
 gulae in qua est linea latitudinis regulae & aequedistans communi sectioni superficiei fun-
 di & regulae per 28. primi, quoniam linea $b x p$, cadit perpendiculariter super ambas il-
 las lineas latitudinis regulae, & quoniam linea $b x p$, est erecta super superficiem fundi p
 lineae, per 23. primi huius, quoniam linea $b x q$ est perpendicularis super superficiem cir-
 culi $a b c$ aequedistantem superficiei fundi tabulae, ergo per definitionem lineae super su-
 perficiem erectae diameter $d b$ est perpendicularis super lineam $b x p$, cui secant se in pun-
 cto d , est ergo linea $d b$ erecta super superficiem speculi plani, & super eius circuli dia-
 metrum, quia superficies circuli $a b c$ est aequedistans superficiei circuli transeuntis per
 centrum foraminum, quoniam distantia omnium centrorum foraminum a superficie cir-
 culi $a b c$, est eadem scilicet medietas quantitatis grani orde. Superficies uero transiens
 centra omnium foraminum secant columnam ferream per axem, est ergo axis columnae
 in illa superficie, & quia columna ferrea in suo descensu tangit aliquam linearum in sup-
 ficie circuli $a b c$ a centro d , ad circumferentiam productarum, utpote lineam $d b$, uel lineam
 $d m$, uel aliquam aliam aliarum linearum, palam per praemissa, quia axis columnae aequedi-
 stat illi lineae quae tangitur per lineam longitudinis columnae, & quoniam per quodcumque
 foraminum columnam descendente, semper axis eius cadit in lineam $b x p$ et in punctum z , linea ue-
 ro $z d b$, semper est perpendicularis super superficiem $a b c$, linea quoque a puncto z , ipsius
 regulae protrahitur ad centrum foraminis, quod est contingens punctum n , est aequedi-
 stans lineae $d n$, & similiter de alijs centris foraminum & punctis $m l h i k$, signatis in circuli
 ferentia $a b c$, omnes enim semidiametri foraminum sunt aequales & aequedistantes li-
 neae $z d$, per 25. primi huius, sunt enim omnes semidiametri foraminum perpendicula-
 res super superficiem circuli $a b c$, quoniam sunt partes lineae longitudinis armillae, lineae
 itaque $l d$ & $d h$, sunt aequedistantes duabus lineis imaginatis duci a puncto regulae quod
 est z , ad centrum duorum foraminum contingentium puncta l & h , per 33. primi, ergo
 per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in superficibus aequedistantibus contenti sunt
 aequales, & si a puncto z , ducatur linea ad centrum medij foraminis, erit ipsa per praemis-
 sa aequedistans lineae $d b$, diuidens angulum linearum secum concurrentium per aequa-
 lia, sicut linea $d b$ diuidit angulum $l d h$ per aequalia, patet ergo propositum.

X I.

In speculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in se ip-
 sum instrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni dispositione instrumenti ut prius, & regula in qua situm est
 speculum planum erecta super fundi quadrati concaui, quod est in tabula lignea, quae
 est basis instrumenti, obturentur omnia foramina praeter mediu cui responder semidia-
 meter $d b$ circuli $a b c$, & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extre-
 mitas acuatur ita ut remaneat solus punctus qui est terminus axis eius qui immittatur
 foramen ad speculum, signeturque incausto punctus in quem ceciderit. Deinde extracto
 baculo opponatur foramen apertum radio, cadetque radius super punctum signatum, & circa
 ipsum efficiet circulum, signetur itaque in fine huius lucis circularis punctum, & secundum
 quantitatem lineae interiacentis puncta signata, fiat circulus qui erit maior circulo fo-
 ramini, per 36. secundi huius, quoniam semper processus lucis per foramen ingredien-
 tis est in modum pyramidis, in nullo aut aliorum foraminum neque in aliqua parte con-
 cavitatis armillae uidebitur lux reflexa, palam ergo quod lux descendens per axem re-
 flectitur per eandem, & secundum illius reflexionem ordinatur totaliter reflexio luminis
 inci-

incidentis, quamuis autem uideatur lux circularis circa basem interiorem foraminis ma-
 ior luce incidente uel radio, & quamuis illa lux uideatur maior ipsius lucis interioris cir-
 culo, palamque sit illam lucem apparere per reflexionem, non tamen accidit hoc per reflexio-
 nem radij perpendiculariter incidentis, qui est axis illius pyramidis luminosae: sed acci-
 dit hoc propter reflexionem aliorum radiorum pyramidis oblique speculo incidentium,
 qui etiam secundum modum suae obliquitatis ad partes oppositas, & non in se reflectunt, quod
 patet, si obturetur per eam utraque basis foraminis, facto modico foramine secundum axem,
 tunc enim radio solis per uiam tantum axis descendente non apparebit lux reflexa cir-
 cularis circa interiorem basem foraminis, patet ergo quod non procedat illa lux circularis
 ex reflexa luce axis, sed ex reflexione lucis oblique incidentis ipsi speculo. Quod
 si regula in qua situm est dictum speculum planum aliquantum retrorsum inclinetur, tunc
 palam est quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter su-
 per superficiem speculi, uidebiturque lux reflexa a medio foramine remota secundum medi-
 um declinationis speculi, semper tamen centrum lucis cadet super lineam ductam in con-
 caua superficie armillae perpendicularem super superficiem $a b c$ circuli aenei, & descen-
 dentem per centra basis foraminis medij, hoc enim secant semper lucem circulariter reflexam
 & diuidit circulum eius per mediu, & si regula ad latus dextrum uel sinistrum declinet,
 semper radius secundum hoc obliquabitur, regula uero ad rectitudinem redeunte, reuer-
 tur lucis reflexio ad interiorem basem foraminis ut prius, patet ergo propositum, semper
 enim in speculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in se ipsum, sed in
 radijs oblique incidentibus angulus incidentiae sit aequalis angulo reflexionis, ut patet
 per praemissum.

X I I.

In sphaericis conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angu-
 lus incidentiae est aequalis angulo reflexionis, ex quo patet quia radius per-
 pendicularis reflectitur in se ipsum.

Fiat ex ferro mundo speculum sphaericum conuexum hoc modo. Describatur cir-
 culus maximus sphaerae, cuius diameter sit g , sex digitorum assumptorum ut prius, & inscri-
 batur ei linea aequalis semidiametro per primam quarti huius, itaque erit corda trium di-
 gitorum, ducaturque quoque a centro sphaerae semidiameter perpendiculariter super illam cor-
 dam per 12. primi, & producat ad arcum, cadetque in medium arcus punctum per 4.
 primi, & per 27. tertij, eritque suus uersus minor medio digito, abscindatur itaque illa minor
 portio circuli, & secundum illius quantitatem & concauitatem fabricetur speculum, quod
 liniatur & polietur planissime extrinsecus, assumaturque regula lignea simul penitus pri-
 us sumpta in omni lineatione & creatione, & facta concauitate in linea ad modum spe-
 culi, applicetur speculum regulae ita ut mediu punctum conuexi speculi cadat super z me-
 dium punctum regulae, & sit in superficie ipsius regulae quod potest sciri per applicationem
 alterius regulae uel alicuius ut placuerit. Erigatur quoque regula cum speculo orthogonaliter
 super fundum quadrati, ut in speculis planis, & operatione priori reperitur, & luce per
 foramen obliquando uel mediu descendente fiat reflexio ut prius, & similiter fiet si regula
 declinetur. Semper enim lucis per diuersas lineas obliquas speculo sphaerico conuexo in-
 cidentes, per diuersas lineas obliquas reflectuntur, & quae secundum perpendiculares li-
 neas speculo lucis incidunt reflectentur in se ipsas, & semper angulus incidentiae est aequa-
 lis angulo reflexionis, quod proponebatur.

X I I I.

In sphaericis concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus
 incidentiae est aequalis angulo reflexionis.

Fiat speculum sphaericum ut supra, & secundum conuexam portionem illius circu-
 li limetur & polietur planissime intrinsecus, & assumatur alia regula lignea similis prio-
 ri, & coaptetur ei speculum taliter, ut circulus basis speculi sit in superficie regulae, & cen-
 trum illius circuli cadat in punctum z , & linea $c q$, quae diuidit superficiem regulae per
 aequalia, continuetur diametro basis speculi, & fiat istorum diligens inquisitio per artifi-
 cium quod industriae experimentantis committimus. Immittaturque regula cum speculo
 ipsi instrumento ut prius, & fiat operatio similis omnino priori, sic tamen ut semper pun-
 ctus d

Etus d, qui est centrum semicirculi aenei, cadat super medium punctum speculi, hoc enim est semper in omnibus speculis conuexis & concavis obseruandum. Declarabiturque angulorum incidentiae & reflexionis aequalitas ut prius, tam in radijs oblique incidentibus quam in ipso radio perpendiculari, patet ergo propositum.

XIII.

In columnaribus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis.

Sumatur autem columna rotunda, quae sit altitudinis trium digitorum, & cuius basis circuli diameter sit sex digitorum, & refecetur portio circuli basis illius columnae ut prius in speculis sphaericis, fiatque ex ferro mundo portio columnae, cuius basis sit illa portio circuli & altitudo ipsius trium digitorum, & secundum concavitatem illius formetur conuexitas illius portionis, fiantque omnes lineae longitudinis eius perpendiculares super utraque bases, eritque sinus uersus basis minor medietate unius digiti: hoc itaque speculum optime politum uisui conuexae, applicetur uni regularum simili priori, ita ut medius punctus eius cadat super medium punctum regulae qui est z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipsius conuexam superficiem per aequalia sit in superficie regulae, & applicetur ei secundum lineam longitudinis eius qui est b p, & hoc fieri poterit, si utriusque basis arcus per aequalia diuidatur & puncta media signata lineae b p applicentur. Immittatur itaque regula cum speculo ipsius instrumento ut prius, & fiat operatio similis priori. Demonstrabiturque angulorum incidentiae et reflexionis aequalitas ut supra, nec est in aliquo a passione speculorum planorum in his speculis diuersitas, nisi in hoc quod si radio per foramen medium incidentem regula haec obliquetur secundum partem dextram uel sinistram, apparebit inde lux reflecti super idem medium foramen & medium lucis super medium foramen, quae lux in speculis alijs obliquetur, quoniam enim in speculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineae longitudinis, perpendiculariter unicuique aliarum sibi oppositarum incidit, propter hoc in omnibus ipsis accidit uniformitas reflexionis, & semper radius perpendicularis reflectitur in seipsum, patet ergo propositum.

XV.

In pyramidalibus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis.

Fiat ex ferro puro speculum pyramidale, cuius basis sit aequalis basi speculi columnaris, erit ergo corda illius basis trium digitorum, & sinus uersus minor medietate unius digiti. Sit autem linea longitudinis speculi quatuor digitorum & dimidium, & hoc optime exterius politum, applicet uni simili regularum taliter concavatae, ut medius punctus eius sit super punctum z medium punctum regulae, & ut acumen eius sit in termino lineae b p, & linea diuidens portionem pyramidalē per aequalia quae scilicet a uertice pyramidis ad medium punctum arcus basis producit, sit in superficie regulae. Immissa quoque regula cum speculo in instrumentum fiat operatio ut prius, & accidit oia quae in speculis columnaribus conuexis accidebant, est ergo in ipsis angulus incidentiae aequalis angulo reflexionis, & radius semper reflectitur in seipsum, ut patuit in praemissis, patet ergo propositum.

XVI.

In columnaribus concavis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis.

Fiat ferreum speculum columnare concavum, cuius concavitas sit omnino aequalis prioris columnaris speculi conuexitati, sitque optime secundum concavitatem arcus portio basis interioris politum, & hoc applicet uni lineae simili concavatae ut prius, taliter, quod corda arcus utriusque basis cum extremis lineis longitudinis sint in superficie regulae, & fiat operatio ut prius, incidentemque oia quae in speculis columnaribus conuexis accidebant, & per hoc patet propositum.

XVII.

In pyramidalibus concavis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis.

Fiat speculum ferreum pyramidale concavum, cuius concavitas sit omnino aequalis praemissae

praemissae conuexi pyramidalis speculi conuexitati, & poliatur interius, appliceturque uni linearum similium, taliter ut medius punctus eius sit super punctum z, & ut acumen eius sit directe in linea b p, & ut corda arcus ipsius basis sit in superficie regulae: cum autem linea longitudinis portiois pyramidalis speculi sit quatuor digitorum & dimidium, restat ex longitudine regulae digitus & dimidium tam in speculo concavo quam in conuexo. Immissa quoque regula cum speculo in instrumentum fiat operatio ut prius, accidentemque omnia quae in speculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos aequales, & in reflexione radiorum perpendicularium in se ipsos, patet ergo propositum, palam itaque ex praemissis, quoniam in omni reflexione a quibuscunque speculis politis regularibus, ut sunt haec septem specula, semper radius super lineam rectam perpendiculariter incidens secundum eandem rectam perpendicularem reflectitur, & quod radius secundum lineam rectam oblique incidens secundum aliam lineam obliquam reflectitur, ita tamen quod angulus incidentiae est semper aequalis angulo reflexionis, unde hoc inuenio propter rationabilem sensus experientiam semper ut uniuersali principio deinceps in omnibus his speculis utemur, & licet hoc ut quidem huius scientiae principium sit experimentaliter declaratum, potest tamen etiam per aliquam demonstrationis modum ad ipsius scientiam perueniri, unde nos ipsum prout diligentius poterimus tentabimus demonstrare, propter quod duo sequentia theoremata duximus praemittenda.

XVIII.

Omnis res uisa per speculum quodcumque, sub breuissimis lineis comprehenditur a uisu.

Sit speculum in cuius superficie sit linea recta uel curua, quae sit a c b, rei quoque uisae punctus sit d, & centrum oculi sit f, & punctus uideatur reflexus a puncto speculi c, dico quod lineae f t & d c, sunt breuiores omnibus lineis protractis a punctis d & f ad quaelibet alia puncta speculi, ducantur enim a puncto alio superficie speculi quod sit e, lineae e d & e f, quae non sint breuiores quam lineae c d & c f, neque aequales illis, sed longiores, quia ergo ut patet per 5. huius, natura in omnibus agit secundum lineas breuiores: multiplicatio uero formarum ad superficies speculorum est naturalis, quoniam sit operae naturae, sicut et omnis alia diffusio formarum, ut in philosophia naturali capitulo De naturali actione ostendimus, & similiter reflexio formarum a superficiebus speculorum ad uisum est purae naturalis, quoniam sit ab operae naturae, & completur per actionem animae, sicut & omnis alia uisio, ut patet per totum quartum huius nostrae scientiae librum. Est autem anima tanquam natura animalium, patet ergo quod huius diffusio formae & reflexio & comprehensio quae sit secundum ipsam est uere naturalis, fiat ergo secundum lineas breuiores, quod est propositum, frustra enim fieret secundum lineas longiores, cum possit melius & certius fieri secundum lineas breuiores.

XIX.

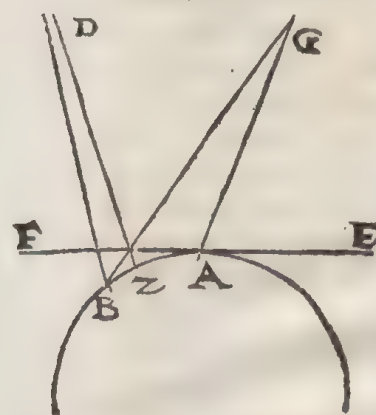
Lineae incidentiae & reflexionis continentes angulos aequales cum perpendiculari a puncto sui concursus super superficiem speculi plani uel conuexi extracta, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem superficiem speculi productis continentibus angulos inaequales cum perpendicularibus a punctis sui concursus extractis.

Quod hic proponitur facillime per 17 & 18. primi huius, potest demonstrari, sed quia aliter est idem demonstrabile. Sit res uisa quaecumque, in qua sit punctus c, & sit speculum planum, in cuius superficie sit linea h d e, sit autem nunc exempli causa speculum planum datum, erit ergo linea h d e linea recta, lineae quoque contingentes angulos aequales cum linea h d e sicut c d & d e, aut ergo centrum oculi erit in eadem linea aequidistante lineae h d e, in qua est c punctus rei uisae, aut non. Esto itaque punctum oculi f, & protrahat linea c f, & extrahatur a puncto d, perpendicularis super speculi superficiem per 12. undecimi, quae pertracta, quia secatur angulum c d f, patet per 29. primi, quoniam ipsa secabit lineam c f, est enim in eadem superficie cum illa, huius ergo perpendicularis producta ad lineam c f sit d g, erit ergo linea d g, perpendicularis super lineam e f aequidistantem lineae d e per 29. primi, quia ergo c d h angulus est

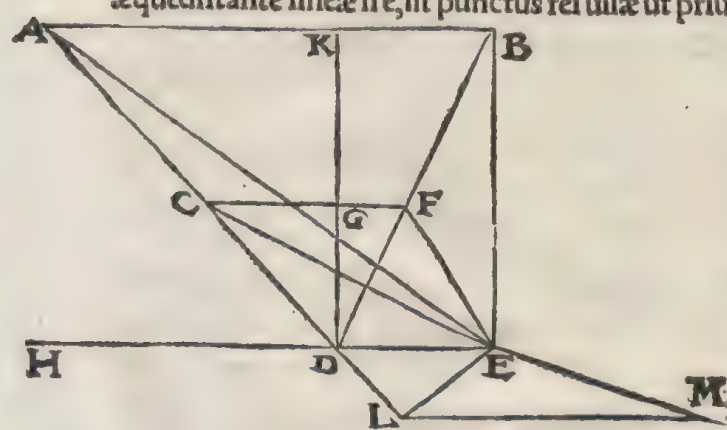
1 - 2

aqua

æqualis f d e angulo, deptis illis angulis æq̃libus a duobus rectis, qui sunt g d h & g d e, erunt anguli residui æquales, est ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniam trigonorum c d g & f d g, ambo anguli qui sunt ad punctū g sunt recti, palam per 32. primi, qm̃ angulus d e g & d f g sunt æquales, sunt itaq̃ trigoni c d g & f d g æquianguli, latera ergo æquos angulos respicientia sunt proportionalia per 4. sexti, & quoniam latera d g æquale est sibiip̃si, erit latus f d æquale lateri c b, ductisq̃ lineis f e & c e super punctum e punctū lineæ d e, quæ ut patet ex præmissis est æquedistans lineæ e f, patet quod lineæ c e est maior quàm lineæ f e, p. 19. primi, est enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e est maior angulo g c d, restat ergo ut angulus c f e sit maior angulo f c e,



& quod lineæ c e sit maior quàm lineæ f e, et quia super eandem basem quæ c f, & inter lineas æquedistantes quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt æqualia, ut patet ex præmissis, dico quod latera c d & d f ambo simul sumpta sunt maiora ambobus lateribus c e & f e simul sumptis, producat̃ enim lineæ c d ultra punctū d, in cōtinuum & directū ad punctū l, ita ut lineæ d l sit æqualis lineæ d f, sed & lineæ c e quæ est longius latus trigoni c f e, producat̃ ultra punctū e ad punctū m, donec lineæ e m sit æqualis lineæ e f, & copulet̃ lineæ l m & lineæ e l, & quia angulus f d e est æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c est æqualis angulo d c f, ut patet ex præmissis, angulus uero d l æqualis est angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l, sed lineæ d l est æqualis lineæ d f, et lineæ d e est ambobus trigonis quæ sunt f d e & e d l cōmunis, ergo per 4. primi, est lineæ f e æqualis lineæ l e, ergo & lineæ e m per 5. primi, anguli e l m et e m l sunt æquales: totalis ergo angulus c l m est maior angulo c m l, ergo per 19. primi, lineæ c m est maior quàm lineæ c l, duo ergo latera c e & e f, pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis, quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sunt in eadem lineæ æquedistante lineæ h e, sit punctus rei uisæ ut prius c, & centrum uisus sit b, & ducatur lineæ b a æquedistans lineæ h d e, q̃ est in speculi superficie, & producat̃ lineæ d c ad punctum a, & protrahant̃ur lineæ c d, b d, c e, a e, b e, & sint lineæ cōtinentes æquales angulos cū lineæ d e, quæ c d & d b, inæquales uero angulos contineant c e & b e, erunt ergo ut supra lineæ a d & b d æquales, producat̃ perpendiculari d k à puncto d, cōparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b, erunt lineæ a d & d b minores quàm lineæ a e & e b, ut



ut patet secundū præmissā. Cū enim lineæ a d & d b sunt æquales per 2. sexti, ideo quia lineæ c d & d f sunt æquales, lineæ uero a e & b e sint inæquales, erunt duo latera a e & b e simul sumpta maiora duobus lateribus a d & d b simul iunctis, ergo cū a e & c e duo latera trigoni a c e, p. 20. primi, sint longiora latere a e, erunt istæ tres lineæ a c, c e, e b, longiores duobus lineis q̃ sunt a d & d b, ergo depto hincinde ipso a e cōmuni, remanebūt lineæ c e & e b maiores q̃ lineæ c d & d b, quod est ppositū. Et eodē modo potest demonstrari in quibuscunq̃ alijs speculis cōuexis, sit ergo speculū nō planum cuiuscunq̃ figuræ cōuexæ placuerit, & sit nūc exempli causa sphaericū cōuexū, quia idē accidit in alijs, & sit h a b sitq̃ centrū uisus g & punctū uisum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cōtineant cum lineæ circulum contingente in puncto a, quæ sit e f, ita ut angulus e a g sit æqualis angulo f a d. Incidantq̃ lineæ g b & d b in punctum aliū speculi quod sit b, ita ut inæquales angulos contineant cum lineæ contingente speculum in puncto b, dico quod lineæ g a & a d

& a d sunt minores lineis g b & d b, qm̃ enim angulus cōtingentiæ quæ est h a e æqualis est angulo b a f, uterq̃ est em̃ minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero e a g est æqualis angulo f a d, sit punctus in quo lineæ g b, secant lineam contingentem, quæ est e f, punctus z, & ducatur lineæ d z, palam per 16. primi, quoniam angulus e a g, est maior angulo e z g, ergo angulus d a z, est maior angulo g z a. Sed angulus d z f, est maior angulo d a z, ergo angulus f z d, est maior angulo g z a, ergo per 17. primi huius, duæ lineæ g a, & d a, sunt minores duobus lineis g z & d z. Sed lineæ g z & d z, sunt minores lineis g b & d b, quoniam lineæ g b, est maior q̃ lineæ g z, ut totum parte, lineæ uero d b est maior q̃ lineæ d z per 8. tertij, patet ergo ppositū uniuersaliter in superficiebus quorumlibet speculorum cōuexorum. Hoc autem idem ut prædiximus, potest per 17. uel per 18. primi huius, facilius demonstrari, q̃ in alijs ostendimus, q̃ lineæ rectæ contingentes angulos æquales cum lineæ cui ad unum punctum incidunt, possunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum aliū productis, & hoc proposuimus per 17. primi huius in lineis rectis, per 18. eiusdem primi in lineis cōuexis.

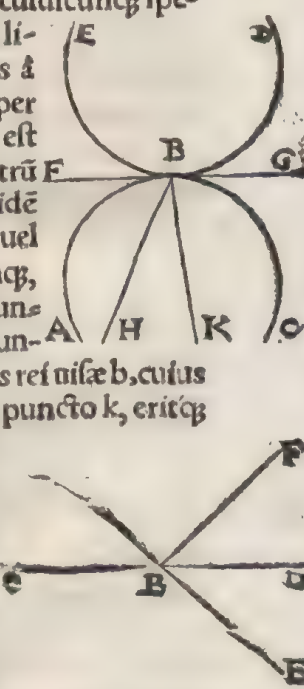
XX.

In omni reflexione a quibuscunq̃ speculis facta, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quod linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.

Quoniam enim ut patet per 18. huius, omnis res uisa per quodcunq̃ speculum planum uel cōuexū uel cōcauū, sub breuissimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eisdem punctis utpote à puncto rei uisæ, & centro uisus ad superficiem cuiuscunq̃ speculi productæ breuissimæ sunt, quæ cōtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus superficies speculorum, & cum perpendicularibus à punctis sui cōcursus productis super superficies speculorum, ut patet per præmissā, angulus uero quem facit lineæ à puncto rei uisæ producta, est angulus incidentiæ, & angulus quem facit lineæ ab illo puncto ad centrū uisus producta, est angulus reflexionis, patet ergo quod angulus incidentiæ semper est æqualis angulo reflexionis, à quocunq̃ speculo plano uel cōuexo fiat reflexio. Sed & idem patet in cōcauis speculis quibuscunq̃, sit enim aliquod speculum cōuexum, in quo sit circulus e b d, quē in puncto b, contingat extrinsecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur à puncto b, lineæ f b g, ambos circulos contingens in puncto b, & sit punctus rei uisæ b, cuius forma à puncto b, speculi cōuexi reflectitur ad uisum existentem in puncto k, eritq̃ per præmissā angulus h b f, æqualis angulo k b g, sed & angulus a b f, est æqualis angulo c b g, per 15. tertij, quoniam sunt anguli incidentiæ: relinquitur ergo angulus h b a, qui est angulus incidentiæ in speculo cōcauo a b c, æqualis angulo k b c, qui est angulus reflexionis, patet ergo propositum. Vniuersaliter enim in omnibus speculis cōcauis hæc demonstratio potest coaptari, est aut̃ hoc rationale, si enim lineæ incidentiæ quæ sit exēpli causa a b, lineam rectam c b d, protrahat̃ in superficie plani speculi, uel contingentem superficiem cōuexam uel cōcauā alicuius speculi sine reflexione penetraret in puncto b, usq̃ ad punctū e palā p. 15. primi, qd angulus incidentiæ a b c, fieret æq̃lis angulo e b d, si ergo fiat reflexio secundū lineā b f, cōuenientius est ut fiat secundū angulū æquale illi contrapposito q̃ secundū aliquem aliū angulū, ita ut angulus f b d æq̃lis angulo e b d, & angulo a b c. Si em̃ punctus c & d, existētibus imotis lineæ c d, imaginē reuolui, tunc em̃ lineæ e b, ppter æqualitatem angulorum e b d & d b f, caderet super lineam b f, & hoc uidetur importare nomē reflexionis, patet ergo propositum. Patet etiam ex hoc corollarium, linearum enim inæqualitas, quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neq̃ naturam reflexionis, unde omnia puncta eiusdem lineæ remotiora à puncto reflexionis possunt reflecti ad uisum, sicut puncta eiusdem lineæ propinquiora puncto reflexionis, uniuersaliter enim oia puncta eiusdem lineæ secundū æquale angulum reflecti possunt, & hoc p̃nebat.

I 3

Omnes



Omnes formæ secundum lineam perpendicularem super superficiem cuiuscunque speculi incidentis, reflexio fit secundum lineam eandem.

Verbi gratia, esto ut forma puncti a, superficiem speculi b d c, incidat secundum lineam perpendicularem super superficiem b d c, dico quod reflexio formæ puncti a, erit secundum eandem lineam d a; dato enim quod secundum aliam lineam fiat reflexio, tunc cum angulus incidentiæ semper sit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam & in proposito angulus incidentiæ sit rectus, infiniti quoque sint anguli recti ordinales super punctum d, nec sit declinatio formæ plus ad unum punctum superficiem b c, quæ ad aliud, æqualiter enim se habet linea a d, quæ est linea incidentiæ ad punctum b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta superficiem b c. Sic ergo erunt infinitæ reflexiones ad infinita puncta superficiem b c, quia quæ ratione ad unam differentiam positiōis fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod est inconueniens, dabitur ergo necessario quod fiat reflexio super unam & eandem lineam a d, secundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in se ipsas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quod perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, sit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiæ, ut patuit per præmissam, semper sit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c, æqualis angulo a d e. Sed angulus a d c, æqualis est angulo a d b, per hypothesim, erit ergo angulus a d e, æqualis angulo a d b, pars suo toti, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XXII.

Inter puncta formæ superficiem cuiuscunque speculi incidentis & speculi oppositi superficiem, necesse est infinitas pyramides figurari, conos & bases hinc inde mutuas habentes.

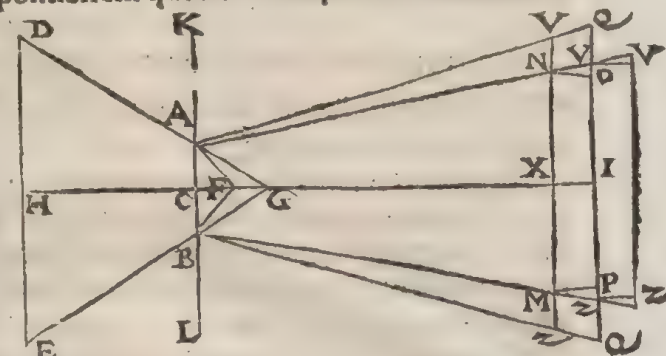
Declaratum est enim per primam huius, quoniam a quolibet puncto corporis oppositi procedit lux uel color ad quodlibet punctum speculi, omnes enim lineæ ductæ ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum speculi, & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis superficiem totius speculi, eo quod ad omnem positionis differentiam sit diffusio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquoque puncto speculi, & forma cuiuslibet corporis in tota speculi superficie; quot ergo sunt puncta in superficie speculi, tot sunt pyramides ad totam superficiem formæ corporis terminatæ, quæ superficies sit basis omnium illarum pyramidum; & quot sunt puncta in tota li superficie corporis, cuius forma incidit speculo, tot sunt pyramides ad totam superficiem speculi terminatæ, quæ sit basis omnium illarum pyramidum, & sunt omnes istæ pyramides continuæ per continuitatem punctorum in ductis superficiebus existentium potest non actu, eritque axis cuiuslibet harum pyramidum punctus secundum quem speculo incidit punctus medius totius formæ speculo incidentis, quoniam ab illo incidit secundum æqualem distantiam, omnes puncti alij circumstant æqualiter medium punctum formæ, patet ergo propositum.

XXIII.

Impossibile est uideri imagines in quibuscunque speculis propter reflexionem radiorum uisualium a speculis ad res uisas, sed solum propter reflexionem formarum a speculis ad uisum.

Si enim radij uisuales reflecterentur a speculo ad res, quorum uisus accipit imagines, referentque ipsas formas a speculis ad uisum, tunc quælibet imago uideretur loco suæ rei cuius est imago, quod est contra sensum, & quia, ut præostensum est secundum sectionem huius, ab omni corpore colorato præsentem luce, color ad corpus oppositum politum mittitur mixtum cum lumine, & quandoque totaliter, & quandoque partim reflectitur ab illis, tunc si radij uisuales incidentes speculis reflectentur ab illis ad res ipsas, & deferentur secum

secum formas, accideret quod dux uidentur imagines uniuscuiusque rei, quorum unam offerret uisui ipse uisualis radius reflexus, & aliam ipse radius formæ rei incidens speculo, in quo formæ rerum imprimuntur, & reflexus a speculo ad uisum, quod totum est impossibile sensui. Sed sermo ad eius oppositionem quidam antiquorum demonstrationem attulit, quæ & nos ut indifferentem uigoratam fortius præsentis proposito applicamus. Sit itaque exempli causa speculum planum erectum super superficiem horizontalis orthogonaliter, in quo sit linea diuidens superficiem speculi per æqualia, quæ sit a b, & sit centrum uisus g, a quo ducatur linea g c, perpendicularis super superficiem speculi per 11. undecimi. Sit itaque ut linea g t, cadat super lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis super



lineam a b, & ducantur a puncto g, lineæ g a & g b æquales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, ergo per 26. primi, & per hypothesim erit linea a t, æqualis lineæ b t, producantur itaque lineæ g a & g b, ultra speculum ad puncta d & e, ita ut lineæ g a d, & g b e, sint æquales, & coniungatur linea d e, producanturque lineæ g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per præmissam & 26. primi, linea d h, æqualis lineæ h e, ergo per 8. primi, & per definitionem perpendicularis anguli ad punctum h, sunt recti, ergo per 28. primi, lineæ d h & a t, sunt æquedistantes, & lineæ h e & t h, æquedistantes, producanturque lineæ t h, ultra uisum g, donec lineæ t i, sit æqualis lineæ t h, & ducantur a puncto i, lineæ i u, & i z, æquedistantes lineæ a b, & sit lineæ u z, æqualis lineæ d e, & ducantur lineæ u a & z b, quia ergo linea t i, est æqualis ipsi lineæ t h, & linea u z, æqualis lineæ d e, & linea a b, æqualis est sibi ipsi, erit superficies a b & d o, æqualis superficiem a b d e. Supposita enim nec excedit nec excedetur, li nea ergo u a, est æqualis lineæ a d, & z b est æqualis ipsi lineæ b e, & angulus a u z, æqualis est angulo a d e, & angulus d z b, est æqualis d e b, & angulus d a b, æqualis angulo u a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u, ad punctum l, palam ex præmissis & per 13. primi, quia linea a r z diuidet angulum u a d, per duo æqualia, erit ergo angulus s a b, æqualis angulo r a d, & similiter erit angulus z b l, æqualis angulo e b l. Sed angulus r a d, est æqualis angulo g a b, & angulus l b e, æqualis angulo g b a, per 15. primi, ergo angulus r a u, est æqualis angulo g a b, & angulus l b z, æqualis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur a duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itaque centrum uisus quod est g, appropinquet superficiem speculi, & lineæ a b, ut si perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiæ, qui est g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui sit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui est u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior lineæ u i, approximante ergo uisui superficies speculi non uidebuntur extremitates rei prius uisæ, quæ sunt u & z, secundum extremitates speculi, quæ sunt a & b. Sed & uisui persistente in puncto g, & linea u z, approximante speculo usque ad punctum x, quod sit punctum lineæ z h, non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ sunt u & z, sed solum aliqua puncta ipsius, in quibus radius g a, uisualis reflexus a superficie speculi secat u z, quæ sint puncta m & n, erit enim linea n m, minor quæ linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis æquedistantibus, & perpendicularibus, quæ sint n o & m p, & si linea u z elongata fuerit a superficie speculi, perpendiculis, quæ sunt n o & m p, & si linea u z elongata fuerit a superficie speculi, nullum eius punctum uidebitur secundum radios a b & u z, quia alij radij uisuales a punctis extremis illius speculi, quæ sunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, sed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis æquedistantibus quæ sint u i & z z, non uidebitur ergo in tali dispositione respectu speculi aliquod punctum lineæ u z, quod est contra experientiam & sensum; accedit enim extrema rei approximata

ta & elongata in speculo quicquid uideri, ut suppositum est in huius libri principio. Et sicut hoc patet in speculis planis, sic etiam patet in alijs speculis quibuscumque, quoniam de omnibus eadem est demonstratio, patet ergo propositum, aut ad minus ex his non concluditur oppositum ipsius.

XXIII.

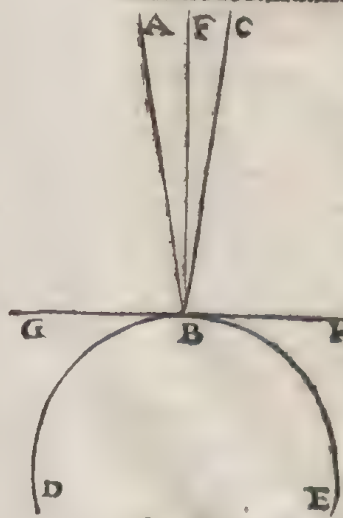
Comprehensionem formarum uisibilium in speculo sola efficit reflexio quæ ad uisum, unde secundum dispositionem linearum reflexionis uisus necessario informatur.

Quod enim radij ab oculo non exeant, qui redeunt ad uisum referant secum formas uisibilium, hoc ostensum est per præmissam, quod autem forma sensibilis non informat ipsum speculum, sicut forma naturalis suam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia positionis uidentur formæ in speculis quibuscumque, intuens enim alius quis accedens ad speculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens a loco uisionis formæ prius in speculo fixæ uisæ, non amplius uidet illam; & uisa parte speculi, non propter hoc uidetur pars formarum in speculo apparentium, sed in eodē puncto speculi diuersi aspicientis uidere possunt formas diuersas & distinctas, quæ tamen ut quidam actus completi eandem partem speculi non possunt simul informare, uidetur etiam in speculo forma rei, quæ secundum lineam rectam non potest multiplicari ad uisum; multa quoque alia accidunt, quorum ratio posterior est magna, tñ impossibilitatem demonstrant, palam itaque formas à speculo non procedere, ut in speculo existentes & multiplicantes se ad uisum, sed ut incidentes ipsis speculis à rebus formatis & à speculis ad uisum reflecti, secundum dispositionem ergo linearum reflexionis uisus necessario informatur, quia quandoque uisus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à speculo reflexam, patet ergo propositum.

XXV.

In omni reflexione à quocumque speculo facta, superficiem reflexionis super illius speculi superficiem, uel super superficiem illud speculum in puncto reflexionis contingentem, erectam esse est necesse.

Quoniam enim si lux uel forma alicuius speculi secundum perpendicularem lineam incidit, illa secundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc fit incidentia & reflexio secundum eandem lineam, & superficiem reflexionis necesse est esse erectam super superficiem ipsius speculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma secundum lineas obliquas incidit superficiem speculi cuiuscumque, tunc semper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem superficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, sed & in eadem superficie secundum lineam perpendicularis super superficiem speculi & lineam incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ est communis sectio superficiem reflexionis & speculi continentes, ut patet per diffinitionem superficiem reflexionis, est ergo per 18. undecimi, illa superficies erecta super superficiem speculi, uel super superficiem speculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in superficie circuli sequentis armillæ instrumenti in 9. huius præmissi, æquedistanter basibus suis per omnia centra foraminum, & æquedistantis superficiem circuli ænei, quæ est a b c, radio enim per foramen medium incidente & speculo declinante secundum regulam eadem est demonstratio, quæ in radijs oblique incidentibus; reflectitur enim semper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquedistat lineæ b z p, quæ est linea longitudinis regulæ, & quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter super lineam t q, quæ est communis sectio superficiem regulæ & superficiem circuli transeuntis per centra foraminum, & huic axi æquedistat linea d b, semidiameter circuli a b c, sunt



ergo

ergo in eadem superficie per primam primi huius. Sed linea d b, est perpendicularis super lineam longitudinis regulæ, quæ est communis sectio superficiem regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem superficiem super superficiem erectæ, superficies in qua sunt axis columnæ ferreæ uel radij incidentis, & linea d b, est erecta super superficiem regulæ uel speculi, & in hac superficie est linea perpendicularis, quæ est linea altitudinis armillæ transiens per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propositum, & ita in unoquoque speculorum, quoniam ad omne speculum hæc demonstratio se extendit, ut patuit ex præmissis.

XXVI.

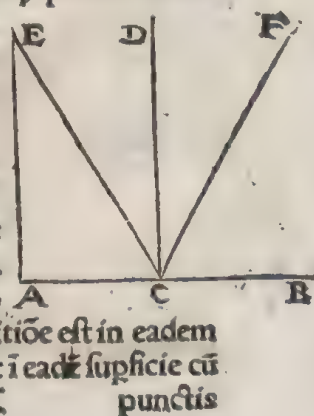
In omni reflexione à cuiuscumque speculi superficiem linea recta per æqualia diuidens angulum contentum sub lineis incidentiæ & reflexionis super lineam, quæ est communis sectio superficiem reflexionis & speculi, uel superficiem in puncto incidentiæ speculum contingentis necessario perpendicularis existit: ex quo patet illam lineam erectam esse super superficiem in illo puncto speculum contingentem.

Sic enim ut forma puncti a, incidat superficiem alicuius speculi secundum punctum b, & reflectatur in punctum c, est itaque linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ sunt in una superficie erecta super superficiem speculi per præmissam, sitque aliqua superficies plana contingens speculum secundum punctum b, communis autem sectio huius superficiem & superficiem reflexionis, sit linea d b e, angulus uero a b c, diuidat lineam b e per æqualia. Dico quod linea f b, est necessario perpendicularis super lineam d b e, quia enim angulus d b a, est æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus enim incidentiæ a b, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b c, & quia angulus a b f, est æqualis angulo f b c, ex hypothesi, palam quod totus angulus f b d, est æqualis toti angulo f b e, est ergo linea f b, perpendicularis super lineam d e, per diffinitionem lineæ perpendicularis, et hoc si linea d b e sit linea recta, quæ si fuerit circularis, sicut g h linea recta ipsam contingat in puncto b, per 16. tertij, & quia anguli contingentiæ g b d, & h b e, sunt æquales, relinquunt quod anguli f b g, & f b h sint æquales, & erit idem linea f b, perpendicularis super lineam g b, & super lineam d e, cum itaque linea f b, sit ducta in superficie reflexionis, quæ ex præmissa est recta super superficiem speculi, uel super superficiem speculum in puncto incidentiæ contingentem, & cum ipso sit super ipsam communem sectionem perpendicularis, patet quod linea f b, est erecta super superficiem speculi in illo puncto contingente, continet enim cum omnibus lineis in illa superficie productis angulos æquales, & quoniam eodem modo potest fieri declaratio in sectionibus, patet ergo propositum.

XXVII.

In omni superficie reflexionis à speculis quibuscumque centrū uisus & punctum formæ uisæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & katheti utriusque consistere est necesse: ex quo patet lineam perpendicularem à puncto reflexionis ductam, omnibus superficiebus reflexionis illi puncto incidentibus, commū esse.

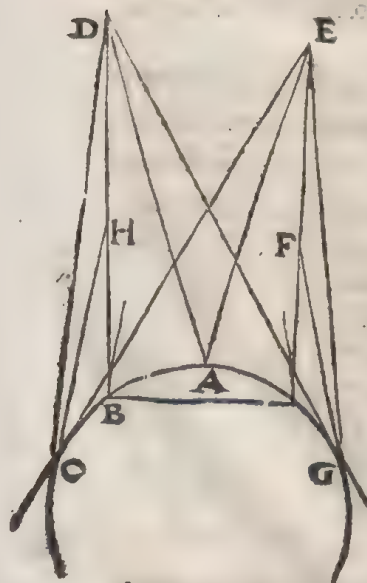
Ostensum est per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocumque speculo facta semper superficies reflexionis, in qua sunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis super superficiem speculi ducta à puncto reflexionis, erecta est super superficiem speculi, à quo fit reflexio: cum autem linea incidentiæ incipiat à puncto formæ comprehensæ, & terminatur in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palam quod hæc tria puncta sunt in eadem superficie. Sed cum perpendicularis sit erecta super superficiem speculi, super quam per 25. huius superficies reflexionis est erecta, quoniam & in illa superficie est tota perpendicularis, cum, n. ipsa perpendicularis in puncto reflexionis secet lineas incidentiæ & reflexionis, cum quibus ipsa ex diffinitione est in eadem superficie, ergo per primam 5. terminus perpendicularis superior necessario erit in eadem superficie cum punctis



punctis predictis. Si enim illa perpendicularis ad punctum alium extra superficiem reflexionis terminetur, patet quod illa perpendicularis in alia erit superficie, quod est contra definitionem superficiei reflexionis, sed etiam si ipsa in alia fuerit superficie, erit rectus minor recto, quod est impossibile, linea enim a puncto reflexionis producta in ipsa superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, cum linea in superficie speculi ab eodem puncto producta, continet angulum rectum & perpendicularis similiter. Si ergo illa 2. linea ad diversa puncta terminantur, sit rectus maior recto. Sed per eundem modum patet id quod proponitur de kathetis, & quoniam omnes superficies reflexionis quae transeunt idem punctum reflexionis, & aliquod punctum formae comprehensum, licet ad diversa centra visum terminentur, semper transeunt eundem terminum perpendicularis, quoniam omnes sunt erectae super superficiem speculi, uel super superficiem speculi in puncto reflexionis contingente, palam quoniam omnes secant se in perpendiculari, est ergo perpendicularis ab omnibus communis. Sed & hoc figuratim est declarandum. Sit, n. superficies speculi cuiuscunque a b, in cuius punctum c, incidat radius a puncto rei uisae, quod sit f, per lineam f c, & reflectat ad centrum visus quod sit e, per lineam c e, extrahat quod perpendicularis super superficiem speculi, quae est b c a, a puncto c, quae sit c d, per 12. undecimi, intelligit quod a puncto e, perpendicularis pertrahi super superficiem b c a, ut ei continuetur per 11. undecimi, quae sit e a, eritque linea e a, aequidistans lineae d c per 6. undecimi, quoniam ambae sunt orthogonales super eandem superficiem speculi, quae est b d, & quoniam lineae d c & e a, sunt aequidistantes, palam per primam primi huius, quia sunt in eadem plana superficie, & linea recta a b, cum utraque illarum linearum f. d c & e a, continebit angulum rectum, & erit in eadem superficie cum utraque ipsarum per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cum his ambabus lineis quae sunt e a & d c, angulos acutos propter definitionem angulorum rectorum, & quoniam linea incidentiae & reflexionis cum perpendiculari d c, sunt in eadem superficie, & linea e c recta copulat extremitates linearum e a & d c, erit ipsa per 2. undecimi, in eadem superficie cum ductis perpendicularibus, omnes ergo lineae quae sunt e a & e c, d c, f c, sunt in una & eadem superficie, quatuor ergo praemissa puncta sunt in eadem superficie reflexionis, & hoc proponitur, quoniam inspecto quocunque alio puncto corporis uisi uel speculi, semper accedit idem situs linearum radialis cum ipsis perpendicularibus, & similiter patet de utrisque kathetis & incidentiae & reflexionis per primam 5. patet ergo, propositum, & ex hoc patet 9. corollaria, satis manifeste.

XXVII.

Omne punctum reflexionis formae puncti oblique speculo incidentis, inter kathetum incidentiae & reflexionis in superficie speculi consistere est necesse.



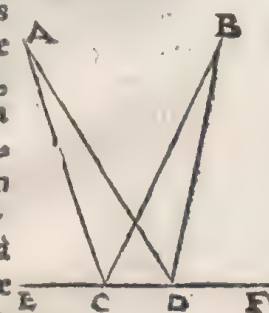
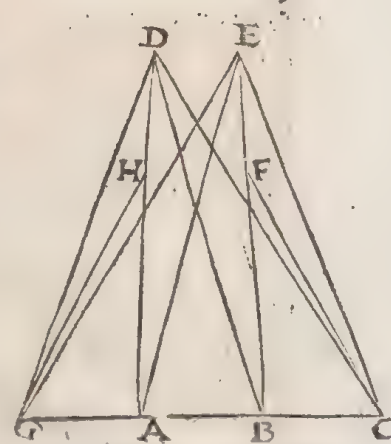
Si superficies cuiuscunque speculi, in quo communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit linea a b, recta uel curva, & sit punctus rei uisae qui d, & centrum visus punctum e, sitque kathetus incidentiae q d a, & kathetus reflexionis qui e b, dico quod omne punctum reflexionis formae puncti d, ad centrum visus e, inter puncta superficiei speculi a & b, consistere est necesse. Si enim detur quod in ipsis punctis a uel b, fiat reflexio formae puncti d, ad visum e, sit ergo ut fiat a puncto speculi, quod est a, & ducatur linea a e, tunc cum linea d a, sit perpendicularis, & linea a e non sit perpendicularis, & per 20. huius, angulus incidentiae sit aequalis angulo reflexionis, erit ergo angulus e a b, rectus, sed & angulus e b a, est rectus, trigoni ergo e a b, duo anguli sunt recti, quod est impossibile. Similiterque deducendum si detur reflexionem fieri a puncto b, quoniam idem accedit impossibile, non sit ergo reflexio ab aliquo puncto rum a uel b, quibus incident katheti. Sed neque ab aliquo puncto lineae a b c, extra puncta a & b, sit enim ut forma puncti d, reflectetur ad visum e, a puncto speculi c, ductis ergo lineis d c & e c, datur angulus d c e per aequalia, per 9. primi, & ducatur linea c f, secans lineam b e, in puncto

puncto f, erit ergo per praemissam lineam e f, perpendicularis super lineam a c, trigoni ergo b f c, duo anguli sunt recti, quod est impossibile, ut prius, & eodem modo deducendum, si detur fieri reflexio ab aliquo puncto lineae a b c, ultra punctum a, ut a puncto g, ducta linea g h, angulum d g e, per aequalia diuidente, patet ergo quod solum inter puncta a & b, fiet reflexio ab aliquo puncto lineae a b, uidelicet inter kathetum incidentiae & kathetum reflexionis, quod est propositum in speculis planis, & patet uniuersaliter in omnibus reflexionibus a speculis, quibuscunque, quia danti oppositum eadem impossibile sequantur, ducta corda arcus interiacentis, ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum, & ductis lineis contingentibus in illis punctis ipsas superficies speculorum, uel lineas quae sunt communes sectiones ipsorum speculorum & superficierum reflexionis, patet ergo propositum.

XXIX.

Impossibile est simul duo puncta eiusdem rei uisae ab eodem puncto cuiuscunque speculi reflecti ad idem centrum visus, uel a duobus punctis speculorum planorum uel conuexorum, formam unius puncti.

Quoniam enim puncto alicuius formae perpendiculariter superficiei speculi incidente aliam lineam ab alio puncto rei eiusdem, uel perpendiculariter alterius duci super eandem superficiem ad idem punctum est impossibile, patet per 13. undecimi, quod autem perpendicularis reflectatur in se ipsam, patet per 21. huius, impossibile est ergo duo puncta eiusdem formae uisae ab eodem puncto speculi ad idem centrum visus reflecti perpendiculariter. Sed neque est hoc possibile fieri linea incidentiae obliqua existente, omnis enim punctus cuiuslibet formae incidit speculo, & reflectitur ad visum secundum lineas breuiiores per 18. huius, & omnis talis reflexio ad visum & ipsa rum comprehensio sit secundum dispositionem linearum reflexarum per 24. huius, illae ergo duae formae si ad unum punctum quod est centrum oculi incident, & ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta a quibus formarum sit incidentia, quia non perueniunt ad visum nisi secundum lineas incidentiae, quae ab uno puncto reflexae perueniunt ad visum, uidebuntur unus punctus, & sic erit confusio formarum in visu. Si enim lineae incidentiae formarum diuersorum punctorum non diuersificant puncta reflexionis, sed incident eodem puncto, palam quod aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formae possunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti, qui est centrum visus, & uidebitur tota forma unus punctus. Item si detur lineas incidentiae & reflexionis propter angulorum suorum diuersitatem semper diuersas esse, sicut ergo sunt duae lineae incidentiae, quae a diuersis punctis formae incident eidem puncto speculi: Sic fient duae lineae reflexionis quae ad idem centrum visus terminantur, ut si a duobus punctis formae incidentiae speculo, quae sunt a & b, incident eidem puncto speculi, qui sit c, duae lineae a c, & b c, & ab illo reflectentur ad idem centrum visus quod sit d, sequitur ad huc si ab uno puncto reflexionis c, diuersae formae punctorum a & b, ad centrum visus d perueniant, duas lineas rectas quae sunt c d, superficiem includere, quod est impossibile, patet ergo propositum. Sed neque a duobus punctis alicuius speculi plani uel conuexi ad idem centrum visus simul possibile est idem punctum formae reflecti. Sic enim si possibile est ut forma puncti a, reflectatur ad centrum visus b, a duobus punctis speculi plani uel conuexi cuiuscunque, quae sit c & d, signata super lineam quae est communis



K 2 sectio

fectio superficiæ reflexionis & speculi uel superficiæ contingentis speculum conuexū quæ sit e, cum ergo per 14. huius, secundum dispositionem linearum reflexionis uisus semper informetur, tunc forma puncti a, quæ est indiuisibilis occurret uisui ut forma lineæ c d, quæ est diuisibilis linea, non ergo occurret uisui nisi tantum unus punctus formæ reflectæ ab uno puncto speculi, nec; unum punctū formæ a duobus punctis speculi plant uel conuexi possibile est reflecti, quod est propositum.

xxx.

Ab uno puncto superficiiei speculi cuiuscunque formam unius puncti rei
uise, ad duos uisus non est possibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uisum, pcedens si cum perpendiculari erecta à puncto reflectionis super superficiem speculi angulum teneat æqualem, angulus quem tenet linea incidentiæ cum eadem perpendiculari, ut patet per 20. huius, palam q̃ non potest in eadem superficie alia linea sumi, quæ æqualem angulum efficiat cū ducta perpendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiusdem puncti ad uisum alium, oportet igitur ut à diuersis punctis speculi cuiuscunq̃ fiat ad uisus diuersos reflexio, & quoniam duo tantum sunt uisus, oportet ad minus ut à duobus punctis superficiæ speculi cuiuscunq̃ fiat reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad ambos uisus, patet ergo propositum.

XXXI.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuscunque speculi ad diuersos uisus possibile est formas punctorum plurium reflecti, & à diuersis unam.

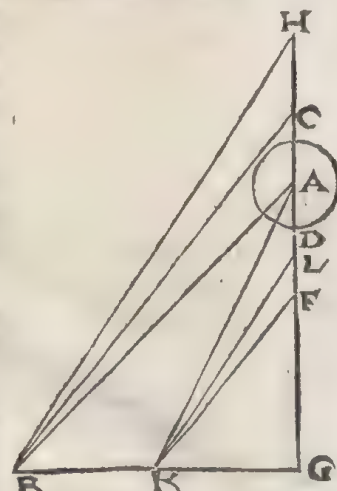
Quamuis etiam ut patet per 29. huius, solum formæ unius puncti incidentis ab uno tantum puncto speculi reflexio simul sit possibilis ad unum centrum uisus, est tamē possibile fieri simul ad diuersos uisus ab uno puncto speculi diuersorum punctorum formæ incidentis reflexionem, quoniam illa puncta secundum angulos diuersos incidunt, & secundū diuersos reflectuntur, ergo ad puncta diuersa terminantur lineæ reflexæ, in quibus diuersi uisus cadentes puncta diuersarum formarum comprehendit ab uno puncto speculi ad diuersos uisus reflexa, & si unus uisus motus fuerit, & situm uariauerit, speculo existente immoto, tunc etiam secundum situs sui diuersitatem ab eodem puncto speculi ad ipsum puncta diuersarum formarum reflectentur, semper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum. Sed & unus uisus motus, uel diuersi uisus eandem formam uidebunt ad diuersis punctis speculi reflexam, quia quilibet punctus formæ incidentis totali superficie speculi incidens ad aliquam partem oppositam reflectitur, & secundum modum quo in 22. & 24. huius proponitur, patet quod formarum pyramides diuersantur, & quia diuersis uisibus diuersi axes pyramidum incidunt, quæ sunt eiusdem formæ, accidit ut ad diuersis uisibus una forma à diuersis punctis superficie speculi reflexa uideatur, & idem accidit etiam eidem uisui moto, quando speculum permanet immotum, patet ergo, propositum.

XXII.

A centro oculi ducta perpendiculari super superficiem cuiuscunque speculi plani uel conuexi, non est possibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uisum, nisi eum solum quo ducta perpendicularis superficiem oculi intersecat, & ab eo solo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipsius speculi superficiæ.

Sit centrū uisus punctū a, & sit linea quæ est cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi cuiuscūq; plani uel cōuexi, & sit nūc exēpli causā speculi plani dati linea b g, sitq; ppendicularis ducta à pūcto a, sup lineā b g, linea a g, sit quoq; ut linea a g, secet supficiē sphaericā cōuexā oculi in pūcto d, dico qd' in tota ppēdiculari a g, quātuncūq; ptracta nō est pūctus q reflectat ab hōc speculo ad cētrū uisus a, nisi solus pūctus d. Si. n. alius pūctus ductæ ppēdicularis ad uisum reflectit pter pūctū d, aut ille pūctus est ultra cētrū uisus a, aut sub uisu, si ultra uisum sit ill ē punctus h, palā ergo q non perueniet

penetret forma eius ad speculum super perpendicularē h a, propter solidi corporis in
perpositionem, quod est ultra uisum in capere uidentis, non reflectitur ergo forma puncti
h super perpendicularē h g. Si uero dicatur quod ab aliquo puncto
speculi præter punctum g, potest reflecti forma puncti h ad ui-
sum a. Sit illud punctum b, & sit linea incidentiæ h b & linea reflectio
nis h a, diuidaturq; angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductā
ad perpendicularē h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26.
huius, linea b t perpendicularis super lineā h g, sed linea t g est per-
pendicularis super eandem lineam h g, ab eodem ergo puncto t est
ducere duas perpendicularē super lineam h g, & sup ipsam superficiē
speculi quod est impossibile. Sequetur em̄ trigoni a b g duos angu-
los esse rectos, scilicet angulos c g b & c b g, & ab eodem puncto plu-
res ducerentur perpendicularē lineæ super eandē superficiē, qd̄
est contra 20. primi huius, nulla ergo forma punctorum lineæ h d,
potest reflecti ad uisum nisi solum punctum d, quoniam de omnibus
alijs punctis eodem modo est demonstrandum, neq; enim potest di-
ci quod aliqua forma alicuius puncti sumpti inter puncta a & d, re-
flectatur ad uisum nisi per lineam perpendicularē d a, quoniam puncta inter centrum
uisus, & superficiē eius posita sunt ualde rari, unde nō mittitur alicuius ipsorum forma
in uisum, neq; ab aliquo speculo reflectit ut sentiat, sed neq; forma alicuius punctoꝝ
lineæ d g potest reflecti ad uisum a, à puncto speculi g, ut forma puncti f, quoniam si illud pū-
ctum d solidi corporis fuerit, patet quod ipsum impedit reflexionem ad uisum per lineā
d g, quia propter soliditatem ipsius forma puncti f, non poterit transire & ad uisum pe-
uenire, & si fuerit rarū, adhuc forma reflexa à speculo miscebitur ei & adherēbit sibi, neq;
perueniet ad uisum. Sed neq; potest forma alicuius ipsorum punctorum reflecti à puncto
alio speculi quā à puncto g, ut à puncto k, quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiso
angulo a l z f per æqualia, per lineam h l, sequatur idē impossibile quod prius. s. lineas
l k & l g, ppendiculares esse sup superficiē speculi, uel super superficiē speculū contingentē,
qd̄ est cōtra 20. primi huius, oim itaq; punctoꝝ lineæ h g, nō reflectit aliquis ad uisum
a nisi solum punctum d, & quoniam quodlibet punctum totius uisibilis in quo est lineā
h g præter punctum d, in superficie uisus impressum opponitur speculo non ad angulū
rectum, quoniam omnia puncta circumstantia punctum d, concurrunt in centro uisus
a, & faciunt conum pyramidis cuius basis est in superficie speculi circa axem a g, uide-
buntur formæ omnium illorum punctorum semper perpendicularē ab eis ad superficiē
speculi ductis, patet ergo propositum, quoniam in speculis conuexis, lineā h g, est semp
perpendicularis super superficiē speculi, nec ab aliquo suorum punctorum super spe-
culi superficiē alia perpendicularis duci potest per 20. primi huius, ita tamē quod hæc
quæ præmissa sunt in uno tantum uisu intelligatur in omnibus speculis planis & quibus-
cunq; conuexis, sicut propositio proponit, quoniam eiusdem puncti rei uisæ ad ambos
uisus reflexa, si uni uisum perpendiculariter incidat, potest alijs uisui oblique incidere se-
cundum lineam reflexionis oblique à superficie speculi ad centrum uisus procedentem,
& uidebitur idē punctus rei uisæ à duobus uisibus secundum diuersum modum suæ re-
flexionis in speculis uero concauis quibuscunq; est secus.



XXIII.

Impossibile est formam oblique speculo incidentem secundum lineã suã
incidentiã ad uisum reflecti, uel ex parte sui anguli minoris.

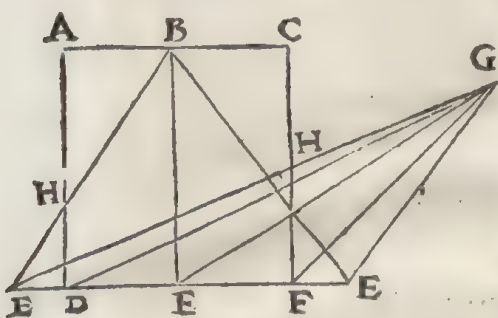
Esto in speculo a d b incidat forma puncti c, oblique in puncto d, ita ut angulus c d b sit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c secundum lineam c d, non reflectitur in se ipsam propter inaequalitatem angulorū, cum semper angulus incidentiae sit æqualis angulo reflexionis per 20. huius, sed neq; ex parte sui anguli minoris, q̄ est c d a, fiat enim ut reflectatur secundum lineam c d diuidentem angulum c d a, erit ergo angulus c d b æqualis angulo c d a, sed angulus c d b maior est angulo c d a, erit ergo angulus

luse d a maior angulo c d a, pars suo toto, quod est impossibile, semper ergo secundum angulum maiorem qui in proposito est angulus c d b fiet reflexio, & hoc est propositum.

XXXIII.

In omni speculo formarum punctorum mediorum cuiuslibet rei uisae reflexio fit inter puncta reflexionum formarum punctorum extremorum eiusdem rei uisae.

Sit res uisa per reflexionem a quocumque speculo, quae a b c, cuius extrema puncta sint a & c, alius uero mediorum punctorum linea a b c sit punctus b, & sit superficies illius speculi siue plana siue conuexa uel concava fuerit, in qua sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi linea d e f, & sit centrum uisus punctum g, reflecti-



turque forma puncti a ad uisum g, a puncto speculi quod est d, & forma puncti c a puncto speculi quod sit f, et forma puncti b, quod sit alius mediorum punctorum linea a b c, reflectatur ad uisum a puncto speculi e, dico quod punctus e necessario cadit inter puncta a & c, quae sunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: si enim cadat punctus e extra puncta d & f, linea ergo b e quae est linea incidentiae formae puncti b, secabit aliquam lineam quae sunt a d & c f, quaecumque illa uero secuerit, sit punctus sectionis h, palam itaque quod forma puncti h, reflectetur ad uisum g, a duobus punctis speculi, quae sunt

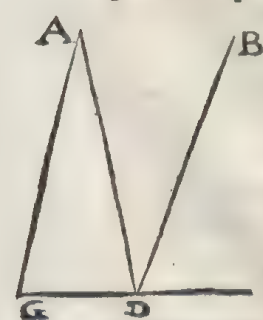
e & f, uel e & d, quod in speculis planis & conuexis potest esse impossibile per 29. huius.

In speculis quoque concavis duplicabuntur puncti reflexionum illis speculis conuenientium, nulla quoque forma in aliquo speculorum secundum situm & ordinationem propriam suarum partium uidebitur, quod totum est impossibile, patet ergo propositum.

XXXV.

Figura superficiei corporis incidentis & speculi, & situ simili existente, erit in omni speculo complementum formae corporis & figurae.

Cum enim figura speculi & corporis est eadem & situs idem, ut si utraque illarum figurarum sit plana & aequidistant, tunc forma puncti primi superficiei uisi corporis incidit puncto primo speculi, & forma puncti secundi puncto secundo, & sic de omnibus alijs punctis se respicientibus. Si ergo in superficiei speculi sit totalis figura superficiei corporis uisi, quod non accidit in speculo alterius figurae, similiter quoque sumpta quaecumque speculi parte cuius figura sit similis figurae corporis, & situs aequidistans erit semper complementum figurae corporis in ea: & cum infinitae sint tales speculi partes, palam quod infinitae erunt formae corporis speculo incidentes, quae semper ad diuersa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uisus diuersi in eodem speculo comprehendunt. Hoc itaque accidit in omnibus speculis, sed maxime euidentius est in planis, cum enim quolibet puncto superficiei planae superficiei speculi plani incidente figura partium circumstantium sit similis ordinationis & situs, accidit ex omnibus punctis simul reflexio & simul & in eodem modo, & sic fit complementum in speculo formae corporis & figurae, & hoc proponitur.



In speculis quibuscumque unumquodque punctorum conspectorum in katheto suae incidentiae uidetur.

Sit speculum quodcumque, & sit nunc exempli causa planum, quod sit g d, punctusque uisus sit a, & centrum oculi sit b, & ducatur a puncto rei uisae qd est a, kathetus incidentiae quod sit a g. Dico quod imago puncti a, semper uidetur in linea a g: suppositum enim est in principio huius libri, quod uniformis situatio puncti rei uisae respectu superficiei cuiuscumque speculi a qua eius forma reflectitur, sit solum

solum secundum kathetum suae incidentiae, forma autem quae in speculo uidetur est imago rei uisae, ut patet per definitionem, necesse est ergo imaginem illam uideri secundum situationem uniformem ipsius puncti rei uisae ad speculum, quoniam alias non uidetur illa forma per modum imaginis, uidebitur ergo necessario in ipso katheto incidentiae suae, quod est propositum. In alijs enim speculis est eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uisae in speculis quibuscumque in puncto concursus lineae reflexionis cum katheto incidentiae necesse est esse.

Huius exemplum est, si pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter super superficiem speculi cuiuscumque, tunc enim apparebit uisui alia pyramis continua, tenens se cum pyramide extrinseca quasi ad modum rhombi, & uidebuntur harum pyramidum uertices quasi uniformiter distantes a superficiei speculi, & si linea recta imaginetur duci a uertice unius pyramidis ad uerticem alterius, palam quoniam ipsa erit perpendicularis super basem uisae pyramidis, & ita super superficiem speculi, cum eadem sit superficies speculi & basis uisae pyramidis, ut in speculis planis uel basis uisae pyramidis aequidistet superficiei speculi contingenti ut in speculis conuexis, quorum speculorum superficies ipsa basis uisae pyramidis est contingens, uel aequidistans superficiei contingenti superficiei speculi, ut in speculis concavis, in quibus basis pyramidis erectae super speculum aequidistat superficiei planae speculi contingenti, uertex itaque pyramidis semper uidebitur in linea perpendiculari ab eoeducta ad speculum. Similiter quoque a quocumque puncto pyramidis ducatur linea aequidistans axi, semper incidet ad punctum simile sibi respiciens ipsum in alia pyramide, & erit linea producta per 8. undecimi, semper orthogonalis super bases dictarum pyramidum, & super superficiem speculi uel super superficiem speculi contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorum pyramidum speculo opposita cadit in perpendiculari intellecta duci a puncto illo super superficiem speculi. Sed quicunque punctus corporis opponatur speculo, necesse est imaginari pyramidem orthogonalem super superficiem speculi aut ei continuam, uel super superficiem ipsam speculum contingentem, uel superficiei contingenti aequidistantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex est punctus ille uisus, & basis eius superficies speculi aut superficies contingens ei continua, & conuenit ut imaginetur alia pyramis opposita illi, cum illa quasi complens rhombum, quarum utriusque est basis uel eadem uel una basium est alteri aequidistans, & perpendicularis a uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis super speculi superficiem, & quia imago cuiuslibet puncti speculo oppositi cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo puncto ad speculi superficiem aut ei continuam, patet quod locus imaginis est in linea illa perpendiculariter ut patuit per praemissam, sed quia in speculis quibuscumque non accidit comprehensio formarum nisi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uisi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia quaelibet talium linearum est recta, imago ergo cuiuslibet puncti formae reflexae cadit in punctum sectionis perpendicularis lineae reflexionis, uidetur ergo quandoque citra superficiem speculi, ut cum talium linearum intersectio uidelicet lineae reflexionis & katheti incidentiae non potest fieri nisi sub superficiei speculi, concurrunt autem linea reflexionis, tracta cum katheto incidentiae, quia enim linea reflexionis concurrunt cum linea perpendicularieducta a puncto reflexionis super ipsam speculi superficiem, ut patet ex praemissis. Sed in speculis planis illa perpendicularis aequidistat katheto incidentiae per 6. undecimi, sunt enim ambae super speculi superficiem perpendicularis, manifestum ergo per 2. primi huius, quia in illis speculis linea reflexionis concurrunt cum katheto incidentiae. In alijs autem speculis est hoc magis manifestum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiae concurrunt cum perpendiculari ducta a puncto reflexionis super superficiem speculi. De singulis tamen speculis hoc in sequentibus demonstratur, & in istarum linearum concursu uidetur imago, est ergo locus imaginis ut proponebatur, hoc autem est necessarium, ideo quia cum medium distantiae inter punctum uisum comprehensum & speculi superficiem non sit uacuum, sit reflexio formae corporis medij ad uisum, sicut & puncti

cor.

corporis ad quod intendit uisus, nec est differentia reflexionis formae corporis mediū a reflexione formae puncti intenti, nisi sicut alicuius formae unius totius corporis continui, cuius solum pars modica intenditur uideri, ut si foramen acus intendatur uideri in speculo & forma illius multiplicatur ad uisum, nihilominus ordinatur in speculo tota forma acus: & quoniam formae cadentes in uisibus & speculis quibuscumque regularibus retinent essentialem ordinem suarum partium & figurarum, ut patet per 34. huius, ideo necesse est puncta formarum incidentium speculi quandoque in quadam distantia uideri, ut quando distant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrunt sub speculi superficie uel inter uisum & speculū, & non in ipsa superficie speculi uel retro uisum, in quibus omnibus est eadē uniuersalis causa quae praemissa est, deferens solū secundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus secundum quod formae ipsarum diffunduntur per medium ad superficiem speculi in formis suis specificis differre, cum sensibilibiter non ferantur ad speculum, nisi lux & color & figura & similia, quae non faciunt differentiam specificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus distinctiua per accidentium cognitionem specificam accipiat differentiam, scilicet per applicationem illorum accidentium ad propria subiecta, quae uisibus directe uidentibus sub talibus accidentibus occurrunt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formae feruntur ad speculi superficiem, & seruata forma totali & figura, accidit necessario partes remotiores a speculi superficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uisarum confundatur, sic ut accidit necessario de rebus uisis per mediū aerē ut praedeterminata forma aeris in situ suo respectu formae rei per mediū aerē uisae oīum suorum punctorum forma uideatur, alias enim figura & forma rerum multiplicatarum ad speculi superficiem confundentur, & hoc mihi uisum est esse causa rei per alios multis ambagibus perquisitae. Videtur itaque res necessario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc est breuissima eius distantia a superficie speculi a qua fit reflexio ad uisum, aut a superficie ei continua, & secundum hanc fit rei uisae respectu speculi uniformis dispositio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in praemissa, licet ergo forma rei secundum aliam lineam reflectatur ad uisum, iudicium tamen uirtutis uisus, quia recipit formam per modum imaginis, fit secundum lineam breuissimam secundum quam incidit forma uisae superficiei ipsius speculi aut ei continua, propter convenientem ordinationem formarum in speculi superficie & in uisu, & propter certiore cognitionem suae propriae quantitatis, cum enim necesse sit imaginem esse in linea reflexionis, si uideretur citra kathetum propinquior ad uisum uideretur maior, si ultra kathetum, uideretur minor, ut a remotiori uisae: in katheto uero quam permittit figura speculi & uisum distantia, secundum sui propriam quantitatem uidetur, est ergo necessarium ipsam uideri in puncto concursus lineae reflexionis cum katheto incidentiae, uisus enim cum per reflexionem formas comprehendit, non auertit quod haec comprehensio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut supra in proemio huius scientiae diximus, non accidit ex proprietate uisus, uisu enim remoto nihilominus fit reflexio a speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficiebus speculorum, sed quoniam inuenit transuerti resistentiam ex soliditate corporis specularis reflectitur ab illis, & si contingat uisum esse in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarum linearum, & est quaelibet formarum reflexarum a quocumque speculo in illo speculo tanquam non adueniens, sed ac si naturalis esset forma speculi, cum tamen non sit aliqd essentiae ipsius speculi, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uisae comprehensae per reflexionem factam a superficie alicuius speculi, figurae superficiei illius speculi est necessarium aliquo modo simili.

Quoniam enim ut patet per praemissam locus imaginis cuiuscumque puncti formae uisae est in concursu lineae reflexionis cum katheto incidentiae, harum autem linearum concursus di-

sus diuersificatur secundum figuram superficialium speculorum a quibus fit reflexio, quoniam secundum illius figurae dispositionem, fit diuersitas concursus katheti incidentiae & perpendicularis ductae a puncto formae incidentis super superficiem speculi, uel super superficiem speculi contingentem in puncto reflexionis superficiei speculi, a qua fit reflexio ad uisum, quarum perpendicularium concursus diuersificat concursum linearum reflexionis cum katheto incidentiae, in quo concursu fit locus imaginum ut declaratum est in praemissa, habet itaque superficies speculi a qua fit reflexio aliquam dignitatem in formatione imaginum uisarum quia ab ipsis reflectuntur, non tamen fit semper haec assimilatio secundum totam dispositionem formarum, nisi cum loca imaginum cadunt in ipsis superficiebus speculorum non intra specula uel extra ipsa. Sed & tunc secundum aliquod simulantur formae uisae ipsis formis uel figuris speculorum, quoniam in speculis pyramidalibus apparent formae aliquo modo pyramidales, & sic aliquo modo accidit in alijs speculis, patet ergo propositum.

XXXIX.

Diuisa cuiuscumque speculi superficiei, accidit formam unius puncti rei uisae numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerum est, quando per diuisionem superficiei alicuius speculi sensibilis accidit diuersitas ordinis & situs partialium superficialium uisae, & respectu ipsius uisus ut plurimum accidit in speculis uitreis plumbatis, per diuisionem ab unitate superficiei defacili recedunt, quod non accidit in alijs speculis tam facilliter: quoniam itaque aliorum speculorum, superficies propter diuisionem in ipsis factam ab unitate superficiei secundum situm & ordinem praemisso modo recedunt, accidit formam unius puncti rei uisae numero illarum partium numerari, tunc enim diuersi sunt katheti incidentiae formae eiusdem puncti rei uisae respectu illarum diuersarum partialium superficialium, & similiter diuersa sunt puncta reflexionum & diuersae reflexionum lineae ad centrum eiusdem uisus, & quia locus cuiuslibet imaginis semper fit in puncto concursus lineae reflexionis cum katheto incidentiae, ut patet per 37 huius, ideo patet, quod secundum numerum istarum linearum, & sui concursus formae eiusdem puncti imagines numerantur, patet ergo propositum.

XLI.

In omni speculi superficie fit formarum reflexio in longitudine & latitudine secundum modum politurae.

Quod hic proponitur exemplariter patet in speculis quibuscumque artificio politis. Si enim fabricant in longum ut accidit in superficiebus ensium, tunc facies intuentis uidebitur oblongata respectu suae propriae dispositionis, & si fabricant aliquam superficiem secundum ipsam latitudinem, si longitudo fabricata secundum sui latitudinem opponitur uisui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quam sit eius, proprietates uerae secundum illam dispositionem, & quandoque uidebitur imago transuersalis, propter transuersalitate fabricationis, in oibus uero his causa est unitio maior superficiei ipsarum corporum politorum, a quibus & quarum partibus confluit reflexio ad unionem formarum reflexarum, & secundum illud peruenit ad uisum, & enim ut in principijs huius libri diximus, politio est continuas partium superficiei politi corporis sine sensibilitate pororum uel diuisionis, unde cum ad aliquam differentiam positionis illi pori coplanantur, necesse est secundum illam differentiam formas pluribus punctis illis incidentes in unitate formae confluere & uniri, & secundum illud modum formam uisam secundum reflexionem augmetari & uideri maiorem, secundum alias uero positionum differentias necesse est ipsam uideri suae dispositionis propriae, uel circa illam, & sic accidit quaedam mensuositas in imaginibus formarum taliter uisae, quia ipsarum reflexio est aequalis hinc inde, & fit irregularis secundum illud, ut itaque a corporibus arte politis reflexio fiat regularis & conueniens dispositioni formarum reflexarum, necesse est ipsorum superficies fabricari secundum modum circulae non in longum nec in latum uel transuersum, ne secundum illos modos formarum, propria dispositio difformetur, patet ergo propositum.

XLI.

In omni speculo accidit eandem imaginem a duobus uisibus quocumque uideri duas.

L Huius

Huius rei euentus accidit uisui in unius imaginis uisione à quocūq; speculorum re flexa, sicut & idem error sibi accidit in simplici rerū uisione, cū eadem causæ concurrunt uel aliarum aliquarū quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius, utpote cum eiusdem rei forma ab eodē speculo reflexa unī uisui offertur directe & alteri oblique, uel cū forma reflexa constituta intra axes radiales ambobus uisibus occurrat oblique. Quibuscunq; enim modis accidit formam eiusdem rei uideri duas, eisdem mo dis possibile est imaginem illius formæ uideri duas, si secūdum modū suæ uisionis ad ui sum ab aliquo speculo reflectatur, & quia talibus nō oportet aliter immorari quā ut in simplici uisione dictū est, nō em̄ accidit illud, ppter diuersitatē punctorū reflectionis for mæ eiusdē pñcti ad ambos uisus, quoniā illa diuersitas aut nulla est, aut nō est sensibilis, unde nullū sensibile inducit uisibus errorē, sed ambo uisus secundū illū unde pueniūt ad uisionem unitatis eiusdem formæ ut posterius declarabitur, patet ergo propositum.

XLII.

Imago rei uisæ motæ in omni speculo moueri uidetur.

Huius causa non est alia, nisi uniformitas reflexionis à quolibet puncto speculi, super quam fit motus, & quia omnia puncta rei uisæ à diuersis quam prius punctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uisæ secundum quod per eius motum puncta à quibus facta est reflexio permutantur, uidetur itaque forma moueri, licet secundum ueritatem non moueatur, sed potius noua imago mutato situ rei uisæ generetur, hoc autem accidit propter continuitatem punctorum reflexionis in superficie speculorum, patet ergo, propositum. His itaque communibus omnium speculorum passionibus præmissis, restat ut ad planorum speculorum passionem, proprias calamus conuertamus.

X L I I I.

XLIII.

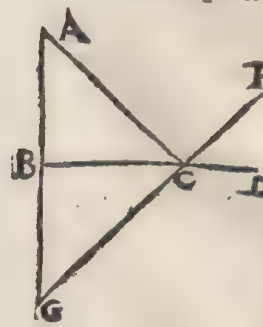
In omni reflexione à speculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales sunt kathetis à punctis suorum terminorū demissis, & ipsis basibus in speculorum superficie interiectis.

Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea $d c e$, & sit linea incidentiæ $a c$, reflexi
onis uero $c b$, & ducantur katheti $a d$ incidentiæ & reflexiōis $b e$, dico quòd quæ est ppor-
tio $a d$ ad $e b$, eadem est $a c$ ad $b c$ & $d c$ ad $c e$, quoniam em̄ in trigo-
no $a d c$, angulus rectus, quia $a d c$ est æqualis angulo $b e c$ recto, & an-
gulus $a c d$, q̄ est angulus incidentiæ p 20, huius, æqualis angulo $b c e$,
qui est angulus reflexionis, erit necessàrio angulus $d a c$, trigoni $a d c$
æqualis angulo $c b e$ trigoni $b e c$, per 3 2. primi, ergo per 4. sexti, late-
ra istorum trigonorum æquales angulos respicientia sunt, pportiona-
lia, quæ est ergo proportio lineæ $a d$ ad lineam $b e$, eadem est propor-
tio lineæ $a c$ ad $b c$, & lineæ $d c$ ad $c e$, & quoniam semper manet ea-
dem proportio resultans ex æqualitate angulorum, patet ergo propositum.

XLIII.

Forma puncti rei uisæ superficiæ plani speculi incidente, locum in quo uisu constituto ad ipsum fiat reflexio inuenire.

Eſto punctus cuius forma ſpeculo plano incidat a, & ſit linea b c d communis ſectio ſuperficiel reflexionis & ſpeculi ducta in ſuperficie ſpeculi, incidatq; pñctus à ſpeculo ſecundum punctum c, & ducatur linea incidentiæ quæ a c, & à pñcto a, ducatur linea a b perpendicularis ſuper lineam b c d, p 12. primi, & pducatuſq; ad punctum e, donec p 3. primi, linea b e fiat æqualis ipſi a b, & continuatur linea e c, quæ pducatuſ ultra c ad punctū f, dico quod uifu exiſtente in quolibet puncto lineæ c f, ſemper fiet reflexio ad ipſum, et uidebit formā puncti a, copuletur em̄ linea a c, erit quoq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia ut patet ex præmiſſis ambo illi anguli ſunt recti, qm̄ ergo per 4. primi, cū ex hypotheſi linea b e ſit æqualis ipſi a b, & latus b c cōmunẽ, trigona a b c & c b e ſint æquiangula, erit angulus a c b æqualis angulo b c e, ſed per 5. primi, angulus f c d eſt æqualis angulo b c e, ergo angulus f c d eſt



f c d est aequalis angulo a c b, ergo per 20. huius, cū linea a c sit linea incidentia, erit c f li-
nea reflexionis, uisū ergo in illa posito fiet reflexio ad uisū, quod est propositum.

XLV.

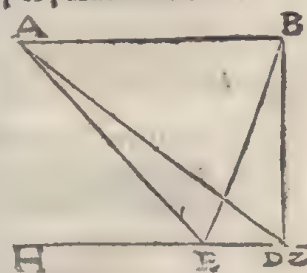
Forma puncti à speculo plano non reflectitur ad eundē uisum nisi ab uno puncto tantum.

Esto centrum uisus a & punctum uisum b, & sit z h superficies speculi plani, dico qđ
 ab uno tantum puncto superficiei z h, reflectitur forma puncti b ad uisum a, si enim a
 duobus punctis sit possibile illā reflecti, sint illa duo puncta d & e, & ducatur linea a centro
 uisus in puncto a ad punctum uisum b linea quæ sit a b, linea itaq; a b, praeter ultra alte
 rum punctorum quæ sunt b uel a, aut concurrit cum superficie speculi aut aequedistat.
 Si cōcurrit siue sit perpēdicularis sup̄ superficie speculi aliquo sit reflexio siue non, sem-
 per ipsa erit necessario in una sola superficie reflexionis. Si enim ipsa sit perpendiculari-
 ris super superficie speculi, tunc patet quod ipsa est in una superficie reflexionis per 27.
 huius, quoniam ipsa reflectitur in se ipsam per 21. huius. Si uero linea a b super superfi-
 ciem speculi non sit perpendicularis, cum sit linea recta extensa inter duo puncta extre-
 ma, quæ ambo per 25. huius, necessario sunt in una superficie reflexionis erecta super su-
 perficiem speculi, erit etiam linea a b in una sola tali superficie, quoniam si in duobus ta-
 libus superficiebus fuerit, tunc ipsa erit communis sectio duabus illis superficiebus or-
 thogonalibus super superficiem speculi per 19. primi huius, unde sumpto in ea puncto
 & ducta ab illo puncto linea in altera superficie super lineam communem huius su-
 perficie & superficie speculi, erit hæc linea erecta super superficiem speculi per diffi-
 nitionem superficiei super superficiem erectæ; & similiter ab eodē puncto ducatur linea
 in alia superficie super lineam communem ei & superficie speculi, & erit iterum hæc li-
 nea orthogonalis super superficiem speculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere
 duas perpendiculares super eandem superficiem speculi, quod est impossibile & cōtra
 20. primi huius, ergo linea b a in una sola superficie reflexionis erecta super superficie
 speculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem superficie reflexionis per primam un-
 decimi, & erunt lineæ a e & e d & e b, per 25. huius, in illa superficie re-
 flexionis in qua est linea a b, & similiter lineæ e d & d b & d a, quia li-
 neæ d a & e b, erunt in eadem superficie cū lineis d a & d b, per secun-
 dam undecimi. Sed angulus e a h est maior angulo a d e per 16. primi,
 extrinsecus em̄ est maior intrinseco. Sed p 20. huius, angulus inciden-
 tiæ qui est a e h est æqualis angulo reflexionis qui est b e d, ergo & an-
 gulus a d e est æqualis angulo b d z, angulus ergo d e b maior est an-
 gulo a d e, ergo & ipsius æqualis, scilicet angulus b d z, quod est contra
 16. primi, extrinsecus enim qui est b a z maior est intrinseco qui est b e d, ergo & angu-
 lus a d h maior est angulo b e d, & sic idem angulus eodem angulo erit maior & minor,
 quod est impossibile, a solo ergo puncto speculi plani fit reflexio formæ puncti b ad ui-
 sum a. Si uero linea a b sit perpendicularis super superficie speculi plani, patet per 32.
 huius, quod unus tantum punctus reflectitur secundū ipsam ad uisum, & ab uno solo
 speculi puncto, quod si linea a b non cōcurrat cū aliqua linearum protractarū in superfi-
 cie speculi, sed sint aequedistantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipsa erit aequedi-
 stans cuilibet aequedistanti illi lineæ in speculis superficie productæ. Sit ergo aequedi-
 stans lineæ b z, erunt quoq; per secundam primi huius lineæ a b & h z in eadem superfi-
 cie, fiat ergo deductio ut prius, quoniā intrinsecus angulus erit maior extrinseco, quod
 est impossibile, ergo & illud ex quo sequebatur, patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

In speculis planis dati puncti uisus ad centrum uisus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit Speculum planum, in cuius superficie sit linea a g, & sit centrū uisus b, punctusq;
rei uisæ sit d, & ducatur katheti a d & g b, perpendiculariter super superficiē speculi per
11. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut sit, pportio lineæ a h ad lineā h g,
L 2 sicut

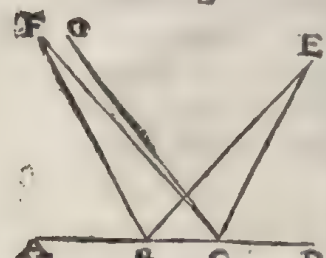


sicut lineae a d ad lineam g b, per 119. primi huius, dico itaq; quod forma puncti d reflectetur ad uisum b a puncto speculi h, ducant enim lineae d h & b h, palam itaq; p 6. sexti, & ex hypothesi, qm triangulus d h a est aequiangulus tri- angulo h g b, angulus em h a d est aequalis angulo h g b, quia sunt am- bo recti, & est pportio lineae a d ad lineam g b, sicut lineae a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d est aequalis angulo h g b: a puncto itaq; speculi quod est h, reflectitur forma puncti d ad uisum b, p 20. huius, angulus em incidentiae est aequalis angulo reflexionis. Si aut punctus h, obstruat per aliquod superpositum, utpote p cera uel p picem aut sibi simile, nul- la uidebitur imago puncti d, centro ipsius uisus quod est b, disposito secundum praemissum modum, qm a puncto alio impossibile est fieri reflexionem p praemissam, accidit em a puncto alio uariari pportionem, & angulos incidentiae & reflexionis fieri inaequales, patet ergo p- positum.

X L V I I.

Lineae reflexionis formae eiusdem puncti a diuersis punctis speculi plani non sunt aequedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ex quo patet quod unus uisus uidere non potest idolum eiusdem formae a di- uersis punctis eiusdem plani speculi reflexum.

Esto speculum planum in cuius superficie sit linea a b c d, cuius duobus punctis c & b, a puncto rei uisae quod sit e, incidat lineae e b & e c, & sit centrum uisus g, & reflectatur linea e b secundum lineam b f, & linea e c secundum lineam c g, dico quod lineae e g & b f non sunt aequedistantes, nec tñ concurrent in centro unius uisus, quauis etiā sint in eadē superfi- cie, angulus em incidentiae qui est e c d est aequalis angulo reflexionis qui est g c a, & an- gulus e b d est aequalis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo tri- goni e b c latus b c, ptrahitur ad punctum d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinsecus maior angulo intrinseco qui est e b d, palā ergo p 20. huius, quia & angulus g c a maior est angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineae g c & b f, non sunt aequedistantes, angulus enim extrinse- cus maior est intrinseco cadente linea a d super ambas lineas g c & b f, sed neq; concurrunt in centro unius uisus: dato enim quod concurrant

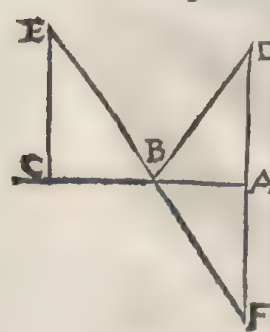


in centro uisus quod sit f, & linea e c reflectatur ad uisum f, secundum li- neam e f, tñ quia per 20. huius, angulus incidentiae qui est f b a aequalis est angulo refle- xionis qui est e b d, & angulus e c d aequalis angulo b c f, sed angulus f b a maior est an- gulo b c f, per 16. primi, ergo & angulus e b c intrinsecus maior est angulo e c d extrin- seco, qd est cōtra eandem 16. primi, & impossibile, patet ergo propositum, & ex hoc pa- tet planē totum correlariū. Si em lineae reflexionis formae eiusdem puncti non possunt in centro unius uisus concurrere, tñ est manifestū quod unus uisus non potest idolum ei- usdem formae uidere reflexum a diuersis punctis superficie eiusdem speculi plani, qd est totum ppositum.

X L V I I I.

In speculis planis forma puncti ad cētrū uisus reflexa locū imaginis inuenire.

Esto speculum planum, in cuius superficie sit linea a b c, sit quoq; ut forma puncti rei uisae quod sit d, reflectatur ad centrum uisus quod sit e, a puncto speculi b, & ducatur li- nea incidentiae quae sit d b, & linea reflexionis quae sit b e, dico quod est



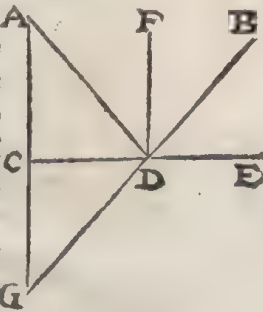
possibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quonia enim per 27. huius, puncta d b e sunt in eadem superficie, patet per primam & secundā undecimi, quoniam linea a b c est cum lineis d b & b e, in eadem superficie, imaginetur ergo extendi linea a b c in cōtinuum, quousq; a pun- cto e super ipsum pducatur per 12. primi, linea perpendicularis quae sit e c, & ei aequedistans a puncto d quae sit d a, per 31. primi, quia itaq; linea e b concurrat cum linea e c in puncto e, palam per secundā primi huius, quo- niam ipsa cōcurrat cū linea d a, pducta, sit cōcursus punctus f, dico per 37. huius, qm punctus f, est locus imaginis formae puncti d, patet ergo ppositum.

Eadem

X L I X.

Eadem est distantia loci imaginis a superficie speculi plani sub speculo, quae est puncti uisi ab eadem superficie super speculum planum existentis.

Sit punctus rei uisae a, & sit centrum uisus b, & sit c d e linea cōmunis superficie rei reflexionis & superficie speculi plani, sitq; d punctus reflexionis, & a puncto d ducatur li- nea d f, perpendiculariter super lineam c d e, per 11. primi, uel super totam superficiem speculi plani per 12. undecimi, & a puncto a ducatur perpendicularis su- per superficiem speculi per 11. undecimi, quae sit a c, quae producatul ul- tra speculū, & ducatur linea incidentiae quae sit a d, & linea reflexionis quae sit b d, patet ergo per 27. huius, qm lineae a d, f d, b d, sunt in superficie re- flexionis, & cum linea f d, sit aequidistans lineae a c, p 28. uel p 6. undecimi, & linea b d, concurrat cū linea f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia linea b d, protracta concurrat cum linea a c, protracta, concurrat ergo in puncto g, dico quod linea g c, est aequalis lineae a c, quoniam enim angu- lus b d e, est aequalis angulo a d c, per 20. huius, sunt enim anguli inciden- tia reflexionis. Sed angulus b d c, est aequalis angulo c d g, per 15. primi, quoniam sunt anguli contra se positi, angulus ergo a d c, est aequalis angulo c d g, angu- lus uero a c d, est aequalis angulo d c g, quoniam uterq; est rectus, erit ergo per 32. pri- mi, angulus c a d, trigoni c a d, aequalis angulo c g d trigoni c g d, erunt ergo per 4. sexti, latera aequos angulos continentia, pportionalia, sed latus c d aequale est sibi ipsi, erunt ergo cetera latera aequos angulos respicientia inter se aequalia, ut a c ipsi c g, & a d ipsi a g, quia ergo in puncto g, est locus imaginis per 37. huius, & linea c g, est aequalis ipsi a c, patet ergo propositum. Si ergo perpendicularis ultra superficiem speculi imagine- tur linea c g, aequalis lineae a c, resecari, semper erit in puncto g locus imaginis tñ di- stans a superficie plani sub speculo, quantum punctus rei uisae, cuius forma uidetur in speculo, distat ab eadem superficie speculi super speculum, patet ergo propositum.



In omni reflexione a speculis planis facta, linea a centro uisus ad locum imaginis producta, aequalis est lineae incidentiae reflexionis simul iunctis.

Esto in speculo plano linea a b c, & sit centrum uisus d, & punctus rei uisae sit e, fiatq; reflexio formae puncti e, ad uisum d, a puncto speculi plani quod sit b, erit ergo linea incidentiae quae sit e b, & linea reflexionis quae sit b d, sitq; locus imaginis pun- ctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concursu lineae reflexi- onis d b, cum katheto incidentiae. Sit ergo ut kathetus e g pro- ductus secet lineam a c in puncto f, quia itaq; angulus inciden- tia qui est e b f, est aequalis angulo reflexionis qui est a b d, per 20. huius, & angulus g b f aequalis a b d, per 15. primi, est ergo angulus g b f, aequalis angulo e b f. Sed & angulus e f b, aequalis est angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f, sunt aequianguli, ergo per 4. sexti, latera illorum aequos angulos continentia sunt proportionalia. Sed latus b f, est aequale sibi ipsi, ergo g b est aequale ipsi b e, ergo linea d g, a centro uisus ad locum imaginis g producta, est aequalis ambabus lineis d b, & b e, simul acceptis, quod est propositum.

L I.

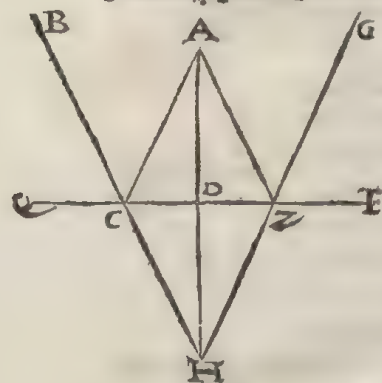
In speculo plano ab utroq; uisu uno puncto cōprehenso, idem erit ima- ginis locus uisibus ambobus: ex quo patet quod una sola imago utriq; ui- sui occurrit.

Sint duo uisus b & g, & sit a punctus rei uisae, & sit q d z e, linea in superficie speculi plani ducta, sitq; linea a d perpendicularis ducta a puncto a, super superficiem speculi,

L 3

& quia

& quia per 30. huius, ab uno puncto speculi ppositi ad ambo uisus non potest fieri res flexio, sed ad minus 2 duobus. Sint itaq illa duo puncta c & z & ducantur lineæ b c, a c, a z z g, palam ergo per 25. huius, quia lineæ b c & a e, & a d, sunt in eadem superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, & similiter lineæ a d, a z, z g, sunt in eadem superficie, & lineæ d c, est communis sectio superficiæ reflexionis, quæ est a d, c b, & superficiæ ipsius speculi, & lineæ d z est communis sectio superficiæ reflexionis, quæ est a

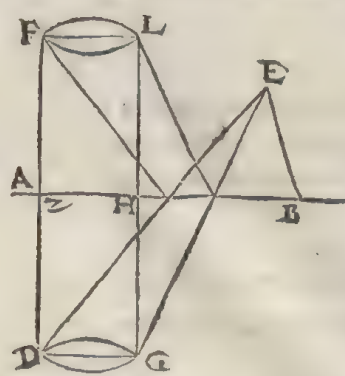


d & z g, & superficiē speculi per 19. primi huius. Si ergo ambæ
lineæ reflexionis quæ sunt b c & g z, fuerint in eadem superfi-
cie erecta super superficiem speculi, palam quia linea c d z, erit
linea una erecta, ideo quia communis sectio superficiē speculi,
& superficiē cuiuscunque super ipsam erectæ est linea una recta p.
3. undecimi, tunc ergo & perpendicularis a d, quæ est inter du-
as lineas illas reflexionis, quæ b c & g z, aut erit in eadem super-
ficie cum illis, aut extra illas in alia superficie, quodcūq; istorum
fuerit super lineam reflexionis, quæ b c, prædicta secabit ex perpen-
diculari, quæ est a d, ultra speculum prædicta partem æqualem
ipsi a d, per 49. huius, quæ sit d b, quoniam semper lineæ b c & a
d, sunt in aliqua eadem superficie per 27. huius, ut præmissum
est, & similiter p. 49. huius, lineæ g z, prædicta ultra speculum secabit ex prædicto katheto
ad lineam æqualem ipsi lineæ a d, secabit ergo ipsam in puncto h, imago ergo puncti a,
in eodem puncto perpendiculari, qd' est h, precipietur ab utroque uisu, & idem erit imagi-
nis locus, una ergo tantum erit imago, & in uno eodemq; loco uidebitur ab amobus
uisibus, in quo puncto uno tantum visu precipietur. Si uero puncta c & z, non fuerint in
eadem superficie reflexionis, adhuc eadem facta deductione una tantum imago ui-
debitur, & unus tantum erit imaginis locus, ut prius. Semper enim utraq; linea reflexio-
nis secabit ex perpendiculari, prædicta partem æqualem ipsi a d, eritq; sectio ambarum
linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h, qui per 37. huius, erit
semper imaginis locus, & hoc est, positum, Quoniam li centra ambarum uisuum quæ
sunt b & g, fuerint ex eadem parte rei uisæ, quæ est a, semper eodẽ modo est demonstnan-
dum, concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto, & erit idem
imaginis locus, & eadem imago uisibus occurret.

LII.

In speculis planis figura rei uisæ & situs partium secundum quãtitem longitudinis & latitudinis non mutatur, ex quo patet quòd imago cuiuslibet rei uisæ in speculo plano æqualis est formæ rei extra.

Sit speculum plantum, in quo sectio communis superficie illius speculi, & superficie re flexionis sit linea a b, & duo puncta extrema alicuius rei visæ sint f & l, erigaturq; kathe



tus perpendiculariter sup superficiem speculi à puncto l, qui sit lh, & à puncto f, kathetus qui sit fz, & erunt z & h, duo puncta in superficie reflexionis per 27. huius, pducanturq; taliter sup speculum, ut linea h g, sit equalis ipsi lh, & linea z d, equalis ipsi f z, sit quoq; centrum uisus e, ducaturq; per 11. undecimi à puncto e, kathetus sup speculum qui sit e b, palam itaq; ex 28. huius, quoniam forma puncti l reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi linea h b, & locus imaginis suæ p. 44. huius, est punctum g, tantū distans à superficie speculi ultra speculum, quantum punctus l, super speculum. Similiter forma puncti f, reflectit ad uisum e, ab aliquo puncto linea z b, & locus imaginis est punctum d, ducta quoq; linea f l, & linea d g, palam, quia quodcumq; punctum linea f l, reflectitur ad uisum e.

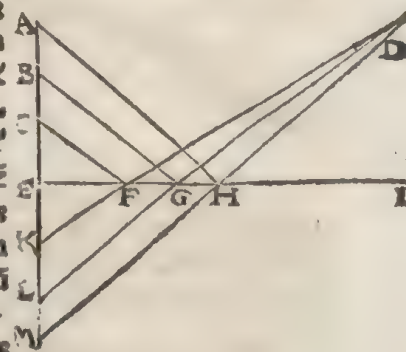
Similiter locus imaginis suae est tantum distans à superficie speculi ultra speculum, quantum ille punctus est sup speculum, quilibet ergo punctus lineae f l, tantum uideretur dista
re sub

re sub speculo, quantum ipse punctus in superficie speculi super speculum. Si ergo linea fl fuerit recta erit linea $d g$ recta, si linea fl fuerit arcus circuli, erit quoque linea $d g$, arcus circuli, & semper eiusdem curvatis & dispositionis, linea ergo fl , semper apparebit eiusdem quantitatibus & figuræ, cuius est extra speculum, & hoc est, propositum. Supponendum tamen est, ut tale speculum planum sitæqualiter politum, quoniam si ad longitudinem & latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma secundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

LIII.

Altitudines & profunditates à planis speculis reuersæ uidentur cum speculorum superficiebus perpendiculariter insistant.

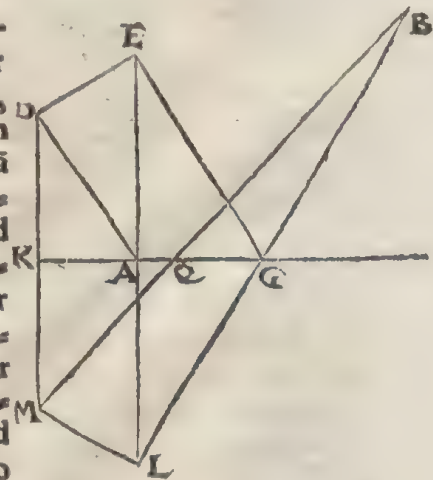
Est autem altitudo uisus quæ a b c, sitq; centrum uisus d, linea uero communis superfici-
 ciei reflexionis & superficiei speculi plani sit e f g h i, incadatq;
 forma puncti a, secundum lineam a h, & reflectatur secundum
 lineam h d, & forma puncti b, incadat secundum lineam b g, &
 reflectatur secundum lineam g d, & forma puncti c, incadat se-
 cundum lineam c f, et reflectatur secundum lineam f d, dico qd'
 altitudo e a uidebitur reuerfa, p'tracta em linea e a, quæ perpẽ-
 dicularis est super lineam e i, sup speculum, & p'tractis omibus
 lineis reflexionis ad concursum, cū p'tracta linea a e, ultra pun-
 ctum e incadat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctū
 l, & linea d f, in punctum i, palam per p'missam, quoniam li-
 nea l z e, æqualis est ipsi lineæ e c, & l e ipsi e b, & m e æqualis
 ipsi e a, puncta ergo altitudinis e a, p'pinq̃uora sup'ficii specu-
 li superius existentia, p'pinq̃uora uidebuntur eodem sub speculo inferius, & puncta re-
 motiora superficiiei speculi superius remotiora uidebuntur sub speculo inferius, uidebi-
 tur ergo altitudo reuerfa sub speculo, quoniam enim quod est superius in altitudine ui-
 debitur inferius, quoniam sub maiori distantia à uisu uidetur, & quod est inferius in alti-
 tudine uidebitur superius, quoniam p'pinq̃uis uisu uidetur, & eodem modo demon-
 strandum, si linea a b c sit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propositum.



LIII.

Obliquæ longitudines à planis speculis uidentur, quemadmodum se habent.

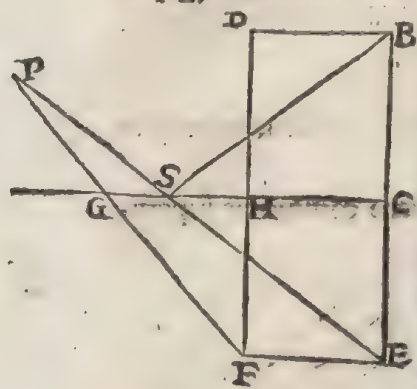
Sit d e longitudo oblique distans à superficie plani speculi, ita ut punctum eius qd' est e, sit remotius ab ipsa superficie speculi, communis quoq; sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sit linea l z a q g, centrūq; uisus sit punctus b, & incidat forma puncti d, ipsi speculo secundū lineā d a, & reflectatur secundū lineam a b, ad centrū uisus, & incidat forma puncti e, secundū lineam e g, & reflectatur ad uisum secundū lineam g b, protrahaturq; kathetus c l z, perpendiculariter, & linea reflexiōis quæ est b a, donec concurrant in puncto m, & protrahetur kathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cū lineā b g, in puncto l, eritq; per 49. huius, lineā d l z, æqualis lineæ l z m, & lineæ e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique se habet ad superficiem speculi, & enim pūctū e remotius est à speculo q̃ punctū d, erit lineā e q, longior q̃ lineā d l z, ergo & lineā q l, longior q̃ lineā l z m, pūctū ergo illius oblique magnitudinis qd' est remotius super superficiē speculi, hoc similiter sub superficie speculi à remotiori uidetur, & qd' superius propinquius est speculo, hoc qd' sub speculo etiam uidetur esse in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines quæ admodū se habent, & hoc est quod proponebat.



16

In speculis planis dextra apparent sinistra, & sinistra dextra.

Estlo speculum planum g s t. & uisā res sit d b, sint quoq; lineæ incidentiæ d g & b s, & sit centrum uisus p, lineæ quoq; reflexiōis sint p g & p s, & sit ut lineæ reflexionis quæ est p g, concurrat cū katheto incidentiæ quæ d b in puncto f, & lineæ reflexionis quæ est



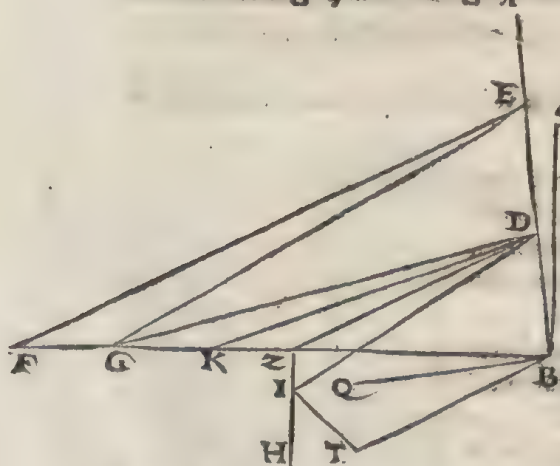
p s,concurrat cu katheto b t,in puncto e,producatuꝛqꝫ linea f e,quæ est per 5 2.huius imago rei uisæ,quæ d h,apparebunt ergo dextra sinistra,& sinistra dextra.qm̃ eni p 3 3 .huius, semp ad angulum minorem angulo incidentiæ fit reflexio,& ita ad partem oppositam parti incidentiæ:patet quod dextra rei uisæ semper uidebit sub linea reflexionis magis sinistra,& sinistra sub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quæ plus est dextra cadit super dextram partē imaginis,& sinistra cadit sup sinistram.Sic ergo,dextra rei apparet sub sinistra imaginis,& conuerso,qm̃ imago rei uidet se habere ad rem,sicut homo stans erecta facie contra aliquē alium: tunc em̃ pars sinistra opponitur dextræ. & dextra sinistra,& semp

cum alijs homo alijs opponitur, contrarius est eis oppositis adinuicem situs: ad eandem enim positionis differentiam est dextrum unius sinistrum alterius, & e conuerso, & sic qd' est rei uisæ dextrum, sit suæ imaginis sinistrum, & qd' est rei uisæ sinistrum, in imagine dextrum erit secundum uisum, patet ergo propositum.

LVI.

LVI.
 Possibile est speculum planum taliter fisci, ut intuens propria imagine
 non uisa, uideat imaginem rei alterius non uisæ.

Sit a b, lignum horizonti perpendiculariter infixum, uel superfici ei sibi aequidistan-
ti, uel aliter quocumque disposita, quae sit b g, sitq; speculum planum in quo sit linea d b, &
sit quadratum, & quia lignum a b, est perpendiculariter erectum super g b superficiem,
ducatur linea g b, ut contingit, palam ergo quod angulus a b g, est rectus, diuidatur e-



go ille angulus rectus in tres partes aequales p.
28. primi huius, inclinaturq; speculum a b, tali-
ter à ligno a b, ut angulus d b a, sit tertia pars u-
nius recti, qui est a b g, erit ergo angulus d b g,
duae tertiae partes unius recti. In hoc autē confi-
stet bonitas operationis moechanicae & utilior ef-
fectus, quacūq; alia pars recti anguli abscein-
datur, ad idem peruenit demonstratio, ut pa-
ret, Sit itaq; angulus a d b, tertia pars unius recti,
& producaturs linea speculi quae est b d, ultra pun-
ctum d, in continuū & directum usq; ad punctū
quod sit e, & qm̄ linea g b, est perpendicularis su-
per lineam a b, cū linea quocq; speculi quae est d b,
continget angulum acutum, tunc à puncto g.

sit in superficie orthogonaliter erecta super speculi superficiem, ducatur linea perpendicularis super lineam be , per 12. primi, quæ sit ge , angulus igitur beg , erit rectus. Sit itaque locus ipsius visus punctum g , à quo ad punctum d , protrahatur linea gd , à puncto quoque d , producat linea cadens super lineam bg , quæ incidat in punctum z , ita ut angulus zdg sit æqualis angulo edg , constituto super terminum lineæ gd , per 23. primi, erit ergo linea zd , æquedistans lineæ ge , per 27. primi, ergo per 8. undecimi, erit linea zd , erecta perpendiculariter super superficiem speculi, & perpendicularis super communem sectionem superficiet reflexionis & speculi quæ est bd , angulus ergo zdb , est rectus æqualis angulo ged ex præmissis, & etiam per 29. primi, à puncto quoque z , ducat linea zh , perpendiculariter

dicularis super superficiem g b, per 11. undecimi, & super punctū d, terminum lineæ z d, constituat angulus æqualis angulo g d z, qui sit angulus z d i, & qm̄ per 2. primi huius concurrerit lineæ d i, cū lineæ z h, ideo quia lineæ d l, producta ultra punctū d, concurrerit cū lineæ a b, ut patet ex præmissis, & per 14. primi huius, sit ergo linearum d i, & z b, cōcurfus in puncto i, & à puncto i ducatur lineæ æquedistans lineæ b d, per 31. primi, quæ sit lineæ i t, & à puncto b, extrahat perpendicularis super superficiem speculi per 22. undecimi, quæ sit b q, eritq; lineæ b q, æquedistans lineæ g e, ergo per 8. undecimi, quia lineæ b q, situr & lineæ g e, erecta est perpendiculariter sup superficiem speculi, quod est d b, si per punctū ergo b, terminum lineæ q b, constituat angulus æqualis angulo g b q, qui sit q b t; concurrerit ergo lineæ b t, cū lineæ æquedistanter ducta lineæ a b, à puncto i, quæ est lineæ i t, per 2. primi huius, sit concursus punctus t, & compleatur tabula i t, depingatur itaq; in tabula in qua est lineæ i t, imago quæcūq; placuerit, & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t, secundū medium lineæ tabulæ correspondens lineæ z i, & p̄ foretur superficies g b, secundum lineam z b, ita ut forma picturæ possit uenire ad speculum d b, cū itaq; centrum uisus fuerit in puncto g, uidebit intuens formam imaginis depictæ in tabula i t, p̄priam uero non uidebit imaginem, cuius hæc est demonstratio, quia enim angulus g e b est rectus, patet per 16. primi, qm̄ angulus g d b, est obtusus, & similiter omnium punctorum formæ uel faciei ipsius uidentis incidentium speculo d b, anguli sunt obtusi per eandem 16. quia uero anguli incidentiæ semper sunt æquales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, qm̄ nunq̄ erit reflexio formæ ipsius uidentis ad centrū uisus, sed semper ad puncta quæ sunt sub uisu, quod patet per 33. huius, nunq̄ ergo uidebit quis existens secundū centrū uisus in puncto g, propriam imaginem in speculo plano taliter ordinato secundū situm, & si uisus elongetur à speculo secundū quodcūq; punctū ultra punctum g, utpote ad punctum f, palam qm̄ angulus b e f, est maior recto, sed & angulus f d b, est maior angulo f e b, per 16. primi, nunq̄ ergo fiet reflexio ad punctū f, sed semper ad aliū punctū sub lineæ. Similiter quoq; accedente uisu ad speculū secundū quodcūq; punctum lineæ g z, præter q̄ secundum ipsum punctum z, nunq̄ uidebit uidens sui ipsius imaginem, sola enim perpendicularis, quæ est lineæ z d, ut patet ex p̄missis per 21. huius, reflectit in se ipsam, & ita in p̄cto z constituto centro uisus uidebit intuens formā sui ipsius oculi à speculo plano taliter disposito reflectā, nō autē aliā partē faciei, qm̄ sola p̄pendicularis q̄ sit lineæ unica reflectit in se ipsam, & ita solius illius puncti sit reflexio, nō autē punctoꝝ alioꝝ. Si ergo uisus à p̄cto g appropinquet speculo secundū punctū k, cadentē inter puncta g & z, si à puncto k, duca lineæ ad punctū d, q̄ sit k d, palā p̄ 14. primi huius, & ex p̄missis qd' lineæ d k & e g, cōcurrent ultra lineā g k, sola. n. lineæ d z, æquedistat lineæ e g, angulo uero g e d, est rectus, & angulus z d b, rectus; ergo angulus k d b, est obtusus, fiet ergo reflexio ad aliud punctū sub puncto k, à puncto uero z, ut p̄dictū est, fiet reflexio in ipsum punctū z, ideo q̄a lineæ z d, æquedistans lineæ g e, est p̄pendicularis sup lineā d b, per 29. primi, et ex hypothefi. Similiter q̄q; posito uisu in quocūq; puncto lineæ z b, qm̄ à qlibet p̄ctoꝝ illoꝝ potest deducere p̄pendicularē sup superficiē speculi, uel sup lineā k q, reflectit illarum qlibet in se ipsam p̄ 21. huius, palā itaq; qm̄ cōstituit uisu in lineā g z, nō uidebit intuens imaginē sui ipsius, & q̄a ut dictū est sola p̄pendicularis secundū unicū punctū reflectit ad uisum, nō autē alia puncta formæ, q̄a uero angulus i d x, est æqualis angulo z d g, & lineæ z d, est p̄pendicularis sup superficiē speculi d b, ergo per 20. huius forma puncti i, à puncto speculi d, reflectit ad uisum in puncto g existentē, & q̄a angulus t b q, est æqualis angulo g b q, ut patet ex p̄missis, & lineæ b q, perpendicularis est super superficiē speculi, palā per 20. huius, qm̄ forma puncti t, à puncto speculi b, reflectit ad uisum in puncto g, ergo per 24. huius, forma totius lineæ i t, reflectit à speculo d b, ad uisum in p̄cto g, nō uidebit autē ipsa tabula depicta i t, qm̄ est sub superficie cui superstat speculū & uisus. Potest autē sic fieri ut secundū longitudinē lineæ z b, sit factus murus super terrā ad altitudinē uidentiu, q̄ interius sit cōcauus, superius uersus speculū apertus, & in illo muro deponatur tabula picta, quæ est i t, æquedistanter speculo b d, & sit uisus in distantia à speculo

M

secundum

secundum suum puncti g, & sit phibitus secundum aliquod medium, ne possit propius accedere, tunc enim omnes formae punctorum depictae imaginis incident uisui, disponatur ergo taliter per ingenium, ut tabula depicta nullo modo uideatur, & sit speculum situm uersus lumen, ita ut aer circa ipsum sit luminosus, sitque tabula depicta similiter lumen habens, quia aliter in tenebris latens non posset uideri, mediante enim lumine formam suam multiplicat per medium, & peruenit ad speculum, & reflectitur ad uisum, palam ergo propositum.

LVII.

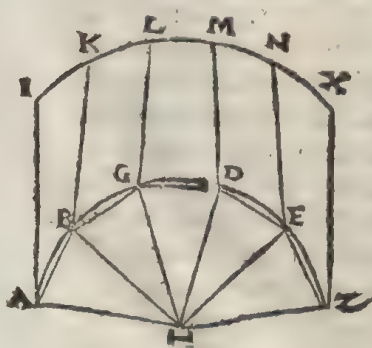
Possibile est speculum unum planum in camera propria taliter sibi, ut in ipso uideantur ea quae geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius, in quo existente uisu placet uidere per speculum planum omne illud quod alibi agitur, qui locus camerae in quo sistitur centrum uisus sit signatus puncto a, & sit locus in quo est uoluntas aliud uidendi quod in illo loco agitur, signatus puncto b, sitque rima siue fenestra in camera uidentis opposito loco b, quae sit g, & ducatur linea b g, & producat in continuum & directum intra cameram ad aliquod punctum qui sit d, quod totum potest fieri per astrolabium siue quadrantem uel aliud instrumentum certificationis uisum, uisio enim puncto b, reuoluatur uisus fixo instrumento, & cadat uisus per easdem pinulas immotas in punctum camerae d, ducantur ergo lineae d a & g a, & diuidatur linea g a, per 19. primi huius, in puncto e, ita ut sit proportio lineae a e, ad lineam e g, sicut lineae a d, ad lineam d g, quae ambae per instrumenti acceptione sunt notae, ducaturque linea e d, diuidet ergo per 3. sexti, linea d e, angulum a d g, per aequalia, ponatur itaque speculum perpendiculariter erectum super lineam d e, in puncto d, per conuersam undecimae undecimi, in quo speculo sit linea f h, a puncto itaque speculi d, reflectetur forma puncti g ad uisum a, per 20. huius, ergo & forma puncti b, per eandem 20. huius, distantia enim secundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat, uidebit itaque uisus secundum eius centrum in puncto camerae, quod est a, existens omne quod erit & quod agitur in loco b, siue sit domus alia siue uicus siue platea, & hoc est quod proponebatur.

LVIII.

Possibile est speculum ex speculis planis compositum construui, in quo uideantur solius aspicientis plures imagines ad modum chorearum.

Assumatur arcus circuli a 3, cuius centrum sit h, & quoniam arcus a 3, indefinitus assumatur, esto ut ipse exempli causa diuisus sit in quinque partes aequales, uel quocumque quis uoluerit partes, ita ut arcui a b, sint aequales arcus b g, g d, d e, e 3, & ducantur cordae a b, b g, g a, d e, e 3, quae omnes erunt aequales per 23. tertij, & a centro h ducantur lineae h a, h b, h d, h e, h 3, & ablati arcibus super cordas a b & b g, & alia erigantur specula plana quadrangula per parallelogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l, d m, e n, 3 x, sint aequedistantia, & sint specula continua ad inuicem taliter,



ut latera eorum quae sunt b k, g h, d m, e n, sint communia, sint autem specula ad inuicem taliter composita, ut anguli contenti a lineis a i & i k, b k & k l, g l & l m, d m & m n, e n & n y, sint aequales angulis contentis a lineis h a & a h, h b & b g, h g & g d, h e & e 3, sintque superficies insistentes lineis a b, b g, g d, d e, e 3, uersae inferius, & suppositae superficiebus alijs superius eleuatis, in quibus sunt lineae i k, k l, l m, m n, n x, & sint superficies superiores inferioribus aequedistantes, haec enim omnia specula taliter disposita aspectum uniformem habebunt ad uisum existentem in centro h, quoniam enim lineae h a, h b, h g, h d, h e, h 3, ducantur a centro h, ad puncta communia cordis & arcibus, patet per 17. tertij, quoniam omnes sunt perpendiculares super lineas circuli a 3, in illis punctis contingentes, er-

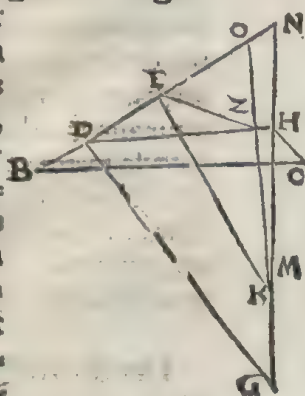
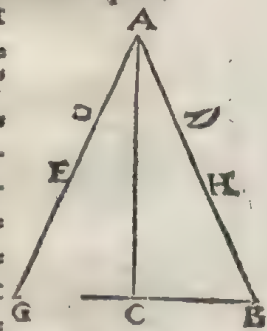
go

go per 21. huius, omnes illae lineae reflectuntur in se ipsas, erit ergo distinctio imaginum secundum illas, sed & perpendiculares quae a puncto h, ducantur super superficiem speculorum planorum, quae per 20. primi huius, solum numerantur numero superficialium speculorum, & circa omnes illas sit uniformis reflexio ad uisum, numerabunt ergo imagines numero speculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia a puncto h productae perpendiculares non concurrunt ultra specula, cum omnes in puncto h concurrant, est autem locus cuiusque imaginis in concursu katheti cum linea reflexionis per 37. huius, & cum haec specula uniformiter respiciant uisum in puncto h, patet quod quae reflexio sit ab uno ipsorum ad uisum, eadem ratione sit reflexio a quolibet aliorum, & sic reflexionum linearum numerantur numero kathetorum, plures ergo uidebuntur imagines dispositae ad inuicem numero & ordine speculorum, quia uero specula respiciunt uisum ut sui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipsius incidentis respicient uidentem ad modum chorearum, quod est propositum. Possunt & per hoc speculum uariato situ plures elici imaginum situationes, quod experimentantis industria censuimus relinquendum, ut si speculum a b, secundum basem a i, sit uelut aequedistans superficiei horizontis, uel secundum alios modos ut libuerit, diuersetur.

LIX.

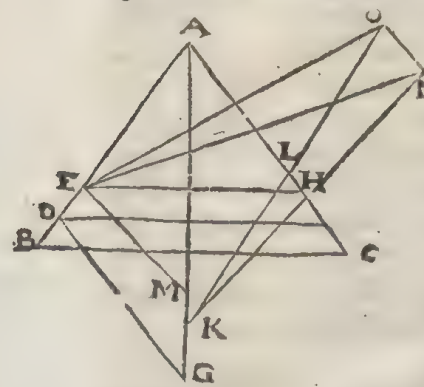
Possibile est speculum ex speculis planis compositum construui, in quo aspiciens suam uideat imaginem uolantem.

Assumatur trigonum hysocheles rectangulum, quod sit b a g, & sit angulus eius qui b a g, rectus, & linea b g, secetur in duo aequalia in puncto c, & ducatur linea a c, & super lineam a g, ponatur speculum planum, quod sit z h, & super lineam b a, ponatur aliud speculum planum, quod sit d e, & sit uisus intuentis in linea a c, respiciens in quocumque illorum speculorum uoluerit, ut in z h, & alterum speculum quod sit e d, iaceat in plana superficie super quod stat intuens, & accedat & recedat intuens, donec calcanei sui forma perueniat ad speculum e d, dico quod reuerberabitur in aliud speculum quod est z h, in quo aspiciens putabit propriam imaginem uolare, quoniam uidebit ipsam eleuatam secundum se totam in aere, cum tamen ipse aspiciens stet super superficiem terrae uel alterius rei, in qua est speculum e d, quoniam forma calcanei incidens inferiori speculo quod est e d, reflectetur ad superius speculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis, & si intuens mouerit se aliquantulum, ita tamen ut non mutetur situs respectu reflexionum quae sunt in speculo, moueri uidebitur imago in aere per 42. huius, & sic uidebitur aspiciens suam imaginem uolantem quod proponit, & circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret. Ut autem idem propositum & aliter melius pateat figuraliter demonstratum, sit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, sit rectus, & in cuius latere a b, sit uelut speculum planum, cuius media linea sit d e, cuius punctus d, sit propinquior puncto b, quam punctus e, & sit trigonum a b c, secundum eius latus a b, positum in superficie horizontis uel alia quacumque superficie, super quam eleuata sit statura intuentis, cuius plantae pedis stent in puncto g, aliquantulum eleuato super lineam a b, & ducatur linea g d, & super punctum d, terminum lineae b d, fiat per 23. primi angulus aequalis angulo g d b, qui sit h d a, producta linea d z, ad lineam a c, & super punctum h, terminum lineae c h, fiat angulus d h k, aequalis angulo d h a, producta linea h k, ad lineam b c, positoque centro uisus in puncto k, patet ex praemissis & per 20. huius, quoniam forma puncti g, a puncto h, reflectitur ad uisum, si punctum h, fuerit punctum speculi alicuius, intuentis itaque per 46. huius, in speculo d e, puncto reflexionis formae puncti m, quod sit in uertice uidentis, sit formae puncti illius punctus reflexionis e, & ducatur linea m e, & angulus



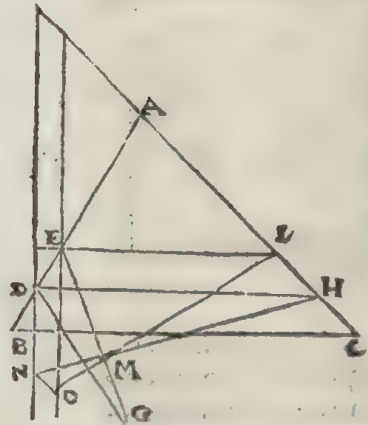
M 2 lus

Ius m e d, super punctum e, terminum lineae m e, per 23. primi, fiat aequalis angulo qui sit a e l, producta linea e l, ad lineam a c, & inter puncta a & h, situetur speculum quod sit l h, ita quod puncta l h, sint in superficie illius speculi, & similiter punctum a, & quoniam forma puncti m, a puncto speculi d e, quod est e, reflectitur ad totam superficiem speculi l h, per 22. huius, & ab illo puncto speculi l h, in quo angulus e l a, & h l k, sunt aequales, quodcunque enim fuerit illud punctum, semper ipsum dicatur punctum l, & fiat reflexio



ad uisum k, quoniam enim ut patet per 26. huius anguli k l c, & k h c sunt acuti, patet per 14. primi, quoniam illae lineae concurrent, sitque punctus concursus l z, palam ergo per 34. huius, quod tota imago aspicientis quae est linea g m, a superficie speculi e d, reflectitur ad speculum l h, & a superficie speculi l h, reflectitur ad uisum existentem in puncto k, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis formae uniuscuiusque puncti est in concursu katheti suae incidentiae, cum linea suae reflexionis: producat utque a puncto speculi d e, a quo fit reflexio formae puncti g, quod est d, per 11. undecimi, linea perpendicularis super speculi a h, superficiem, & patet cum ex hypothesi angulus d a h, sit rectus, quod illa perpendicularis

est linea d a. Similiter quoque perpendicularis a puncto reflexionis formae puncti m, quod est speculi d e, punctum e, ducta super superficiem speculi a h, est eadem linea quae e a, haec itaque linea est kathetus incidentiae formarum punctorum g & m, reflexorum a punctis d & e, ad speculum l h, & quoniam ut praemissum est per 26. huius, quod anguli k h c, & k l c sunt acuti, quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per aequalia diuidens, est perpendicularis super lineam l h, angulus uero d a h est rectus, ergo per 4. primi huius, linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, sit ergo ut punctus concursus linearum d a & k h sit n, & punctus concursus linearum e a & k l sit o, erit ergo linea o n, imago formae totius lineae m g, eritque punctum quod est imago formae puncti g, plantarum scilicet ipsius intuentis alterius in aere quam punctum o, quod est imago formae puncti m, uirtutis ipsius uidentis, uidebit ergo ex puncto k, intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere quam ipsum caput collatos ad uisum. Per eandem quoque demonstrandum si trigonum a b c, fuerit oxigonium, nisi quod imago intuentis aliam recipiet situs dispositionem, katheti enim incidentiae aliter superficiei speculi incidunt quam prius, semper tamen trigono a b c, existente orthogonio uel oxigonio uidebitur



imago intuentis uolans sub speculo, quod si trigonum a b c, fuerit ampligonium, possibile est fieri ut imago sit uolans in aere retro uisum, quoniam ut patet per 14. primi huius, katheti incidentiae & lineae reflexionum concurrent retro centrum uisus, non uidebitur autem talis imago, quoniam semper fugiet absconsa ab ipso uisu, nisi forte ab alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio, patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uisu solum respiciente in speculo a h, non in speculum d e, & haec quidem demonstrata sunt, ac si a punctis primarum reflexionum, quae sunt d & e, ducantur katheti incidentiae, quae si imaginentur a locis primarum imaginum duci, multo fortius secundae imagines, quae uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositae ut uolantes.

LX.

Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicem disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit

Sit uisibile aliquod, in quo sit punctum a, & sit centrum uisus b, & sint tria specula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem disposita,

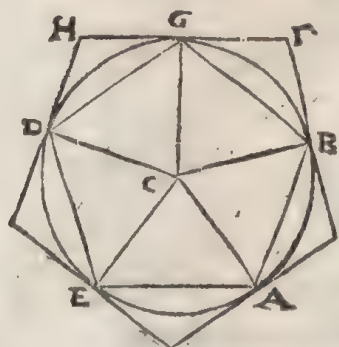
ducatur quoque a puncto a, linea a z perpendiculariter super superficiem speculi e z, per 11. undecimi, et producat utque linea a z in continuu, abscondaturque in puncto c, taliter per 3. primi, ut linea z c sit aequalis lineae a z, & a puncto b, quod est centrum uisus, ducatur linea b g perpendiculariter super speculum d g, et producat utque linea g s sit aequalis lineae b g, a puncto quoque c ducatur perpendicularis super superficiem speculi d e, quae sit c k, & producat utque linea c k sit aequalis lineae k l, & a puncto l ducatur linea ad punctum s, secans speculum d e in puncto m, & speculum d g in puncto f, & a puncto m ducatur ad punctum c, linea m t secans speculum e z in puncto r, & ducantur lineae a r & b f, quae ergo linea b g est aequalis lineae g s, & linea g f, communis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f aequalis est angulo s g f, quia ambo illi anguli sunt recti, erit per 4. primi, linea b f aequalis lineae s f, & angulus g f b aequalis angulo g f s, & angulus f b g aequalis angulo f s g, sed angulus s f g est aequalis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m aequalis est angulo g f b, potest ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uisum b, quia uero linea c k est aequalis lineae k l, & linea k m communis est aequalis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoque l k m aequalis est angulo m k c, quia ambo recti, erit per 4. primi, linea l m aequalis lineae m c, & angulus l m k aequalis angulo k m c, ergo angulus d m f est aequalis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipse est aequalis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, potest reflecti a puncto m ad punctum f, & a puncto f ad punctum b, centrum uisus per 2. ergo specula quae sunt d e & d g, uidentur forma puncti n, reflexa ad idem centrum uisus quod est b, & quia linea a z est aequalis lineae z c, & linea z b communis est ambobus trigonis a n z & z c b, angulus quoque a n z est aequalis angulo n z c, quia ambo recti sunt, erit angulus a n z per 4. primi, aequalis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e est aequalis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur a puncto n, speculi z e, ad punctum m, speculi d e, & a puncto m ad punctum f, speculi d g, & a puncto f, ad centrum uisus b, a tribus ergo speculis uidetur forma & imago eiusdem puncti a, quod est propositum, & hoc accidit uisui solum respiciente in speculum d g.

LXI.

Possibile est per quodcunque quis uoluerit plana specula secundum dispositionem polygoni aequilateri & aequianguli ad inuicem disposita eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uisus punctum a, & punctum rei uisae sit b, & ducatur linea a b, & secundum quantitatem lineae a b describatur polygonum aequilaterum & aequiangulum, quodcunque laterum uisum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli causa polygonum a e d g b, pentagonum, cui circumscribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineae ad centrum circuli quod sit c, ab angulis polygoni quae sint a c, e c, d c, g c, b c, palam itaque, quoniam omnes illae lineae sunt aequales per definitionem circuli, anguli ergo ad bases omnes sunt aequales per 5. & per 8. primi, & in concursu quorumlibet dictorum laterum ponatur speculum planum, praeter quam in punctis a & b, ut a puncto e d g, uel si fuerit polygonum plurimum laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter super lineas ad centrum circuli productas, ut sunt haec lineae d c & g c, quod fiet per 11. undecimi, ita ut speculum f h super lineam g c, sit perpendiculariter insitens: ad unum uero angulum sit punctum rei uisae, & ad alium sibi proximum sit centrum uisus, ut sunt haec puncta a & b, quia itaque angulus e c g est aequalis angulo h g c, quia ambo sunt recti, sed & angulus e c g best

M 3 aequalis

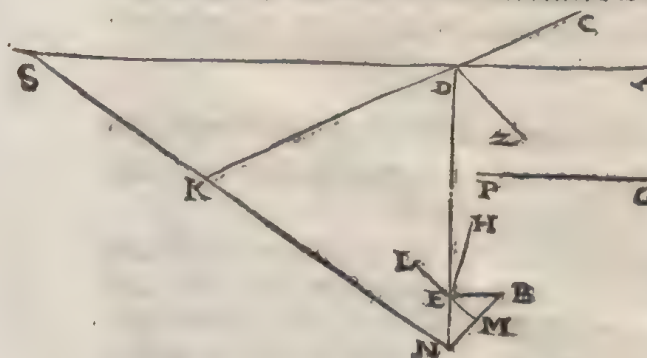


æqualis angulo $e g d$, ut patet per præmissa & per 3. primi, angulus ergo $b g f$ æqualis est angulo $d h g$, ergo forma puncti b à puncto g , speculi $f h$ reflectitur ad punctum speculi proximi, quod est ad punctum d , per æquales enim angulos sit omnis reflexio, ut patet per 20. huius, & quoniam omnes anguli illi præmissis duobus angulis similes inter se sunt æquales, palam quia sit reflexio à puncto d ad punctum e , & à puncto e ad punctum a , quod est centrum uisus; uisus itaq; existens in puncto a , & intuens solum speculum, cuius est punctum e uidebitur forma b , quæ immediate non reflectetur ad ipsum à puncto speculi e , reflexam mediantibus speculis g & d quod est propositum. Quod si centrū uisus sit in puncto $c q d$ est centrum circuli, cuius periferiam contingunt omnia specula in angulis polygoniorum constituta, palam quod forma puncti c , ab omnibus punctis reflectitur in se ipsam, quoniam omnes lineæ quæ sunt $c a$, $c b$, $c g$, $c d$, $c e$, sunt perpendiculares super speculorum superficies, reflectuntur ergo in se ipsas ad punctum c , per 27. huius, palam ergo est propositum, & si plurima ordinantur hoc modo specula, de omnibus est eadem demonstratio & idem modus circumscribendi circuli alteri polygonio qui & pentagono. Per hæc itaq; duo theoremata, patet quod rei quæ non uidetur imago potest in speculo uideri, ut si res taliter disponitur ad primū speculum, quod ad ipsum uisus pertingere non possit, hoc autem facilliter accidit cogitanti.

LXII.

A pluribus speculis planis possibile est formam rei per se uisæ uel rei non uisæ reflecti ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus in puncto a , & punctus rei uisæ b , & inter illos duos punctos si placet exempli causa sit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud, quod sit $p g$ & à punctis a & b ad opposita ipsis loca ducantur lineæ æquedistantes per 31. primi, quæ sint $a d$ & $b e$, & copuletur lineæ $d e$, sintq; exempli causa lineæ $b e$ & $a d$, perpendiculares super lineam $d e$, & diuidatur angulus $a d e$ per æqualia per 9. primi, ducta lineæ $d z$, & similiter diuidatur angulus $b e d$, per æqualia per lineam $e h$, & super punctum d terminum lineæ $z d$ erigatur perpendiculariter lineæ $k d c$, per



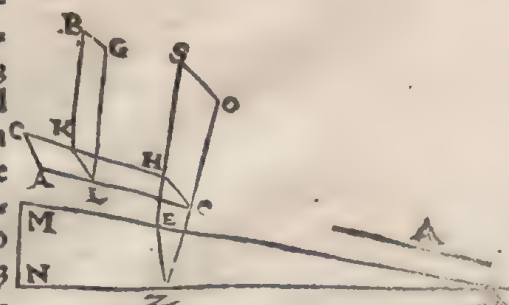
23. primi, & similiter super punctum e , terminum lineæ $h e$ erigatur perpendiculariter lineæ $l e m$, & ex his duabus lineis $k d c$ & $l e m$, imaginetur superponi duo plana specula, forma itaq; puncti b incidet speculo plano quod est $m e l$ in puncto e , & reflectetur in punctum d , per 20. huius, quia anguli $b e m$ & $d e l$ sunt æquales, anguli $e m h$ & $h e m$ sunt æquales, quia recti, sed & anguli $h e d$ & $h e b$ sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo $k d c$ ab eis puncto d , reflectetur ad punctum a , quod est centrum uisus per 20. uel 5. primi huius, quoniam ut supra patuit anguli $e d z$ & $z d a$ sunt æquales, uidebitur ergo forma puncti b , per uisum existentem in puncto a , cum tamen res in qua est punctum b , non sit uisibilis per se ipsam, lineæ quoq; reflexionis ad uisum quæ est $d a$, est semper una, quæ uis lineæ incidentiarum secundum numerum talium speculorum numerentur, & si à puncto rei uisæ quod est b , ducatur per 11. undecimi lineæ perpendicularis super superficie speculi quæ sit $b m$ secans lineam $e l m$ in puncto m , erit angulus $b m e$ rectus, ergo per 23. primi, erit angulus $e b m$ acutus, cum ergo angulus $b e d$ sit rectus, palam per 14. primi huius, quia lineæ $b m$ & $d e$ concurrent, sit concursus ipsarum in puncto n , quia itaq; lineæ $m e l$ cadens super lineas $e h$ & $b n$, facit angulum $e m b$ intrinsecū æquale angulo $l e h$

$l e h$ extrinsecū, patet per 28. primi, quoniam lineæ $b n$ & $e h$ sunt æquedistantes, ergo angulus $d e h$ extrinsecus est æqualis angulo $e m b$ intrinsecū per 29. primi, & angulus $e b n$ est æqualis angulo $b e h$, quia sunt coalterni, sed angulus $b e h$ est æqualis angulo $h e d$, ut patet ex præmissis, diuisus est enim angulus $b e d$ per æqualia per lineam $h e$, erit ergo angulus $e b n$ æqualis angulo $e n b$, ergo per 6. primi, lineæ $n b$ & $e b$ sunt æquales; est autem per 37. huius, punctum n locus imaginis formæ puncti b reflecti ad uisum existentem in puncto d , à speculi $m e l$ puncto e . Item à puncto n ducatur lineæ perpendicularis super lineam $c d k$ per 12. primi, quæ sit $n k$, patet ergo ut prius per 32. primi, quod angulus $d n k$ est acutus. Sed angulus $n d a$ est rectus ergo per 14. primi huius, lineæ $n k$ & $a d$ productæ concurrent, sit puncti concursus s , quia itaq; lineæ $d k$ cadens super lineas $z d$ & $n s$, facit angulum $z d t$ extrinsecū æqualem angulo $n k d$ intrinsecū, uterq; enim illorum angulorū est rectus, patet ergo per 28. primi, quod lineæ $n s$ & $z d$ æquedistant, ergo per 29. primi, est angulus $z d a$ extrinsecus æqualis angulo $n s d$ intrinsecū, sed & anguli $s n d$ & $n d z$ sunt æquales, quia coalterni, & anguli $n d z$ & $z d a$ sunt æquales, ut patet ex præmissis; angulus enim $n d a$ diuiditur per æqualia per lineam $z d$, angulus ergo $d n s$ est æqualis angulo $d s n$, ergo per 6. primi, duæ lineæ $d s$ & $d n$ sunt æquales, quia itaq; lineæ $e n$ est æqualis lineæ $e b$, erit lineæ $d n$ æqualis duobus lineis $d e$ & $e b$, ergo lineæ $d s$ est æqualis illis eisdem duobus lineis $d e$ & $e b$, & quia per 37. huius, punctum s est locus imaginis formæ puncti n reflectæ à puncto speculi $k d c$ quod est d , ad uisum existentem in puncto a , patet quod lineæ $a s$, quæ est distantia imaginis à centro uisus est æqualis duobus lineis incidentiæ quæ sunt $b e$ & $d e$, & insuper lineæ reflexionis quæ est $d a$, & hoc est propositum, quoniam si à pluribus speculis fiat reflexio eodem penitus modo erit demonstrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus speculis planis ad eundem uisum facta, ab imparibus quidem dextra appareret sinistra, & sinistra dextra; à paribus uero dextra apparet dextra, & sinistra sinistra, & distantia imaginis à uisu constabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus a , & lineæ rei uisæ sit $b g$, & si placet sit inter centrum uisus & rem uisam aliquod corpus densum simplicem prohibens uisionem, ut paries uel aliquod simile, quod sit d , fiatq; reflexio ex tribus speculis quæ sunt $e z$ & $h c$ & $k l$, reflectaturq; forma lineæ $b g$, per hæc tria specula ad uisum existentem in puncto a , sitq; ut punctus b , lineæ $b g$ incidat speculo $k l$ in puncto k , & speculo $h c$ in punctum h , & speculo $e z$ in punctum e , reflectaturq; ad uisum a secundum lineam $e a$, & similiter forma puncti g incidat speculo $k l$ in punctum l , & speculo $h c$ in punctum c , & speculo $e z$ in punctum z , & reflectatur ad uisum secundum lineam $z a$, & ducantur hæc lineæ incidentiæ & reflexionis quæ erunt $b k$ & $k h$, $h e$, $e a$, & $g l$, $l c$, $c z$, $z a$, sitq; locus imaginis formæ puncti b , in primo speculo quod sit $k l$ punctum c , & locus imaginis formæ puncti g , in primo speculo sit punctum q , & ducatur lineæ $c q$, quæ per 49. huius, æqualis lineæ $b g$. In secundo uero speculo quod est $h c$, lineæ imaginis sit $s o$. In tertio uero speculo quod est $e z$, lineæ imaginis sit $m n$, patet itaq; quoniam in quolibet istorum speculorum tanta est distantia imaginis sub speculo à superficie speculi, quanta est distantia formæ quæ reflectitur à speculo à superficie ipsius speculi per 49. huius, lineæ ergo $k b$, quæ est distantia puncti rei uisæ à superficie speculi extra speculum est æqualis lineæ $k c$, quæ est distantia imaginis à speculo sub illo, et lineæ $g l$, est æqualis lineæ $l q$, tunc lineæ $g h$, quæ est distantia formæ uisæ à superficie speculi $h c$, est æqualis lineæ $h s$, quæ est distantia loci imaginis sub eodem speculo, & lineæ $q t$ est æqualis lineæ $t o$, lineæ quoq; $s e$, quæ est distantia formæ reflectæ

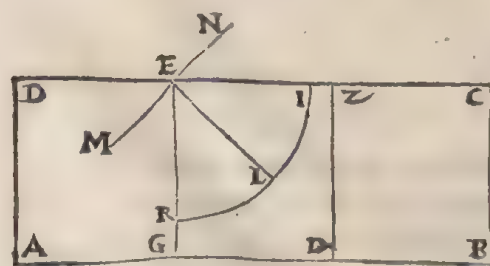


reflexa à speculo z est æqualis lineæ $e m$, quæ est distantia formæ ab eodem speculo sub illo, & similiter lineæ $o z$ est æqualis lineæ $z n$, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuscuiusq; formæ puncti uisus est in puncto cōcurfus katheti suæ incidentiæ cum lineæ reflexionis, & in speculis planis imago semper est æqualis rei uisæ p. 52. huius, patet quod uisus existens in puncto a , comprehendet imaginem formæ lineæ $b g$ in loco lineæ $m c$ æqualem ipsi rei uisæ, & eius distantia à uisu quæ est secundum lineas $a m$ & $a n$ est æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniam lineæ $a m$ est æqualis lineæ reflexionis quæ est $e a$, & lineæ $m e$ quæ est æqualis lineæ $e s$, secundum præmissa est æqualis lineæ incidentiæ quæ est $e h$, & lineæ $h s$ æqualis lineæ $c h$, quæ est æqualis lineæ $k h$, & lineæ $c k$, quæ lineæ $c k$ est æqualis lineæ $k b$, & similiter lineæ $a m n$ est æqualis lineæ reflexionis quæ est $a z$, & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in speculis planis dextra apparent sinistra & sinistra dextra, palā quod in speculo primo respectu rei uisibilis, quod est speculum $l k$, sit imago formæ rei $b g$ uisæ, quæ est imago $c q$ transmutata modo dicto, Sed & eadem imago reflexa à secundo speculo, quod est $h c$, mutat dextrum in sinistrum & sinistrum in dextrum, redit ergo in speculo numeri paris dispositio partium imaginis ad dispositionem partium ipsius rei uisæ, & quia in speculo tertio quod est $e z$, imago secunda, quæ est $s o$, mutat situm partium suarum; patet quod imaginis $m n$ situs est alius à dispositione formæ rei quæ est $b g$, in speculis itaq; numeri paris sit imago similis rei secundum dextrum et sinistrum, et in speculis imparibus transmutatur, et sic uniuersaliter quotiescūq; speculis paribus uel imparibus positis secundū hæc imaginū dispositio uariatur secundū dextrū et sinistru, patet ergo, ppositu.

LXIII.

Duo specula plana quadrata & æqualia possibile est sic sisti, ut intuens in uno speculorum suam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo specula plana rectangula & æqualia cuiuscunq; placuerit quantitatis suorum laterū, dum tñ latera unius sint æqualia lateribus alterius, & sint latera eiusdē speculi inter se proportionabilia, ita ut lōgītudo sit duplata latitudini eiusdē speculi, assumaturq; lineæ, cuius longitudo sit multo maior uno latere illorū speculorum, & sit exempli causa quatuor cubitorum quæ sit $a b$, & secetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis speculi per tertiā primī, quæ sit $a g$, & diuidatur lineæ $g b$ in duo æqualia in puncto d , & à puncto d ducatur lineæ perpendiculariter sup lineam $a b$, per 11. primī, producatuq; in continuum & directum, et abscindatur ab ipsa lineæ æqualis altitudinī speculi quæ sit lineæ $d z$, et à puncto b ducatur lineæ æqualis & æquedistans lineæ $d z$ quæ sit $b c$, et producatuq; lineæ $c z$ orthogonaliter super lineam $b c$, quæ erit æqualis lineæ $b d$, per 33. primī, et producatuq; lineæ $c z$ in continuum et directum, ducaturq; à puncto g , lineæ $g e$ æquedistans et æqualis lineæ $d z$, erit ergo lineæ $g e$, per 30. primī, æqualis et æquedistans lineæ $b c$ et super punctum e , centrum existens describatur portio circuli secundum modum quantitatis placitæ, quæ sit $r i$, diuidaturq; arcus $r i$ per æqualia, per 29. tertij, in puncto l , et ducatur lineæ $l e$, et à puncto e ducatur una lineæ perpendicularis super lineam $l e$, quæ sit $e m$, et itē alia quæ sit $e n$, quæ tamen lineæ adinuicem coniunctæ sunt lineæ una per 14. primī, et sit lineæ $m e$ æqualis lineæ $n e$, et tota lineæ $m n$ sit æqualis longitudinī speculi. Si ergo duo



posito ergo centro uisus in puncto d , et motis speculis super lineam $l e$ fixam, uidebit homo seipsum sup unum duorum speculorum uenientem, et in altero recedentem, est enim longi-

longitudo amborum illorum speculorum quæ est lineæ $m n$, quasi duplata latitudine unius ipsorum, & sic punctum est quasi medium superficiē amborum illorum speculorum: unde circa ipsum æqualior sit motus. Et si hæc specula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter se existentes uariant cum reuoluentur, multa deformitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamē taliter sint dispositi, ut ab uno speculo in alium fieri possit reflexio, nec æstimamus hac demonstratione alia in his quæ præmissæ sunt in simplicibus planis speculis indigere, & hoc practicæ artificū ducimus cōmittenda, quia et hæc quæ præmissimus plus habilitatem operis mœchanici respiciunt, quā firmitudinē demonstrationis, fuit enim istud diligens inuentio antiquorum, cui potest addere et demere ille, qui diligenter perspexerit ea quæ demonstratiōis necessitate conscripsimus in hoc libro.

LXV.

Ab uno speculo plano soli opposito ignem est impossibile accendi, à pluribus uero possibile.

Hoc enim euidens est, quia ignis non accenditur nisi per aggregationem plurium radiorum, lineæ uero reflexionis à speculorum planorum diuersis punctis productæ non concurrent, ut per 47. huius, demonstratum est, in nullo ergo puncto cōueniant illi radij reflexi, ad generationem ignis possibile est in materia combustibili quacūq; patet ergo primū propositum. Iam autem dixit Attennius nescio qua ductus experientia, quod solum uiginti quatuor radij cōcurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit septem specula plana hexagona colligatione stabili fixa, scilicet sex extrema circa unum, quod statuit in medio illorū, et uniebantur illa specula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo quia figuræ hexagonæ replent locū superficiale, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attennius, quod ad quamcunq; distantiam sic ignis potuit accendi, quæ si ad complendam unam planam superficiem cōiunxerat, non poterat, ut ex præmissis patere potest, intentionem suam aliter consequi, quā sicut ex uno speculo plano, quoniam ut prædictum est tres superficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualeat duas tertias duorum rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum vacuum dimittunt, nihil est ergo quod punctum sui cōcurfus distinguat à natura planæ superficiē & unius, quod si idem hexagoni taliter adinuicē inclinentur, ut ab una sphaera fiant circumscribiles, tunc ad centrum illius sphaeræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno puncto illis superficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale speculum melius posset ex trigonis quā hexagonis componi, quoniam numero superficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur calor, hoc tamē quia facilia sunt ut diximus, prosequenda ipsam relinquentes artificis industriū animarum.

LIBER SEXTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



Atus quo potuimus speculorum planorum passionibus percursis, super est nunc ut ad aliorum speculorum passiones proprias diuertamus, & quia specula conuexa sunt simpliciora concavis, quoniam quædam passionū speculorum conuexorum descendunt in concava, ut in illa, quorum passiones proprie diuersimode uariantur, conuenit ut primo tractatum speculorum conuexorum alijs præmittamus. Sed quia inter specula conuexa, quorū quædā sunt sphaerica, quædam columnaria, quædam pyramidalia, ipsa specula sphaerica sunt alijs simpliciora, passiones em & causæ reflexionum speculorum sphaericorum conuexorum descendunt in specula columnaria & pyramidalia conuexa, cū in illis ab aliquibus punctis suorum circulorum accidit fieri reflexionem, sicut & passiones speculorum planorū descendunt in eadem specula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum

N longitudo

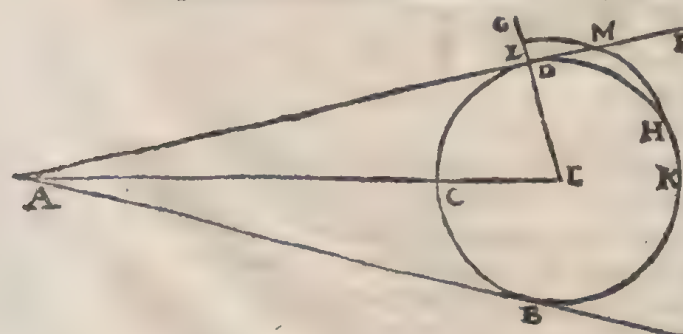
longitudinis illorum speculorum ad uisum sit reflexio. Post tractatū ergo planorum speculorum de speculis sphaericis conuexis, ut de simplicioribus omnibus alijs & concauis speculis psequi dignū uisum est. Quare itaq; ad speculorum sphaericorum proprias passiones psequendas pmittimus sunt ista. Maius speculū sphaericum conuexū uel cōcauū dicimus, cuius sphaerae diameter est maior, & minor uisus minor. Diametrū speculi sphaerici, dicimus diametrū sphaerae cuius portio est speculū. Centrū speculi dicimus centrum sphaerae cuius portio est speculū. Diametrū uisualem dicimus lineā a centro uisus per centrū speculi sphaerici trāseuntē, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam aequedistare speculo sphaerico conuexo dicimus, quae secundū eius punctū medium aequedistat lineae altiq; arcū circuli magni illius speculi secundū medium eius punctū contingentī. Finis contingentiae, dicitur punctus ubi alter kathetorū secat lineam in puncto reflexionis speculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

1. Communem sectionē superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici cōuexi, necesse est circulū magnū uel arcum circuli magni sphaerae esse; ex quo patet qd oīs superficies reflexionis diuidit sphaerā speculi p aequalia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, superficies reflexionis dicitur superficies cōtinens lineā incidentiae & lineā reflexionis & perpendicularē a puncto contingentiae productā super superficiem sphaericū speculū in puncto incidentiae cōtingentem. Quare omnes lineae rectae sunt, patet quod superficies reflexionis est superficies plana. Omne autē speculū sphaericum conuexum, aut sphaera est, aut pars sphaerae, ut patet p 7. quinti, ergo per 69. primi huius, si superficies reflexionis secet speculū, ipsorū cōmunis sectio necessaria erit circulus uel pars circuli, & quoniam perpendiculares sunt superficies sphaeras contingentes, necessario transeunt p centrum sphaerae, ut ostendi potest per 72. primi huius, & per definitionē lineae ppendicularis super superficiē sphaerae positā in principio primi huius, patet quod omnis superficies reflexionis transit centrū speculi, est ergo illa cōmunis sectio circulus magnus uel arcus circuli magni sphaerae illius speculi, p definitionem circuli magni, & hoc est ppositum, patet etiā correlariū, quia cū oīs superficies reflexionis trāseat per centrū speculi, patet manifeste, qm ipsa diuidit sphaerā speculi p aequalia, & hoc pponebatur.

A centro uisus ad superficiē speculi sphaerici cōuexi ducta contingens circa fixam uisualem diametrū aequaliter mota portionem superficiei speculi determinat, a cuius punctis fiet formarum reflexio ad uisum.

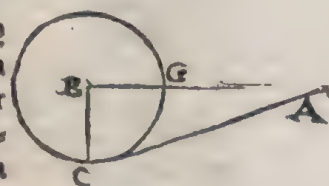
Sit centrum uisus punctus a, & cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici conuexi sit circulus b c d k, cuius centrū sit e, & a puncto a ducat per 6. tertij, lineā contingens circulū in punctum d quae sit a d, ducatur & diameter uisualis quae sit a e, secans periferiā circuli b c d in puncto c, dico quod si diameter a e manente fixa lineā cōtingens q est a d, imaginetur aequaliter moueri sup periferiā speculi, seruans semp aequalitatē angulī a e d, quousq; redeat ad locū unde exiuit, q ipsa motu suo secundū punctum d, describet circulū determinantē portionem speculi sphaerici cōuexi, a qua sit reflexio



omnium formarū ad uisum existentē in puncto a, ab illa parte alia speculi superficiei a qua non sit reflexio, producatu eū lineā a d ultra punctum contingentiae d ad punctū f, & ducatur lineā e d, q producatu extra speculum ultra punctū d usq; ad punctū g, erūt ergo per 17. tertij, angulī omnes ad punctū d recti, omnes ergo puncti in lineā d f constituti uidebunt directē, ideo quia lineā a f manens una nō refrangit a puncto d, quia tamē eadem lineā cōtingit speculū, incipiūt puncta lineā d f, aliquid participare naturae reflexionis, unde uidebuntur a puncto d, reflecti secundū lineam d a ad uisum a, per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiae qui est f d g, est aequalis angulo reflexionis, qui est g d a, dico etiā q a nullo puncto arcus d k b potest fieri reflexio ad uisum a. Si enim sit hoc possibile, esto quod a puncto h arcus d h b, fiat reflexio formae alicuius puncti ad uisum existentē in puncto a, & ducat lineā reflexionis ad uisum a, q sit h a, hoc ergo nō potest trāire solidum corpus speculi, scilicet arcus circuli b c d secando, transibit ergo extra circulum, quia itaq; angulus contingentiae qui est h d f est indiuisibilis, per 15. tertij, patet q illa lineā reflexionis quae est h a, nō transibit punctū d, secabit ergo lineā d g, sit ut secet ipsam in puncto l, & quia lineā reflexionis quae est h a nō secat angulū h d f, palam cū nō secet arcū h d, quod secat lineā d f, sit ut secet ipsam in puncto m. Si ergo lineā h m a puncto m, perueniat ad punctū a, patet q duae rectae quae sunt m l a & m d a includunt superficiem, quod est impossibile; uel deducatur, sit trigonū d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, est acutus, ergo p 13. primi, angulus a l d est obtusus. Sed angulus a d l est rectus, quia angulus a d e est rectus, ergo p 14. primi huius, cū lineā e g cadat sup ambas lineas a d & h a, & faciat angulos praedicto modo dispositos, patet qd lineae h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam sunt angulī minores, non ergo reflectitur forma aliqua a puncto h ad punctum a, quod est oppositū dati, patet ergo ppositum, quoniam quocūq; puncto arcus d k b dato, eodem modo potest fieri deductio.

Opposito uisui speculo sphaerico cōuexo, ita ut uisus nō sit in superficie illius speculi aut superficie ei continua, erit cōmunis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi circulus minor magno circulo sphaerā speculi p aequalia secante.

Opponatur uisui speculū sphaericū taliter ut uisus nō sit in superficie illius speculi et cōtinua, dico q pars speculi a uisui cōprehensa erit pars sphaerae circulo inclusa, quae efficit motu suo radius cōtingens superficiem sphaerae, quia eū ut patet p 16. tertij huius, longior radius ad sphaerā superficiē cōtingens quasi lineā speculū cōtingens est. Si ille radius imaginē p gyrū, moueri attingendo sphaerā, donec redeat ad punctū primū, a q sum p sit motus principij, palā per praemissā, quia punctus contingentiae in sphaerā superficie circulū describet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius sphaerae, qm si intelligant superficies secantes se sup diametrū sphaerae transeuntes polos praedicti circuli & sphaeram p aequalia secantes, patet qd oēs illi circuli cōtingentes lineas habēt illas q sunt lineae longitudinis pyramidis uisionis, ergo p 58. primi huius, quilibet arcū continuū ipsi superficiei sphaerae, & his superficiebus planis secantibus sphaeris, erit minor semicirculo circuli magni. Verbi gratia sit p 69. primi huius, circulus q est cōmunis sectio superficiei sphaerae et superficiei planae transeuntis p uisum a, extra sphaerā existentē, & p centrū sphaerae qd sit b, circulus c s d, cuius centrū sit b, sitq; polus circuli intellecti secundū quem basis pyramidis uisionis secat superficiē speculi punctus, sed pducatur b a semidiameter ad uisum a, & sit lineā b s a, & a puncto a, cetro uisus ducat lineā cōtingens circulū, q sit a c, & a puncto cōtingentiae q est c, ducat ad centrū b, lineā c b, dico qd arcus c s est minor q quarta circuli magni, angulus em b c a est rectus p 17. tertij, angulus ergo c b a est acutus, q nō possunt esse duo recti in eodē trigono a b c, p 32. primi, hūc itaq; angulū in centro existentē respiciat arcus c g, palā ergo p ultimā sexti, qm ipse minor est q quarta circuli, & quia idē accidit in oibus punctis imaginatoꝝ circuloꝝ minorꝝ, qm quilibet arcū illoꝝ circuloꝝ est minor q quarta circuli magni, ergo circulus terminans uisum est minor circulo magno sphaerae ppositae, et hoc est qd pponebatur. tenet autē haec demonstratio in uno uisu tm, uel in ambobꝝ uisibus, dum modo diameter speculi sphaerici sit maior q distantia oculoꝝ, qm istis existentibus aequalibus circulus maior sphaerae erit circulus ppositae sectionis, & medietas sphaerae uidebitur.



debitur. Si uero distantia oculorum sit maior diametro speculi, plus medietate sphaerae uidebitur, & erit communis sectio circulus minor, ut haec sunt demonstrata in quarto huius.

IIII.

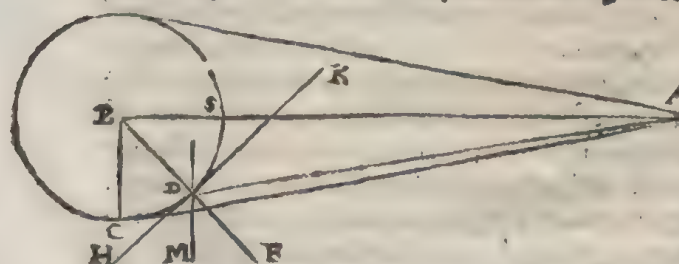
In speculis sphaericis conuexis secundum accessum uisuum ad specula circum uisum terminantium quantitas minuitur, ad recessum uero augetur.

Esto enim speculum sphaericum conuexum, cuius centrum b, & sit centrum uisus a, sitque circulus terminans uisum in superficie speculi g h e, dico quod secundum accessum & recessum uisuum ad speculis illorum circulo quantitas mutat, diminuitur enim secundum accessum, et augetur secundum recessum. Sit enim communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus c d e, cuius arcus c d e, sit erectus super circumulum c g h e, uisam partem speculi continentem, sitque ipsius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineae a c, ad b, c b, a e, eritque p. 17. tertij, angulus a c b, reclus, accedat ergo uisus secundum lineam a b ad punctum k. Si ergo uisus terminatur ad eundem circumulum c g h e, ut prius, ducatur linea k c, & quoniam per 16. secundi huius, longior radius a uisui ad sphaeram contingens quasi linea contingens est, patet p. 17. tertij, quoniam angulus l k c b est reclus. Sed & angulus a c b fuit reclus, est ergo reclus minor reclus, quod est impossibile. Existente ergo uisui in puncto l k, non terminabit uisio ad circumulum c g h e, sed ad aliquem circumulum ipso circumulo c g h e minore, quia enim inter duas lineas contingentes circumulum qui sunt a c & a e, ab uno puncto a, ductas ad punctum k, ducunt aliae duae lineae eundem circumulum contingentes, palam ergo p. 60. primi huius, quod puncta contingentiae interiorum cadent intra puncta contingentiae exteriorum, minor ergo arcus circumuli comprehendit lineas propinquiores quam remotiores, patet ergo propositum.

V.

A quolibet puncto superficiei speculi sphaerici conuexi oppositae uisui, potest fieri reflexio ad uisum.

Esto dispositio eadem quae in tertia huius, dico quod a quolibet puncto portionis oppositae uisui a quolibet puncto arcus e s, & omni sibi simili arcui potest fieri reflexio ad uisum, signetur enim aliquis punctus arcus e s, qui sit d, & ducatur semidiameter d b, palam per 72. primi huius, quoniam linea d b est perpendicularis super superficiem planam contingentem speculum in puncto d, cum itaque formae puncti rei uisae puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem superficie cum semidiametro d b, & cum katheto a b, orthogonaliter cadente super superficiem speculi, eo quod transeat per centrum eius b, & ducatur ad punctum d, linea contingens circumulum c d s, per 16. tertij, qui sit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k reclus, erit ergo triangulus d b a, angulus a d b obtusus. Si ergo producat lineam b d extra sphaeram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo quod angulus b d a sit obtusus, ut patet ex praemissis, & p. 21. primi, & etiam ex hoc, quia cum linea



a d cadat intra lineam a c speculum contingentem, palam per 57. primi huius, quia linea a d producta secabit sphaeram speculi, & superficies contingens sphaeram in puncto d, in qua sint lineae h k, e g, declinior erit quam linea a d, secabitque lineam a b, & quia semidiameter d b est perpendicularis super superficiem b k e g, speculum in puncto d contingentem, erunt anguli f d k & f d h, b h reclus, ergo etiam erit angulus b d k reclus, angulus d q b d a maior reclus, & angulus f d a minor reclus, resecato ergo ab angulo recluso q est f d h, angulum acutum aequale angulo f d a, per 27. primi huius, qui sit m d f, eruntque lineae continentes hos angulos in eadem superficie, punctus ergo rei uisae existens in linea m d, & superficiei speculi incidens ad punctum d, reflectetur ad uisum per lineam d a, per 11. uel 20. quinti huius, continent enim lineae m d & a d, angulos aequales cum perpendiculari b f, & lineae illae incidentiae & reflexionis ut ostensum fuit

fuit per 25. quinti huius, erunt in eadem superficie qui erit superficies reflexionis erecta super superficiem sphaeram speculi in puncto d, contingentem, & eodem modo demonstrabitur de quolibet puncto arcus e s, & cuiuslibet arcus sui similis, hoc est de tota portione speculi uisui opposita, quoniam de quolibet dato puncto potest eodem modo demonstrari: patet ergo, quoniam a quolibet puncto superficiei speculi sphaerici conuexi oppositae uisui potest fieri reflexio ad uisum sicut proponebatur.

VI.

In omni superficie reflexionis a speculis sphaericis conuexis centrum uisus & centrum speculi, punctum reflexionis & punctum reflexum consistere est necesse: ex quo patet lineam a centro uisus ad centrum speculi productam omnibus superficibus sectionum secundum diuersa puncta specula huiusmodi secantium communem esse.

Hoc patet p. 25. quinti huius, in omni enim superficie reflexionis necessario sunt linea incidentiae & linea reflexionis, haec autem lineae continent tria puncta, scilicet punctum reflexum, & punctum reflexionis, & centrum uisus, & quia quaelibet illarum superficiei est erecta super superficiem speculi, a quo sit reflexio, erunt lineae in ipsa productae quae sunt erectae super superficiem speculi centrum speculi transeuntes per 72. primi huius, manifestum ergo quia quaelibet illarum superficiei transit centrum sphaerae. In qualibet ergo superficie reflexionis sunt praenominata 4. puncta corporis quorumlibet, ex his patet quia cum superficiei planae se interfecantur communis sectio sit linea recta, ut patet per 3. undecimi, istarum superficiei necessario communis sectio erit linea a centro uisus ad centrum speculi producta, quoniam alijs duobus punctis uariatis secundum numerum superficiei reflexionis, haec duo puncta, scilicet centrum uisus & centrum speculi in talibus superficibus semper manent, patet ergo propositum.

VII.

Omnis linea reflexionis praeter lineas contingentes secat circumulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphaerici conuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis superficiei speculi non apparentes.

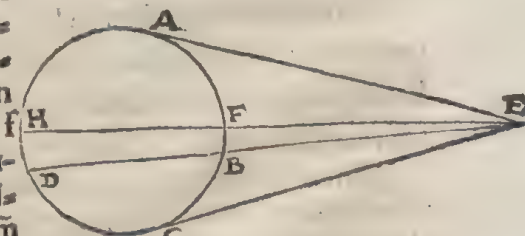
Sit communis sectio superficiei speculi sphaerici conuexi, & superficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrum sit punctum g, & sit centrum uisus e, a quo ducantur lineae contingentes illum circumulum qui sint e a & e c, palam ergo per 2. huius, quoniam a toto arcu a b c, sit reflexio ad uisum, sit ergo ut a puncto b, quod est inter puncta a & c, fiat reflexio ad uisum e, & sit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, producta ultra punctum b, secabit circumulum a b c, in aliquo puncto arcus speculi non apparentis quod sit d, ducatur enim diameter uisualis e f g h, diuidens circumulum per aequalia in duos semicirculos qui sunt f c h, & f a h, ostensum est autem per 57. primi huius, quoniam ab uno puncto datum semicirculum tantum unam lineam contingentem duci est impossibile, & coostensum ibi est quod omnis linea ab eodem puncto sub linea contingente ducta secat semicirculum in puncto uno super punctum contingentiae & in alio sub ipso, patet ergo cum a puncto e, ducatur linea e c, circumulum contingens, & ab eodem puncto e ducatur sub linea contingente linea e b, quoniam linea e b, secat semicirculum f c h, in uno puncto super illum punctum contingentiae qui sit d, & in alio puncto b, sub illo puncto c, qui est terminus portionis arcus apparentis uisui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uisui, quod est propositum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f, potest demonstrari, patet ergo quod proponebatur.

VIII.

In omni reflexione a speculis sphaericis conuexis linea a centro speculi ad punctum

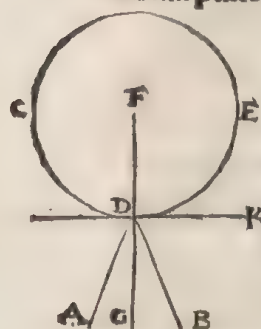
N 3

punctum



punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexio
nis contentum per duo æqualia.

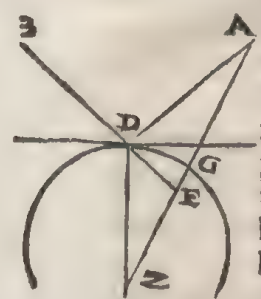
Sit centrum nifus a, & punctus rei uifæ per reflexionem à speculo p.pofito fit b, fitq; cōmunis fectio fupficiæ reflexionis & speculi circulus c d e, cuius centrū fit f, & reflectat forma puncti b, ad uifum a, à puncto speculi d. & ducatur linea d f, dico quod linea f d, producta extra circulū ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia, ita ut angulus a d g, fit æqualis angulo g d b, ducatur tm̄ linea contingens circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ fit h k, erunt ergo per 17. tertij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h sunt recti & æquales. Sed angulus b d k, cum fit angulus incidentiæ, eft per 20. quinti huius, æq̄lis angulo a d h, q̄ eft angulus reflexiōis, remanet ergo angulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro speculi ad punctum reflexionis quod eft d, diuidit angulum a d b, per æqualia, patet ergo propofitum.



IX.

In convexis speculis sphaericis omnem lineam reflexionis cum katheto incidētiæ ab eodē pūcto ad centrū speculi productū, cōcurrere est necesse.

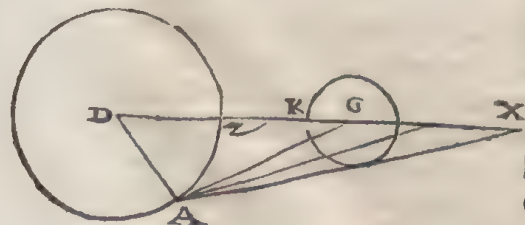
Esto cōmunis sectio superficiē reflexionis & conuexi speculi spherici circulus g d,
 cuius centrum sit z, & sit centrū uisus punctū b, punctusq; rei uisæ sit a, reflectaturq; for
 ma puncti a, ad centrū uisus b, à puncto speculi d, & sit linea reflexionis d b, linea quoq;
 incidentiæ sit a d, ducat itaq; linea à puncto dato a, ad centrum speculi z,
 quæ sit kathetus a z, secans superficiem speculi in puncto g, & copuletur li
 nea d z, & producat b d, intra speculū donec concurrat cū linea a z, con
 curret autē per 29. primi huius, qm̄ em̄ linea b d, pducta secat angulum a d
 z, ut patet p̄ precedentem & per 15. primi, ergo secabit & basem a z, sit itaq;
 punctus concursus e, est autē linea a z, kathetus incidentiæ puncti a, ut pat
 et p̄ diffinitionē katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propositū, qm̄
 linea reflexionis cōcurret cū katheto incidentiæ. Quod autē hic de cōcursu
 lineæ incidentiæ cū katheto incidentiæ demonstrauimus, hoc adiunximus
 ppter 37. quinti huius, secundū em̄ utrāq; illarū linearū est necessarium fieri
 uisionem, qm̄ secundū illam reflexionis forma reflectit̄ ad uisum, & secundum katha
 tum incidentiæ respicit res ipsū speculū, à cuius superficie forma rei uisæ reflectit̄
 ad uisum.



X.

Centro uisus posito in katheto incidētiæ super speculū sphæricū cōuexū
incidente, ab uno tantū puncto speculi fiet reflexio, & uidebitur imago in
superficie speculi in ipso. s. puncto reflexionis, nisi forte propter continua-
tem sui cum punctis alijs formæ uisæ ad aliū locum imaginis protrahatur.

Ostensum est per 33. quinti huius, qm̄ omnis ppendicularis reflectit̄ in seipsam, nec aut̄ ostendimus quod hic pponit̄. Sit ergo g centrū uisus & d centrū speculi propositi, sitq; g k, z d, katheretus incidentiæ ductus à centrō uisus ad speculū secans superficiem oculi in puncto k, & incidens sup̄ficiē speculi in puncto z, dico quod solius pūcti r forma reflectitur ad uisum, qm̄ de alijs pūctis lineæ d g, quibuscūq; datis, quātum ad ipsorū reflexionem eodem modo demonstrandum, ut in 32. quinti huius, sed neq; aliquod punctum huius lineæ reflectit̄ ab alio pūcto speculi, dato enim quod ab alio pūcto fiat reflexio, sit illud aliud pūctum a, & ducat̄ lineā g a, quæ sit lineā reflexionis, ducatur q; lineā incidentiæ ad punctū a, ab illo puncto lineæ g d, cuius forma à pūcto a reflectit̄, q sit x, hæc ergo lineā x a, continebit̄ angulū cū li-



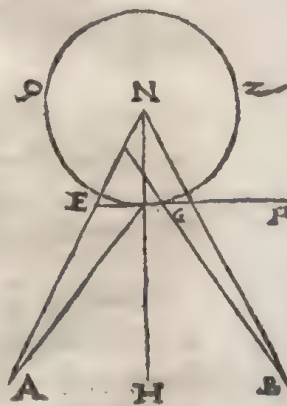
oculi in puncto k , & incidens super speciem in puncto z , dico quod solius puncti r forma reflectitur ad visum, qm̄ de alijs punctis linea $d g$, quibuscūq; datis, quā tum ad ipsorū reflexionem eodem modo demonstrandum, ut in 3.2 . quinti huius, sed neq; aliquod punctum huius lineæ reflectit̄ ab alio puncto speculi, dato enim quod ab alio puncto fiat reflexio, sit illud aliud punctum a , & ducat̄ linea $g a$, quæ sit linea reflexionis, ducat̄ q̄q; linea incidentiæ ad punctū a , ab illo puncto lineæ $t i$, q̄ sit x , hæc ergo linea $x a$, continebit angulū cū li

nea g a, qui sit x a g, & ducatur diameter d a, hæc ergo extra circulū producta necessario diuidet angulum x a g, per æqualia per 8. huius, eo qd' ueniens à centro speculi & ad istū punctū reflexionis est ppendicularis sup ipsum, concurreret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d, inter punctū x reflexum, & punctū g centrum uisus; sint ergo duæ lineæ rectæ, quæ sunt x d & d a, in duobus punctis concurrent & superficiem continebunt, quod est impossibile, patet ergo, ppositū, qm̄ ab uno tm̄ puncto speculi reflexionem fieri est necesse, ergo & una tantū uidebit̄ imago, & quia locū ipsius nulla lineæ intersectio determinat, ut patet per 37. quinti huius, palam qd̄ illa imago uidebit̄ in proprio loco suo, hoc aut̄ est in superficie ipsius speculi in puncto. s. reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ naturalis uisæ ad locum aliū imaginis protrahatur, patet ergo propositum.

XI.

Locum imaginis uisæ in speculis sphaericis conuexis in cōcurfu lineæ reflexionis cum kathero incidentiæ necesse est esse: ex quo patet, quod in omni reflexione ab his speculis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum pducta: patet etiã quod in his speculis possibile est locũ imaginis inueniri.

Quod linea reflexionis concurrat cū katheto incidentiæ, patet per 9. huius, potest
& idem demonstrari aliter. Sit em̄ punctus rei uisæ a, centrū oculi b, punctus reflexio-
nis g, centrū speculi n, palā itaq; per 25. quinti huius, quod a g, linea incidentiæ, g b li-
nea reflexionis sunt in eadē superficie erecta sup̄ superficiem speculum in puncto g, con-
tingentē; linea itaq; cōmunis superficiē reflexionis, & superficiē speculi, sit circulus z g
q & linea cōmunis superficiē contingenti speculū in puncto g, & superficiē reflexionis
sit linea e g p, ducaturq; linea h g, perpendicularis sup̄ lineam g p e, p
11. primi. & patet per 18. tertij, quod linea h g producta pertinet ad
centrum circuli z g q, cui cū sit circulus magnus, ut patet per primam
huius, palam qd' centrū eius est centrum ipsius speculi, transit ergo li-
nea h g, producta ultra punctū g, per centrum speculi quod est n, aliter
em̄ linea a centro speculi ad punctū g ducta, erit etiā ppendicularis sup̄
lineam g p e, & linea h g, pducta est ppendicularis sup̄ eandem, ab eodē
ergo puncto ad eundem punctū lineæ rectæ continget duas perpendi-
culares sup̄ unam lineam quod est impossibile, pertinet ergo linea h
g, ad punctum n, ducatur ergo linea a n, a puncto uiso ad centrum specu-
li, eritq; linea a n, per 72. primi huius, ppendicularis super superficiem
speculi, ergo & super superficiem contingentē speculū in puncto illo p
quā transit, & quia inter duas lineas h g & p g, angulū rectum continentes cadit linea b
g, palam quia ipsa non contingit circulū z g q, ipsa ergo pducta secat circulū, cōcurr
ergo cū linea a n, sit ut concurrat in puncto d, cū itaq; ut patet per 6. huius, punctum a
cuius forma a puncto speculi g reflectitur, & centrū speculi quod est n, necessārio sint in
eadem superficie, erit ergo per primā undecimi, linea a n, in eadem superficie cum line
b g, palā ergo per 37. quinti huius, quia punctus d erit locus imaginis, qm̄ ipse est pun-
ctus cōmunis lineæ reflexionis, in qua necessārio est forma & linea a n, quæ est kathe-
tus incidentiæ formæ puncti a, secundum quam ut secundum lineam breviorē neces-
sario uidetur forma, patet ergo principaliter, ppositū per 37. quinti huius, & per hoc pa-
tet corollaritū, qā in omni reflexione a speculis sphericis conuexis facta, semper ima-
go totius rei uisæ continet in aliqua linea inter loca imaginum suorū extremorū punct-
rum pducta, qm̄ katheti incidentiæ punctorū mediore cadunt semper inter kathetos in-
cidentiæ punctorū extremorū, nec em̄ katheti incidentiæ ab aliquo illo punctorū ext-
imorum pducti ad centrum speculi secare possunt aliquē kathetum incidentiæ puncto
extremorū, patet etiā quod in his speculis cuiuscunq; puncti rei uisæ possibile est locū
imaginis inueniri; pducta em̄ linea recta a puncto quocunq; uiso per reflexionem a
centrū



centrum speculi, & producta linea reflexionis ad concursum cū linea, erit punctus cō-
munis sectionis illarum linearum semper locus imaginis, & hoc proponebatur.

XII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo, qui est communis sectio
superficiæ reflexionis, & speculi sphaerici cōvexi secante, & à puncto reflexi-
onis ducta erecta illum circulum contingente quæ secet kathetum, erit to-
tius katheti proportio ad inferiorem partem sui resectam versus centrum,
sicut partis extrinsecus resectæ per cōtingentem ad eam partē quæ utraq;
interiacet sectiones.

Maneat dispositio figuræ præcedentis, dico quod pportio totius lineæ a n, ad lineam d, est sicut proportio lineæ a d, ad e d, quia em̄ angulus b g h, æqualis est angulo h g a per 8. huius, angulus uero b g h, æqualis est angulo d g n, per 15. primi, quia sunt anguli contra se positi, patet quod angulus h g a æqualis est angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e sunt recti, per 17. tertij, ideo quod lineæ e g, est perpendicularis super lineam h g n, patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales, & quia in trigono a g d, lineæ d e, angulum a g d, per æqualia secat, palam ex 3. sexti, quia pportio lineæ a e, ad lineam e d, est sicut lineæ a g, ad lineam d g, prahatur itaq; à puncto a, lineæ æquedistantes lineæ d g, per 31. primi, concurrens cū lineæ h n, in puncto h, quæ sit h a, concurrent aut illæ lineæ per 2. primi huius, erit ergo per 29. primi, angulus n g d, æqualis angulo g h a, sed ex præmissis patet, quod angulus n g d, æqualis est angulo a g h, est ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g, ergo per 6. primi, erit latus a g, æquale lateri a h, ergo p 7. quinti, erit pportio lineæ a g, ad g d, sicut lineæ a h, ad g d, sed pportio lineæ a h ad g d, est sicut pportio lineæ a n ad d a, p 29. primi, & p 4. sexti, quia ergo q̄ pportio lineæ a h ad d g, eadem est lineæ a n, ad d n, pportio uero lineæ a h, uel a g ad d g, ut patet ex pmissis, est sicut pportio lineæ a e, ad e d ergo p 11. quinti, est pportio lineæ a n, ad a d, sicut lineæ a e ad e d, quod est propositū, quoniam lineæ e d, utraq; interiaccit sectiones.

XIII.

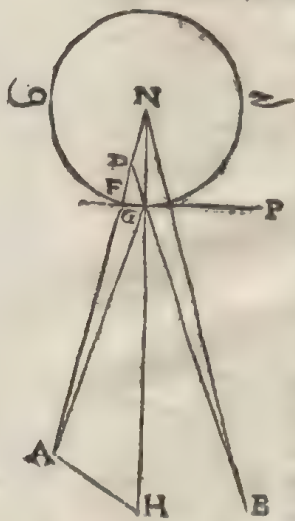
In omni speculo sphaerico conuexo linea recta interiacens centrum speculi, & locum imaginis maior est recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit dispositio quemadmodū in precedente, dico quod linea n d, est maior q̄ linea d g, secet em̄ linea p g e, lineam a n, in puncto e, palam quod punctū e, dicitur finis cōtingentiae, ut patet ex principijs libri huius, & quia per p̄cedentem est p̄portio lineae a n, ad lineam n d, sicut lineae a e, ad lineam e d, p̄portio uero lineae a e, ad e d, per 3. sexti, est sicut p̄portio lineae a g, ad g d, qm̄ p̄rostensum est lineae e g, diuidit angulum a g d, p̄ æqualia, est ergo p̄portio lineae a n, ad n d, sicut lineae a g, ad lineam g d, per 11. quinti, ergo per 16. quinti, erit permutatim p̄portio lineae a n, ad a g, sicut lineae d n, ad g d, sed per 19. primi, linea a n est maior q̄ a g, ideo quod angulus a g n, est obtusus, cū sit maior angulo n g e, recto, ergo linea n d, est maior q̄ linea d g, & quia per 11. huius, punctus d, est locus imaginis, patet quod linea n d, interiacens centrum speculi, & locum imaginis est maior linea d g, interiacente locum imaginis & punctū reflexionis quod est g, patet ergo, p̄positū.

XIII.

XIII.

Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli, qui est communis sectio
superficiæ reflexionis & superficiæ speculi sphaerici conuexi, ducta quoq; &
linea in puncto reflexionis eundem circumulum contingente, pars katheti in-
teriacet



teriacens finem contingentiae & circumferentiam circuli semidiametro eiusdem circuli est minor.

Remaneat omnino dispositio quæ supra, & quia punctus est finis contingentiæ, interfecit linea a n, circumferentiā circuli in puncto f, dico quod linea e f, est minor semidiametro circuli, qui est f n, qm̄ em̄ ut patet ex pmissis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, est sicut pportio lineæ a e ad e d, & proportio lineæ a n ad d n, est sicut lineæ a d ad d g, igitur per 11. quinti, erit pportio lineæ a n ad d n, sicut lineæ a e, ad e d, ergo per 16. quinti, erit permutatim, pportio lineæ a n ad a e, sicut d n ad d e, sed linea a n est maior q̄ linea a e, qm̄ totū est maius sua parte, ergo linea d n, est maior q̄ linea d e, erit ergo linea d n, multo maior q̄ linea f e, quæ est pars ipsius d e, multo magis ergo linea n f erit maior q̄ linea f e, quod est propositum.

XV.

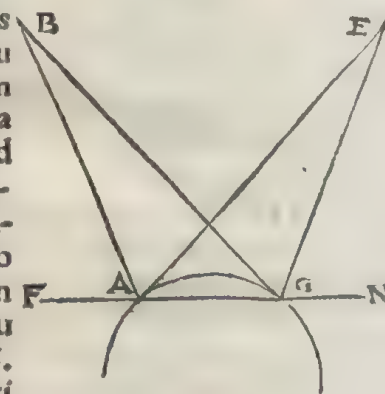
Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuerfis punctis speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes: attamen in centro unius uisus non cōcurrunt, ex quo patet quòd unus uisus non potest uidere idolum eiusdem formæ reflexum à diuerfis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi.

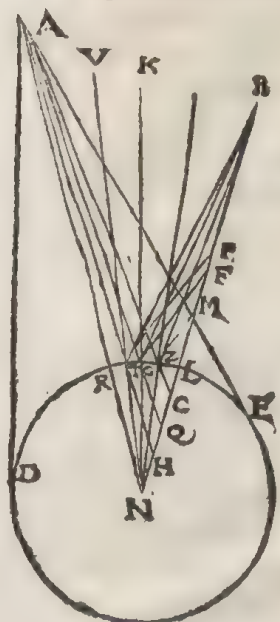
Esto centrum uisus b, & punctus rei uisæ sit e, sitq; cõmunis sectio superficiæ reflexi-
 onis & speculi sphaerici conuexi circulus a g, incidatq; punctus e, diuersis punctis spe-
 culi in circulo a g, quæ sint a & g, & dico quod duæ lineæ reflexi-
 onis b a & b g, non sunt æquedistantes cum in unius centro uisus
 non cõcurrent, dato q; concurrent in puncto b, duca f inter circu-
 lum corda arcus a g, quæ sit recta a g, & pducatur extra circum-
 ulsq; ad pũctũ f, ex parte a, & ex parte g, usq; ad punctũ n, & quia
 per 20. quinti huius, angulus e g n, est æqualis angulo b g a, sed
 angulus e g n, maior est angulo e g a, per 16. primi, ergo angu-
 lus b g a, maior est angulo e g a. Sed angulus b a f, maior est an-
 gulo b g a, per 16. primi, ergo angulus b a f, est maior angulo
 e a g, non ergo reflectit forma puncti e, ad uisum existentem in
 puncto b, à puncto speculi a, per 20. quinti huius, & tñ quia angu-
 lus b a f, nō est æqualis angulo b g a, sed minor, ideo quia per 16.
 primi, angulus e g n, est maior angulo e g a, ergo per 20. quinti
 huius, & ex hypothesi erit angulus b g a, maior angulo b a f, palā
 ergo per 14. primi huius, quia duæ lineæ a g & b g, non sunt æquedistantes. Sed ut pa-
 tet ex præmissis ipsæ nunq; cõcurrent in puncto b, in quo est centrũ uisus, patet ergo, p-
 positum, & per hoc patet quod unus uisus nō potest uidere idolum eiusdem formæ à di-
 uersis punctis talium speculorum reflexum, quod proponebatur.

XVI.

A superficie speculi sphaerici conuexi non potest forma alicuius puncti
ad uisum unum nisi à solo puncto reflecti, & una sola imago uisui occurrat.

Quoniam em̄ per 10. huius, patet quod forma perpendiculariter huius speculo inci-
dens, centro uisus in illa perpendiculari existente ab uno tm̄ puncto reflectitur ad uisum,
non oportet nos nūc ppositum nisi de lineis oblique his speculis sphericis conue-
xis incidentibus demonstrare. Sit ergo punctū uisum b, & centrū uisus a & non sit pun-
ctum a in perpendiculari ducta à re uisa ad centrum speculi quod sit n, dico quod forma
punctū b, reflectitur ad a centrum uisus ab uno solo puncto speculi, & una sola imago ui-
sui occurrit, palam em̄ per 5. huius, quod uisibile in quo est punctū b, modo conuenienti
opposito ipsi speculo ab aliquo puncto superficiei speculi potest reflecti forma punctū b
ad uisum a, sit illud punctum reflexionis g, & ducantur lineæ bg & a g, & ducatur ka-
thetus incidentiæ qui sit b n, secans superficiem speculi in puncto l, & sit a n, diameter
uifualis secans superficiem speculi in puncto r, Sint quoq; puncta d & e, termini superfi-
ciei





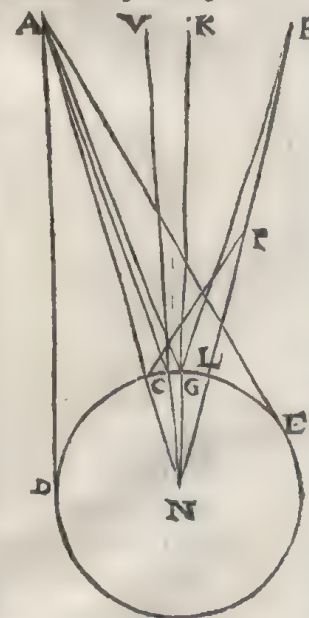
ciei portionis superficiei speculi uisui oppositæ, pducaturq; linea reflexionis a g, quæ producta ultra punctum g, secabit per 9. huius, perpendicularem b n, secet ergo illam in puncto q, qm punctus q, ut patet per 11. huius, est locus imaginis, palam itaq; per 6. huius, quia puncta a n b, sunt in eadem superficie orthogonaliter super superficiem speculi, & quia superficiei erectæ super sphaeram speculi in quibus sunt puncta b & n, nulla extendi potest ad punctum a, quod est centrū uisus, nisi una tm, qm punctus a, est indiuisibilis, qui ad superficies se circa ipsum uel lineam in qua est, non secantes cōmunis esse non potest, tunc palam quia puncta a & b, sunt tantum in una superficie erecta super sphaeram speculi, & non in pluribus, nō ergo fiet reflexio puncti b, ad uisum a, nisi in circulo sphaeræ qui est cōmunis sectio superficiei speculi, & superficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, dico quod a nullo puncto huius circuli d g e, præter quā a solo puncto qd' ppositum est esse g, fiet reflexio formæ puncti b ad a, centrum uisus. Si em sit possibile fieri ab alio puncto circuli d g e, qd' a puncto g, sit ille datus punctus l, in quo kathetus incidentiæ qui est b n, secat superficiem speculi, cum itaq; linea b n, sit perpendicularis super superficiem speculi, & linea a l, nō sit perpendicularis super illam, quia non transit centrum speculi quod est n, & forma secundum lineam perpendicularem ueniens necessario secundū perpendicularem reflectatur, quoniam semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, palam quia non reflectitur forma puncti b, ad uisum a, a puncto l, palam etiam quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e, hoc em est impossibile qd' ad quodcūq; punctum illius arcus ducatur linea a puncto b, tenebit cum linea cōtingente circum in puncto illo angulum obtusum ex parte e. Ideo em quod angulus contentus sub diametro circuli, & linea in illo puncto circum contingente est rectus per 17. tertij, & illa semidiametereducta non peruenit ad punctum b, qm ibi peruenit semidiameter n l, erit ergo angulus contentus sub linea ducta a puncto b, & sub illa linea contingente ex parte puncti b, necessario obtusus, & linea ducta a puncto a, tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uersus l, linea em a centro speculi ad punctū illum contingentiam perueniens tenebit cum linea contingente circum in illo puncto angulum rectum per 17. tertij, a puncto uero a linea ueniens cum eadem cōtingente, tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc em contingens a puncto a, duci nō potest, qd' patet per 57. primi huius, qm linea a e, superficiem speculi est contingens, ex hypothesi, ppter hoc, quia linea a e & b d, continent arcum circuli d g e, uisui apparentem, qui per 2. huius, a superficie speculi non apparente uisui per lineas contingentes determinatur, quare si ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret, quod esset angulus acutus æqualis obtuso quod est impossibile, non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e, sed etiam a nullo puncto arcus g l, potest in hac dispositione fieri reflexio, sit em si possibile est ut fiat a puncto z, & ducatur linea a z o, secans kathetū incidentiæ, quæ est b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circum in puncto z, hoc ergo contingens necessario cadet inter lineas b g & b l, qm punctus z, est inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & sit g f linea contingens circum in puncto g, secetq; linea z m, kathetum incidentiæ in puncto m, & linea g f, in puncto f, palam ergo per 12. huius, quod pportio lineæ b n, ad lineam n q, est sicut lineæ b f, ad f q, & similiter erit pportio lineæ b n, ad n o, sicut pportio lineæ b m, ad m o, sed quia linea o n maior est q; linea q n, qm totum maius est sua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n, ad n q, maior pportio q; ad lineam n o, maior ergo pportio est lineæ b f, ad f q, q; lineæ b m, ad m o, quod est impossibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, sit minor q; linea b m, & f q sit maior q; m o, restat ergo ut a puncto z, non fiat reflexio, sed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l, quoniam dato quocūq; puncto alio a puncto z, potest fieri deductio

ductio præmissa modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus g d, fiet reflexio, si enim fiat ab aliquo, sit istud t, & ducatur linea b t, & linea a t h, secans kathetum b n, in puncto h, & ducatur contingens circum in puncto t, quæ sit t h, secans kathetum b n, in puncto p, Erit ergo per 13. huius, pportio lineæ b n, ad n h, sicut lineæ b p, ad p h, & lineæ b n, ad n q, est sicut lineæ b f, ad f q; sed maior est pportio lineæ b n, ad n h, q; lineæ b n, ad n q, per 8. quinti, maior est ergo pportio lineæ b p, ad p h, q; lineæ b f, ad f q, quod est impossibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior est pportio, q; minoris ad maiorem per eandem 9. primi huius, est enim linea b f, maior q; b p, & p h maior q; f q, palam ergo quod a nullo puncto arcus g d, fiet reflexio formæ puncti b, ad uisum a, quodlibet ergo punctum formæ uisæ ab uno solo puncto speculi conuexi sphaerici ad uisum reflectitur, una sola ergo erit linea reflexionis cuiuscūq; puncti uis, sed est etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius, unicus ergo punctus est in quo illæ lineæ rectæ se secant, qui est locus imaginis, ut patet per 11. huius, unus ergo puncti eius unica imago, & hoc est propositum.

XVII.

In uno katheto incidentiæ superficiei speculi sphaerici conuexi sumptis duobus punctis, quorū formæ a superficie speculi sint reflexibiles ad unum uisum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro speculi remotior a centro uisus, quā puncti remotioris ab eodem centro speculi sit ab ipso centro uisus.

Remanente dispositione quæ in præcedente, sint in katheto incidentiæ, quæ est n b, duo puncta signata quæ sunt p & b, sitq; punctum p, ppinquioris centro speculi puncto scilicet n, centro circuli d g e, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi dati, & sit punctum b, remotius ab eodem centro, & sit a centrum uisus, & sit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior est a centro uisus, quod est punctum a, q; g, qui est punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim a puncto a d e, lineæ contingentes circum, & portione circuli oppositam uisui continentes per 2. huius, quæ sit a e & a d, at si punctus in quo kathetus b n, secat circum propositum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur a puncto l ad punctum a, quoniam sola perpendicularis uisualis reflectitur in seipsam per 10. huius, neq; reflectit forma puncti p, a puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmissa, sed necesse est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uisum, sit illud punctum t, sitq; p t, linea incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaq; ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, necessario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoq; ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 21. primi, quod angulus u t a, maior est angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, est residuum duorum rectorum super angulum u t a, est minor angulo k g a, qui est residuum duorum rectorum super angulum n g a. Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis est angulo b g k, angulus ergo u t a, est minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, est æqualis angulo u t a, minor est angulo b g k, sed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t p n, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod est impossibile.



possibile, cum angulus $p n e$, contineat angulum $b n g$, tanq[ue] partem sui, & angulus $f p n$ sit maior angulo $g b n$, per 16. primi, palam ergo quod punctus p , non reflectitur nisi ab aliquo arcu $g l$, interiacente puncta g & l , & quoniam inter puncta g & l , punctus g , est propinquior puncto a , qui est centrum uisus, patet quod omne punctum arcus $g l$, aliud à puncto g , est remotius à centro uisus a , quam punctum g , quod est punctum reflexionis formæ puncti b , punctum ergo reflexionis formæ puncti propinquois centro speculi est remotius à centro uisus quam punctus reflexionis formæ puncti remotioris à centro speculi, quod est propositum.

XVIII.

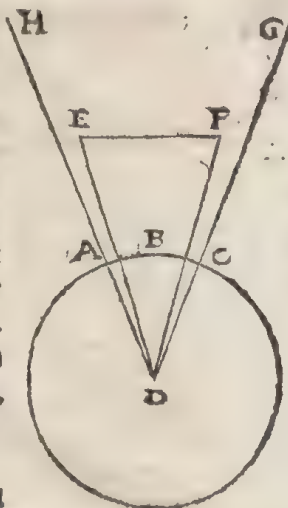
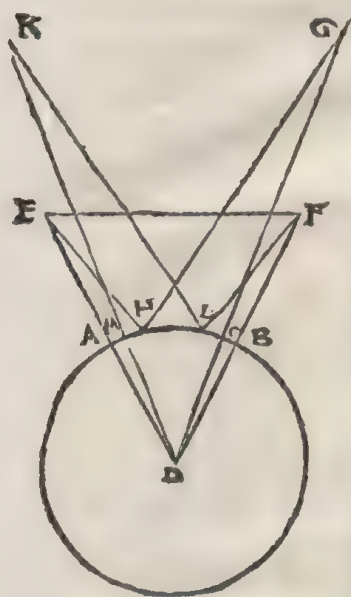
Formæ omnium punctorum æqualiter distantium à centro speculi sphaerici conuexi secundum æquales angulos sub kathetis incidentiæ & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.

Sit communis sectio superficiæ reflexionis & superficiæ speculi sphaerici conuexi circulus $a b c$, cuius centrum sit d , patetq[ue] per primam huius, quoniam punctum d , est centrum speculi, sintq[ue] duo puncta e & f , æqualiter distantia à centro speculi, quod est d , erunt ergo lineæ $e d$ & $f d$ æquales, dico quod necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos æquales, ut si forma puncti e , reflectatur ad uisum existentem in puncto g , à puncto speculi h , & forma puncti f , quæ per præmissam non potest reflecti ad uisum g , à puncto h , reflectatur ad uisum existentem in puncto k , à puncto l , & ducantur lineæ $g d$ & $k d$, dico quod angulus $e d g$, est æqualis angulo $f d k$. Sit enim ut kathetus incidentiæ, qui est $e d$, secet circulum in puncto a , & kathetus $f d$, in puncto b , & diameter uisualis $g d$, secet circulum in puncto c , & diameter $k d$, in puncto m , quia itaq[ue] lineæ $e d$ & $f d$, sunt æquales, patet per præmissam, quoniam puncta reflexionis quæ sunt h & l , æqualiter distant à uisibus ad quos reflectuntur, ut quantum distat h , punctus reflexionis à puncto c , in quo diameter uisualis $g d$, secat circulum, tantum distet punctus reflexionis, qui est h , à puncto m , in quo diameter uisualis quæ est $k d$, secat circulum, quoniam punctus reflexionis formæ puncti minus distantis à centro speculi sit per præmissam remotior à centro uisus, & plus distantis propinquior, ergo in illis quæ æqualiter distant, erit æqualitas distantia à uisibus ad quos reflectuntur, nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis kathetis incidentiæ, uel in una, semper enim punctorum æqualiter distantium à centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis, arcus ergo $h c$, est æqualis arcui $l m$, & eadem ratione est arcus $a h$, æqualis arcui $b l$, quoniam ergo per ultimam sexti, periferia circuli, sicut & per 87. primi huius, tota superficies speculi æqualiter se habet ad centrum, & puncta e & f , æqualiter distant ab eodem centro, totus ergo arcus $a c$, est æqualis toti arcui $b m$, ergo per 26. tertij, angulus $e d g$, est æqualis angulo $f d k$, quod est propositum.

XX.

Impossibile est duo puncta æqualis distantia à centro speculi sphaerici conuexi, ex eadem parte diametri uisualis existentia ab arcu, qui est communis sectio superficiæ reflexionis & superficiæ speculi, ad eundem uisum reflecti.

Sit communis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphaerici conuexi circulus $a b c$, cuius



culus centrum sit punctum d , & sint duo puncta æqualiter distantia à centro speculi quæ sint e & f , sitq[ue] centrū uisus in puncto g , in eadem superficie cum punctis e & f , & ex una parte ipsorum, sitq[ue] punctum c , remotius à puncto g quam punctum f , dico quod illa duo puncta e & f , non est possibile reflecti ad unum uisum existentem in puncto g , ducantur enim lineæ $e d$, & $f d$, patet itaq[ue] ex hypothesi, quod angulus $e d g$ est maior angulo $f d g$, sicut totum sua parte, fiat itaq[ue] super punctum d , terminum lineæ $f d$, angulus æqualis angulo $e d g$, per 23. primi, qui sit $f d h$, palam ergo per præcedentem, quoniam forma puncti f reflectetur ad punctum h , quod erit ultra punctum g , nō ergo ad punctū g , per 15. huius, patet ergo propositum. Si enim deur ut reflectatur ad punctum g , erit per præmissam angulus partialis qui $f d g$ æqualis angulo $e d g$, quod est impossibile.

XXI.

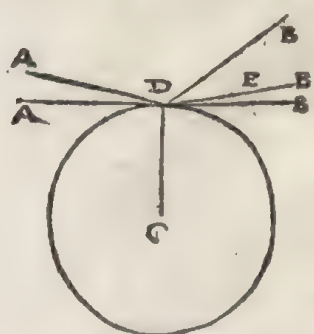
Puncto rei uisæ & centro uisus æqualiter à superficie speculi sphaerici conuexi distantibus punctum reflexionis inuenire.

Esto b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, sit quoq[ue] dati speculi conuexi sphaerici centrum c , & sit circulus qui est communis sectio superficiæ reflexionis, & speculi qui est $f g$, & ducantur katheti $b c$ & $a c$, secantes circulum in punctis f & g , quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uisæ cū centro uisus, istæ duæ lineæ $b c$ & $a c$ sunt æquales, cum manifestum sit per ea quæ patuerunt in demonstratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus $f g$, interiacentis katheti incidentiæ & reflexionis necessario fiet reflexio, secetur itaq[ue] per 9. primi, angulus $a c b$ per æqualia per lineam $c d$, secantem arcum $f g$ in puncto e , patet quoq[ue] per 25. tertij, quoniam arcus $f e$ est æqualis arcui $e g$, eritq[ue] linea $c d$ perpendicularis super lineam circulum contingentem in puncto e , per 17. tertij, ducantur ergo ad punctum c , duæ lineæ $a e$ & $b e$, eruntq[ue] duo trianguli $a e c$ & $b e c$, per 4. primi, & ex hypothesi æquianguli & æquilateri, angulus ergo $a e d$ æqualis erit angulo $d e b$, erit ergo per 8. huius, punctum e , quod est medius punctus arcus $f g$, punctus reflexionis formæ puncti b ad uisum a , & hoc est propositum. Si uero lineæ $b c$ & $a c$, fuerint inæquales fiat in ipsis æqualitas longioris, ut si linea $b c$ sit longior quam $a c$, cum $f c$ sit æqualis $c g$, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, refecetur linea $b f$ ad æqualitatem lineæ $a g$ in puncto h , sitq[ue] $f h$ æqualis ipsi $a g$, palam ergo per præmissa, qm forma puncti h reflectitur ad uisum a , à puncto e , puncta uero uiciniora centro c , quia per 17. huius, sunt in puncto suæ reflexionis magis distantia à puncto quod est centrum uisus, nec possunt cadere in punctum e , palam quia reflectitur à punctis arcus $e f$, & secundum elongationem sui à centro circuli c , erit punctorū ipsorum reflexionis approximatō ad centrum uisus secundum puncta suæ reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quæ sunt super punctū h , scilicet puncta m & b , erunt secundum puncta suæ reflexionis propinquiora centro uisus quam punctum e , cadent ergo in arcum $e g$, & secundū approximationem sui ad centrum circuli c , erit punctorū reflexionis maior elongatio à centro uisus a , hoc autē licet sit in grosso scientiam afferat, est tamen secundum signorum punctorū reflexionis à punctis singulis superficiæ speculi diligentius perscrutandum.

XXII.

Si angulus contentus sub linea incidentiæ à puncto rei uisæ oblique ducta ad punctum aliquem superficiæ speculi sphaerici conuexi, & linea à centro speculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impossibile est sic

est fieri reflexionem perfectam ad aliquem visum secundum illud punctum.

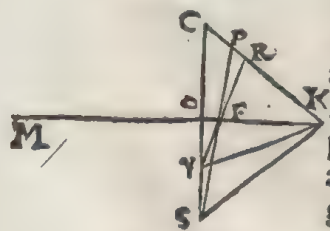


Esto a centrum visus, & b punctus rei visae, sit quoque g, centrum speculi sphaerici convexi, sitque communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, sit quoque d, punctus aliquis reflexionis & ducantur lineae g d, b d & a d, q̄ necessario erunt in superficie reflexionis per 6. huius, vel per 25. quinti huius, dico quod si a puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto, quia si non sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto, aut erit rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipse sit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cōtinget circulum in puncto d, sed per 20. quinti huius, angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circulum in puncto d, ergo per 14. primi, duae lineae b d & a d coniunctae in puncto d, sunt linea una, non ergo sit reflexio secundum perfectam naturam reflexionis formae puncti b, a puncto speculi d ad visum existentem in puncto a. Sed sit simpliciter ut visio secundum lineam a d b, quod est contra hypothesim, quoniam punctum d, est positum esse punctum reflexionis. Si vero angulus b d g dicatur esse minor recto, tunc a puncto d, ducatur linea circulum contingens in puncto d, per 16. tertij, quae producat ad partem lineae d b & sit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g est datus minor recto, est ergo angulus b d g minor angulo e d g, & quoniam linea a b d, quae est linea incidentiae formae puncti b, extra speculum cadere est necesse, erit ergo necessarium per ipsam dividi angulum contingentiae lineae d e, quod est impossibile, & contra 15. tertij, non est ergo possibile angulum b d g esse minorem recto, sed neque aequalem, necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.

XXII.

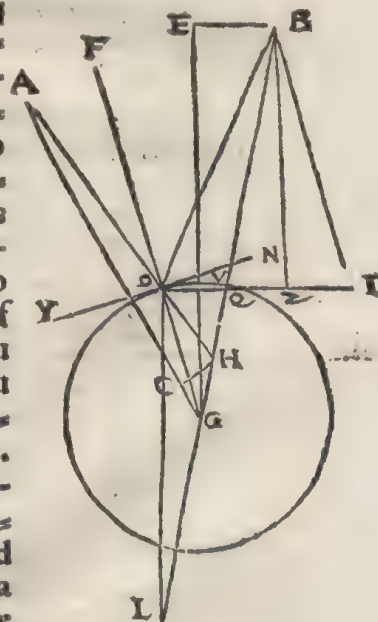
Puncto rei visae dato plus distante a centro speculi sphaerici convexi quam centrum oculi, possibile est in superficie speculi invenire certum punctum reflexionis formae dati puncti ad datum centrum visus.

Esto punctum a centrum visus, & sit b datus punctus rei visae, sitque g centrum speculi sphaerici convexi, ducanturque lineae a b & b g, sitque exempli causa linea b g maior quam linea a g, ideo ut punctus b, plus distet a centro speculi g quam centrum visus a, & quoniam lineae a g & b g sunt in superficie reflexionis per 15. quinti huius, sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo possibile est inveniri punctum reflexionis a quo reflectitur forma puncti b ad visum a, dividatur enim angulus b g a per aequalia, per 9. primi, ducta linea e g, secante periferiam circuli in puncto u. Sumatur quoque alia linea quae sit m k, & dividatur in puncto f taliter, ut eius pars f m se habeat ad f k, sicut linea b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & dividatur linea m k per aequalia in puncto o, per 10. primi, & a puncto o educatur perpendicularis indefinita super lineam m k, per 11. primi, quae sit o c, & ducatur a puncto k, linea ad lineam c o tenens cum ipsa linea c o, angulum aequalem angulo e g b quae sit k c, est autem possibile hoc fieri, cum enim linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita ducatur p 12. primi, a puncto b perpendicularis super lineam g e quae sit b e, eritque angulus b e g aequalis angulo c o k, quia uterque rectus, super punctum erit ergo k terminum lineae o k, fiat per 23. primi, angulus o k c aequalis angulo e b g, producta linea k c, quae per 14. primi huius, necessario con-

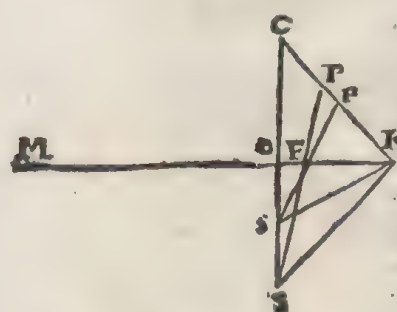


curret cum linea o c, quoniam cum angulus k o c sit rectus, patet quod angulus o k c, qui est aequalis angulo e b d, est acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o k c est aequalis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c est orthogonum, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 137. primi huius, a dato puncto f, ducatur linea ad basem trigoni c k, quae sit f p, & concurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineae s p ad p k sit, sicut linea b g ad semidiametrum circuli cuius centrum est punctum g, quae sit g u,

sit g u, ex angulo quoque b g a secetur angulus aequalis angulo f p k, per 27. primi huius, qui sit b g d, hoc autem est possibile propter hoc, quia angulus p c s est aequalis medietate anguli b g a, est autem angulus p c t maior angulo c s p, per 18. primi, quoniam sic oportet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quam linea c p, ad quaesitum propositum inveniendum, aliis enim non potest per lineam m k, punctus quaerendae reflexionis inveniri, sed oporteret aliam lineam assumere; est ergo angulus f p k minor angulo b g a, p 32. primi, & ducantur lineae k s & b d, quia ergo proportio lineae s p ad p k, est sicut linea b g ad semidiametrum g d, et anguli his lineis, proportionalibus contenti sunt aequales, erunt per 6. sexti, trianguli s p k & b g d aequianguli, erit ergo angulus s p k aequalis angulo b d g, sed forte secundum quod opponitur in 133. primi huius, & declaratur in 137. primi huius, possibile est a puncto f, duci lineam aliam ad lineam c k similem lineae s p, ut si ducatur hoc modo linea y f secans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r, taliter ut proponitur. Sit sit eius proportio ad r k, partem lineae quam secabit ex linea c k, sicut lineae s p ad p k, & tunc a puncto k ad lineam o s, ducatur linea k y alia quam linea s k, aliamque cum linea c k angulum continens maiorem vel minorem angulo c k s, qui sit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his non fuerit maior recto, non erit invenire punctum reflexionis, ut patet per praemissam, quoniam & tunc angulus contentus sub linea reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si vero aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, est possibile fieri reflexionem & punctum eius inveniri. Sit igitur primo angulus c k s maior recto, eritque possibile inveniri punctum reflexionis, palam enim si angulus c k s est maior recto, quod eius aequalis b d g est maior recto, ducatur itaque a puncto d, linea contingens circulum per 10. tertij, quae sit n d y cuius punctus n, cadat in lineam b g, per 14. primi huius, & cum angulus p k o sit minor recto per 32. primi, ideo quia angulus c o k est rectus, ut patet ex praemissis, secetur ergo ex angulo b d g aequalis angulo p k o, per 27. primi huius, qui sit angulus q d g, ducta linea d q secante lineam b g in puncto q, cum igitur angulus s p k sit aequalis angulo d g q, & angulus p k f aequalis angulo q d g, erunt per 32. primi, triangulus f p k aequiangulus triangulo q d g, erit ergo angulus p f k aequalis angulo d q g, ergo per 13. primi, erit angulus d q b aequalis angulo k f s, & quia angulus b d g est aequalis angulo f k s, ideo quia cum totus angulus b d g sit aequalis toti angulo c k s, & angulus q d g sit aequalis angulo p k f. Restat ut angulus b d q aequalis sit angulo f k s, ergo per 32. primi, angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s, erit triangulus triangulo aequalis, scilicet angulus d b q, angulus k s f, trianguli ergo b d q & f k s, sunt per 4. sexti, similes; producat autem linea q d extra circulum, & a puncto b ducatur perpendicularis super ipsam quae sit b z, erit ergo angulus b p z, per 13. primi, aequalis angulo s f o, & angulus b z q rectus aequalis est angulo s o f recto, erit ergo p praemissa triangulus b q z similis triangulo s f o, producat ergo linea d z ultra punctum z usque ad punctum i, ita quod linea z i sit aequalis lineae z d, per 3. primi, palam ergo ex similitudine triangulorum, quoniam proportio lineae z q ad q b, est sicut lineae f a ad f s, & proportio lineae b q ad q d, est sicut lineae f s ad f k, erit ergo per 22. quinti, proportio lineae z q ad q d, sicut o f ad f k, ergo per 15. quinti, erit proportio lineae i d ad lineam q d, sicut m k ad f k, est enim linea i d dupla ad lineam d z, sicut linea m k dupla ad lineam o k, ergo per 17. quinti, erit diuisim proportio i q ad q d, sicut m f ad f k, est autem ex praemissis proportio m f ad f k, sicut g b ad g a, ergo per 11. quinti, erit proportio i q ad q d, sicut b g ad g a, quoniam accepta est proportio m f ad f k, sicut b g ad g a; ducatur itaque linea b i, cui a puncto d, ducatur aequidistans d l, p 31. primi, & producat lineam b g donec concurrat cum linea d l in puncto l; concurrent autem illae

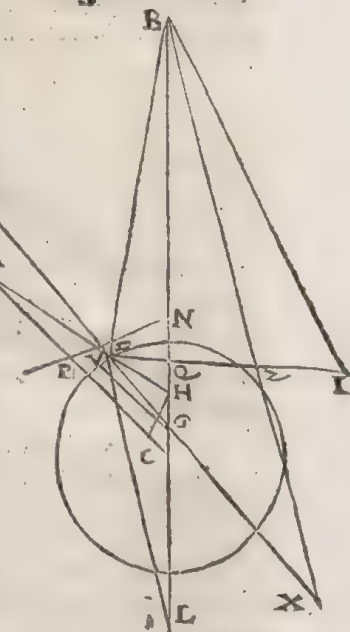


illa lineæ, per secundam primi huius, eritq; per 15. & per 29. primi, & 4. sexti, triangulus $l d q$ similis, triangulo $b q i$, et erit proportio $q i$ ad $q d$, sicut $b i$ ad $d l$, & cum linea r sit æqualis lineæ $z d$, & linea $b z$ perpendicularis sit super lineam $d i$, ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, linea $b d$ æqualis $b i$, erit ergo proportio lineæ $b d$ ad $d l$, per 7. quinti, sicut lineæ $b i$ ad $d l$, est ergo proportio lineæ $b d$ ad $d l$, sicut lineæ $i q$ ad $q d$, ergo per 11. quinti, sicut lineæ $b g$ ad $g a$: ducatur autem à puncto d , linea quæ sit $d h$, æqualis tenens angulum cum linea $d l$, angulo $b g a$, per 23. primi, qui sit angulus $b d l$, cadatq; punctus h in linea $b g$, cum ergo lineæ $h l$ & $d l$ concurrant in puncto l , erunt duo anguli $l h d$ & $l d h$ minores duobus rectis per 32. primi uel per 14. primi huius, ergo duo anguli $a g h$ & $d h g$ qui sunt æquales istis, ut patet ex præmissis, sunt minores duobus rectis, quare linea $h d$ concurret cum linea $g a$ per 14. primi huius, dico quod concurret in puncto a , palam enim quod angulus $g o n$ est rectus, per 17. tertij, sed per 32. primi, cum trigoni $o k c$, angulus $c o k$ sit rectus, et duo anguli $o k c$ & $c k o$ sunt æquales recto, est angulus $g d n$ æqualis illis duobus angulis $o k c$ & $o c k$, & angulus $o k c$, ut patet ex præmissis æqualis est angulo $g d q$, restat ergo ut angulus $q d n$ sit æqualis angulo $o k c$, qui ut patet ex præmissis æqualis est angulo $b g e$, scilicet medietati anguli $b g a$, est ergo angulus $q d n$, medietas anguli $b g a$, & ita medietas anguli $h d l$, sed angulus $q d b$ est medietas anguli $b d l$, per 3. sexti, quoniam est proportio lineæ $b q$ ad $q l$, sicut lineæ $b d$ ad $d l$, cum sicut supra ostensum est triangulus $d q l$ similis sit triangulo $b q i$, & linea $b d$ æqualis sit lineæ $b i$, ut patet ex præmissis. Restat igitur ut angulus $b d n$ sit medietas anguli $h d b$, & ita angulus $b d n$ erit æqualis angulo $n d h$, cum enim angulus $b d q$ sit æqualis angulo $q d l$, patet quod angulus $b d h$ excedit angulum $h d l$, in duplo anguli $q d h$, est ergo angulus $b d n$ æqualis angulo $n d h$, producat utraq; linea $g d$ ultra punctum d ad punctum f , & quia anguli $f d n$ & $g d n$ sunt recti. Restat ut angulus $b d f$ sit æqualis angulo $h d g$, ducat ergo per 31. primi, linea $h t$ æquedistans lineæ $b d$, cuius punctus t cadat in lineam $d g$, palam ergo per 29. primi, quod angulus $b d f$ est æqualis angulo $h t d$, sed & angulus $b d f$ æqualis est angulo $h d g$, ergo per 6. primi, linea $h t$ est æqualis lineæ $b d$, sed est proportio lineæ $b d$ ad $h t$, sicut lineæ $b g$ ad $g h$, per 29. primi, & per 4. sexti, cum lineæ $b d$ & $h t$ sunt æquedistantes, Est ergo per 7. quinti, proportio lineæ $b d$ ad $h t$, sicut lineæ $b g$ ad $g h$, sed ex præ-



missis patet quod linea $h d$ producta ultra punctum d , concurret cum linea $g a$, & fiet per 32. primi, triangulus similis triangulo $h d l$, cum habeant angulum $l h d$ communem, & angulus $h d l$ sit ex præmissis æqualis angulo $h g a$, igitur per 4. sexti, est proportio lineæ $g d$ ad lineam $d l$, sicut lineæ $h g$ ad lineam quam secat linea $h d$ ex linea $a g$, & proportio lineæ $b d$ ad $d l$, per 13. primi huius, constat ex proportionem lineæ $b d$ ad $d h$, & lineæ $d h$ ad $d l$, igitur ut patet ex præmissis proportio lineæ $b d$ ad lineam $d l$, constat ex proportionem lineæ $b g$ ad $g h$, & lineæ $g h$ ad lineam quam $h d$ secat ex $g a$, sed proportio $b d$ ad $d l$, ut patet superius, est sicut $b g$ ad $g a$, ergo proportio $b g$ ad $g a$, constat ex proportionibus $b g$ ad $g h$, & ipsius $g h$ ad lineam quam secat $h d$ ex $g a$; constat autem proportio lineæ $b g$ ad lineam $g a$, per 13. primi huius, ex proportionem lineæ $b g$ ad $g h$, & lineæ $g h$ ad $g a$, igitur $g a$ est linea quam secat $h d$ ex linea $a g$, & ita linea $h d$ concurret cum $a g$ in puncto a , quia itaq; ut patet ex præmissis angulus $h d f$ est æqualis angulo $h d g$, & angulus $h d g$ æqualis est angulo $f d a$, sibi contra posito per 15. primi, patet quod angulus $b d f$ æqualis est angulo $f d a$, illud ergo punctum d , est punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipso angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, quod est positum. Quando angulus $c k s$ est maior recto, Quod si neuter angulorum, qui sunt $c k s$ & $c k y$ fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto speculi ad uisum: Si enim dicatur quod hoc sit possibile, sit ergo punctus reflexionis d , ductis lineis $a d$, $b d$, $a g$, $b g$, $d g$, & quia sit reflexio à puncto speculi d , patet per præmissam, quod oportet angulum $b d g$ esse maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his speculis secundum

cūdam dispositionem talem figuræ, ut angulorum $c k s$ & $c k y$ quilibet sit minor recto, Sed & idem aliter demonstrandum, producat utraq; linea $a d$ intra circulum usq; ad h , punctum lineæ $g b$, & producat utraq; linea $d l$ ultra circulum taliter, ut fiat angulus $l d h$ æqualis angulo $a g b$, per 23. primi, protracta quoq; linea $b g$ quousq; concurrat cum linea $d l$ in puncto l , concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus $g d l$ est minor recto per 42. primi huius, & angulus $d g b$, ut patet per 3. huius, & per ultimam sexti, est etiam minor recto, & ducatur linea cōringens circulum in puncto d , quæ sit $d n y$, & à puncto d , protracta linea $d q$ secante lineam $E g b$ in puncto q , fiat angulus $q d n$ æqualis medietati anguli $a g b$, per 9. & 23. primi, palam ergo quod triangulus $h d l$ æquiangularis est triangulo $h g a$, quia enim angulus $h d l$ æqualis est angulo $h g a$, & angulus $a h g$ est communis, erit per 32. primi, tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ $d h$ ad $d l$, sicut lineæ $h g$ ad $g a$: ducatur itaq; à puncto h , per 31. primi, linea æquedistans lineæ $b d$, quæ sit $h t$, erit ergo per 29. primi, & per 4. sexti, proportio lineæ $b d$ ad $h t$, sicut lineæ $b g$ ad $g h$, quia uero ex hypothese forma puncti b reflectitur ad uisum a , à puncto speculi d ducatur linea $b d$ extra circulum ad punctum e , erit quoq; per 8. huius, angulus $e d b$ æqualis angulo $e d a$, ergo per 15. & 29. primi, erit angulus $d e h$ æqualis angulo $h d t$, ergo per 6. primi, erit linea $d h$ æqualis lineæ $h t$, quia ergo ut patet per 4. sexti, cum linea $e h$ sit æquedistans lineæ $d b$, erit proportio $b g$ ad $g h$, sicut $b d$ ad $h t$, sed linea $e h$ æqualis est ipsi $d h$, est ergo per 7. quinti, proportio $b d$ ad $h t$, sicut $b g$ ad $g h$, fuit autem proportio $d h$ ad $d l$, sicut $h g$ ad $g a$, ergo per 32. quinti, erit proportio $b d$ ad $d l$, sicut $b g$ ad $g a$: sed cum angulus $b d e$ sit æqualis angulo $h d g$ per præmissam, & angulus $n d e$ æqualis angulo $n d g$, quia uterq; rectus. Relinquitur angulus $b d n$ æqualis angulo $n d h$, est ergo angulus $h d n$, medietas anguli $b d h$, sed angulus $n d q$ est medietas anguli $a g b$, ex præmissis, ergo & est medietas anguli $h d l$, qui est æqualis angulo $a g b$, igitur angulus $b d q$ est medietas anguli $b d l$, est ergo angulus $b d q$ æqualis angulo $q d l$, ergo per 3. sexti, in trigono $b d l$ erit proportio $b q$ ad $q l$, sicut $b d$ ad $d l$, ducatur quoq; à puncto b , per 31. primi, linea æquedistans lineæ $d l$, quæ sit $b i$, & concurret linea $d q$ cum linea $b i$ in puncto i , concurret autem per secundam primi huius, & diuidatur linea $d i$ per æqualia in puncto z , per 10. primi, & ducatur linea $b z$, palam itaq; per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona $b q i$ & $q d l$ sunt æquiangulara, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ $b q$ ad $q l$, sicut lineæ $b i$ ad $d l$, fuit autem ex præmissis proportio $b q$ ad $q l$, sicut $b d$ ad $d l$, ergo per 11. quinti, est proportio $b i$ ad $d l$, sicut $b d$ ad $d l$, ergo per 9. quinti, lineæ $b i$ & $d l$ sunt æquales, ergo per 31. primi huius, linea $b z$ est perpendicularis super lineam $d i$, est autem sicut ex præmissis patet, proportio $i q$ ad $q d$, sicut $m f$ ad $f k$, ergo per 18. quinti, erit coniunctim, proportio lineæ $i d$ ad $d q$, sicut $m k$ ad $f k$, & erit per 15. quinti, proportio, $d z$ ad $q d$, sicut $o k$ ad $f k$, ergo per 17. quinti, erit proportio $z q$ ad $q d$, sicut $o f$ ad $f k$, producat utraq; linea $b z$ intra speculum donec concurrat cum linea $e g$, concurret autem per 14. primi huius, cum angulo $d z b$ sit rectus ut præostensum est, & angulus $z d g$ sit minor recto, qui est angulus $n d g$, sit ergo punctum concursus x , palam autem ex præmissis, quoniam est proportio lineæ $b g$ ad $g d$, sicut lineæ $s p$ ad $p k$, cum ergo angulus $c k s$ dicatur non esse maior recto, fiat super punctum k , linea $c k$ angulus maior recto, hoc autem est possibile fieri, quia cum, sicut patet ex præmissis, angulus $q d n$ sit æqualis medietati anguli $a g b$, & eidem æqualis constitutus sit angulus $k c o$, necesse est quod angulus $q d n$ sit æqualis angulo $k c o$, erit ergo ut patet ex præmissis angulus $q d g$ æqualis angulo $c k o$, quod patet ut prius: cum enim trigonum $c k o$ sit orthogonium, palam quod duo anguli $k a o$ & $c k o$, ualent unum rectum per 32. primi, sunt ergo æquales angulo $n d g$, & quia angulus $k c o$ est æqualis angulo $n d q$, relinquitur angulus $c k o$ æqualis angulo $p q d g$, fiat



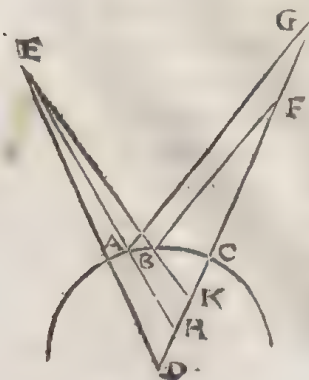
qd g, fiat ergo super punctum k, lineæ f k angulus æqualis angulo b d q, & ponatur qd linea tenens hunc angulum concurrat cū linea c o in puncto s, & ducatur linea s p tranfiens per punctum f, quæ sit alia à priori lineæ s f p, dico quod istius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k, erit proportio sicut lineæ b g ad g d, cum enim angulus b z d sit rectus æqualis angulo s o k, erit triangulus b z d ex præmissis similis triangulo s o k, est ergo proportio lineæ b z ad b d, sicut lineæ o s ad lineam s k, & lineæ b z ad z d, sicut lineæ i d ad o k, fuit autem ostensum prius, quia est proportio lineæ z q ad q d, sicut lineæ o f ad f k, ergo per 5. primi huius, erit e contrario proportio lineæ q d ad z q, sicut f k ad o f, ergo per 18. quinti, est proportio totius lineæ z d ad z q, sicut totius lineæ o k ad o f, ergo per 22. quinti, erunt z b ad z q, sicut s o ad o f, ergo per 6. sexti, trigona z q b & o f s sunt æquiangula, angulus ergo z b q est æqualis angulo o s f, remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k, sed & angulus f k s factus fuerit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis est angulo q d g, totus ergo angulus s k p æqualis est angulo b d g, ergo per 32. primi, & ex 4. sexti, erit triangulus b d g similis triangulo s p k, & totus triangulus b g e similis totali triangulo c k s, est igitur proportio lineæ s p ad p k, sicut b g ad g d, constituto ergo super centrum d, angulo æquali angulo scilicet s p k, & ducta semidiametro circuli quæ sit g u, patet secundum præmissum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16. primi, & ex præmissis prior angulus s p k est maior præfenti angulo s p k, quoniam extrinsecus, palā quod à duobus punctis speculi, quæ sunt d & u, fiet reflexio, quod est contra 16. huius non ergo potest angulus s p k, unquam esse non maior recto si secundum ipsum debeat fieri puncti reflexionis inuentio, quia secundum talem dispositionem collocatis puncto rei uisæ & cetro uisus, non est possibile fieri reflexionem. Item impossibile est quod duo anguli constituti super lineam m o sint uterque maior recto. Si enim uterque talium maior fuerit recto, tamen super g centrum circuli propositi fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet super illud centrum angulus alius diuersus ab isto quam efficiet sup k m, alia linea similis priori lineæ s k, & ita à puncto d, & ab alio puncto illius circuli, fiet reflexio formæ eiusdem puncti ad uisum eundem, quod est contra 16. huius, oportet ergo ut tantum unus illorum angulorum sit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto, patet ergo propositum.

XXIII.

Super unum kathetum incidentiæ superficiæ speculi sphaerici conuexi, uel super diuersos ad uisum ad quem sit reflexio, cum similiter se habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad uisum, erit locus imaginis puncti centro speculi propinquioris remotior à centro speculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus qui est communis sectio superficiæ reflexionis & superficiæ speculi sphaerici conuexi a b c cuius centrum d, sitq; centrum uisus e, & kathetus incidentiæ sit d f g, in quo sunt duo puncta f & g, quorum formæ sint reflexibiles ad uisum, & sit punctum f propinquius centro speculi, & punctum g remotius, secetq; idem kathetus circulum a b c in puncto c, dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior est à centro speculi

quod est d, quam locus imaginis formæ puncti g, quoniam enim ut patet per hypothesim quælibet formarū istorum punctorum ab aliquo puncto speculi reflectitur ad uisum, patet cum illa puncta sunt in eadem katheto incidentiæ consistentia, quod centrum uisus e est cum ambobus illis punctis in eadem superficie reflexionis per 6. huius, fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorum ad uisum e, ab aliquo puncto circuli a b c, sit ergo ut forma puncti g, reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b, erit ergo per 17. huius, punctus b, remotior à centro uisus e quam punctus a, ducant itaq; diametrum uisualis quæ e d, & ducantur lineæ incidentiæ quæ sint g a & g b, & lineæ reflexionis quæ sint a e & b e, quæ productæ intra circulum secabunt kathetum

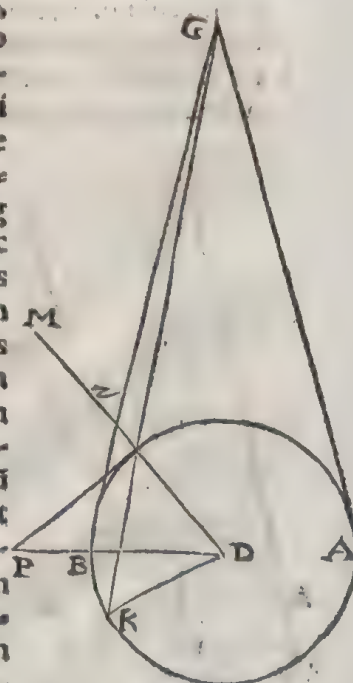


kathetum d f g, per 9. huius, & quoniam concurrunt cum diametro uisuali, quæ est e d, sit ergo ut linea e a secet kathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k, erit ergo punctum h, locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f, per 11. huius, quoniam uero punctum h, est propinquius centro d quam punctum k, per 29. primi huius, quia enim linea h e secat angulum d e k, palam quia ipsa secabit basem illi sub tensam quæ est d k, est ergo punctum h propinquius centro speculi quod est d quam punctum k, & quoniam ut patet secundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uisus quod est e, per quæcumq; puncta arcus a c, inter media punctorum a & c ad kathetum d g, cadunt in puncta semidiametri d c à centro remotiori quam punctum h, patet propositum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g sunt propinquiora centro d, tanto loca suarum imaginum sunt magis elongata à centro speculi quod est d, & quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro speculi, palam quod de punctis diuersorum kathetorum ad uisum ad quem sit reflexio consimiliter se habentium, eadem est demonstratio quæ de punctis eiusdem katheti, quoniam unicuique punctorum in uno simili katheto signatorum punctus similis qui sit eiusdem distantia à centro speculi in katheto alio responderet illorum quorumcumq; punctorum, quia consimiliter respiciunt uisum, loca imaginum respectu centri speculi consimiliter ordinantur, patet ergo propositum.

XXIII.

Si ab aliquo puncto speculi sphaerici conuexi linea reflexionis producta circum qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi, taliter secuerit, quod lineæ productæ pars quæ est intra circulum sit æqualis semidiametro circuli, locus uisæ imaginis semper erit intra conuexum speculi.

Esto centrum uisus g, & centrum speculi sphaerici conuexi sit punctum d, sitq; communis sectio superficiæ reflexionis & speculi circulus a b r, à centro quoque uisus puncto g, ducantur per 16. tertij, duæ lineæ contingentes circulum a b r, quæ sint g a & g b, eruntq; per secundam huius circuli a b r, portio a b apparens uisui, & centrum eius sit punctum d, per primam huius, quoniam autem uisus & specula mutant locū, sit talis facta dispositio uisus ad speculum ut à puncto g, centro uisus ductæ lineæ secantes circulum a b r, pars intra circulum quod est corda arcus circuli qui h r, sit æqualis semidiametro illius circuli, & sit illa linea g h r, cuius pars h g, intra circulum sit æqualis semidiametro d r, hoc autem possibile est fieri, si per primam quarti inscribatur circulus a b r, linea h r æqualis semidiametro illius circuli, & in illa linea r h producta extra circulum ponatur centrum uisus, dico quod locus imaginis reflexæ à puncto h, semper est intra conuexam superficiem speculi, producat enim à puncto h, super lineam contingentem circulum in puncto h, perpendicularis quæ sit h m, hæc ergo producta in circulum transit per centrum d, per 18. tertij, dico quod cū forma à cuius rei uisæ reflectat à puncto h, locus imaginis suæ erunt semper intra conuexum speculi, ducatur enim à puncto h, linea constituens super punctum h, terminum lineæ h m, angulum æqualem angulo g h m, per 23. primi, qui sit p h m producta linea h p, reflectetur ergo per 20. quinti, puncta huius lineæ h p a d uisum g, à puncto speculi h, nec alterius lineæ puncta à puncto h, ad uisum poterunt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius punctum, quod sit p, & ducatur linea ab ipso ad centrum speculi quæ sit p d, erit quoque per primam huius, & per 72. primi huius, linea p d, perpendicularis sup superficiem contingentem speculum in puncto quo ipsa linea p d secat circumferentiam circuli a b r, copulet quoque linea d r, & quia angulus p h m incidentiæ est æqualis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmissis, angulus uero g h m p 15. primi, æqualis est angulo r h d, angulus igitur p h m est æqualis angulo r h d. Sed angulus r h d



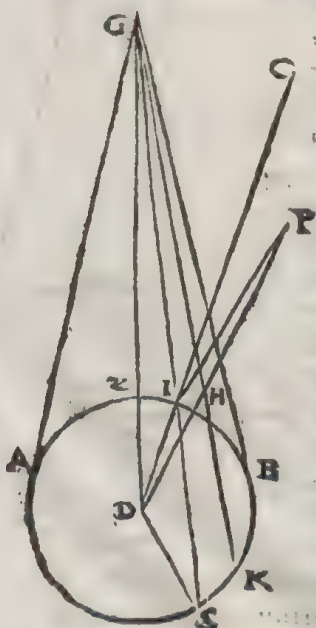
P 2 æqua

æqualis est angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypothesi æqualis est semidiametro d r, angulus ergo p h m est æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens super lineam p h & d r, facit angulum extrinsecum, qui est m h p, æqualem angulo interius secundo qui est m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquidistat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitum protractæ nunquam cõcurrent, & lineæ p d quæ est kathetus incidentiæ foras puncti p, uel quæcunq; alia lineæ ducta à quocunq; puncto lineæ h p ad centrum d, semper inter puncta h & r, interfecabit lineæ h r interiacentes lineas æquidistantes, quæ sunt r d & h p, ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & secabunt basem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ semper ducitur ad centrum speculi ut ad punctum d, quodcunq; ergo punctum sumatur in lineæ p h, semper lineæ ducta ab illo puncto ad punctum d secabit lineam reflexionis, quæ est g l r intra conuexum speculi, quoniam semper kathetus incidentiæ productus ad centrum speculi perpendicularis est super superficiem speculi, sicut nunc est p d, imago ergo cuiuscunq; puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum speculi, & hoc proponebatur.

XXV.

A quocūq; puncto arcus circuli, qui est cōmunis sectio superficiei reflexi
onis & speculi sphaerici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus re
flexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum est æqualis semidia
metro circuli, secant circulum, fiat reflexio : locus uisæ imaginis semper erit
intra speculum.

Sit dispositio quæ in præmissa, ita ut linea reflexionis quæ h r fecerit circulum a b r, taliter ut eius pars intra circulū, quæ est h r, sit æqualis semidiametro circuli, ducaturq; cathetus reflexionis à visu ad centrum speculi, qui sit g d secans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunq; puncto arcus h z fiat reflexio, semper erit locus imaginis intra speculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod sit i, fiat reflexio, ducaturq; à puncto g, centro visus ad punctum i, linea secans circulum super punctum i, quæ sit q, & ducatur super superficiem speculi linea perpendicularis à puncto i, quod fiet per 73. primo huius, Si à centro speculi puncto d, producaturs linea quæ sit d i, super cuius pū-



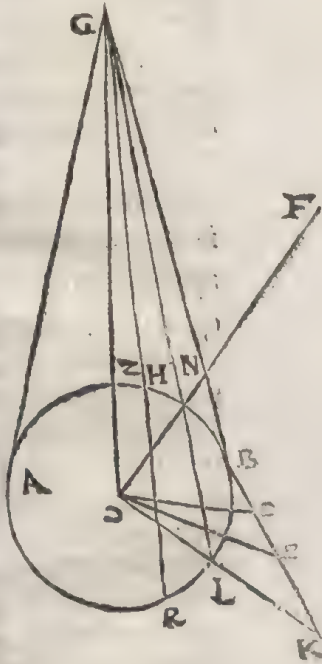
ergo quod omnium imaginum arcus $h z$, proprius locus est intra speculum, quod est propositum.

A quon?

XXVI.

A quocunq; puncto arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici conuexi interiacentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secatur circum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uisus contingit circum, fiat reflexio, locus uisæ imaginis quandoq; erit intra speculum, quandoq; in superficie conuexa speculi, & quandoq; extra speculum.

Remaneat totalis dispositio figurarum quæ in præcedenti & in 14. huius, in hoc. I. ut li-
nea reflexionis quæ g h r, secet circulū a b r, cuius centrū est punctū d, taliter ut eius pars
intra circulū quæ est h r, sit æqualis semidiametro d z, & lineæ g a & g b, sint contingen-
tes circulū a b r, in punctis a & b, & sit punctus b, propinquior puncto h, dico qd̄ a quo-
cunq; puncto arcus h b, fiat reflexio, erit locus visæ imaginis qñq; intra speculū, qñq; in
superficie speculi, qñq; extra speculū. Sumat̄ em̄ aliquod punctū arcus h b, a quo fiat reflexio
ad uisum g, & illud punctum reflexionis sit n, & ducatur linea reflexionis secans cir-
culum, quæ ducta trans circulum sit g n q, & ducat̄ a centro d, semidi-
ameter d q, & ad punctū reflexionis ducat̄ perpendicularis d n f, & pdu-
catur ut in pmissis linea n e, cōtinens cū katheto d n f, angulū æqualē
angulo f n g, qui sit angulus f n e, & qm̄ linea n q, per 14. tertij, minor
est q̄ linea h r, palā q̄a linea n q, est minor semidiametro q d, qm̄ em̄
linea h r est æqualis ipsi q d, ex hypothesi, erit ergo linea q n, minor q̄
linea q d, angulus ergo q d n, trigonū q d n, est minor angulo d n q, per
19. primi, ergo per 15. eiusdē angulus q d n, minor est angulo g n f, er-
go & suo æquali qui est e n f, igit̄ lineæ d q & n e, cōcurrent ad partem
minore angulo per 14. primi huius, sit ergo cōcursus earū in puncto
e, palā aut̄ ut in pmissis, q̄a linea e q d, est perpendicularis sup̄ superficiē
speculi per 72. primi huius, est ergo linea e d, kathetus incidentiæ for-
mæ puncti e, & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis in puncto
q, qui est punctus superficiei speculi, imago ergo puncti e, qñ fuerit re-
flexio facta a puncto arcus h b, quod est n, uidebit̄ in puncto q, quod
est in superficie cōuexa speculi, & qm̄ linea reflexionis quæ est g q, pe-
riferiam arcus b r, in unico tm̄ pūcto interfecat, ut patet per 7. huius,
palam quia nō accidit uideri imaginē formæ alicuius punctoq; lineæ
n e, in ipsa superficie speculi, nisi solū in illo uno puncto, in quo ad ipm̄
ductus kathetus secat lineā reflexionis in ipsa superficie speculi, ut est
in pposito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, sumat̄ punctū ultra
e, qd̄ sit punctum k, sitq; kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k,
ad centrū speculi qui sit k d, secans lineam reflexionis, quæ est g n q, p-
ductam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit sectio extra superficiem speculi, quare
imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctū e, sumpti uidebit̄ extra superficiē spe-
culi secundū distantia puncti incidentis, & semp̄ ut patet per 11. huius, erit locus imagi-
nis in puncto sectionis lineæ catheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imagi-
nis est nunc in puncto l, quæ est cōmunis sectio pmissæ lineæ. Si uero in linea e n, in-
ter puncta n & e, sumatur aliquod punctū ut c, kathetus ab eo ductus ad speculi centri
secabit lineā reflexionis, quæ g n q, intra speculum, secabit em̄ ipsam in puncto aliquo
e o r, quæ sunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta
e & n, sumpti uidebit̄ intra speculū, & similiter in quolibet alio arcus b h, poterit idem e-
eodem modo de diuersis punctis lineæ incidentiæ demonstrari, & hoc est ppositum
Sicut itaq; in arcu z b demonstrauimus in pmissis tribus theorematibus, sic etiā figur-
atione adhibita in arcu z a poterit demonstrari, qm̄ est om̄imoda similitudo hinc inde
& idem est de omnibus circulis speculi sphaerici cōuexi, circulo a b r, similibus. Si em̄ p-
perpendicularis g z d, manente fixa linea g h, secundū æqualitatē anguli d g h, imaginem



P 3

mover 1

moueri quousq; redeat ad locum suū unde moueri incēpit, tunc linea g h mota secabit ex tota speculi conuexa superficie motu suo portionē superficiē, & imago formæ cuiuslibet puncti reflexi ab aliq; puncto huius portionis uidebit̃ semper intra speculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea cōtingens circulū a b r, quæ est g b, moueatur quousq; ad locū unde exiuit redeat, secabit ex sphaera portionē maiore, & facta reflexione formæ cuiuslibet puncti à quibusq; punctis superficiē speculi descriptæ per arcum h b, uel à punctis arcuū illi similium, tunc katheto incidentiæ secante lineā reflexiōis in ipsa superficie speculi semper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipsa superficie speculi. Sed atq; punctoꝝ in illa eadem linea existentū quorundā locus imaginis est intra speculū, quorundā extra speculū, secundū qd' katheti ab illis punctis ad centrū speculi producti, secant lineas suarū reflexionū. Et qm̃ situs centri uisus, uel superficiē speculi, uel etiam ipsius rei uisæ potest multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut speculoꝝ sphaericoꝝ conuexoꝝ, quoꝝ usus ut plurimum apud homines nostræ habitabilis est cōmunis, qm̃ intra quæ specularē modo sphaerico diffundente se, artificū spiritus exfussant, quācūq; portionē quis taliter collocet, ut qñq; imago puncti uisi appareat intra speculū, hoc est ultra superficiem ipsius, nō sit media inter imaginē quæ uidet̃ & oculum uidentis, sed ad latus extra uideat̃, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, unde & per istam patet, qd' speculum sphaericū cōuexum, centrumq; uisus, & res uisæ sic sitū possent, ut imago extra speculū in aere appareat, qd' relinquimus artificio pquirētis.

XXVII.

XXVII.

Omnis diameter speculi sphaerici conuexi, in qua locus imaginis cadit, in ipsa superficie speculi aut extra speculum portionum sphaerae speculi non apparenti uisui, necessario applicatur, ex quo patet quod ipsa est demissior qualibet linearu cōtingentiū à centro uisus ad speculi superficiē pductarū.

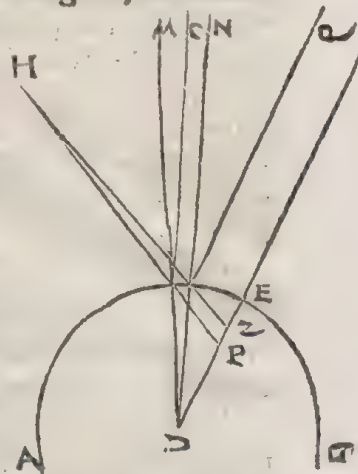
Quod hic pponitur patet per pmissas, resumptafiguratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus a b, potest fieri reflexio, omnis q̄q̄ linea reflexionis qm̄ à centro visus sub linea à centro visus, pducta circum contingente, ducit, patet per 57 primi huius, qm̄ ipsa secat circum, & qn̄ locus imaginis fuerit in ipsa speculi superficie uel extra, patet qd̄ hoc nō potest accidere in diametris speculi applicatis arcui a b, non em̄ potest in illis diametris locus imaginis esse in ipsa speculi superficie, qm̄ katheti incidentiæ & linea reflexionis illoꝝ punctoꝝ in illis punctis cōcurrere non possunt. Sed neq̄ extra speculoꝝ superficies potest in illis diametris esse locus reflexionis, qm̄ lineæ reflexionum ad partē illam extra speculū non cōcurrent, omnes ergo diametros speculi cuiuscunq̄ sphaerici conuexi in quibus loca imaginū sunt in ipsa superficie speculi, uel extra speculū, necessario applicantur portioni speculi non apparenti uisui, & qm̄ portio speculi apparens & non apparens per lineas cōtingentes à centro visus ad speculi superficiem ductas determinat, ut patet per secundū huius. Ideo manifestum est, ppositum corollarium, quælibet em̄ diametrorū in qua est locus imaginis in ipsa superficie speculi aut extra speculū, oportet ut sit demissior qualibet lineæ contingentiū à centro visus à speculi superficie, pductæ, & hoc pponebat. Potest autē diameter in qua apparet locus imaginis intra speculū esse uel altior uel demissior illa cōtingente, ut patet ex his quæ sunt in pmissis demonstrata. Restat autē ut nos deinceps loca imaginū certius determinemus.

XXVIII.

Ad diametrum speculi sphaerici conuexi ducta linea reflexionis secante speculum, ita ut pars ductae lineae interiacens superficiem speculi & diametrum, sit aequalis parti diametri interiacenti punctum sectionis & centrum speculi, in illa parte diametri non est locus alicuius imaginis, sed est imaginum meta, sicut & in illo puncto sectionis.

Esto circulus cōmunis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphae-
ci convexi

rici conuexi, qui a b f e g, & sit punctus h, centrum uisus, punctus q d centrum speculi, &
 sit d semidiameter speculi, quæ necessario est perpendicularis sup superficiē speculi per
 72. primi huius, & sit linea z h, linea reflexionis secans superficiē conuexā speculi super
 punctū f, & cōcurrents cū e d, semidiametro speculi super punctū z. Sit quoq; linea z f,
 æqualis lineæ z d, qd' potest fieri per 136. primi huius, dico quod in lineā z h, non est lo
 cus alicuius imaginis, neq; em̄ punctus z, potest esse locus alicuius imaginis, nisi solum
 alicuius punctoꝝ lineæ e d, ptractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiusq; puncti semper est super kathetum
 suæ incidentiæ, & hoc est in speculis sphaericis cōuexis in lineā ab
 illo puncto ad centrū sphaeræ ductā; quod uero punctus z, nō sit
 locus alicuius imaginis punctoꝝ lineæ e d, patet, ducat em̄ ppen
 dicularis à centro d, super punctū f, quæ pducta extra circulū sit d
 f n, & super ductā perpendicularē fiat in puncto f, angulus æqua
 lis angulo n f h, per 23. primi, qui sit q f n, est ergo per 15. primi,
 angulus q f n, æqualis angulo z f d, sed cū z d & z f, lineæ ex hy
 pothesi sint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angu
 lo z f d, ergo & angulus q f n, æqualis est angulo z d f, ergo per 28
 primi lineæ z d & q f, sunt adinuicē æquedistantes, in infinitū er
 go, ptractæ nunq; cōcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quan
 tumcunq; ptractæ forma mouebit ad punctū f, per lineam inci
 dentiæ q f, sed nō potest esse locus alicuius imaginis in puncto z, nisi moueatur ad pun
 ctum f forma per lineam q f, aliās em̄ lineā f h, nō fieret linea reflexionis, in cuius inter
 sectione cū diametro d e, est punctū z, nō est ergo pūctū z locus alicuius imaginis puncto
 rum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiusq; puncti extra
 lineam d e, ptractam, & eadē erit demonstratio quātūcunq; sumpta diametro e d, sed
 & nullus alius punctus lineæ z d pter z, potest esse locus alicuius imaginis; dato em̄ qd'
 punctus p possit esse locus alicuius imaginis, ducatur lineā h p, secans cōuexam superfi
 ciem speculi in puncto b, & ducat perpendicularis d b m, & ut supra angulo m b h fiat
 æqualis angulus super punctū b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, est
 æqualis angulo p b d, sed angulus d p b, per 16. primi, est maior angulo p z h, cū sit ei ex
 trinsecus in trigono p z h, igitur duo aliq anguli trigoni p d b, sunt minores duobus alijs
 angulis trigoni d p z, sed angulus p d b, est maior angulo z d f, eo qd' totū maius est sua
 pte, & etiā patet hoc p 29. primi huius, Sequit̄ ergo, ut angulus d b p, sit minor angulo d f
 z, angulus uero d f z est æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor
 est angulo z d f, multo ergo minor est angulus d b p, angulo p d b, angulus itaq; t b m,
 minor est angulo p d b, lineæ igit̄ t b & e d, per 14. primi huius, nunq; cōcurrent ad par
 tem à qua possit fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflectetur ad uisum
 h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neq; imago alicuius puncti se
 offeret uisui super aliquod punctū lineæ z d, tota ergo lineā z d, erit semp uacua imagi
 nibus, nec unq; erit locus imaginū in ipsa, & similiter potest de qualibet alia diame
 tro, ppositi speculi demonstrari hypothēsi seruata. Patet etiā ex pmissis, qm̄ lineā z d est
 est meta imaginum, qm̄ si lineā f z fuerit maior q̄ lineā z d, nulla unq; apparebit ima
 go, qm̄ angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15.
 primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius, lineæ ergo e d & q f, per 14. primi huius, nō con
 current ad partem punctoꝝ e & q, sed ad partē punctoꝝ d & f, non ergo aliqua poterit
 apparere imago in pūcto z, ergo nec in aliq punctoꝝ lineæ z d, qd' si lineā f z sit minor
 q̄ lineā z d, tunc secundū pmissum modū erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo p
 14. primi huius, lineæ e d & q f, cōcurrent ad partē punctoꝝ e & q, & ab illo puncto po
 test alicuius punctoꝝ lineæ e d fieri reflexio ad uisum, & locus imaginis erit per 11. hu
 ius, in puncto z, & erit lineā z d, locus imaginis secundū omnē suū punctū quousq; li
 nea incidentiæ respectu diametri respiciat ppositam diuisionē, patet ergo quod cum li
 nea z d est æqualis lineæ z f, quod lineā z f, est meta imaginū ultra quā nulla, & circa quā
 omni

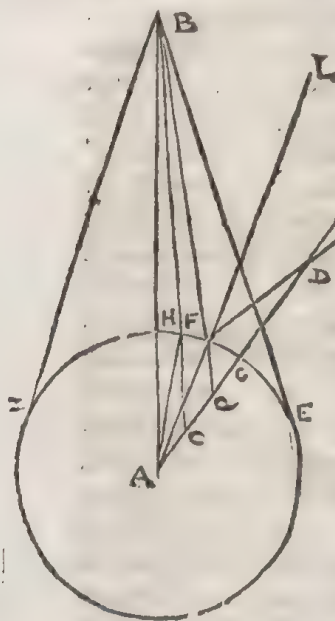


omnis uidet imago, & similiter punctus z est meta imaginum, qm ut patet ex pmissis, omnis linea incidentia a quocumq; puncto speculi ad uisum h , inter puncta z & d , ducta est maior q; linea quae per illa refecit ex linea $z d$, qm ista est maior q; linea $z f$, per 14. tertij, est ergo etia maior q; linea $z d$, ex hypothesi, ut patet de linea $b p$, quae est maior q; linea $p d$, uel linea $z d$, omnisq; linea inter puncta z & e , ad uisum h , ducta interiacens periferia circuli & diametru, est minor q; linea $f z$, ergo & minor q; linea $z d$, ergo est etia minor q; linea qua ipsa refecit ex semidiametro $d e$, sunt ergo ut patet p pmissa in linea $z e$, loca imaginum pter q; in puncto z , in linea uero $z d$, non sunt aliqua loca imaginu, & sic patet, quod punctus z , est meta imaginum, nec est differentia an punctus z cadat intra circulu, an extra, an in ipsa superficie speculi, quia semp ubicumq; acciderit lineam $z d$, aequalem fieri parti lineae reflexionis interiacenti punctu reflexionis & punctum z , erit semper in puncto z meta imaginum, & similiter est de tota linea $z d$, patet ergo ppositum.

XXXIX.

Assignata meta imaginum in quacumq; diametro inter lineas contingentes a uisu ad speculum sphaericum conuexum ductas praeter uisualiam diametrum in punctis tantum datae diametri inter superficiem sphaerae & punctum qui est imaginu meta existentibus sunt loca imaginu illius diametri.

Sit b centrum uisus, & sunt u 3 & $b e$ lineae speculum sphaericu conuexu contingentes in punctis 3 & e , & sit a centrum speculi, & $b h a$ diameter uisualis, & sit $a g d$, diameter alia, in qua meta imaginum assignata sit in puncto t , per pcedentē, & per 136. primi huius, secusq; linea $a d$, superficiem speculi in puncto g , dico quod



solum in punctis lineae $t g$, quae sunt inter puncta g & c , sunt loca imaginum diametri $d g a$, quia em imagines illae non cadant in punctu g , qui est in superficie speculi, uel quia non cadant extra superficiem speculi, palā per 27. huius, oportet em semper diametrum in qua locus imaginis est in superficie speculi aut extra de missiore esse puncto contingente, diameter uero $a d$, est inter lineas contingentes, nec ergo in superficie speculi, nec extra sphaeram ipsius apparebit imago secundum illam diametrum. Sed qd quilibet punctus inter puncta g & t sumptus sit locus imaginis, patet. Detur em aliquod punctum lineae $t g$, quod sit q , & ducatur linea a uisu ad illu punctum quae sit $b q$, secans superficiem speculi in puncto p , & ducat ppendicularis $a p l$, & secundum sepius pmissa angulo $l p u$, fiat per 23. primi, angulus aequalis, qui sit $d p l$, & ducatur linea $b c$, secans superficiem speculi in puncto f , ducatur quoq; ppendicularis $a f$, triangulus itaq; $a p b$, continet triangulum $a f b$, angulus ergo $a f b$, maior est angulo $a p b$, per 21. primi. Sed angulus $a f c$, cum angulo $a f u$, ualet duos rectos, & angulus $a p q$, cum angulo $a p b$, ualet duos rectos per 13. primi,

palam ergo quia angulus $a f c$, minor est angulo $a p q$, sed angulus $a f c$, est aequalis angulo $f a t$, per 5. primi, qm latus $f t$, est aequalis lateri $t a$, per 136. primi huius, & ex hypothesi, angulus ergo $a p q$, maior est angulo $f a t$, quare etiam erit maior angulo $p a q$, qui est pars anguli $f a t$, & quia anguli $a p q$, & $l p b$, sunt aequales per 15. primi, sunt em contra se positi, erit angulus $l p b$, maior angulo $p a q$, est ergo p 8. huius, angulus $d p l$, maior angulo $p a q$, patet igit qd lineae $p d$ & $a q$, concurrent per 14. primi huius, sit ergo d punctus concursus ipsarum, forma igitur puncti d , reflectetur ad uisum in punctum b , a puncto superficie speculi quod est p , per lineam $p b$, & locus imaginis suae est punctum q , per 11. huius, eadem quoq; est demonstratio sumpto quocumq; puncto inter g & t , in diametro uero $b h a$, quae est diameter uisualis, non est aliquis locus imaginis, nisi ut proponit 10. huius, patet ergo propositum.

Linea

XXX.

Linea reflexionis circulum qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi sphaerici conuexi taliter secante, quod pars lineae productae intra circulum sit aequalis semidiametro speculi pars diametri in terminis huius lineae secantis speculum interiacens punctum sectionis speculi, & punctum sectionis sui cum linea contingente a uisu ducta ad speculum, est locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiusdem, eritq; locus imaginis semper extra speculum.

Sint $a c$ & $a g$, lineae contingentes circulu, qui est comunis sectio superficie reflexionis & speculi sphaerici conuexi, cuius centrum sit punctu b , sit quoq; in puncto a , centrum uisus, sitq; linea $b 3$, diameter uisualis secans superficiem speculi in punctis d & 3 , ptraaturq; a centro speculi b , ad punctum contingente g , linea $b g$, palam ergo per 59. primi huius, quod arcus $d g$, est minor quarta circuli, arcus ergo $g 3$, est maior quarta circuli, ergo per ultimā sexti, patet quod angulus $3 b g$, est maior recto, hoc etia patet, sic, cum em in triangulo $b a g$, angulus $a b g$, sit rectus per 17. tertij, erit angulus $g b a$, minor recto, palā ergo per 13. primi, quod angulus $e b g$, est minor recto, abscindat ergo ab ipso angulo $h b g$, re-

ctus, per 23. primi, erit linea $h b$, aequedistans lineae contingenti circulu qui est $a g$, palā ergo qm lineae $h b$ & $a g$, productae nunq; concurrent, & qualibet diameter cadens in arcu $h g$, inter puncta h & g , concurrent cu linea $a g$, producta per secundam uel 9. primi huius, qm angulu acutum continebit cu linea $b h$, ducatur ergo a puncto a , linea secans speculum quae sit $a m o$, ita qd corda $m o$, sit aequalis semidiametro speculi quae sit $b o$, hoc aut possibile est fieri per 136. primi huius, erit linea $b o$, & punctum o , meta imaginum per 28. huius, concurratq; diameter $b o$, cum linea $a g$, in puncto t , dico qd in quolibet puncto lineae $t o$, est locus imaginis, & q in nullo alio puncto diametri $t b$, est locus alicuius imaginis, & sunt puncta o & t , metae locor imaginum, punctum o in superficie speculi & punctu t , extra speculu. Solu em in his duobus punctis concurret diameter $b d$ cum lineis reflexionis, quae sunt $a m$ & $a g$, sumatur em aliquod punctum lineae $t o$, quod sit k , & ducatur linea $a n k$, secans connexam superficiem speculi in puncto n , & ducatur ppendicularis $b n x$, & angulus $a n x$, fiat aequalis angulus $p n f$, ut in alijs pmissis, & pducatur linea $n f$, taliter ut angulus $x n f$, sit aequalis angulo $a n x$, per 23. primi, ptraaturq; perpendicularis $h c$, ad lineam $n f$, in punctu f , punctus em concursus quocumq; fuerit, uocabimus f , palam uero per 14. primi huius, qm concurrent, linea itaq; $n f$, non cadet inter puncta circuli quae sunt b & g , non em secat speculu neq; secat lineam ipsum speculu contingentem in puncto g , quae est $a g t$, nisi in uno puncto quod est extra superficiem speculi supra punctum g . Si aut daretur quod linea $n f$, caderet inter puncta b & g , oporteret ut uel secaret superficiem speculi uel lineam $a p$, in duobus punctis, in uno infra punctum g , & in alio super punctum g , ubi sit reflexio ad uisum existentem in puncto g , & sic duae lineae rectae superficiem includerent qd est impossibile, forma ergo puncti f mouebitur per lineam $n f$, ad punctum n , & reflectetur ad a , per lineam $a n$, apparebitq; imago eius in puncto k , in concursu katheti incidentiae, qui est $f b$, cum linea reflexionis, quae est $a k$ extra speculi superficiem, & eodem modo de omnibus punctis lineae $t o$ est demonstrandū, & imagines oim uident extra speculum, & qm a puncto m nulla potest fieri reflexio formae alicuius puncto; lineae $b f$, qd patet si linea reflexionu a puncto m ad punctu a , factae aequedistant diametro $b f$, qd patet si ducatur perpendicularis $b m$, quae producatu usq; ad punctum q , & fiat angulus $p m q$, aequalis

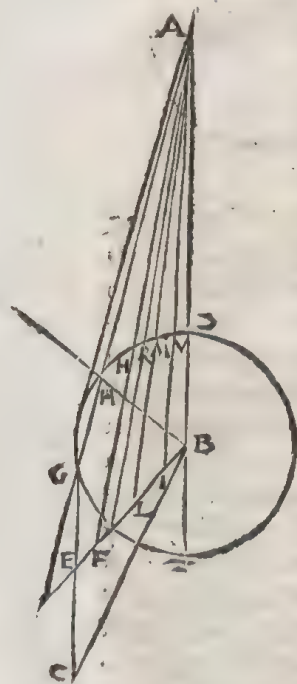
Q

æqualis angulo qma, tunc em quia anguli bmo, & mbo, sunt æquales ex hypothesi, & per 5. primi, erunt sicut ostendimus in 28. huius, anguli bmq, & mbo æquales, ergo per 28. primi, lineæ mp & bf æquedistant, non ergo concurrunt, nec unq fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri bf, a puncto speculi m, punctum ergo o nō erit locus alicuius imaginis punctorū diametri bf, omnia ergo illa loca sunt extra speculum in linea to, ita quod puncta to sunt loca imaginum, patet ergo ppositum, ita tamen ut punctum t accipiat ut simpliciter visum, & ut reflexum pro ut diximus in secunda huius, quoniam ipsum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ secante quēcunq punctum arcus circuli, qui est communis sectio superficiē reflexionis & speculi sphaerici conuexi interiacentis punctum cōtingentiæ lineæ a centro uisus ductæ, & punctum quo lineæ reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secat arcum circuli non apparentem uisui, erunt locorum imaginum plura intra speculi conuexā superficiē, unū tñ in ipsa superficie & plurima extra ipsam.

Disponantur omnia ut in præhabita demonstratione, secetq lineæ a mo, circulum taliter ut lineæ mo, sit æqualis semidiametro speculi, & lineæ ag, contingat speculum in puncto g, dico quod in arcu go, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus go, qui sit l, & ptrahat a centro speculi diameter bl, usqquo secet lineā contingentiē circuli in puncto g, quæ est a, secabit aut per 14. primi huius, &



portionem speculi in pūcto h, & ducatur a centro speculi perpendicularis quæ sit bhk, fiatq per 23. primi super punctum h, terminum lineæ kh, angulus æqualis angulo a h k qui sit hkn y, palamq ex præmissis in præcedente quoniam lineæ be & hy, productæ concurrent per 14. primi huius, sit punctus concursus y, & quoniam lineæ hy, cadit extra speculum, forma ergo pūcti y, mouebitur per lineam y h, ad speculum, reflectetur quoq a puncto speculi quod est h, ad uisum existentem in puncto a, apparebitq imago eius in puncto f, in concursu katheti incidentiæ qui est bf, cum lineæ reflexionis quæ est a h, extra speculi superficiem, & eodem modo est de omnibus punctis lineæ le, demonstra- dum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra speculum excepto solo l, in quo diametrum bl, secat speculi superficiem, quoniam in illo puncto locus

locus imaginis est in superficie speculi, ideo quod in superficie eius se intersecat lineæ re- flexionis quæ est a l, cum katheto incidentiæ, qui est b y, eritq punctū cuius formæ ima- go uidet in pūcto l, reflexa a puncto r, consistens in diametro b l, producta ultra punctū y, ut patet p 17. Sed ut patet p 29. huius, oēs formæ pūctorū cadētū in diametro b y, ultra punctum reflexum a puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginū omnium illorum punctorū sunt in linea i l, ideo quia ut patet ex præmissis punctum i, est meta imaginum, ultra quod pūctum nunq apparet aliqua imaginum uisū existente in puncto a, & speculi situ disposito, ut patet ex hypothesi, palā ergo quod in quolibet pun- cto lineæ e i, sumpto inter puncta e & i, est locus imaginis formæ alicuius punctorū dia- metri b e, eductæ ultra punctum e, quedam ergo imagines in diametro e b, sequuntur lo- ca intra speculum, quedam extra speculum, & una sola in superficie speculi, scilicet in pūcto l, & eodē modo in quolibet puncto arcus o g, poterit demonstrari diametris data pūcta ar- cus o g, transeuntibus & superficie speculi secantibus, prout demonstrationū necessitas requirit.

XXXII.

In quēcunq punctum arcus circuli, qui est communis sectio superfi- cie reflexionis & speculi sphaerici conuexi, interiacentis punctum in quo li- nea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli in portione non apparente, secat circulum & punctum distantem a puncto contingentiæ per quartam eiusdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, lo- cus imaginis semper erit extra speculum.

Disponant oia ut in præcedentibz, ita ut lineæ a mo, sic secet circuli speculi, ut lineæ m o, sit æqlis semidiametro speculi, & sit ut i 30. huius angulus hbg, rectus, & lineæ agp, contingat speculū in pūcto g, dico qd arcus o h, katheti incidentiæ occurrētibz locus ima- ginis erit semper extra speculū, ducat em per ali qd pūcto arcus o h, diameter b q, q cō- currant cū cōtingente a gp, in puncto p, & ducat a cētro uisus lineæ a u q, secans superius in portione uisui apparente speculum in puncto u, & quia ut prius patuit lineæ mo, est æqualis lineæ op, & lineæ u q, est maior q lineæ mo, per 14. tertij, ergo lineæ u q, est ma- ior q lineæ q b, lineæ quoq ducta a circūferentiā ad diametrum d b, quæ est æqualis par- ti diametri p b, interiacenti ipsam & centrū speculi, non cadet inter puncta q & b. Si em hoc sit possibile, tunc ut prius erit lineæ u q, minor q lineæ q b, quoniam si lineæ illa ca- deret in punctum q, & eius pars intra circūferentiā maior q lineæ u q, per 14. tertij. Restat ergo ut lineæ æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, pa- lam per hoc, quia angulus pgb est rectus, est ergo per 19. primi, in trigono pbg, latus pb, maius latere p g, cadat itaq lineæ taliter ducta, citra p, & sit punctus in quē cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, meta locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & est eadem demonstratio quæ in superioribus. f. 30. & 31. huius, in quolibet quoq puncto arcus h o, est eadem demonstratio. Ex his er- go præmissis ppositionibus palam est, quia imagines diametrorum arcus h o, omnes sunt extra superficiem speculi, imaginum uero diameter f y, ut in 31. huius, una sola est in superficie speculi, ut illa quæ est in puncto l, aliæ uero sunt intra superficiem speculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ est i b, aliæ uero omnes sunt extra speculum, ut quæ cadunt in lineæ le, omnium quoq imaginum diametrorū arcus o g, quedam sunt intra superficiem speculi, quedam extra ipsam, quedam in ipsa superficie speculi conuexa, ut ibidem in præmissa conclusum est, patet itaq quod proponebatur.

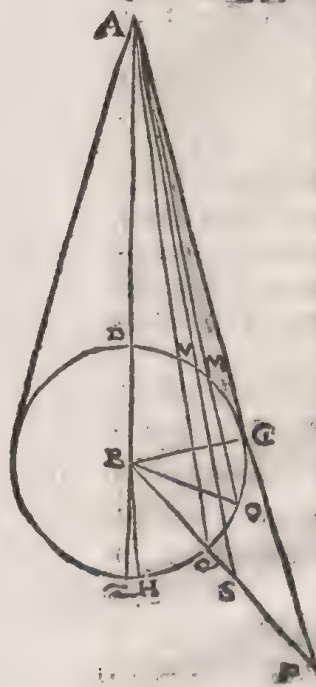
XXXIII.

In arcum circuli communis sectionis superficiē reflexionis & superficiē speculi sphaerici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uisualis & punctum distans a puncto contingentiæ per quartam circuli inferius secant circulum, non potest cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus ima- ginis occurrat.

Q.

Omnibus

Omniſus alijs diſpoſitis ut in proxima ſuperiori figura, dico qd in arcum h z, nō po-
teſt cadere aliqua diāmeter in qua ſit locus alicuius imaginis, qm̄ em̄ linea contingens
quæ eſt a g p, æquediſtat diāmetro b h, per 28. primi, tunc patet quod uerſus punctum

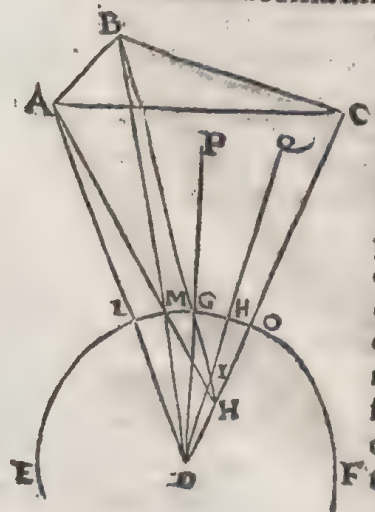


p, nulla diāmeter cadens in arcum z h, concurrat cum linea contingente
quæ eſt a p, & a quocunq; puncto talium diāmetrorum ducatur linea
ad ſuperficiem ſpeculi conuexam cadit in portionem nō apparentem
ipſius ſpeculi, utpote in portionē circuli quæ eſt g z c, & nulla ipſarum
cadit in portionem circuli g d c, uifui oppoſitam, niſi ſecundo ſphæram
ſpeculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diāmetrorum ueniet
ad portionem uifui apparentē uel ad uifum, omnia aut̄ iſta quæ in ſe-
micirculo d g z, & in eius arcubus in præmiſſis theorematibus decla-
rati ſunt, in arcubus quocq; ſemicirculi d c z, ſimilibus poſſunt demon-
ſtrari ut in arcubus ſemicirculi d g z, ſimilibus enim acceptis utrumq;
diſpoſitionibus arcum & ſimilibus factis, ptractionibus linearum, eadē
dem in omnibus occurrunt paſſiones, & idem eſt demonſtrandi modus,
& ſimiliter etiam quod nec declaratur in circulo c d g z, poteſt in uno
quocq; circulo qui ſunt communes ſectiones ſuperficierum reflexionis
& ſuperficiei conuexi ſpeculi ſphærici declarari. Vnde omnes paſſio-
nes probatæ ſecundum quocunq; punctos circuli d g z c, in comple-
tis circulis accidunt per totam ſpeculi ſuperficiē, ſicut ſi punctus g, uel
aliter punctus ſignatus moueatur per ſphære ſuperficiē & circulum
deſcribat, paſſiones uero arcum circuli d g z c, perueniunt in quadam
latera ſuperficie contenta ſub terminis æquediſtantiū circuloꝝ per to-
tam ſphæram ſpeculi; ſicut ſi arcus aliquis æquediſtans polo motus ſpe-

culi aliquā ſuperficiem diſtinguat, ut patet intuenti. Si itaq; linea b h, moueatur eadem
manente angulo h b z, ſignabit ipſa motu ſuo ſecundum punctum z, portionem ſphæ-
ræ, in cuius diāmetris nullus erit imaginis locus, & ſi linea b z, immota exiſtente moue-
atur arcus o h, deſcribetur portio ſphære, cuius omnes imagines in diāmetro b o, uel a-
liā protracta exiſtentes ſunt extra ſpeculum, moto uero arcu o g, fiet portio ſpeculi, cui-
us diāmetrorum quadam imagines ſunt in ſuperficie ſpeculi, quadam extra, & quæ-
dam intra ſpeculū, uerum uifus non ſemp̄ comprehendit quæ imagines ſunt in ſuperfi-
cie ſpeculi, uel quæ ſint extra, nec certificatur in iſtorum comprehensione, niſi intuenti,
quia ſentit quod ſunt ultra portionem ſphære apparentem. Sic ergo ex præmiſſis 6.
theorematibus patet in propoſitis ſpeculis loca imaginum eſſe determinata, ſecundum
quod imagines horum ſpeculorum uni tantum uifui offeruntur.

XXXIII.

Ambobus uifibus a duobus punctis reflexionis ſup̄ficiei ſpeculi ſphærici
conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis eſt locus, & imago
tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uifuum a & b, & punctus uifus ſit e, ſitq; d
centrum circuli magni, qui eſt ſecans ambos circulos, qui ſunt cō-
munes ſectiones ſuperficierum ambag; reflexionis & ſpeculi, a cuius
punctis ſit reflexio, & cuius portio apparens uifui ſit e f, ſitq; pun-
ctus reflexionis & ſpeculi formæ puncti c, ad uifum a, punctus g, &
punctus reflexionis formæ puncti c, ad uifum b, ſit punctus h, & du-
cat̄ kathetus incidentiæ a puncto c, ad centrū ſpeculi, qui ſit e d, ſe-
cans circulū in puncto o, ſecetq; linea reflexionis quæ eſt a g, pduc-
ta ipſum kathetū c d, in puncto k, & linea b h, in puncto i, ſuntq; pri-
mo uifus ambo æq̄liter diſtantes a cetro ſpeculi d, & a puncto rei ui-
ſæ qd̄ eſt c, dico qd̄ ambob; uifib; a & b, formæ puncti uifui c, licet
duo ſint reflexionum puncta ſquæ g & h, uno tantum imago uide-
tur, quia unicus eſt imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d &
b d,

b d, a centris amborum uifuum ad centrum ſphære ſecantes ſpeculum in punctis
l & m, & palam, quoniā illæ lineæ ſunt æquales, oculis enim æqualiter diſtantibus a cen-
tro ſpeculi quod eſt d, palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambabus
lineis a d & b d, cōtinet angulos æquales argumento 30. tertij huius, ergo per 6. primi,
lineæ a d & b d, ſunt æquales; ſi ergo ſitus puncti c reſpectu utriuſq; uifus a & b ſit idem,
ita ut linea a c ſit æqualis lineæ b c, tunc patet per 8. primi, quod utraq; diāmetrorum ui-
ſualium ſcilicet a d & b d, cum katheto c d cōtinet angulos æquales, ergo per 25. tertij,
arcus ſpeculi l o & m o ſunt æquales, quia enim a d & b d, diāmetri uifuales ſecant ex cir-
culis cōmunibus ſuperficiebus ſpeculi & reflexionis arcus, & cōtinet angulos æquales
cum katheto c d in centro d, palā per 25. tertij, quia illi arcus lineas c d & b d ex una par-
te, & ex alia lineas c d & a d, interiacentes duo puncta reflexionis quæ ſunt h & g, & pun-
ctum o, ſunt æquales per 25. tertij, quoniam perpendiculares ductæ a centro ad puncta
reflexionum, quæ ſunt d g p & d h q, cum linea c d cōtinent angulos æquales, & quia ar-
cus h o & g o ſunt æquales, & ſemidiāmetri d h & d g æquales, erunt etiam lineæ reflexi-
onum quæ ſunt h b & g a æquales, per 4. primi, quoniam ad uifus æqualiter diſtantes a
centro ſpeculi ſecundum æquales angulos ſunt incidentes, eruntq; ſimiliter lineæ g e &
h e æquales, linea uero b h, & a g neceſſario ſe ſecant, quoniam cum anguli ſunt minores
duobus rectis, palam per 14. primi huius, quia lineæ b h & a g, in aliquo puncto neceſſe
habent concurrere, & quia anguli reflexionis ad ambos uifus propter æqualem diſtan-
tiam amborum uifuum a puncto rei uiſæ, & a centro ſpeculi ſunt æquales, erunt & an-
guli c g a & c h b inter ſe æquales, palam ergo per 13. & 32. primi, quia trigonū g c h eſt
æquiangulum trigono h c i, & linea c h eſt æqualis ipſi lineæ e g, erit ergo per 4. ſexti, li-
nea h i æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipſi lineæ c i, puncta ergo k & i ſunt punctus
unus, ſuper idem ergo punctū katheti c d, erit ſectio ambarum linearū reflexionis, quæ
ſunt a g & b h, cum katheto incidentiæ qui eſt c d, & in hoc puncto utriq; uifui appa-
rebit imago, uidebitur ergo una ſola imago, quia unus eſt idem imaginis locus erit, quia ui-
ſus non æqualiter diſtāt a ſpeculo uel a re uiſa, ad huc tamen unica uidebit̄ imago, licet
enim imago puncti uifui cadat in diuerſis punctis perpendicularis, hoc tamen eſt imperce-
ptibile, imago ergo cuiuſcunq; puncti a quocunq; uideatur oculo, ſemper ſeruat iden-
titate partem, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim puncti uifui ab uno ui-
ſu modico, eſt maior q̄ ab alio, & ob hoc loca imaginum ſunt imperceptibiliter remo-
ta, & ob hoc apparent ſimiliter, qm̄ ex illis ſit una imago compacta, quia loca imaginis
nō taliter a ſe diſtant, licet p̄tialiter aliquatū diſtant, patet ergo p̄poſitū. Poteſt tamen
quādoq; & hoc accidere, ut ſi forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uifui, qd̄ p̄pter
obliquitatem una forma uideatur duæ, ut cum in una ſuperficie reflexionis ſunt centra
ambag; uifuum, tunc enim præmiſſi anguli in cetro ſpeculi ſunt inæquales, & accidit ui-
deri duas formas, ſicut & nos in ſimplici modo uidēdi diximus in quarto libro huius ca-
pitulis de uifione numerali, ſed hoc euenit ut raro, & nos de hoc aliquid diximus in 7. quin-
ti huius.

XXXV.

In ſpeculo ſphærico cōuexo eſt ordinatio punctorum imaginū in ambo-
bus uifibus, ſicut ordinatio punctorum rei uiſæ.

Ducantur a terminis lineæ quæ eſt in re uiſa duo katheti ad centrum ſpeculi, palā
ergo quod tunc erit triangulus in quo cōtinebuntur omnes imagines omniū punctoꝝ
illius lineæ & ſi in illa linea ſit punctus non eiſdem ſitus reſpectu amborum imaginū
puncti remotioris ab illo erit in diāmetro remotiori ab eius diāmetro, & p̄p̄ngoris in
p̄p̄ngiori, qm̄ ſemper imago cuiuſlibet rei uiſæ uidebitur in cōcurſu lineæ reflexionis
cum katheto incidentiæ ducto ab illo puncto ad centrū ſpeculi, ut patet per 11. huius. Si
ergo obſeruetur ſitus p̄ artū in imaginibus ſicut fuerit ſitus in punctis uifis. Sumpta
uero linea in qua eſt punctum eiſdem ſitus, quodlibet punctum illius lineæ eiſdem erit
ſitus reſpectu oculorum. Si aut̄ ſumatur linea quæ angulū quā cōtinent duæ lineæ a cetrīs
oculorum ad punctū uifum, pductæ diuidit per æqualia, ſitus cuiuſlibet puncti illius li-
næ quātumcūq; pductæ eſt ſitus cōſimilis utriq; uifui ſicut uni, patet ergo p̄poſitū.

Q 3

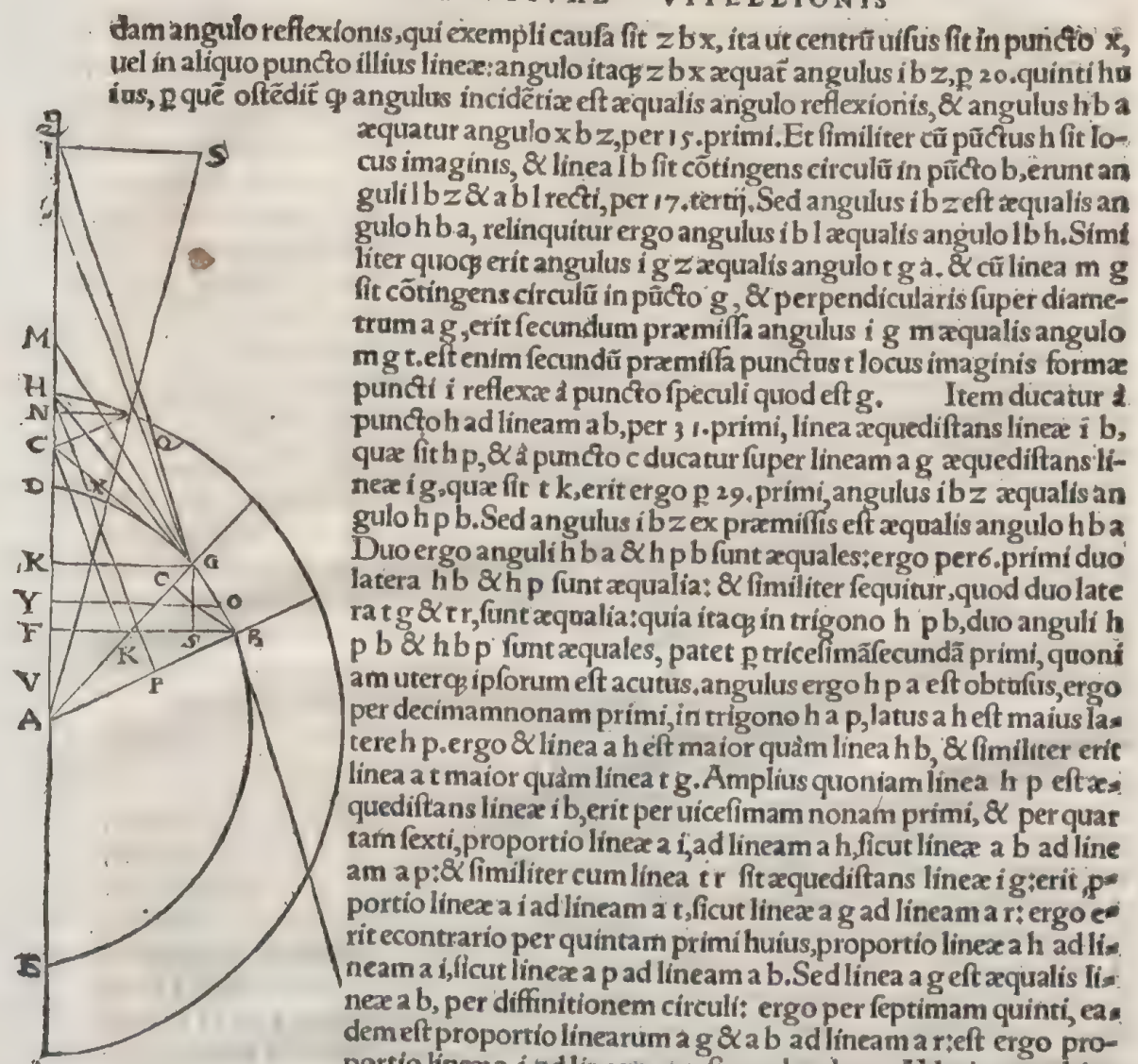
In qbus

lis per 3. primi, scilicet angulus a q h, angulus h n q, ergo per 6. tertij, erit pportio h a ad q h, sicut q h ad h n, ergo per 16. sexti, illud qd' sit ex ductu a h, in h n, æquale erit quadrato h q, sed quadratū h q est 4. pars quadrati h d, p. 4. secūdi, est em̄ h q medietas lineæ h d, ductus ergo a h in h n, est æqualis 4. parti quadrati d h, ergo & 4. ductus a h in h t, est ergo lineæ h n, æqualis 4. parti lineæ h t, per 1. sexti, cadit ergo punctū n, inter pūctā h & t, remanetq; lineæ t n, tres quartæ lineæ h t, restat ergo ut ductus h t in t n, sit tres quartæ quadrati h t, per 2. secūdi. Sed & per 1. sexti, erit ductus lineæ a h in t n, tres quartæ quadrati h d, qm̄ aut angulus a q h, est acutus p. 4. 2. primi huius, & ipse est æqualis angulo q h a per 5. primi, qm̄ latera a h & a q, sunt æqualia, patet ergo, quia angulus q h a, est æqualis angulo h n q, in minori triangulo, ergo per 6. primi, latus n q, est æquale lateri h q, & angulus h n q est acutus, ergo p. 13. primi, angulus q n t est obtusus, ergo quadratum lineæ t q, amplius est quadrato lineæ q n, & quadrato lineæ t n, in illo qd' sit ex ductu t n in n h, p. 12. secūdi. Si em̄ a puncto q, ducat perpendicularis sup h n, palam per 3. 1. primi huius, cū latera q h & q n, sint æqualia qd' ipsa cadet in medio pūcto lineæ h n, ex prima vero secūdi ductus n t, in h n, æquipollet illi qd' sit ex ductu t n, in medietate h n bis. Sed ductus t n in n h, cū quadrato n t, æqualis est ductui h t in t n, per 3. secūdi, igitur ductus h t in t n, est excessus quadrati lineæ t q, sup quadratū lineæ n q, ergo & sup quadratum h q, cū h q, sit æqualis ipsi n q, si uero quadratū t q, est maius quadrato h q, & lineæ t q, erit maior lineæ h q, sit ergo per 3. primi huius, pportio a i ad a h, sicut t q ad q h, quia ergo lineæ q t, est maior q; lineæ q h, erit lineæ a i, maior q; lineæ a h, erit quoq; per 18. sexti, pportio quadrati lineæ a i, ad quadratū lineæ h q, qm̄ sicut simpli ad simpli, sic dupli ad dupli, pportio uero quadratoꝝ dupla est pportioni lateꝝ ex 18. sexti, erit ergo per 17. quinti, excessus quadrati a i, super quadratū a h, ad quadratū a h, sicut ductus h t in t n, ad quadratū q h, & qm̄ ex 4. secūdi, & ex pmissis quadratū lineæ q h, quater sumptum, efficit quadratū lineæ h d, & ductus h t in t n, quater sumptus efficit triplum quadrati h t, ideo qd' ductus h t in t n, est tres quartæ quadrati h t, ut pmissum est, quater uero tria sunt 12, in quibus tria integra continen̄, erit ergo per 15. quinti, ductus h t in t n, ad quadratū q h, sicut tripli quadrati h t, ad quadratū h d. Sit aut h o, lineæ tripla ad lineam h t, erit ergo per primā sexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, sed qm̄ ductus a h in h t, est æqualis quadrato h d, erit per 16. sexti, pportio h a ad h d, sicut h d ad h t, erit ergo h t ad h a, sicut quadrati h t, ad quadratū h d, ex corollario 17. sexti. Verū pportio lineæ o h, ad lineam h a, est sicut ductus o h in h t, ex prima sexti, & ita per 11. quinti, est pportio lineæ o h, ad lineam h a, sicut tripli quadrati h t, ad quadratum h d, sed hoc erat pportio excessus quadrati lineæ a i, super quadratum lineæ a h, ad quadratū a h, est ergo coniunctim per 18. quinti, pportio lineæ o a, ad lineam h a, sicut quadrati lineæ a i, ad quadratū a h, excessus em̄ quadrati a i, super quadratū a h, cū quadrato h a, efficit quadratū a i, igit ex 17. sexti, erit lineæ i a, medio loco pportionalis inter lineas o a & h a, est n. ut in corollario 17. sexti, pponit̄ triū lineæ continue pportionalium, pportio primæ ad terciā, sicut quadrati constitutæ super primā ad quadratum constitutum super secundam, igitur pportio lineæ o a ad i a, est sicut lineæ i a ad h a, erit ergo per 19. noni, eadem pportio residui ad residuum, s. o i ad i h, cū itaq; i a, sit maior q; a h, erit o i, maior q; i h, ergo lineæ i h, est minor medietate lineæ o h.

Item ut prius ostensum est ductus lineæ a h, in lineam h d, est æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d, sed lineæ a d, est minor quā a h, ductus ergo a d in h d, est minor quarta parti quadrati lineæ a d, lineæ ergo h d est minor quarta parti lineæ a d, quoniam si esset lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1. sexti ductus a d in h d esset æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d, cum ambo sint altitudinis lineæ a d, est ergo lineæ h d minor quintæ parti lineæ a h. cū itaq; lineæ a h sit maior q; quintupla lineæ h d, ductus uero lineæ a h in lineā h t, sit æqualis quadrato lineæ h d, ut patet ex pmissis, erit per 16. sexti, lineæ h d maior q; quintupla lineæ h t, quoniam quæ est pportio lineæ a h ad lineā h d, eadē est pportio h d ad h t, est ergo h t minor quinta parte lineæ h d, & h d est minor quinta parte lineæ a h, ergo h t est minor 25. parte lineæ a h, est aut

ex pmissis pportio lineæ o i ad i h, sicut lineæ i a ad h a, ergo per 18. quinti erit cōiunctim pportio lineæ o h ad i h, sicut lineæ i a cū lineā a h, ad lineā a h, ergo per 15. quinti, erit pportio terciæ partis primæ lineæ ad secundam, sicut terciæ partis ipsius terciæ lineæ ad quartā; quia uero lineæ h o assumpta tripla lineæ h t, patet q; lineæ h t est terciā pars lineæ o h, est ergo pportio lineæ h t ad i h, sicut terciæ partis lineæ i a cum terciā parte lineæ a h ad lineā a h. Est igitur pportio lineæ h t ad i a, sicut duæ terciæ lineæ a h cū una terciā lineæ i h ad lineā a h, quia enim lineæ a h bis accipitur, semel per seipsam & semel in lineā i h, ergo & eius terciā bis accipitur: lineæ uero i h accipitur semel in lineā a i, unde & eius terciā est tantū semel accipienda, quia uero lineæ o i est maior quā lineā i h, ut supra patuit, & lineā i h est minor medietate lineæ o h, ergo terciā pars lineæ i h erit minor sexta parte lineæ o h per 15. sexti. Sed cū lineā h t sit terciā pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t est æqualis sextæ parti lineæ o h, est ergo terciā pars lineæ i h minor medietate lineæ h t, ergo duæ terciæ lineæ a h cū minore parte lineæ q; sit medietas lineæ h t, habuit pportionem ad lineam a h, illā quam habet lineā h t, ad lineā i h, ergo econtrario per 5. primi huius, erit pportio lineæ i h, ad lineā h t, sicut lineā a h, ad duā sui tercias, cum lineā minore medietate lineæ h t, est aut lineā h t, ut patet per pmissā minor 25. parte lineæ a h, & eius medietas minor est medietate 25. partis lineæ a h. Sed lineā a h in 25. partes diuisā, duæ eius terciæ cū medietate 25. partis nō efficiunt 18. partes ipsius, qm̄ duæ terciæ de 24. sunt 16. & remanet unū, cuius duæ terciæ cū illo qd' est minus dimidio, fortē est plus q; unū integrum, minus autē q; duo integra. Igitur pportio lineæ i h ad lineā h t, est maior q; 25. ad 18. per 8. quinti. Item cū lineā h t sit minor 25. parte lineæ a h, erit lineā a t, maior 24. partibus illæ partiū, quæ lineā a h, est 25. Sed lineā i h, est minor medietate lineæ o h, est aut o h, tripla ipsi h t, ergo lineā o h, est minor una & dimidia partiū ex partibus, quæ a h, est 25. ergo multo magis lineā i h, est minor una parte & dimidia illæ 25. partium lineæ a h: est ergo pportio lineæ a i, ad lineā a t, sicut lineæ minoris q; 26. partes & dimidia ad lineam maiore q; 24. partes partium earundem. Est ergo pportio lineæ a i ad lineam a t minor pportione 26. & dimidia ad 24. per 8. quinti. Pportio uero lineæ i h ad lineā h t, est maior q; 24. partiū ad 18. quoniam ex pmissis ipsa est maior q; 25. partiū ad 18. Igit pportio lineæ i h ad lineā h t, est maior q; pportio lineæ i a ad lineam a t, qm̄ minor est pportio 26. & dimidia ad 24. q; 24 ad 18. quæ est sesquicertia. Fit quoq; per 3. primi huius, pportio lineæ i m ad lineā m t, sicut lineæ i a ad a t. Est ergo maior pportio lineæ i h ad h t, q; i m ad m t, cadit ergo pūctus m inter puncta i & h, per 9. primi huius, lineā ergo m t est maior q; h m, ergo p. 8. quinti, maior est pportio i m ad h m, q; ad m t, ergo maior i m ad m h, q; lineæ i a ad a t, ergo maior pportio i m ad m h, q; i a ad a h, qm̄ per 8. quinti maior est pportio i a ad a t, q; ad a h, cū a t sit minor quā a h. Sit ergo per 3. primi huius, pportio lineæ i l ad l h, sicut lineæ i a ad a h, cadet ergo ut prius pūctus l inter duo puncta m & i, quod potest ostendi sicut prius. Et his sic pmissis innouabimus figurā. Fiat itaq; omni moda dispositio ut in pmissa figuratione, & in demonstratione ulterius pcedat. A pūctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cōtingentes circulū d b c, p. 16. tertij, quæ sint l b & m g, & copulentur lineæ i h, h b, i g, t g, a b, a g, & educantur lineæ a b, a g, ad circulū exteriorē quælibet in punctū z, quia itaq; ex pmissis est pportio lineæ i l ad lineā l h, sicut catheti i a ad sui partē a h, patet per 12. huius, qm̄ punctus h est locus imaginis formæ puncti i, reflexæ a puncto speculi, quod est b, quia danti oppositum accidit contrarium pportionis prædemonstratæ lineæ i a ad lineam a h, erit enim tunc pportio lineæ i a, ad lineam ductam ad locum imaginis a puncto a, sicut lineæ i l ad lineam ductam a pūcto l ad locū imaginis, & quia ut præostensum est, pportio lineæ i l ad lineā h l, est sicut lineæ i a ad h a; erit ergo punctus h locus imaginis, erit quoq; angulus i h z contentus sub lineā incidentiā i b, & super perpendiculari a b z, ducta a centro speculi ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a, quem continet lineā reflexionis cum eadem perpendiculari a b z, quoniam ut patet per 9. huius, illa lineā reflexionis concurrat cum catheto incidentiā, quæ est a i; uterq; enim illorū angulorum est æqualis cuiusdam

R dam



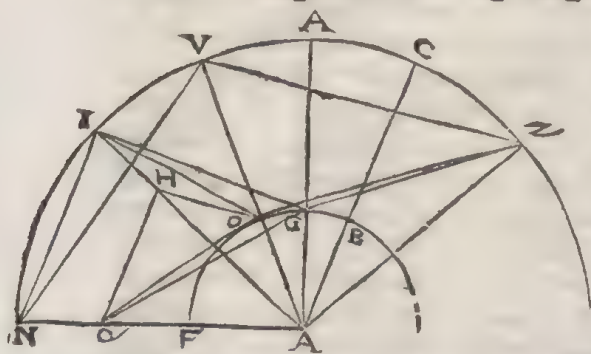
dam angulo reflexionis, qui exempli causa sit zbx , ita ut centrū uisus sit in puncto x , uel in aliquo puncto illius lineae: angulo itaq; zbx aequat angulus ibz , p. 20. quinti huius, p. quē ostēdit q; angulus incidētiæ est æqualis angulo reflexionis, & angulus $hb a$ æquatur angulo xbz , per 15. primi. Et similiter cū pūctus h sit locus imaginis, & linea lb sit cōtingens circulū in pūcto b , erunt anguli ibz & abl recti, per 17. tertij. Sed angulus ibz est æqualis angulo hba , relinquitur ergo angulus ibl æqualis angulo lbh . Similiter quoq; erit angulus igz æqualis angulo tga . & cū linea mg sit cōtingens circulū in pūcto g , & perpendicularis super diametrum ag , erit secundum præmissa angulus igm æqualis angulo $mg t$. est enim secundū præmissa punctus t locus imaginis formæ puncti i reflexæ a puncto speculi quod est g . Item ducatur a puncto h ad lineam ab , per 3. 1. primi, linea æquedistans lineæ ib , quæ sit hp , & a puncto c ducatur super lineam ag æquedistans lineæ ig , quæ sit tk , erit ergo p. 29. primi, angulus ibz æqualis angulo hpb . Sed angulus ibz ex præmissis est æqualis angulo hba . Duo ergo anguli hba & hpb sunt æquales; ergo per 6. primi duo latera hb & hp sunt æqualia; & similiter sequitur, quod duo latera tg & tr , sunt æqualia: quia itaq; in trigono hpb , duo anguli hpb & hbp sunt æquales, patet p. tricesimā secundā primi, quoniam uterq; ipsorum est acutus, angulus ergo hpa est obtusus, ergo per decimā nonā primi, in trigono hpa , latus ha est maius latere hp , ergo & linea ah est maior quā linea hb , & similiter erit linea $a t$ maior quā linea tg . Amplius quoniam linea hp est æquedistans lineæ ib , erit per uicesimā nonā primi, & per quartā sexti, proportio lineæ $a i$ ad lineam $a h$, sicut lineæ $a b$ ad lineam $a p$; & similiter cum linea tr sit æquedistans lineæ ig , erit proportio lineæ $a i$ ad lineam $a t$, sicut lineæ $a g$ ad lineam $a r$; ergo erit e contrario per quintā primi huius, proportio lineæ $a h$ ad lineam $a i$, sicut lineæ $a p$ ad lineam $a b$. Sed linea ag est æqualis lineæ ab , per diffinitionem circuli: ergo per septimā quinti, eadem est proportio linearum $a g$ & $a b$ ad lineam $a r$; est ergo proportio lineæ $a i$ ad lineam $a t$, sicut $a b$ ad $a r$. Ablatis ergo hinc inde eisdem medijs, quæ sunt $a i$ & $a b$, erit per uicesimā secundā

quintī, proportio lineæ $a h$ ad lineam $a t$, sicut lineæ $a p$ ad lineam $a r$. Verum cum angulus hpa sit obtusus, palam per duodecimā secundī, quia quadratum lineæ $a h$ excedet ambo quadrata linearum $h p$ & $a p$, in eo quod sit bis ex ductu lineæ $a p$ in lineam ductam a puncto p usq; ad locum perpendicularis ductæ a puncto h super lineam $a p$. Sed perpendicularis ducta a puncto h , super lineam $a p$ productam, necessario cadet in medio lineæ ph , per tricesimā primā primi huius, quoniam lineæ hb & hp sunt æquales; ergo per primā secundī, quadratum lineæ $a h$, excedit ambo quadrata linearum $h p$ & $a p$, in eo quod sit ex ductu lineæ $a p$ in lineam $p b$. Sed per primā secundī, illud quod sit ex ductu lineæ $a b$ in lineam $a p$, est æqualis ei quod sit ex ductu lineæ $a p$ in lineam $p b$, & quadrato lineæ $a p$. Quadratum ergo lineæ $a h$ excedit quadratum lineæ $h p$, in eo quod sit ex ductu lineæ $a b$ in lineam $a p$. Eodem quoq; modo demonstrandum, quod quadratum lineæ $a t$, excedit quadratum lineæ tr , in eo quod sit ex ductu unius linearum $a g$ uel $a b$ in $a r$, cum linea ag sit æqualis ipsi $a b$; ducatur ergo linea $a b$ in ambas lineas $a p$ & $a r$, & provenient duo præmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per primā sexti, est sicut lineæ $a p$ ad lineam $a r$, cum ipsorum sit eadem altitudo, quæ est lineæ $a b$, est autem ex præmissis proportio lineæ $a p$ ad lineam $a r$, sicut lineæ $a h$ ad lineam $a t$; erit ergo proportio excessus quadrati $a h$ super quadratum $h p$, ad excessum quadrati $a t$ super quadratum tr , sicut lineæ $a h$ ad lineam

neam $a t$; & cum $h p$ sit æqualis ipsi $h b$, & tr sit æqualis ipsi $t g$, erit proportio excessus quadrati $a h$ super quadratum $h b$, ad excessum quadrati $a t$ super quadratum $t g$, sicut lineæ $a h$, ad lineam $a t$, quia uero per 25. tertij, illud quod sit ex ductu lineæ eh , in hd , est æquale quadrato lineæ contingentis ductæ a puncto h , ad circulum $d b e$, q; per 60. primi huius, & per 8. erit minor quā linea $h b$, illud quod sit ex ductu lineæ eh , in lineam hd , est minus quadrato lineæ $h b$, patet ergo quod illud qd sit ex ductu $a h$, in bd , minus est quadrato $h b$, fiat ergo per 127. primi huius, ut illud quod sit ex ductu $a h$ in $h u$, minorem lineam hd , æquale sit quadrato lineæ $h b$, & quoniam linea $a h$ est maior q; linea $h b$, erit quoq; $a h$ maior quā $h u$, abscindatur ergo hn a linea $a h$, per tertiā primi in puncto u , patet itaq; per 2. secundī, quia quadratum lineæ $a h$, est æquale ei quod sit ex ductu lineæ $a h$, in $h u$, & in $a u$, illud quod sit ex ductu $a h$ in $a u$, est excessus quadrati $a h$ super quadratum $h b$. Est ergo proportio lineæ $a h$, ad lineam $a t$, sicut eius quod sit ex ductu $a h$ in $a u$, ad excessum quadrati $a t$ super quadratum $t g$. Si itaq; duæ lineæ $a h$ & $a t$, ducantur in lineam $a u$, erit per 1. sexti proportio eius quod sit ex ductu $a h$ in $a u$, ad illud quod sit ex ductu $a t$ in $a u$, sicut lineæ $a h$ ad lineam $a t$, ergo per nonā quinti, illud quod sit ex ductu lineæ $a t$ in $a u$, est æquale excessui quadrati $a t$ super quadratum $t g$. Sed per secundā secundī, quadratum lineæ $a t$ est æquale ei quod sit ex ductu $a t$ in $a u$, & $a t$ in tn , est ergo illud quod sit ex ductu $a t$ in tn æquale quadrato $t g$, palam ergo quoniam ductus lineæ $a h$ in $h u$, est æqualis quadrato $h b$, & ductus $a t$ in tu , est æqualis quadrato $t g$. Item arcus bg diuidatur per æqualia in puncto o , per uicesimā nonā tertij, ducaturq; linea ao , & a punctis b & o & g ducantur tres perpendiculares super lineam $a h$ per duodecimā primi, scilicet bf , oy , gk , & a puncto g ducatur linea æquedistans lineæ $a h$, per tricesimā primā primi, quæ sit gs , & a puncto b ducatur perpendicularis super lineam ag , quæ sit bt , & hic quidem bc si producatetur ad periferiam circuli, diuideret ipsam lineam ag in duo æqualia per tertiā tertij, & similiter diuideret arcū cuius corda esset producta bc per æqualia in puncto g , & ita secaretur alius arcus æqualis arcui bg , quoniam in illum arcum caderet angulus $c b g$ & ita angulus $c b e$ est medietas anguli qui super centrum a caderet in illum arcum, per decimā nonā tertij. Sed ille angulus per uicesimā sextā tertij est æqualis angulo gab , quoniam cadunt in arcus æquales super centrum a , igitur angulus $c b g$ est medietas anguli $ga u$, est ergo per uicesimā sextā tertij, angulus $c b g$ æqualis angulo $o a g$. Duo autem anguli $b s g$ & $c g s$ sunt recti, ergo per tricesimā tertij, si imaginetur circulus, cuius diameter sit bs , transiens per punctum s , ille necessario transibit per punctum c , & fiet arcus cs , in quem cadent duo anguli $c b s$ & $c g s$, ergo hi duo anguli per uicesimā sextā tertij sunt æquales. Sed angulus $g a y$ æqualis est angulo $c g s$, per uicesimā nonā primi, quoniam lineæ gs & ay æquedistant: est ergo angulus $g a y$ æqualis angulo $c b s$, ut autem prius ostensum est, angulus $e b g$ est æqualis angulo $o a g$, ergo totalis angulus $o a y$ æqualis totali angulo $g b s$, sed anguli $a y o$ & $g s b$ sunt recti, est ergo trigonum $ba o$ æquiangulum trigono $g b s$, ergo per quartā sexti, est proportio lineæ $g b$ ad lineam $b s$, sicut lineæ $o a$ ad lineam $a y$, & proportio $g b$ ad $g s$, sicut $a o$ ad $o y$. Item quia angulus $a h b$ est acutus per quadragesimā secundā primi huius, palam per decimā tertiam secundī, quia quadratum lineæ $a b$ minus est ambo quadratis linearum $a h$ & $h b$, in eo quod sit ex ductu lineæ $a h$ in lineam $h f$ bis, igitur quadratum lineæ $a h$ cum quadrato lineæ $h b$, maius est quadrato lineæ $a b$, uel quadrato eius æqualis, quæ est $a d$, in eo quod sit ex ductu lineæ $a h$ in lineam $h f$ bis. Sed illud quod sit ex ductu $a h$ in $h f$ bis, est per primā secundī æquale ei quod sit ex ductu $a h$ in $h d$ bis, & ex ductu $a h$ in $d f$ bis: illud autem quod sit ex ductu $a h$ in $h d$ bis, cū quadrato lineæ $a d$, est æquale quadrato lineæ $a h$ cum quadrato lineæ $h d$, per septimā secundī: quadratum ergo lineæ $a d$, cum eo quod sit ex ductu $a h$ in $h d$ bis, quia est commune utrobique, auferatur: remanet ergo quadratum lineæ dh , quod cū eo quod sit ex ductu lineæ $a h$ in $d f$ bis, æquale quadrato lineæ $h p$. Sed ex præmissis patet, quod illud quod sit ex ductu $a h$ in $h t$, est æquale quadrato $h d$, & illud quod ex ductu $a b$ in $h u$, est æquale

aequale quadrato h b, erit ergo ductus a h in h u aequalis ductui a h in h t semel & bis in d, ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobique, relinquitur ut illud qd' sit ex ductu a h in t b semel, sit aequale ei quod sit ex ductu a h in d f bis, ergo per 1. sexti erit linea t u duplicata linea d f. Item cum angulus a t g sit acutus, erit secundum praedictum modum quadratum lineae a t cum quadrato lineae t g aequale quadrato lineae a d, & ei qd' sit ex ductu a t in t h bis, & ita ei qd' sit ex ductu a t in d t bis & in d k bis. Remanebitque ut prius quadratum lineae t g aequale quadrato lineae t d, & ei quod sit ex ductu a t in d k bis. Si autem per nonam sexti, ut quae est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t s, ergo per 16. sexti, illud quod sit ex ductu a t in t s, est aequale quadrato t d; sed ex praemissis illud quod sit ex ductu a t in t u, est aequale quadrato t g; ablato ergo utrobique eo, qd' sit ex ductu a t in t s, restat ut illud qd' sit ex ductu a t in t u semel, sit aequale ei qd' sit ex ductu a t in d k bis, igitur per primam sexti, linea s u est dupla linea d k. Sed iam ostensum est, quod t u est dupla ipsi d f. Restat ut linea s t sit dupla linea k f. Item quia ex praemissis illud quod sit ex ductu a h in h t, est aequale quadrato h d, ergo per decimam sextam sexti erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t, est ergo proportio lineae a h ad h t proportio duplicata lineae a h ad h d; & similiter per eandem rationem proportio a t ad t s est duplicata proportio a t ad t d. Sed maior est proportio a t ad t d, quam a h ad h d, per quartam primi huius, quoniam eiusdem lineae quae t h prioribus antecedenti & consequenti sit additio, ergo maior est proportio lineae a t ad lineam t s, quam lineae a h ad lineam a t, ergo per decimam primi huius, erit permutatim maior proportio lineae a t ad lineam a h, quam lineae t s ad lineam h t. Sed a h est maior quam a t, quoniam totum est maius parte, ergo h t est maior quam t s ad h t. Sed t s est dupla ad f k, ut patet superius, ergo h t est magis quam dupla ad f k. Item ut supra demonstratum est, proportio b g ad g s, est sicut o a ad o y, ergo permutatim per decimam sextam quinti, erit proportio b g ad o a, sicut g s ad o y. Sed o a est aequalis ipsi b a per circuli definitionem, & g s est aequalis ipsi f k per tricesimam quartam primi, erit ergo per septimam quinti, proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia ut prius quasi in principio patuit, linea i h est minor medietate lineae o h, & linea o h est tripla lineae h t; erit ergo linea i h minor quam linea h t, & quam ipsius medietas. Sed linea h t est minor quinta parte lineae h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quam linea c d; sed linea n d est maior quam c d, ergo i h est multo minor quam n d; est autem m i minor quam i h; ergo m i est multo minor quam n d, & quoniam z h est aequalis ipsi h d, ut praemissum est; patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z, ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud quod sit ex ductu e z in z d, suppositum est aequale esse quadrato semidiametri a d, igitur illud quod sit ex ductu e m in m d, est minus quadrato a d, est autem id quod sit ex ductu e m in m d aequale quadrato lineae contingentis circum, qui m g, per tricesimam quintam tertij, quadratum ergo lineae m g, est minus quadrato lineae a d, ergo linea a d est maior quam linea m g. Igitur linea m g est minor quam linea a g, aequalis ipsi lineae a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo triangula a g m & m g k, habent unum angulum a m g communem. Sed & angulus a g m est rectus per decimam septimam tertij, & angulus m k g est rectus per definitionem perpendicularis, ergo per tricesimam secundam primi, illa trigona sunt aequiangula, ergo per quartam sexti est proportio lineae m k ad lineam k g, sicut lineae m g ad lineam g a, sed linea m g est minor quam linea a g, ut iam patuit, ergo linea m k est minor quam linea k g. Sed linea k g est minor quam linea o y, per decimam quartam tertij, & linea h d est minor quam linea o y, & quia per praemissa & per decimam sextam sexti est proportio lineae a h ad lineam h d, sicut lineae h d ad lineam h t. Cum itaque linea h q sit medietas lineae h d, erit per decimam quintam quinti proportio lineae a h ad lineam h q, sicut lineae h d ad medietatem lineae h t, patuit autem supra quod linea h t est magis quam dupla linea k f; & linea h d est minor quam linea o y, est ergo maior proportio medietatis lineae h t ad lineam h d, quam lineae f k ad lineam o y, per nonam primi huius.

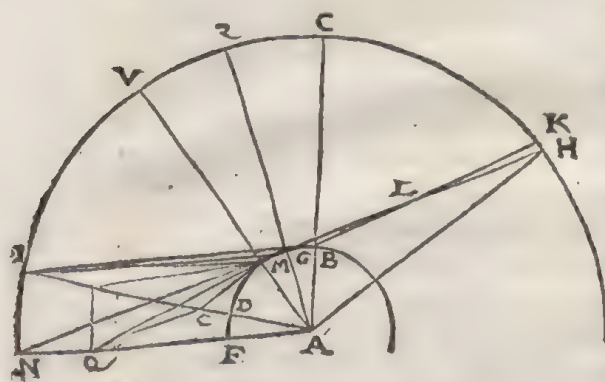
ius, est ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius, proportio q h ad a h, maior quam f k ad o y. Item linea a q, secat circulum e b d, sit punctus sectionis x, & ducat corda d x, quae propter aequedistantiam arcuum h q, d x, erit aequedistans cordae h q, per 43. primi huius, & per 28. primi, erit per 29. primi, & per 4. sexti, proportio h q ad a h, sicut d x ad a d, sed proportio h q ad h a, est maior quam f k ad o y, erit ergo proportio d x ad a d, maior quam f k ad o y, est autem ex praemissis f k ad o x, sicut g b ad a d, est ergo maior proportio x d ad a d, quam g b ad g a, sed d a est aequalis ipsi g a, quia semidiameter, ergo per 10. quinti, corda x d est maior quam corda b g, ergo per 27. tertij, erit arcus d x, maior arcu b g, producatur item linea a q, extra circum ad punctum s, donec per 3. primi, fiat a s aequalis lineae a i, & copuletur lineae s i, quae per 7. quinti, & per secundam sexti, erit aequedistans lineae h q, ergo per 29. primi, & per 4. sexti erit proportio s i ad h q, sicut i a ad a h, est autem praestensum qd' est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h, ergo per 9. quinti, linea s i est aequalis lineae t q, cum ipsae ambae ad lineam q h, eadem sit proportio quae lineae i a ad lineam a h. Quia vero numerus assumenda lineae excedit multipliciter numerum literarum latinarum, ne forte fiat intricatio in nominibus ipsarum literarum, mutetur figura, & quoniam linea nouiter assumpta, quae est a s, posita est aequalis lineae a i, fiat circulus super centrum a, secundum ipsam rum quantitatem, & loco s, ponatur litera n, sitque circulus d g b, similis priori circulo qui d b e, & producantur lineae a b & a g, usque ad circulum exteriorem in puncta c & r, & sint lineae a b c, & a g r, permutenturque lineae a i & a s, ita ut linea a d i, sit loco lineae a x s, & loco lineae a d i, sit linea a f n, ponaturque loco literae s, litera n, & loco literae x, ponatur f eritque ut praestensum est arcus d f, maior arcu g b. Sit ergo arcus b m aequalis arcui d f, quod fiet per ultimam sexti, si prius per 23. primi, super a terminum lineae a b, fiat angulus aequa-
lis angulo d a f, qui sit b a m, producatur quoque linea a m, ad exteriorē periferiam in punctum u, & sit a m u, ducantur etiam lineae i b, i g, i m, n m, quae producantur usque ad exteriorē circum, & cadit in punctum z, & ducantur lineae z a, z g, cum itaque arcus b m, sit aequalis arcui d f, addito comuni arcui d m, erit arcus m f, aequalis arcui d b, ergo per 46. tertij, erit angulus n a m, aequalis angulo i a b, quia itaque trigonorum n a m, i a b, duo latera unius sunt aequalia duobus lateribus alterius, & angulus angulo, ergo per 3. primi, erit linea n m, aequalis lineae i b, & angulus m n a, aequalis angulo i b a, remanet ergo per 13. primi, angulus n m u, aequalis angulo i b c. Et cum in praemissa proximafiguratione linea a h, fuerit posita aequalis ipsi lineae a q, erit trigonorum q a m, & a h b, duo latera a q & a m, aequalia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m est aequalis angulo h a b, erit ergo per 4. primi, linea q m, aequalis lineae h b, & angulus q m a, aequalis angulo h b a, remanet ergo angulus q m n, aequalis angulo h b i, & angulus q m u, aequalis angulo h b c, per 13. primi, & quia lineae a n & a i, sunt aequales per definitionem circuli, & linea a q est aequalis ipsi a h, ex hypothesi. Remanet linea n q, aequalis lineae i h, quia itaque angulus n m u, est aequalis angulo i b c, & angulus i b c, ut praestensum est, aequalis est angulo h b a, angulo uero h b a, est aequalis angulo q m a, erit angulus n m u, aequalis angulo q m a, patet autem quod linea m z, tota est extra circum, quia cum linea contingens circum ducta a puncto b, cadet inter puncta i & h, ut praestendimus, & quia est eadem remotio puncti b, a puncto h, quae puncti m, a puncto q, quoniam ostensum est, quod linea b h, est aequalis lineae q m, & linea i h, est aequalis lineae n q, patet quod contingens ducta a puncto m, cadet inter puncta n & q, igitur cum linea q m, cadat sub linea contingente, patet per 15. tertij, quoniam ipsa secat circum, est ergo tota linea m z, extra circum, quoniam linea q m z, posita est esse linea una recta, propter quod etiam erit per 15. primi, angulus q m a, aequalis angulo u m z, sed angulus n m u, ostensum est esse aequalis angulo q m a, erit ergo angulus n m u, aequalis angulo u m z, ergo per 8. huius, forma puncti n, reflectit a puncto speculi m, ad uisum existentem in puncto z, & erit per 11. huius, locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u, est aequalis angulo u m z, erunt per suppositionem primi huius lineae n m, z m, aequaliter distantes a diametro a u, ergo per 7. tertij, ipsae sunt aequales. Ducantur itaque lineae n u & z u, quae per 4. primi, erunt aequales comuni existentiae lineae m u, ambo bus trigonis n m u, & z m u, ergo per 27. tertij, arcus n u, est aequalis arcui u z, ergo per



26. tertij, angulus $n a u$, est æqualis angulo $u a z$. Sed ex præmissis patet qd' angulus $n a u$, est æqualis angulo $i a c$, erit ergo angulus $i a c$, æqualis angulo $u a z$, angulus uero $b a g$, aut erit æqualis angulo $g a m$, aut minor aut maior, sit primo æqualis, si igitur ab angulo $i a b$, subtrahatur angulus $b a g$, & ab angulo $z a u$ angulus $g a m$, remanebit angulus $i a g$, æqualis angulo $z a g$, & quia duo latera $i a$ & $a g$ sunt æqualia duobus lateribus $z a$ & $a g$, ergo per 4. primi, erit linea $i g$, æqualis lineæ $z g$, & angulus $i g a$, æqualis angulo $z g a$, ergo per 13. primi, angulus $i g r$, est æqualis angulo $z g r$, fiat itaq; sup g terminū lineæ $a g$, angulus æqualis angulo $i g r$, per 23. primi, qui sit angulus $t g a$, ducta linea $g t$, super lineā $i a$, erit ergo angulus $t g a$, æqualis angulo $z g r$. Si igitur linea $t g$, producat ad periferiam circuli, palam per 15. primi, qm ipsa perueniet ad punctum z , linea em $z g$ & $t g$, coniunctæ in puncto g , sunt linea una per 14. primi, est ergo $t g z$ linea una recta, forma ergo puncti i , reflectit à puncto speculi g , ad uisum existentem in puncto z , & locus imaginis eius est punctum t , palam itaq; qm ad uisum existentem in puncto z , reflectuntur formæ duorum punctoꝝ n & z , à duobus punctis speculi sphaerici conuexi quæ sunt m & g , & loca imaginum sunt puncta t & q , igitur per 11. huius, linea $t q$, erit imago totius lineæ m ; pbatum est autē supra, quod linea $t q$ est æqualis lineæ $y i$, palam ergo, qm accidit in his speculis imaginem esse æqualē rei uisæ, quod est unum, ppositioꝝ. Quod si angulus $b a g$, fuerit maior angulo $g a m$, abstrahatur $b a g$ ab angulo $i a b$, & angulus $g a m$, ab angulo $z a u$, æqualis angulo $i a b$. Remanebit ergo angulus $z a g$, maior angulo $i a g$. Sic ergo angulus $k a g$, æqualis angulo $i a g$, erit quoq; angulus $k a g$, minor angulo $z a g$, per 23. primi, ducta linea à centro ad circumferentiam in punctum k , & copuletur linea $k g$, punctum ergo k , erit altius puncto z , & punctum m , altius puncto g , linea ergo $k g$, secabit lineam $z m$. Sit ut secet ipsam in puncto l , & producat $k g$, super lineam $i a$, in punctum t , fiat quoq; deductio ut statim in proxima linea $t g$, palam ergo qd' uisui existente in puncto l , reflectetur ad ipsum forma puncti n , à puncto m , & locus imaginis q , & similiter ad ipsum reflectet forma puncti i , à puncto g , & locus imaginis erit t , secundū priorem probationem, erit quoq; linea $t q$, imago lineæ $y i$, quæ est æqualis ipsi, ut supra ostensum est, & sic sequitur idem, ppositum quod prius. Si uero angulus $b a g$, fuerit minor angulo $g a m$, erit ut supra angulus $z a g$, minor angulo $i a g$. Sic ergo angulus $o a g$, ducta linea $a o$, ad periferiā circuli æqualis angulo $i a g$, erit ergo angulus $o a g$, maior angulo $z a g$, est ergo punctum o inferius puncto z , & producat $o g$, quæ incidat lineā $i a$, in puncto t , palā itaq; quod forma puncti reflectitur ad uisum existentem in puncto o , à puncto speculi g , linea itaq; $o g$, aut secabit lineam $z m$, extra circulum speculi, aut non, si sit possibile secet ipsam extra circulū, si in puncto sectionis fuerit uisus, reflectent ad ipsum duæ formæ punctoꝝ n & i , à punctis speculi m & g , & loca imaginum erunt puncta q & t , & tota linea $q t$, imago totius lineæ $y i$, & erit per præmissa æqualis ei, patet itē hoc qd' prius qm imago rei uidebitur in hoc situ æqualis ipsi rei. Si forte linea $o g$, fecet lineam $z m$, intra circulum speculi, tunc non potest accedere probatio præmissa, sed extra totalem hanc superficiem est possibile inueniri punctum, in quo posito uisu reflectant ad ipsum formæ duorū punctoꝝ n & i , à duobus punctis speculi, & ipsorum imagines erunt puncta q & t , qm em ut patet ex prius præostensis, angulus $n a z$, est duplus angulo $n a u$, æquali angulo $i a b$, ut patet ex præmissis, & angulus $i a o$, est duplus angulo $i a g$, est aut angulus $i a b$, maior angulo $i a g$, in angulo $g a b$, & quia angulus $g a b$, est ex hypothese minor angulo $m a g$, patet quod angulus $g a b$, est minor medietate anguli $m a b$, totus uero angulus $m a b$, est per ultimam sexti, æqualis angulo $n a i$, qm arcus $d f$, est æqualis arcui $m b$, ergo angulus $g a b$, est minor medietate anguli $n a i$, angulus ergo $n a z$, excedens

dens angulum i a o, in duplo anguli g a b, non excedet ipsum in angulo maiori q̄ sit angulus n a i, duo ergo anguli n a i, & n a z, sunt maiores tertio, qui est i a o, & duo anguli n a z, & i a o, sunt minores tertio, qui est n a i, & duo anguli i a o, & n a i, sunt minores tertio, qui est n a z, sunt ergo isti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quorum quilibet duo sunt minores tertio, omnes autem tres simul 4. rectis sunt minores, qm̄ anguli super centrum a, 4. rectis sunt æquales, ipsos impossibile est euacuare, ut patet, igitur per 23. undecimi, possibile est ex illis fieri unum angulum solidū, fiat ergo ille super cētrum a, per eandem 23. undecimi, & sit linea s a, eleuata super superficiem circuli in puncto a, taliter ut angulus i a s, sit æqualis angulo i a o, & angulus n a s, sit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i maneat ut est in superficie circuli immotus, fiat itaq; linea a s, æqualis alicui linearum a n, uel a a, uel a o, quæ omnes sunt æquales, quia sunt semidiāmetri eiusdem circuli, & producantur lineæ t s, q s, quia itaq; angulus t a s, est æqualis angulo t a o, ut patet ex pmissis, & duo latera t a & a o, sunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o, est æqualis angulo t a s, ut patet ex pmissis, erit per 4. primi, basis t s, æqualis basi t o, & totus triangulus toti triangulo, erit ergo angulus o t a, uel g t a, æqualis angulo s t a. Similiter q̄q; angulus q a s, est æq̄lis angulo q a z, & duo latera q a s, diuidat itaq; angulus t a s, per æqualia per lineam a y, ex 9. primi, & sit y punctus, in quo linea diuidens angulū, secat lineam t s, palā cū angulus i a g, sit mediētas anguli i a o, ut patet ex pmissis, erit angulus t a g, æqualis angulo t a y, sed & angulus g t a, ostensus est æqualis angulo y t a, & quia duobus trigonis y t a, & g t a, latus t a, est cōmune, erit per 26. primi, trigonus y t a, æqualis trigono g t a, qm̄ latus t y, erit æquale lateri t g, & latus a y, æquale lateri a g, erit ergo p̄ctus y, in superficie speculi sicut & punctū g, cū ambo æqualiter distent à centro speculi, qd̄ est a, & quia angulus t a g, est æqualis angulo t a y, erit angulus i a g, æqualis angulo i a y, & latera lateribus sunt æqualia, qm̄ i a est cōmune, & a y est æquale ipsi a g, ergo p 4. primi, erit angulus a g i, æqualis angulo a y i, & linea i y, p̄ducta erit æqualis lineæ y g, & p̄ducatur a y, extra speculū usq; ad punctū p, restat ergo angulus i g r, æqualis angulo i y p, uerum cū linea t s sit æqualis lineæ t o, ut supra patuit, & t y æqualis ipsi t g, restat linea g o, æqualis lineæ y s, duo ergo latera a y & y s, sunt æqualia duobus lateribus a g, & g o, & basis a s, est æqualis basi a o, ergo p 8. primi, trigonorum a y s, a g o, anguli æq; lateribus cōtēti sunt æquales, angulus ergo a y s, est æqualis angulo a g o. Restat ergo per 13. primi, angulus s y p, æqualis angulo o g r, igitur duo anguli i g r, & o g r, æquales sunt duobus angulis i y p, s y p, uerū linea a s, secat superficiē cōuexā speculi, sit p̄ctus sectiōis e, tria ergo puncta q̄ sunt e y d, sunt in superficie cōuexi speculi, lineæ ergo à centro speculi qd̄ est a, ad illa tria p̄cta, p̄ductæ sunt æquales, quia uero trigonū t a s, est p̄ secundā 1. totū in eadē superficie, patet qd̄ ista tria puncta d y e, q̄ sunt in lateribus illius trigoni sunt in eadē superficie, ergo linea e y d, est p 9. tertij, arcus circuli magni sphaeræ speculi, cuius cētrū est a cētrū speculi, est autē i superficie reflexiōis cōmuni sectiōi speculi & reflexiōis t s p, p̄ primā huius, ergo forma p̄cti i, reflectit ad uisum existēte i p̄cto à p̄cto speculi y, & locus imaginis est punctū t. Similiter diuisiō angulo n a s, p̄ æq̄lia p̄ lineā a x, ductā sup̄ q s, in punctū x, & p̄ductā extra speculū superficie in punctū o, demonstrabit p̄dicto mō, quia linea q x, erit æq̄lis q m, & a x æq̄lis a m, & linea x s, æq̄lis m z, & duo anguli n x o, & s x o, erūt æq̄les duobus angulis n m u, & z m u, & ita forma p̄cti n, reflectet ad uisum existēte in p̄cto s, à p̄cto speculi x, & locus imaginis est punctū q, & ita ut prius formæ duorum punctorum n & i, reflectunt à duobus p̄ctis speculi x & y, ad uisum existēte in p̄cto s, & erit linea t q, imago lineæ i n, est autē linea t q, æq̄lis lineæ i n, patet ergo p̄positū, ut prius. Itē si à p̄cto i, ducat p̄pendicularis sup̄ lineā n a, illa cadet iter p̄cta n & q, nō extra punctū n, quia cū p 42. primi huius, angulus i n a, sit acutus, si caderet extra punctū n, fieret acutus extrinsecus recto, & ita maior p 16. primi, qd̄ est impossibilē, cadet ergo illa p̄pendicularis circa punctū n, faciet ergo illa p̄pendicularis angulū rectū, sup̄ lineā n q, quā respiciet linea i n, ergo p 46. primi, erit linea i n, maior illa p̄pendiculari, ergo illa p̄pendicularis erit minor q̄ linea t q, q̄ est æqualis lineæ i n, p̄ctus itaq; lineæ n e q, i quē cadit illa p̄pendicularis, q̄ sit k, reflectit ad uisum i p̄cto s, existēte ab aliq̄ puncto

puncto speculi, & locus imaginis suae erit in linea n a, per 11. huius, erit remotior a centro speculi, qd' est a, ultra punctum q, qd' sit ipsum punctum q, ut patet per 17. huius, quanto enim remotiora sunt puncta quorū formae reflectunt a speculis sphaericis conuexis, tanto loca imaginū magis accedunt ad centrū speculi, sed punctus i, illius perpendicularis reflectitur ad uisum a puncto speculi y, & locus suae imaginis est punctum t, quaecunq; uero linea ducitur a puncto t, ad aliquod punctum lineae n q, ultra q, propius ad punctum n, ut linea t k, illa cū opponat angulo obtuso, ut patet, erit per 19. primi, maior qd' linea t q, ergo etiā erit maior qd' linea i n, quae est maior illa perpendiculari, cuius imago uisui occurrit, patet ergo qd' imago illius perpendicularis erit maior ipsa perpendiculari, & idē accidit, quaecunq; linea ducatur a puncto i, ad lineā n q, inter illam perpendicularē i k & lineā i n, erit em̄ semp̄ lineā i n, maior illa lineā per 46. & per 19. primi, & imago illius lineae semp̄ erit maior qd' lineā q t, & ita semper erit imago ipsius maior qd' ipsa, quod est propositum. Possunt autē haec clarius patefieri, quia em̄ forma puncti n, reflectitur ad uisum existentē in puncto z, a puncto speculi m, & locus imaginis est punctum q, patet qd'



linea reflectionis quae est z m q, secat circulum, sit punctum sectionis e, patet ergo quod contingens ducta a puncto z, ad circulum qui est communis sectio superficiei reflectionis & speculi, nō potest cadere in punctum m, quia per 21. huius, angulus a m z, oportet qd' sit maior recto, quod esset contra 17. tertij, si lineā z m, esset circulum contingens, non potest cadere in punctum e, quia ibi secat & nō contingit, cadet ergo in aliquod punctum arcus m e, & pducta ad lineam n a, cadet altius qd' punctum q, quoniam punctus in quem cadit, dicitur finis contingentiae, qui sit n, & est meta imaginum, ut patet per diffinitionē, & puncta sub illo puncto l, qui est meta imaginum existentium non poterunt reflecti ad uisum, superiora uero illa poterunt reflecti, igit perpendicularis ducta a puncto i, super lineā n q, si ceciderit altius puncto n, qui est meta imaginū, potest reflecti ad uisum punctus ille lineae n q, in quē ipsa perpendicularis cadit, & erit ut pmissum est imago perpendicularis maior ipsa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipsum punctum i, qui est meta imaginū, uel inferius illo, tunc forma puncti nunq; cadit perpendicularis nec reflectet, quare nulla erit imago ipsius perpendicularis, ueruntamen qm̄ ii finis contingentiae est inferior qd' lineā i n, & plus ad centrum, erunt inter punctum, qui est finis contingentiae ii, & punctum n, infinita puncta, quorū quodlibet reflectitur ad uisum, & imago cuiuslibet erit super lineā n q, & cuiuslibet lineae ductae a puncto i, ad quodlibet illorum, erit imago maior illa lineā, cuius est imago, patet ergo propositum longis ambagibus certius perquisitum.

XXXIX.

In omni distantia qua certa quantitas rei a uisu potest comprehendī, imago cuiuslibet rei uisae in speculo sphaerico conuexo minor uidetur quam forma rei extra.

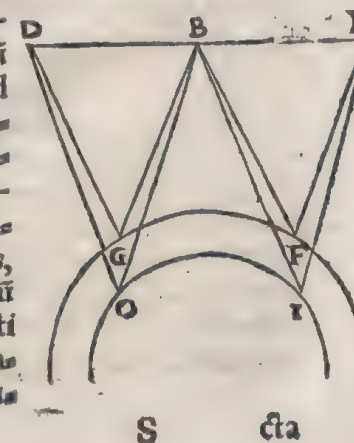
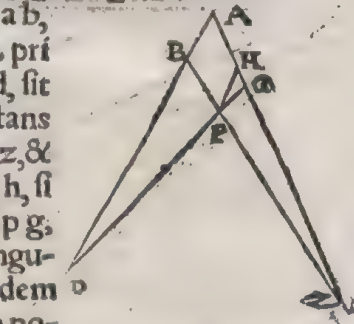
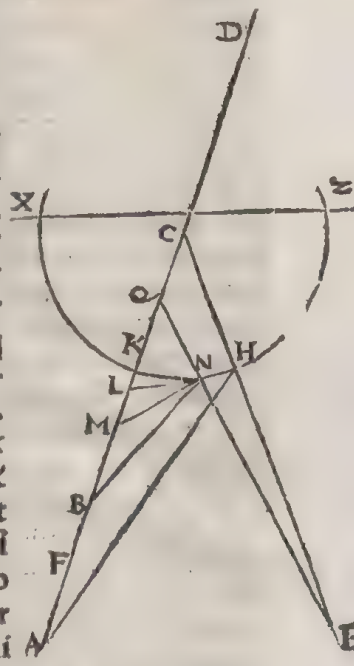
Sit a b lineā uisa, & sit z x, arcus circuli qui est communis sectio superficiei reflectionis & speculi sphaerici conuexi, cuius centrum d, sitq; e centrum uisus, & reflectet forma puncti a, ad uisum e, a puncto reflectionis h, arcus z x, & forma puncti b, a puncto n, intelligaturq; lineā a b, pducī intra speculum, aut ergo ipsa transit centrū speculi, aut non. Sit autē primo qd' transeat, & ducatur lineā a b d, ducat quoq; a puncto n, lineā contingens circulum, quae sit n l, & a puncto h ducatur cōtingens, quae h m, & ducantur lineae incidentiae & reflectionis, quae sint b n, e n, a h, e h, pducanturq; lineae reflectionis e b & e n, donec cadant in perpendicularē a d, & incidat lineā e h, in punctum t, & lineā e n, in punctum

ctum q, palam ergo per 11. huius, quoniam t est locus imaginis formae puncti a, & q est locus imaginis formae puncti b, dico quod lineā a b est maior qd' lineā q t, patet em̄ ex 12. huius, quia pportio a d ad d t, est sicut a m ad m t. Similiter per eandē pportio b d ad d q, est sicut pportio b l ad l q, sed a d est maior qd' b d, & d t est minor qd' d q, ergo per 9. primi huius, maior erit pportio a d ad d t, qd' b d ad d q, ergo per 11. quinti, maior erit pportio a m ad m t, qd' b l ad l q, secetur ergo lineā a m, in puncto f, per 3. primi huius, ita ut pportio f m ad m t, sit sicut h l ad l q, & ita cū m t sit maior qd' l q, erit per 14. quinti, f m maior qd' b l, ergo per 8. quinti, erit f m ad t m maior pportio qd' b l ad t m, erit ergo minor pportio b l ad m t, qd' b l ad l q, & multo magis erit minor pportio b l ad m t, qd' b l ad l q, secetur ergo m t in puncto k, taliter ut pportio b m ad m k, sit sicut b l ad l q, palam ergo per naturā proportionis, & per 8. quinti, qm̄ punctus k necessario cadet intra pūcta m & q, lineā em̄ l q, minor est qd' m q, & lineā b l est maior qd' lineā b m, cū igitur sit pportio f m ad m t, sicut b l ad l q, & sicut b m ad m k, erit per 19. quinti, pportio f b ad k t, sicut b l ad l q, sed b l est maior qd' l q, ergo f b est maior qd' k t, sed f b est minor qd' a b, & k t est maior qd' q t, Si ergo f b est maior qd' k t, ergo multo fortius a b est maior qd' q t, & hoc est propositum. Si uero lineā a b, producta nō perueniat ad centrum d, ducatur a puncto a, lineā ad centrū d, quae sit a d, & a puncto b ducatur b d, & locus imaginis a sit punctus g, locus imaginis b, sit punctus p, & ducatur lineā p g, erit ergo lineā p g, imago lineae a b, dico quia a b est maior qd' p g, aut em̄ p g est aequidistans lineae a b, aut nō, si fuerit aequidistans, palā quia p g est minor qd' a g, per 29. primi, & per 4. sexti, cū em̄ sit pportio a b ad p g, sicut a d ad d g & a d, sit maior qd' d g, erit a b maior qd' p g. Si uero lineā p g, nō sit aequidistans ipsi a b, pducatur usq; quo cōcurrat cū a b, & sit punctus cōcursus z, & a puncto p ducatur aequidistans a b, quae sit p h, angulus ergo p g h, si sit rectus uel maior recto, erit per 18. primi, latus p h, maius latere p g, sed p h est minus qd' a b, per 4. sexti, ergo p g est minus qd' a b, si angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, ad huc sequitur idem qd' prius: quod autē angulus p g h, sit minor angulo p h g, hoc non potest accidere, nisi cū tanta fuerit rei a speculo distantia, qd' illa distantia ipsi etiam uisui nō deretur minor qd' sit secundum ueritatem, tunc autē potest imago uideri maior qd' forma per se uisui occurrens, ut patet per praemissam, patet ergo propositum.

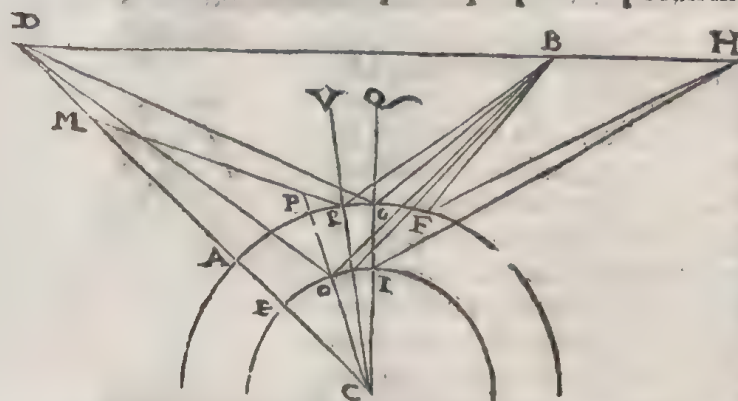
XL.

In minoribus speculis sphaericis conuexis eiusdē rei apparēt idola minora.

Sint duo puncta specula sphaerica conuexa super idem centrum t, collocata, exempli causa quorū maioris circulus cōmunis sibi & superficiei reflectionis sit a g, minoris uero sit e i, fiat quoq; reflectio formae alicuius uisibilis ut ipsius h d, ab utroq; illo speculo ita ut forma pūcti d reflectatur a puncto g, circuli speculi maioris, i. ipsius a g, ad uisum qui sit b. Si itaq; idem uisibile d reflectat ad uisum b ab aliquo puncto circuli e, speculi minoris ut a puncto o, non est possibile ut lineā reflectionis, quae sit o b, cadat in punctum g speculi circuli maioris: detur em̄ ut cadat in punctum g, & reflectatur ad uisum b, & ducatur lineā d g, ut prius, manifestum itaq; p 8. huius, qm̄ lineā a centro speculi t, ad punctum g producta diuidit angulum d g b, per duo aequalia, quae producta sit t g q, & qm̄ forma puncti d, incidit pūcto speculi minoris quod est o, ducatur lineā t o, a centro speculi, haec diuidet angulum d o b, per aequalia, & produ-



Ita sit top , quia itaq; angulus dgb , extrinsecus est ex hypothesi angulo dob , in trigono dog , palam per 16. primi, qm ipse est maior illo, ergo medietas anguli dgb , est maior medietate anguli dob , & ita angulus qgb , maior est angulo dog , sed angulus ogt est æqualis angulo qgb , per 15. primi, ergo angulus dog , extrinsecus erit æqualis angulo ogt , intrinseco in trigono tog , quod est contra 16. primi, & impossibile: nō ergo transibit linea reflexionis ob punctū g , sed neq; ultra punctum g , uersus punctum a , ad aliquod aliud punctum speculi maioris incidere potest, si em hoc sit possibile sit ut ad punctum r incidens reflectat linea dob , palam autē per 17. huius, cum a punctus lineæ da , cadat in superficie speculi & reflectat ab illo puncto cui incidit, & punctum d , reflectitur a puncto g , quia quodlibet ipsorū lineæ da , reflectitur ab aliquo puncto: arcus a g , & sunt ppinquiora centro speculi, quod est t , quia reflectuntur a puncto remotiori a centro uisus, quod est b , aliquod ergo puncto: lineæ da , reflectetur a puncto r ad b , sit illud m , & accidet idem impossibile qd prius, ductis lineis m , r , b , t , r , uel sit forma puncti d , reflectitur a puncto speculi maioris quod est g , & item per reflexionem a puncto speculi minoris quod est o , incidet puncto speculi maioris, quod est r , a duobus ergo punctis maioris speculi quæ sunt g & r , reflectitur forma unius puncti ad uisum b , concidunt ergo radij a duobus punctis huius speculi reflexi, quod est contra 15. huius, & impossibile: non cadet ergo radius reflexionis a puncto o , speculi minoris in aliquod punctum arcus a g , speculi maioris, a quo sit reflexio formæ puncto: lineæ da , sed directe peruenit ad uisum in punctū b , trans aliquem puncto: arcus circuli speculi maioris, circa punctum g . Similiterq; sit ut punctus b , lineæ da , ex alia parte uisus b , qd sit punctū d , reflectat ad uisum b , ab aliquo puncto speculi maioris quod sit f , eritq; f per 17. huius,



ex alia parte puncti g , reflectaturq; forma puncti h , a puncto i , minoris speculi ad punctum b , fiet quoq; reflexio a puncto i ad b , similiter ut prius, quia ergo angulus gbf , sub quo apparet idolū in maiori speculo est maior qd angulus obi , patet per 40. quarti huius, qm in maiori speculo maius apparet idolum qd in minori, formæ em magnæ coangustantur circa centra minorum speculorū, qd circa centra maiorum, unde sunt

semper maiores in speculis maioribus, uniuersaliter autē in omni situ proportionato rerū ad specula potest patere, ppositum per 46. primi huius, qm partes diametrorū circuli maioris sunt maiores & minoris minores, & sunt ex consequenti imagines maiores & minores ut patet per 11. huius, patet ergo propositum.

XLI.

In eodem speculo sphærico conuexo centro uisus immoto existente imago rei approximatae superficie speculi uidetur maior, & secundum eandem lineam elongata minor.

Quoniam em ut patet per 11. huius, imagines puncto: rei uisæ uidentur in kathetis suæ incidentiæ & imagines rerum uisæ inter kathetos incidentiæ suorū terminorū katheti uero puncto: terminalium rei a speculi superficie elongata continent angulum minorem, & approximatae maiorem per 34. primi huius, lineæ em æqualis & æquedistans basi trigoni uicinior angulo supremo maiori angulo subtenditur, & qm mutata reflectum locum, mutat ipsius imago in omni speculo, ut patet per 28. quinti huius, patet qd imago rei elongata sit minor, unde & uidetur minor, & approximatae superficie speculi sit maior, unde & uidetur maior, quod secundum præmissa in proxima præcedente uidetur sub maiori angulo contento in centro uisus sub lineis reflexionum ipsorū puncto: rerum

rerum terminalium illius rei, ut patere potest per 34. primi huius, & per 23. huius, patet ergo propositum, & per hæc & per præmissam potest patere, qm si sit pportio elongationis rei uisæ a superficie speculi maioris ad elongationem a superficie speculi minoris, sicut excessus imaginum quæ proueniunt in illis speculis excedentes se secundū proportionem diametrorū speculorū, possibile est in speculo maiori plus elongato a re uisæ, & in speculo minori plus approximato eidem rei æqualem imaginem uideri eiusdem rei quæ aliās in speculo maiori appareret maior, & in speculo minori minor, ut patet per præmissam, & hoc est notatu dignum.

XLII.

In speculo conuexo sphærico dextera rei uisæ apparent sinistra, & sinistra dextera.

Hæc non requirit aliam demonstrationem ab illa quæ similem passionem declarat in speculis planis, unde eodem modo demonstrandum, nec aliter oportet in maiori,

XLIII.

Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes a speculis sphæricis conuexis, reuersæ apparent.

Esto speculum sphæricum conuexum a d , cuius centrū m , incidatq; superficie speculi perpendiculariter altitudo quæ sit e a , cuius altius punctum sit e , & sit centrum uisus u , reflectaturq; punctus a , a puncto speculi qui sit a , & sit linea reflexionis quæ a b , reflectatur quoq; forma puncti altitudinis e , a puncto speculi g , sitq; linea reflexionis gb , & alter punctus lineæ e a , qui sit t , inferior puncto e , reflectatur ad uisum b , a puncto speculi d , & sit linea reflexionis db , producat itaq; linea altitudinis e a , ultra punctū a , palamq; ex hypothesi, et per 72. primi huius, qm ipsa transibit centrū m , & producat linea reflexionis ug , intra speculū, & quia lineæ e a & gb , sunt in eadem superficie reflexionis per 24. quinti huius, palā cum non sint æquedistantes, ut patet per 9. huius, quia concurrent, concurrant itaq; in puncto h , sed & bd linea reflexionis concurrat cum lineæ e a , producta in puncto f , & quoniam per 11. huius puncta h & f , sunt loca imaginum puncto: e & t , palā quod lineæ hf est imago lineæ, & similiter quoq; de alijs punctis lineæ e a demonstrandū. Eritq; imago lineæ e a , lineæ a h , reuersa ergo uidetur altitudo, quod em supremū est uidetur infimum & econuerso, patet em per 23. huius, quoniam do, quod em supremū est uidetur infimum & econuerso, patet em per 23. huius, quoniam super unum kathetum incidentiæ signatis duobus punctis, erit locus imaginis puncti a centro speculi, ppinquioris remotior a centro speculi, & remotioris propinquior, remotior itaq; uidebitur a centro m imago puncti t , quæ est f , qm imago puncti e , quæ est h , palam itaq; est propositū primum, & eodem modo est de profunditatibus demonstrandū. Infimum em punctum reflectitur ad punctum imaginis supremum, & econuerso. Media quoq; puncta modo medio reuerse disponuntur, propositum autem est hoc.

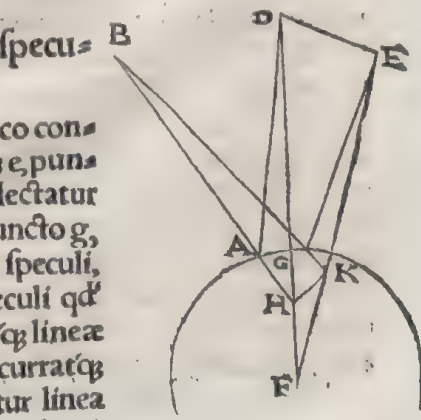
XLIII.

Obliquarum longitudinum idola a conuexis speculis reflexa apparent suæ propriæ dispositionis.

Esto longitudo d e , oblique incidens speculo sphærico conuexo quod sit a g , & eius centrū f , & sit altius punctū d qd e , punctum a superficie speculi dati. Sitq; centrū oculi b , & reflectatur punctus d ad uisum b , a puncto speculi a , & punctus e , a puncto g , & a puncto d ducatur perpendicularis super superficiem speculi, quæ per 72. primi huius, necessārio transibit centrū speculi qd est f , quæ sit d f , & similiter ducatur kathetus e f , ducanturq; lineæ reflexionum ba & bg , & producantur intra speculum, concurratq; ba cum d f , in puncto h & bg cū e f , in puncto k , & ducatur lineæ

S 2

h k, erit

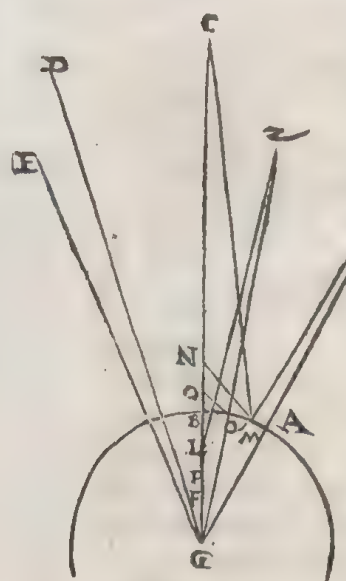


h k, eritq; per 11. huius, linea h k imago lineæ d e, est autē linea k h, oblique se habens ad uisum b, sicut linea d e ad speculū, qm̄ per 23. huius punctū e, quod est propinquius centro speculi, imago quæ est k, remotior sit à centro speculi f, & punctū h, quod est imago puncti d, remotioris à cetro speculi sit propinquius centro speculi, quod patet per hoc, qm̄ alicuius puncti katheri d f, tamē distantis à puncto f, quātū puncti e, locus imaginis est remotior à cetro f, q̄ locus imaginis pūcti d, p 23. primi hui9, est itaq; h remotius à cōuexa superficie speculi apparens, & punctum k, p̄pinquius eidem superficiei. Sic autē & punctus d fuit remotior à superficie speculi, & punctus e propinquior, patet ergo, p̄positum, qm̄ obliquæ longitudines apparent illius distantie à superficie speculi, cuius sunt secundum ueritatem in sua propria dispositione.

XLV.

XLV.
Duobus punctis rei uisæ æqualiter distantibus à centro speculi sphaerici conuexi, & inæqualiter à centro uisus in eadem superficie uel diuersis, erunt imago & finis contingentiae puncti remotioris à centro uisus remotiora à centro speculi, quàm imago & finis contingentiae puncti propinquioris: ex quo patet quod punctorum æqualiter distantium à centro speculi & à centro uisus, imagines à centro speculi æqualiter distabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g, centro speculi remota, & sit e centrum uisus, & sit cõmunis sectio superficies reflexionis & speculi sphærici convexi, circulus a b, cuius centrum erit punctum g, per primam huius. Sitq; punctũ d, p̄pinquius uisui, q̄ est e, & punctum t, & ducantur duo katheti incidentiæ à punctis t & d, ad centrum circuli



n, finis contingentie puncti t, respectu puncti h, & à puncto q ducat linea cōtingens cir-
culum, q̄, pducta ad kathetum t g, sit q o, hoc ergo necessario cadet sub linea n m, p 60.
primi huius, & pducatur linea z q, donec cadat sup̄ kathetū g t, in puncto p, cadet aut̄ per
9. huius, & erit per 11. huius, punctus p locus imaginis formæ puncti t, erit q̄q̄ per 12.
huius, pportio g t ad p g, sicut t o ad o p, ergo per 16. quinti, erit permutatim pportio
g t ad t o, sicut g p ad p o, sed maior est pportio g t ad t n, q̄ ad t o, p 8. quinti, cū t n sit
minor q̄ t o, ut patet ex pmissis, maior erit pportio g t ad t n, q̄ s p ad p o, est aut̄ per 8.
quinti, maior pportio g p ad p o, q̄ ad p n, ergo multo maior est pportio t g ad t n, q̄ g
p ad p n, qm̄ p o minor est q̄ p n, diuidatur ergo p 119. primi huius, linea g n i pūcto l, tali
ter ut sit pportio t g ad t n, sicut g l ad l n, erit q̄ g l maior q̄ g p, nō æqualis neq̄ minor
p 8. quinti, erit q̄ per 16. quinti, pportio t g ad g l, sicut t n ad l n, ergo per conuersam 13.
huius

huius, erit punctū l, locus imaginis puncti h. Sint ergo lineæ h g, e g, z g, æquales inter se, & g f sit æqualis s p, & s p æqualis lineæ g o, cū igitur angulus e g d, sit æqualis angulo t g z, erit ex principio primi huius, remotio puncti d, à puncto e, sicut remotio puncti z, à puncto t, qm̄ cum puncta d & t sunt eiusdem distantie à cētro speculi quod est g, erūt lineæ d g & t g æquales. erit ergo per 23. huius, imago formæ puncti d, respectu uisus e, tm̄ eleuata in katheto g d, quantū imago puncti t, eleuata est respectu puncti z, in katheto g t, erit ergo locus imaginis formæ puncti d, in puncto f, sicut locus imaginis formæ puncti t, est in puncto p, cū lineæ g f & g p, sint æquales, & similiter finis contingentie puncti d, respectu puncti e, erit eiusdem altitudinis cuius est finis contingentie puncti t respectu puncti z, erit ergo per pmissa finis contingentie puncti d, in puncto s. Verum quia angulus e g t, æqualis est angulo t g h, & lineæ h g æqualis est lineæ e g, erit per ultimam sexti, ppter æqualitatem angulorū æqualitas arcuum interiacentiu kathetum t g, & lineas h g & e g, erit ergo p pmissa punctus l, locus imaginis puncti t, respectu e, sicut est respectu h, & erit punctus n, finis contingentie respectu puncti e, sicut & respectu puncti h, imago ergo puncti remotioris ab e, centro uisus, remotior est à cētro speculi q̄ imago puncti, p̄p̄n̄ioris, & finis contingentie puncti remotioris remotior est ab eodem centro q̄ finis contingentie p̄p̄n̄ioris, & hoc est ppositum. Ex quo patet quod si puncta uisa in speculo sphaerico conuexo æqualiter distent à centro speculi, & à centro uisus, quod imagines ipsorū à centro speculi æqualiter distabunt, nec em̄ ut patet ex pmissis sit diuersitas in locis imaginum, cum fines contingentie semper sint æqualiter à centro speculi distantes secundum quos accidunt distantia imaginum à centro speculi, quod est g, patet ergo quod proponebatur.

X L V I.

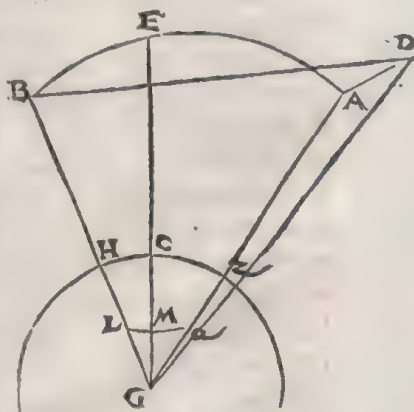
XLVI.

Imago arcus concentrici speculo sphaerico conuexo diametro uisuali erecta super superficiem incidentiae uidetur curua, & semper aequedistans ar-
cui cuius est imago.

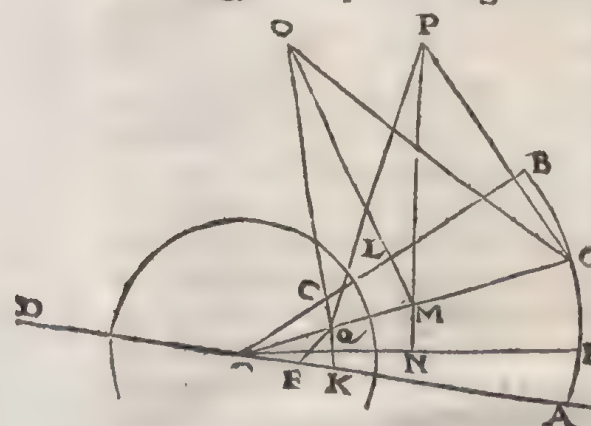
Et si a b arcus oppositus speculo sphaerico convexo, in quo cōmunis sectio superfici-
ciei reflexionis & speculi sit circulus h r z, & sit g centrū illius arcus a b, & similiter cen-
trum speculi, qm̄ ex hypothēsi arcus uisus & speculū sunt con-
tenta, sitq; d centrum uisus, & ducātur lineæ d g, a g, b g, & su-
matur in arcu a b, punctus e, quocūq; modo & ducatur lineā
e g, erit itaq; superficies a g b, superficies incidētiæ in qua erit
linea e g, & lineā d g, est diameter uisualis quæ ex hypothēsi
est erecta super superficiem a g b, erit ergo p diffinitionem line-
æ sup superficiem erectæ anguli d g a, d g b, d g e, recti &
oēs æquales. Sed & latera lateribus æqualia sunt, qm̄ d g est
æquale sibi ipsi, & alia latera sunt æqualia per diffinitionē cir-
culi, ergo per 4. primi, bases illoꝝ triangulorum sunt æqua-
les, omnia ergo puncta arcus a b, eiusdem distantia sunt a cen-
tro uisus, quare imagines omnium illoꝝ punctorum eiusdem
distantia erūt a cētro speculi p corollarū pmissum. Sitq; q m
l, imago arcus a e b, erit igit̄ lineā g q, æqualis lineis g m & g l, quare p 9. tertij, lineā q m
l, erit arcus circuli cuius centrū erit punctū g, erit ergo cōuexitas ipsius respectu centri
g, nō respectu supficiēi cōuexæ speculi siue loci reflexionis, & qm̄ curuitas arcus a b, re-
spexit cōuexitatē supficiēi speculi ut cōcentrica ipsi ex hypothēsi, patet qd' idē arcus est
concentricus suæ imaginī, ergo p 73. primi huius, patet q' imago æquedistat arcui uiso
qm̄ est semp in supficie incidentiæ, est em̄ semp imago cuiuslibet puncti in katheto suæ
incidentiæ p 11. huius, oēs aut̄ katheti illius sunt in supficie incidentiæ, patet ergo pro-
positum.

XLVII.

Imago arcus concentrici speculo sphaerico conuexo diametro uisuali su-
perficie incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquedistans ar-
cui cuius est imago, nisi perpendiculari ducta à uisu super aliquem punctum
uisu arcus incidente.



Disponantur omnia ut in precedente theoremate, nisi quod diameter uisualis quæ est dg, nō sit erecta sed oblique incidens superficiei a b g, dico qd' imago arcus a b, uidetur curua, ducatur em perpendicularis a puncto d, super hanc superficiem per 11. undecimi, cū itaq; illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis a puncto d, ad hanc superficiem per 21. primi huius, erit angulus rectus quē continet hæc perpendicularis uersus punctū g, minor quolibet angulo uersus punctū g, imaginato, quē continet alia linea a puncto d ad superficiem illam ducta per 16. primi.



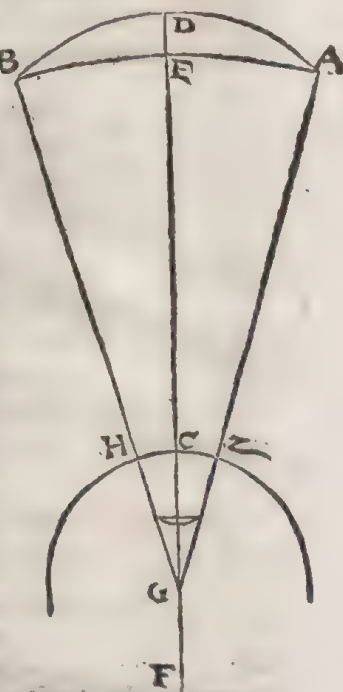
mi, & linea a puncto d, ad superficiem illam ducta quanto remotior erit perpendiculari, tātō maior erit & maiorem angulum continebit uersus g, quia minorem continet uersus perpendicularem p 21. primi, si ergo hæc perpendicularis nō cadat in arcum a b, sed ultra ipsum, tunc erunt oēs lineæ ductæ a puncto d, ad hunc arcum declinatae in ptem unā, & remotiores maiores & minorem angulū contingentes uersus punctum g, q̄ p̄p̄iniores perpendiculari. Si ergo sumantur tria puncta in arcu a b, quæ sint a c b, & finis contingentia puncti b, sit l, & finis contingentia puncti c, sit m, palam p 44. huius, quia ex eo q̄ punctum c, est p̄p̄inuius uisui d, q̄ punctus b, erit punctus m p̄p̄inuior centro g, q̄ punctus l, sunt autē lineæ g b & g t, æquales ex hypothesi, & per definitionē circuli, est ergo linea t m, maior q̄ b l, sit autem q̄ imago puncti c, & sit t imago puncti b, & ducatur linea q t, & ducatur linea t b & m l, quæ quidē p̄ductæ concurrent, quia si a puncto m ducatur linea æquedistans lineæ c b, illa secabit ex lineæ g b, lineam æqualem ipsi m t, p̄secundam sexti, est autē e m maior q̄ b l, concurrant, ergo lineæ t b & m l, in puncto o, & qm per 9. huius, p̄portio est lineæ g t ad g q, sicut lineæ c m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim p̄portio g t ad c m, sicut g q ad q m, & similiter erit g b ad b l, sicut g t ad t l, ergo per 13.4. primi huius, cū lineæ g c & g b, angulariter coniunctæ sint proportionaliter diuisæ, & a punctis sectionū ducantur lineæ concurrentes, qui c o & m o, palā qd' linea q t, cōcurrat cū lineæ c b, m l, & erit ipsa rum concursus in puncto o: finis contingentia uero puncti e, sit o, & quoniam punctus n, per 44. huius, demissior est puncto m, erit ut prius e n, linea minor q̄ linea c m, productis ergo lineis e o & n m, patet ut prius quod concurrent, sit ergo punctus concursus p, & ducatur linea q p, & procedat donec secet lineam e g, in puncto f, & producatur linea o q, usq; ad lineam e g quā secet in puncto k, palā quoq; propter hoc quod punctus n, est demissior puncto m, quia punctum k erit superius q̄ punctum f, & linea g q, minor erit q̄ f g, patet autē per 12.3. primi huius, quoniam proportio lineæ g e ad e n, est sicut lineæ g f ad f n. Sed finis cōtingentia est punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f, per 12. huius, igitur linea f q t, erit imago arcus circuli e t, erit linea curua non recta, ut pote arcus illis tribus punctis p 5. quarti, circūscriptus, nō erit autē ille arcus æquedistans arcui speculi neq; arcui uiso, qm ut patet lineæ t b & q t, & f c, sunt inæquales, p̄pter qd' remanent lineæ g t, g q & g f, inæquales. Similiter q̄q; demonstrandum si perpendicularis ducta a puncto d, cadat ex alia pte arcus a b, citra ipsum, tūc em similis erit, p̄portio, patet ergo, p̄positū primū. Si uero perpendicularis ducta a puncto d, sup̄ superficiem incidentia cadat in medio arcus a b, lineæ a puncto d, ex diuersis partibus ad arcū ductæ æqualiter distantes a perpendiculari erūt æquales, & æquales angulos cōtingentes uersus punctum g, & imagines ipsarū æq̄liter distabūt a centro g, & fines contingentia, similiter imago itaq; æq̄distabit arcui a b, & arcui speculi, qm imago figurabitur sup̄ centrū speculi qd' est g, & erit illis concentrica p 73. primi, hoc potest p̄bari p̄dicto mō de utraq; parte arcus p̄ se secundū qd' diuidit a perpendiculari, q̄ eius imago sit linea curua modo p̄ dicto æq̄distans arcui uiso, p̄pter æq̄litate lineæ a centro speculi & arcus uisui ad loca imaginū p̄ductæ, qd' est p̄positū. De imagine em arcus a c potest secundū p̄missa idem patere.

Imago

XLVIII.

Imago arcus eccentrici circulo, qui est cōis sectio superficiei incidentia & speculi sphaerici conuexi secundū mediū eius punctū propinuioris cētro speculi uisu existente extra superficiem incidentia, uidetur maioris curuitatis q̄ arcus eidem circulo speculi æquedistantis.

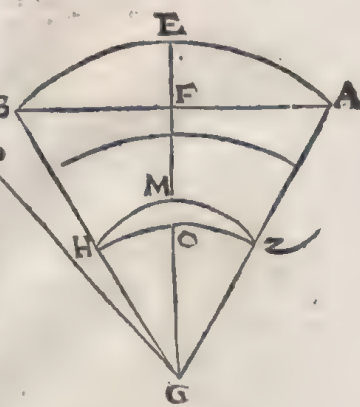
Esto arcus uisus b e a, circulusq; cōis superficiei reflexionis & speculi arcus sit h z, cuius centrū sit g, sitq; arcus b e a eccentricus arcui h z, sint tñ isti arcus in eadē superficiei, & sit e mediū p̄ctus arcus b e a, propinuior centro g, sitq; uisus extra superficiem incidentia. Dico q̄ imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis q̄ alterius arcus concentrici ipsi speculo. Ducatur enim linea a centro speculi quod est g, ad centrū arcus b a, quod sit f, producta q; li nea g e, palam per 7. tertij, quoniam ipsa est breuior oibus lineis a cētro g ad centrū a d b, p̄ductis, & qm arcus b e est æqualis arcui e a, palam per eandem 7. qm linea g a æqualis est lineæ g b, ductisq; lineis g a, g b, secundū ipsarū quantitatē describatur arcus a centro g, palamq; per p̄missa, qm arcus descriptus secundū sui p̄ctum mediū magis distabit ab arcu h z, q̄ arcus b e a. Sit ergo descriptus arcus b d a, & ducatur linea g a, ad mediū punctū illius arcus, qui erit æqualis g b, excedit ergo arcus b d a, arcum b e a. Manifestum autē ex p̄cedentibus, quia imago arcus b d a est curua uisu qua litercunq; se habente ad superficiem reflexionis: puncta ergo cōia istis duobus arcibus, quæ sunt a & b, habebunt imagines suas sitas uniformiter prioribus: sed tñ punctum d sit remotius a centro g q̄ punctū e, eius imago erit propinuior centro speculi q̄ imago puncti e, & ita cuiuslibet puncti arcus g d a imago, est propinuior centro imagine puncti sibi correspondētis in arcu g e a, quare uidebitur imago arcus a c b curuior imagine arcus a d b, & hoc est propositum. Et secundū hunc modum in alijs sitibus arcuū & speculorū potest fieri demonstratio, qm uisus nō fuerit in superficiei incidentia, sed extra illam.



XLIX.

In speculis sphaericis conuexis uisu nō existente in superficiei lineæ rectæ æquedistantis speculo, imago uidetur curua.

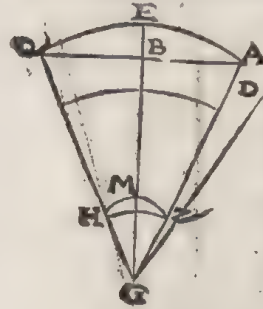
Sit linea recta uisa a b, & sit speculi sphaerici conuexi centrū g, erit ergo superficiei incidentia a g b, extra quā sit centrū uisus quod sit d, sitq; linea a b æquedistans speculo, hoc est lineæ contingentia arcui circuli, qui est cōmunis sectio superficiei incidentia & superficiei speculi secundū medium punctū illius arcus. Dico q̄ imago lineæ rectæ a b curua uidetur, ducant enim lineæ rectæ d g, a centro uisus ad centrū speculi, & lineæ g b, g a, a centro speculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g cum lineæ a b æquedistant speculo, palā q̄ sunt æquales per 26. tertij, & per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus speculo secundū quā titatem illarū linearū, quæ sit a e b, cadet ergo linea a b intra illum circulum, eritq; per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita q̄ imago puncti a sit z, & imago puncti e sit t, & imago puncti b sit h, & ducatur linea g e secans rectā a b in puncto f, palā ergo q̄ punctus e est in eadem lineā cū puncto f, sed remotior a centro g, erit ergo per 23. huius imago puncti e propinuior centro speculi, q̄ imago puncti f, cōmuni utroq; puncto: quæ sunt a & b, imagines sunt eadem. Sit itaq; punctus m imago puncti f, erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ, patet autē q̄ linea z m h est linea curua, cū linea z t h sit curua, & omnium punctorum lineæ rectæ quæ a f loca imaginū ordinem



adinentur secundum convenientem sibi proportionem inter puncta h & m, respectu arcus h m, patet ergo propositum, reflectisq; lineis a f & b f æquiter, eadē est demonstratio.

L.

Lineæ rectæ nō æquidistantis speculo, quæ producta non contingeret, uel secaret superficiem speculi sphaerici conuexi uisu non existente in superficie incidentiæ, imago uidetur curua.

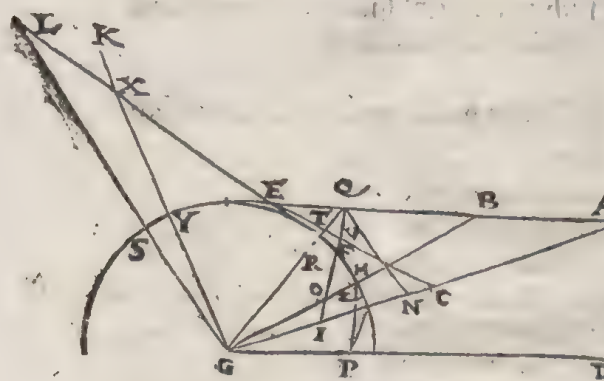


Disponantur omnia ut in præcedente, nisi q; lineæ a b nō æquidistat speculo, nec contingat nec secet speculū, sed tantū obliquetur super ipsum, palam ergo q; lineæ g b & g a productæ sunt inæquales. Sit ergo a g minor q; g b, & fiat circulus super centrū g, ad quantitatem lineæ a g, minoris, q; sit a e q, & ducatur g b ultra b, usq; quo cadat in circulū in punctū e, patet autem ex 45. uel 46. huius, qm̄ imago arcus a e est curua, punctus autem imaginis a sit z, punctus uero imaginis e sit m, erit quoq; z m, imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, est remotior a centro imagine puncti e, per 23. huius, patet q; erit imago lineæ a b, curua, quod etiā p puncta media arcus a e & a b, faciliter poterit ostēdi, patet ergo propositum, reflecta quoq; lineæ a b, ex quacumq; sui parte semper eadē est demonstratio quæ prius.

L I.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret speculum sphaericū conuexum, uisu non existente in superficie incidentiæ, semper uidetur curua.

Sit dispositio quæ prius, ita tamen, ut lineæ a b producta contingat speculum in puncto e, & ducantur a centro speculi, quod sit g, lineæ g b & g a, sitq; ut superficies incidentiæ, quæ sit a b g secet speculum in arcu, e h, & sit d centrum uisus, sitq; sectio communis superficie reflexiōis in qua sunt lineæ g a & g d, & superficie speculi arcus z p. Cōmunis uero sectio superficie reflexionis in qua sunt lineæ g h & g d, & superficie speculi sit arcus h p. Palā ergo per ea quæ demonstrata sunt in 16. huius, quod forma puncti b



reflectitur, ad uisum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo a puncto illo ducatur lineæ contingens arcum h p, illa secabit lineam b g, & finis contingentiæ erit punctus illius sectionis. Sit punctus ille m, palam est, quod si a puncto m ducatur lineæ contingens arcum e h, quod illa cadet circa punctū e, per 16. primi huius. Quoniam lineæ a b producta, est cōtingens circulum in puncto e, et punctus b, est altior puncto m. Cadat ergo cōtingens a puncto m ducta in f, & hæc contingens producta in continuum & directū, per eandē 60. primi huius secabit lineā a e, ergo secet in puncto t, & ex alia præsecabit lineā g a, per 14. primi huius. Cū illæ omnes lineæ erāt in una superficie, secet ergo ipsam in puncto t, fiat quoq; supra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per 23. primi, qui sit angulus b g s, cadere puncto s in periferiā circuli, & producat lineæ g s, ad æqualitatem lineæ g d, quæ sit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, sicut ergo reflectitur forma puncti b, ad uisum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, sic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio a puncto f, sicut in arcu h p, sit reflexio a puncto, a quo ducitur contingens ad punctum m, quoniam illi arcus necessario sunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam a puncto m, uenit utraq; illarum linearum contingentium, palam quod ipsæ ambæ sunt æquales per 5. octauū primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoq; forma puncti a, reflectitur per 16. huius ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curuili neo h z p, duo arcus h z & z p, sunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi. Sed ar

cui

cus h p, est æqualis arcui h s. Igitur arcus z p, est minor arcui z s. Reuincat ergo arcus z s, ad æqualitatem arcus z p, quod potest fieri auxilio 33. tertij, sit ergo factū in puncto y, & ducatur lineæ g y, quæ producta ad æqualitatem lineæ g s, secabit necessario lineam f l, ideo quia lineæ g d, est æqualis lineæ g b, quia itaq; lineæ illa secat angulum l g z, ergo secabit etiā basem ei subtenfam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto y, & sit lineæ g y k æqualis lineæ g d, palam ergo, quoniam sicut forma puncti a reflectitur ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p, similiter eadem forma puncti a, reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y, sed non reflectetur a ad k, nisi ab aliquo puncto quod est circa punctum f, ex parte puncti z. Si non dicatur quod a puncto f, uel ab alio puncto arcus f x, reflectitur forma puncti a, ad punctum k, sit ut fiat illa reflexio a puncto f, palam ergo quod tunc lineæ ducta a puncto reflexionis f, secabit in aliquo puncto lineam b f. Quia lineæ contingens circulum in puncto e, trāsit per punctū b, ad illud ergo punctū cōmunis sectionis illarū linearū a f & b f, reflectetur punctus k, & ad idem punctū a puncto f, reflectetur punctus l, & ita duo puncta in his speculis reflectentur ad idem punctū ab eodem puncto f, & ex eadem parte diametri uisualis, quod est contra 19 huius. Sed neq; ab alio puncto arcus f y, quoniam tūc ut prius lineæ ducta a puncto a ad punctū reflexionis secabit lineam b f, sit punctū sectionis u, ad illud ergo punctū u, reflectetur forma puncti k & forma puncti l, & ita duo puncta eiusdem distantia a centro propositi speculi qd est punctū g, quoniam ambæ l g, k g, sunt æquales ipsi g d, ex hypothesi, & reflectentur ad idem centrū uisus ex eadem parte diametri uisualis, quæ ab illo puncto sectionis lineæ b f, quæ est u, est ducibilis ad punctū g centrū speculi. Erunt ergo p 18. huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totū suæ parti, quod est impossibile, non ergo reflectitur forma puncti a ad punctū k, ab aliquo puncto arcus f y, restat ergo ut punctus a, reflectatur ad punctum k, ab aliquo puncto arcus z s, alio quā punctum f, si igit ab illo puncto ducatur lineæ cōtingens circulum, illa producta necessario secabit lineam a z, & cadet intra puncta z s c per 60. primi huius, ideo quod punctus s, respectu diametri g a demissior est quolibet puncto arcus z s, & ita lineæ contingens a puncto s, quæ est f o, altior est alijs contingentibus a punctis arcus z s, ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n, & ducatur lineæ m n, quæ quidem lineæ cum transeat per arcū trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t, per 15. primi. Quoniam & ipsa diuidit angulum g m t, ut patet ex præmissis, qd ergo diuidit b m t, ergo necessario secabit basem b t, per 29. primi huius. Secet ergo ipsum in puncto q, & ducatur lineæ g q, sit autem y imago puncti a, et sit o imago puncti b, & r sit imago puncti q, palam autem ex 43. huius. Cum punctum b sit propinquius puncto g, centrū speculi quā punctū a, erit ergo imago puncti b remotior a puncto g q; y imago puncti a, ducatur ergo lineæ o z, quæ per 11. huius, erit imago lineæ a b, palam etiā per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio a g ad a n, est sicut g i, ad i n, & proportio b g ad b m, per eandem, est sicut g o ad o m, cum ergo lineæ a g & b g, diuidantur secundum proportionem similem utraq; ipsarum in duobus punctis, & a punctis diuisionum ducantur lineæ, quarū scilicet g q & m n concurrant ad idem punctum q, tertia quæ est i o, necessario concurret ad idem punctum per 124. primi huius. Lineæ ergo i o producta cadet super punctum q, est ergo lineæ i o q lineæ recta. Igitur lineæ i o r, non erit recta, sed lineæ i o r, est imago lineæ a q, quare palā quod imago lineæ a q, erit curua. Posito autē b loco puncti q, & alio puncto lineæ a b, posito loco puncti b, eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ a b est curua, & hoc est propositum.

L II.

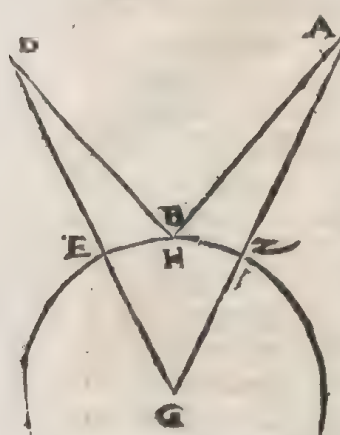
Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulū, qui est cōmunis sectio superficie incidentiæ, & superficie speculi sphaerici conuexi, non tamen p centrum uisu non existente in superficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori dispositione, sit ut lineæ a b, producta circulum eb z, qui est cōmunis sectio superficie incidentiæ & speculi, secet in puncto e, & punctus reflexionis formæ puncti b, ad punctum f, sit punctū f, & sit m finis contingentiæ, lineæ cōtingētis circulum e

T

b z in

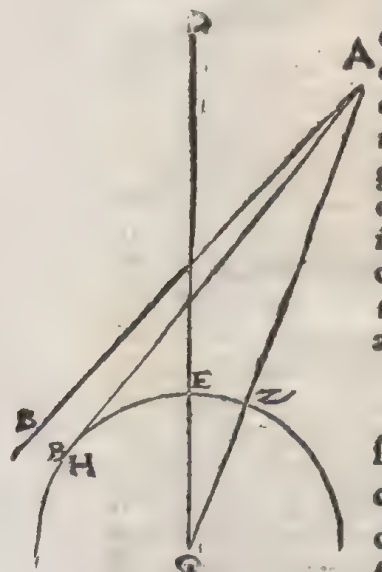
bz, in puncto f productæ ad lineâ b g. Reflectetur itaq; b ad d, ab aliquo puncto arcus
bp, sicut in præcedente propositione præmissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflecti
 onis usq; ad punctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior
 aut minor. Si æqualis, cum per præmissa in præcedenti arcus ille
 sit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m. productæ lineæ cõtin
 gentes pertingūt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sūt ergo
 q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à puncto
 m ex parte e, igitur lineâ a e transit per punctū q, & ita lineâ m q,
 secat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrūq; punctor e & q,
 est in periferiâ circuli, & est punctū unū. Si vero arcus ille sit mi
 nor arcu h e, secabit lineâ q m lineam e a, ultra punctū q, sicut secet
 ipsam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta lineâ e q. Si vero
 arcus ille fuerit maior arcu h e, secabit lineâ m q lineam a e, cir
 ca punctū q, quodcūq; istorū accidit iteretur probatio præmissæ,
 & eodem modo penitus probabitur, q; imago lineæ a b est cūna,
 quod est propositum.



LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta transiret centrū circuli, q̄ est cōmunis se-
ctio superficiē incidentiæ & speculi sphaerici conuexi, cetro uisus existente in
eadem superficie, uel extra illā, non tamen in illa linea, semp uidetur recta.

Disponentur omnia ut in præcedētibz, nisi quod hactenus lo-
cuti sumus de passionibus harū linearū uisū non existente in super-
ficie incidentiæ, & nunc uisum supponimus qñq; esse in superficie in-
cidentiæ, qui sit ut prius in pñcto d, & ducatur linea g d, cōcurratq; li-
nea a b protracta cū circulo e h z, transiens ipsius centrū g, palā er-
go quod angulus illarū linearū a g, et d g, cadeſ super g, centrū spe-
culi, uidebiturq; imago lineæ a b, una linea recta. Imago enim cō-
iustibet punctū illius lineæ a b, cū ipsa sit in kateto suæ incidentiæ
disposita, apparebit in ipsa linea a b producta ad centrū g, per
11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, sicut et ipsa linea
a b producta, est linea recta, patet ergo propositum.



LIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cētro circuli, qui est cōmunis
sectio superficiē incidentiæ, & speculi sphærici conuexi,
centro uisus existente in eadē superficiē incidentiæ, ita qđ
declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisu, & sit tangens
superficiē speculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinatur omnia ut prius in 5. huius, & sit linea ab declinata super circulum $e h z$ ita quod non contingat centrū eius, Sitq; uisus d in superficie incidentiæ, & sit declinatio lineæ ad partē aliam, ab illa in qua est uisus, ut si uisus sit in parte dextra, declinet punctum a ad sinistrū, uel e contrario, & linea peringat ad superficiem speculi, dico qd tantum unius puncti lineæ ab , imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pūctus circuli, \hat{a} quo reflecti possit aliquid ad uisum, qui sit h , & sumatur aliqua linea reflexionis punctorum $a b$, lineæ declinatæ, ut puncti b , & illa cadat forsitan super hanc lineam reflectionis $d h$, quod si fuerit, non uidebitur quedam imago lineæ huius declinatæ quæ $a b$, nisi secundum solum illū punctum b , quod patet ducto kateto incidentiæ a pūcto z , qui sit $a g$, tunc enim areus interior cens punctum $h a$, quo reflectitur forma pūcti b , & punctum sectionis circuli $e h z$, per katetum $a g$ quod sit z , continet omnia pūcta reflexionis formarum punctorum lineæ ab , ut ostensum est in propositione 50. huius, producta ergo \hat{a} centro uisus ad centrum speculi linea quæ sit $g d$, secans circulū $e h z$

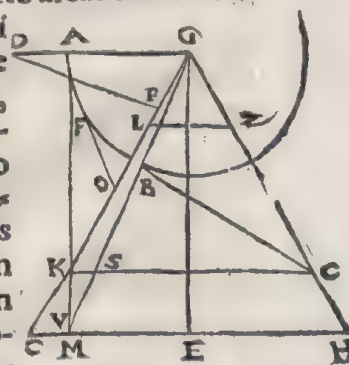
eh z, in puncto e, si sumatur in arcu circuli, qui est h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad usum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, sed ille punctus reflectitur à puncto aliquo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ suæ reflexionis, cum lineæ suæ reflexionis sit ultra lineam reflexionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem usum à duobus punctis arcus speculi, quod est impossibile, & contra 16, huius, non ergo reflectitur ad usum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam usui & speculi. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflectetur ad usum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia sint in eadem superficie incidentiæ, sicut & centrum visus, tunc patet per primam 11, quod omnes lineæ reflexionum sunt in eadem superficie lineæ ergo incidentiæ ipsius puncti fecaret lineam incidentiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundem usum d, à duobus punctis, scilicet, à puncto h. s. puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum est impossibile, & contra 16, huius, non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad usum d, ab aliquo puncto arcus e h discooperiti, licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius sumpti, non tamen uidebitur, cum sit in lineæ reflexionis quæ occultatur usui, per præcedentia puncta lineæ solidæ, & ita lineæ adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b, non uideatur usui sic disposito, ut præmissum est, patet ergo propositum.



LV.

Lineæ rectæ declinatae à centro circuli, qui est communis sectio superfici-
cici incidentiæ & speculi sphaerici conuexi, centro uisus existente in eadem
superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem uisus, siue sit
tangens superficiem speculi siue non, nullius puncti imago uideatur.

Sit dispositio quæ supra, & sumatur a b linea declinata ut proponitur, & eius declinatio sit ex parte uisus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflexionis non impeditur per corpus lineæ interiacentis uisum & speculum & lineam d g, à cetro uisus ductam ad centrum speculi, & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus sumptum, hoc unum secabit lineam reflexionis, & punctus sectionis reflectitur ad uisum à duobus punctis speculi, quod est impossibile. Si uero dicatur quod punctus sumptus in lineâ a b, reflectitur à puncto arcus circuli, qui est sub illa lineâ a b, hoc erit impossibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui, & speculo abscondente oēs lineas reflexionum suorum punctorum, & prætereâ secundum hanc dispositionem uisus est ex parte anguli minoris lineæ oblique speculo incidentis, reflexio uero solum sit ex parte anguli maioris, ut patet per 33. quinti huius, non est ergo possibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uisum sic situatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a, imago uidetur, quod est propositum.



LVII.

Lineæ rectæ obliquæ nō tangentis superficiem speculi sphaerici convexi

visu existente in superficie incidentiæ, ita quod obliquatio lineæ fit ad partem aliam à visu, modicum imaginis uidetur, & erit imago semper curua,

Disponentur omnia ut in precedentibus, sitq; linea a b, obliquata super superficiem speculi, ita q; producta centrum eius non transeat nec tangat superficiem speculi, sed distat punctus b aliquantulum ab illa in aere existens, sitq; uisus d, incidentis illius lineae a b, dico quod modicum imaginis lineae a b, uisui occurret, ducatur enim linea d b, super superficiem speculi incidens in punctum c circuli e h z, quae est communis sectio superficiei incidentiae & superficiei speculi: à puncto quoq; c, ducatur linea contingens circumulum p i r, tertij, quae sit l o y, & super c tantum lineae m c, fiat angulus æqualis angulo d c l, secans lineam a b, in puncto f, & à puncto f ducatur kathetus f g ad centrum speculi, & ducatur kathetus b e, palam itaq; quod forma puncti f, reflectitur ad uisum d, à puncto c per 20. quinti huius, eritq; locus imaginis in linea f g, similiterq; forma puncti b, cum non habeat aliquod obstaculum reflectetur ad uisum ad aliquo puncto speculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpositionem lineae solidae quae f b, alia puncta lineae a b, non possunt reflecti ad uisum, nisi puncta lineae b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, à punctis sectionum linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b e & f g.

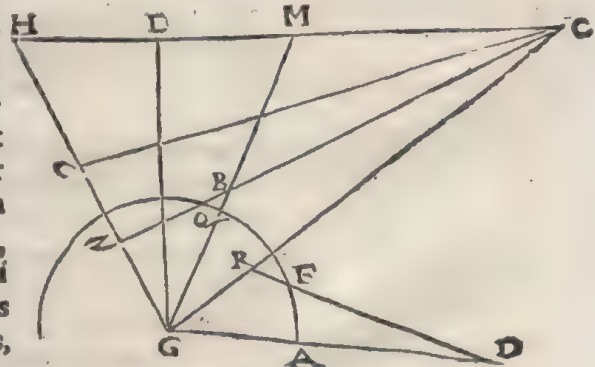
quæ est res modica , patet quod imaginis lineæ a b , pars modica uideatur , quod est propositum. Augetur tamen illa quantitas imaginis secundum quod centrum uisus in eadem superficie declinat plus ad superficiem speculi , unde si uisus perueniat inter superficiem speculi & punctum b , totius lineæ a b uidebitur imago , tunc enim cadit hæc lineæ a b inter lineam reflexionis formæ puncti a , & inter productum katetum a ultra lineam a b , & si taliter situetur hæc lineæ a b , ut cadat inter lineam reflexionis d c , & inter lineam per punctum reflexionis puncti b , transeuntem ad centrum speculi , poterit uideri imago totius lineæ . Videbitur autem imago totius lineæ a b , uel partis eius semper curuæ , quod potest ostēdi per modū s. o. huius , & minuitur curuatis imaginis huius lineæ , secundum quod magis accesserit ad lineam transeuntem ad centrum per punctum reflexionis formæ puncti b , uniuersaliter uero quidquid interpositum uisui & speculo , impedit peruentum formarum punctorum speculi ad uisum , illius imago nō uidebitur in his speculis . Hæc autem quæ hic proposita sunt , intelligenda sunt de lineis occurrentibus uisui in arcu circuli , qui apparet uisui , utpote in arcu qui interiacet duas contingentes ductas à centro uisus ad speculum , quoniam ille solum opponitur uisui per s. huius , linearum uero concurrentium cum speculo in parte circuli occulta uisui in aliqua potest esse equedistans lineæ contingenti , & illa non uidebitur , similiter est conterminalis illi æquedistanti , & illa non uidebitur , similiter & conterminalis illi æquedistanti , quæ cadet sub æquedistante penitus occultabitur uisui , sed lineæ terminali æquedistanti cadens super ipsam ex parte illa , poterit uideri , & hæc experimentantium industriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonstranda , erunt tamen hoc modo uisarum linearum rectarum imagines semper curuæ .

LVII.

Visu existente in superficie incidentiæ lineæ rectæ non concurrentis cum superficie speculi sphaerici conuexi, sed æquedistantis lineæ interiacenti centrum speculi & uisus, uel concurrentis cum illa extra speculum ex parte uisus, imago uidebitur curua.

Sit

Sit d centrum uisus, & g centrum speculi, & h e, sit linea uisa, quæ quidē linea nō cōcurrat cum circulo qui est cōmunis sectio superficiē incidentiæ & speculi, sed sit æquedistans lineæ d g, uel secet eam ex parte d, sit quoq; a b circulus qui est cōmunis sectio superficiē incidentiæ uel reflexionis, in qua sunt lineæ d g & h e, & superficiē speculi ppositi, & producat lineā h g, in qua sit punctus z, imago puncti h, punctus quoq; circuli a quo reflectitur forma puncti h, ad uisum d sit b, ducaturq; a puncto b, lineā circuli cōtingens, quæ secet lineā h g, super punctū r, eritq; punctus t finis contingentiæ, ducatur etiā lineā g b, quæ producta necessariō continet cū lineā h e, Si em̄ h e fuerit æquedistans d g, concurrat quidam per secundā primī huius. Si uero d g concurrat cū h e, multo fortius g b cōcurrerit cū eadem p 29. primī huius, cōcursus quoq; ille aut erit in lineā h e, aut ultra hanc lineā, si ultra concurrat in puncto m. Ducat quoq; lineā m g, quæ erit kathetus incidentiæ puncti m, erit imago puncti m, sitq; q imaginata quoq; lineā a puncto reflexionis formæ puncti m, ad lineā m g, producta, finis contingentiæ sit punctus g, & ducatur lineā z q, copulans loca imaginū, Similiter ducatur lineā t s, copulans fines contingentiarum, sit quoq; ut lineā d g, secet circulum a b, in puncto a, & producat a puncto a, lineā contingens circulum quæ sit a b, palā itaq; qm̄ arcus a b, est minor quarta circuli, cū uisus d uideat ex circulo minus medietate p 3, huius, qre angulus a g b, est acutus per ultimam sexti, & angulus u a g est rectus per 17. tertii, igit lineā a u cōcorret cum lineā g b, per 14. primī huius, cōcurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cū per 17. huius, punctus m reflectit ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, sit demissior illo puncto reflexionis formæ puncti m, erit finis contingentiæ lineæ ductæ a puncto a contingentis circulum altior sine contingentie illius puncti, per 60. primī huius, & ita erit punctus s, demissior puncto u. Protrahat ergo lineā t s, donec cōcurrat cū lineā u a, cōcurrat aut per 14. primī huius, & sit concursus in puncto k, & ducatur lineā g k, quæ producta cōcurrerit cum h m, per secundā, uel per 29. primī huius, sit concursus in puncto c, pūctus itaq; c reflectit ad uisum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quæ demonstranda sunt in 16. huius, sit lineæ punctus f, a quo ducatur lineā contingens speculū usq; ad kathetum g c, quæ quidem erit demissior q̄ lineā a k, & sit f o, secans lineā g c, in puncto o, qui sit finis contingentiæ g d, per 60. primī huius, erit punctus o demissior pūcto k, sunt em̄ puncta k & o, fines contingentiarū, producat quoq; lineā d f, usq; uo cadat super g c kathetū, cadet aut per 9. huius, sit ergo ut cadat in punctū r, & producat lineā z q, usq; ad lineā g c, & cadat in punctum l, dico qm̄ punctum l, est altius q̄ punctū r, lineā em̄ h c & c k, & z l, aut sunt æquedistantes, aut concurrunt, sint primo æquedistantes, cum em̄ h c & l r, æquedistantes secant lineā



cum ergo hæc lineæ æquedistantes lecent lineam cgi , super tria puncta ckl , & secant utraq; lineam mg & hg , & cū sit proportio lineæ hg ad hc , sicut lineæ gz ad zc , per 9. huius, & per 16. quinti, & similiter cū sit proportio lineæ mg ad ms , sicut qg ad qs , erit eadē proportio g ad ck , qg ad lk , per 2. sexti, sed palam per 11. huius, qm̄ r est imago puncti e , lineæ em d f , est lineæ reflexionis concurrentis cum katheto cg , in puncto r & o , est finis contingentie, est ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g ad co , sicut gr ad ro , sed minor est proportio g ad ck , q̄ g ad co , per 8. quinti, & ita erit minor proportio g ad lk , q̄ g ad ro , erit ergo e contrario conuersim per 6. primi huius, minor proportio lk ad gl , q̄ ro ad gr , est e contrario minor proportio lineæ or ad gr , q̄ kl ad gl , ergo coniuncti mp 15. primi huius, minor proportio est o ad rg , q̄ kg ad lg , sed kg est minor q̄ og , ergo per 8. quinti, lg est minor q̄ rg , est ergo punctus r demissior puncto l , sed zq est lineæ recta, ergo lineæ zqr , est lineæ curua, ergo imago lineæ he , est curua, erit ergo probare quod, imago lineæ

T 3

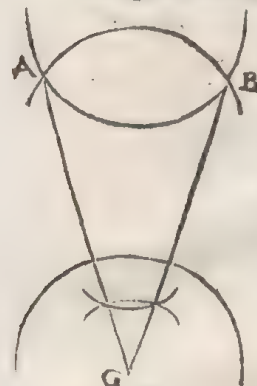
herectæ

h e, recta sit curua. Si uero linea h m, t z, & z q, non sunt aequidistantes, concurrant ergo, & erit cōcurfus, aut ex pte d, aut ex parte h, sit ex parte d, & concurrat in puncto c, erit ergo per s, huius z q t, linea recta, quare z q r erit curua, est ergo imago linea h e, recta curua, demonstratione completa ut prius, hoc ergo est propositum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius superficie incidentiae fuerit centrum uisus imago sensibiliter apparens intra speculum sphaericum conuexum uidetur semper curua.

Sit arcus uisus a b, & sit centrum speculi punctum g, & centrū uisus pūctum d, sitq; hoc centrum uisus in superficie incidentiae, quae est a b g, dico qd' imago arcus a b, uidet semper curua, qā sensibiliter intra speculū uidet, ducatur em corda a b, palamq; ex pra-



missis, ppositionibus, qm imago corda a b, secundum omnem sui sitū, respectu speculi uidet semper curua, nisi solū tunc qm ipsa sit in katheto incidentiae unius suae extremitatis, ut cum ipsa est perpendicularis super speculi superficiem pertransiēs eius centrum, tunc em ipsius imago uidetur recta, ut patet per s. 2. huius, arcū uero a b, esse i katheto incidē tiae suae extremitatum est impossibile, cū quilibet suae punctorum di- uersum habeat incidentiae kathetū, ergo nunq; uidebit imago arcus ta- liter dispositi in linea recta, qm semp loca imaginū diuersorū punctorū in diuersis sunt kathetis, curuitas uero imaginis potest faciliter conclu- di secundum modum quo in praecedentibus in lineis rectis uisum sumus, & coadiuuabit ad hāc 44. huius, patet ergo propositum.

LIX.

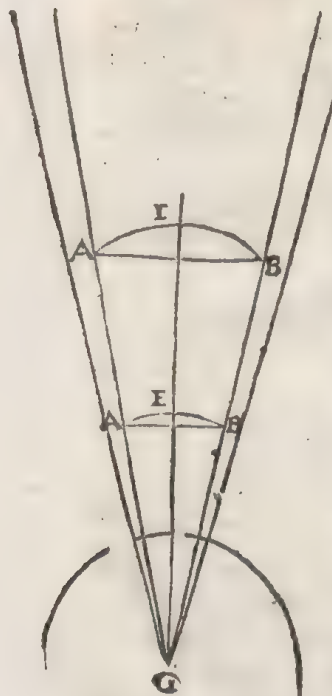
Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum lo- cus ipsarum est intra speculum sphaericū cōuexū uel extra ipsum, conuexitati arcuum sit contraria secundum situm.

Esto qd' arcus a b respiciat secundū sui cōcauū uel conuexum centrum speculi sphaerici conuexi, qd' sit punctum g, dico quod cō uexitas ipsius imaginis erit contraria secundum situm conuexitati ipsius speculi, qm imago totaliter est intra speculum, uel totaliter extra, uel secundū partem intra, secundū partem extra, & secundū partem in ipsa superficie speculi, loca em imaginum punctorū re- motiora a superficie speculi fuerint ppinquiora centro speculi, & lo- ca pūctiora ppinquiora speculi superficiei fuerint remotiora a centro speculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continui- tatem situs suarum partium a continuitate rerum, quae ipsae sunt imagines, patet qd' conuexitas ipsarum imaginū conuexitati ipso- rum uisorum arcuum sit contraria secundum sitū, prout etiā osten- dimus per 43. huius, patet ergo propositum.

LX.

Imaginū curuarū eiusdem arcus uisū remotioris a cen- tro speculi sphaerici conuexi curuior uidetur.

Sit a b arcus, cuius punctus medius sit e, & cuius arcus imago sit curua, & eius corda sit a b, linea recta, sitq; centrum speculi g, dico quod accedente li- nea a b ad speculum, imago eius sit minoris curuitatis, & recedente ipsa sit maioris, du- cantur enim katheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorū a & b, per 11. huius, quia itaq; accedente linea recta a b, ad superficiem speculi, angulus a g b, sit ma- ior, & recedente ipsa angulus a g b, sit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongati a centro speculi sit ppinquior centro speculi, & imago eiusdem approxi- mantis speculo sit remotior a centro, extrema uero puncta illius imaginis semper sunt in



in kathetis a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris a centro speculi plus coangustatur, & approximatis plus ampliatur, & secundum hoc ipsius curuitatis mo- dus uariatur modo proposito, quoniam ipsius remotioris a centro speculi imago sit curuior, & ppinquioris sit minus curua, qm ipsa semper sit pars circuli maioris in ac- cessu ad centrum speculi, & sit pars circuli minoris in recessu a centro, & secundū quanti- tatem accessus illius & recessus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo p- positum.

LXI.

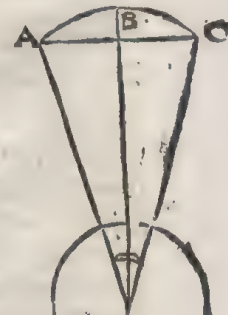
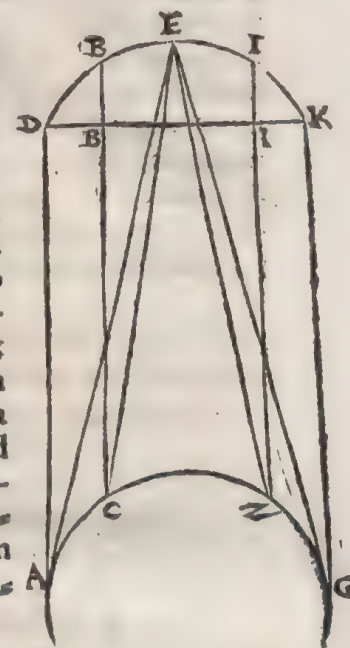
Omnis imago in superficie speculi sphaerici conuexi uisui occurrens sem- per apparet conuexa.

Esto speculum sphaericum conuexum a g, sit centrum uisus e, & sit linea recta uel curua uisa d h, in qua signentur puncta b & q, sitq; ut loca imaginum istorum punctorū sint in superficie ipsius speculi lineis incidentiae existentibus ipsis, quae d a, b c, i z, k g, li- neis quoq; reflexionis existentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaq; aliqua illarum linearū reflexionis sit perpendicularis super superficiē spe- culi, palam per 72. primi huius, qm ipsa transibit centrum speculi, ergo per 8. secundi, uel per 21. primi huius, illa erit breuissima omnium linearum illarum reflexionis, & illi ppinquiores sunt remo- tioribus breuiores, patet ergo, qm illa imago uidetur curua, quo- niam aliqua pars ipsius ppinquior est uisui, & aliqua remotior: idem quoq; accidit, si nulla illarum linearum reflexionis sit perpen- dicularis super speculi superficiem, qm ducta perpendiculari linea a puncto e, super superficiem speculi per 11. undecimi, palam quod omnes lineae reflexionis illi perpendiculari remotioribus sunt lon- giores, & sic iterū imago linea recta uel curua, quae est d k, occur- rens uisui in superficie speculi uidetur semper curua, & qm eodem modo est demonstrandū de qualibet imagine apparēte in superfi- cie speculi, patet ergo propositum.

LXII.

Imago lineae curuae secundum eius cōcauitatem respicientis superficiē speculi sphaerici conuexi nonnunq; uidetur recta.

Sit linea curua a b c, opposito speculo sphaerico conuexo secundum sui partem con- cauam, dico quod nonnunq; imago ipsius potest uideri linea recta, ducatur em eius corda recta linea quae sit a b, palam per plures praemissarum propositionum lib. huius, qm in aliquo situ imago ipsius lineae rectae uidetur curua curuitate respiciēte centrū spe- culi, quia ergo extremitates lineae curuae a b c, quae sunt a & c, uidet in extremitatibus imaginis lineae rectae a c, imagnetur ipsi curuae imagini lineae rectae sic subtendi corda intra speculum, Si itaq; hoc accidit, quod est possibile, sicut curuitas ipsius arcus quae est a b, sit similis curuitati imagi- nis ipsius cordae, ita quod eius situs uerū hinc inde sint similes, palā per 23. & per 43. huius, quod imago lineae curuae quae a b c, erit in linea recta sub- tensa per modum cordae ipsi imagini curuata, uidebitur ergo linea recta imago ipsius curuae lineae a b c, quod est propositum. Patet hoc etiam ali- ter, quia enim ut in praemissa proxima dictum est, omnis imago in superfi- cie speculi sphaerici conuexi uisui occurrens, semper uidetur conuexa cen- trum speculi respiciens secundum eius cōcauitatem, & eiusdem arcus imago cadens intra speculum respiciat centrum speculi secundum sui cōcauū, cū ergo non eatur ab extremo in extremum sine medio in huiusmodi reflexionibus & superficiebus partium eiusdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo situ habeat dispositio- nem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem situm tamen & uisus & rei uisae & speculi perquirere esset



esset longum & inutile, patebit tñ simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modū semicirculi & diame- tri, & ex portione circuli sit portio reuerfa, ita quod imago rectæ lineæ sit curuæ, & cur- uæ lineæ sit rectæ, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, si curuitas ar- cus uisi sit minor curuitate imaginis suæ cordæ, & qñq; ad partes diuersas, sicut interse- ctione duorū circuloꝝ inæqualium superficies inclusa, & harum imaginum & multa di- uersitas, quā ex præmissis principijs diligenti solertia relinquimus exquirendam. In his itaq; speculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago semper uidetur curua, & qñq; apparet uisui curua; & qd' ostendimus de lineis, accidit etiā in ipsis super- ficiebus planis cōcauis et conuexis per lineas quæ insunt illis superficiebus, & idem pe- nitus est in lineis longitudinis & latitudinis ipsarū. Si autē pponatur uisui in his specu- lis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis cur- uitas manifeste, cū ipsa discerni possit, per ea quæ sunt supra corpus, aut circa illud aut intra, nō em̄ bene discernit curuitas nō magna, qñ occultæ fuerint extremitates longi- tudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nō bene discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit conuexa, cū non appareant ter- mini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadunant non modice com- prehensionem conuexitatis.

LXIII.

A superficie speculi sphaerici conuexi ex diuersis superficiebus sphaerarū opposita, formæ reflexæ monstruose imaginis uidentur.

Quia em̄ diuersarū sphaericarū superficierū diuersa sunt centra, & locus imaginis cu- iusq; puncti in speculis sphaericis conuexis per 11. huius, est in katheto suæ incidentiæ ducta a puncto uiso ad centrum speculi, hæc autē cen- tra diuersificant in huiusmodi speculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuersorū punctoꝝ in partes diuersas protrahantur, & qm̄ a to- ta superficie sit reflexio, & puncta reflexa, secūdu loca diuersificant, nō secundum eundem situm, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctoꝝ aggregat & unit suarū partium recipit inordinatū situm, uidet ergo imago in talibus speculis monstruosa, & sit extensio uniformis aliquarū suarū partium secundum uniformem extētionem illarum su- perficierum, & aliarum partium sit deformitas ab alijs, unde quedam imaginis partes trahuntur in longum, quedam in latum, quedam in transuersum, secūdu qd partes aliquæ superficie speculi respiciunt diuersa centra diuersa rum sphaerarum, patet ergo propositum.

LXIII.

Possibile est per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa sphaerica specu- la eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc dispositio quæ in 58. quinti huius, de speculis planis dicta est, sitq; a centrū uisus, & punctus uisus b, & describatur exempli causa polygonium æquilaterum & æ- quiangulum, quod sit a b g d e, & ad puncta g d e, sint specula sphaerica conuexa contin- gentia puncta anguloꝝ æqualium, & imaginentur lineæ contingentes specula in eisdē punctis, ut in puncto g, lineæ s k, & qm̄ angulus b g k, est æqualis angulo d g l, palam p- 20. quinti huius, qm̄ forma puncti b, reflectetur a puncto g, ad punctum d, & eadem ra- tione a puncto d, ad punctum e, & a puncto e, ad punctum a, hoc autē est qd' pponebat.

LXV.

A superficie unius speculi sphaerici conuexi ignem impossibile est accen- di, ex plurium tamen compositione possibile.

Quoniam em̄ ut ostensum est in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti a diuersis punctis eiusdem speculi sphaerici conuexi non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ergo neq; radij solares uel alij superficie huius spe- culi

culi incidentes in aliquo unq; puncto possunt concurrere, sed disperguntur in ipso me- dio, non ergo illi aggregati radij unq; corpus aliquod quodcunq; uel ipsum sit combu- stibile possunt incēdere, ut reflectūt a superficie speculi unius, ex plurium tñ speculoꝝ cōpositione posset aliqd huiusmodi effici, ita ut a quolibet illoꝝ speculoꝝ uno puncto reflectetur unus radius ad unum punctū, cū alioꝝ speculoꝝ radijs concurrere, & sic for- tificaretur actio radorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret nu- merus radorum, & unio uel aggregatio radoꝝ uirtutis. Hæc autē speculoꝝ compositio plus esset difficilis q̄ utilis, unde tali operi nos nō dignum credimus insisti, patet itaq; propositum.

LIBER SEPTIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



Rdinis realis series nos ammonet, ut qui planorum speculorum & sphaeri- corum conuexorum passiones proprias prout potuimus transcurramus, nunc ad speculorum columnariū & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt em̄ speculoꝝ istorum aliquæ passiones, ex passionibus præmis- sorum speculorum constantes uel compositæ, sicut & figuræ istorū speculo- rum ex figuris illoꝝ præmissorū speculoꝝ aliquantulum cōponunt. Speculū em̄ columna- re cū sit pars columnæ rotundæ, sicut in octaua & in decimaquarta, & in decimaquinta quinti huius, declarauimus. Palam ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in prin- cipijs undecimi Euclidis, qm̄ pyramis sit ex transitu rectanguli, quod uno suoꝝ laterum fixo motis alijs circumducit, quousq; redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoq; pyramidale causatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum lateꝝ rectum angulū continentium figitur, & alia duo modo præmissa quousq; ad locum un- de moueri coeperūt circūducuntur. Vtrumq; ergo istorū speculoꝝ, quia ex motu linearū rectarum ortum habet, palam quia rectarum passiones proprias non euadit. In quan- tum uero illæ lineæ causant speculoꝝ figuras cū circulariter circūferuntur, in tñ hæc spe- cula passiones circulares, hoc est sphaericas, quæ origo est circulus, cōmuniter cōsequū- tur, & hoc maxime in speculis colūnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Proprie uero istorū speculoꝝ passiones ut illæ quæ secundum oxigonias se- ctiones accidunt, quæ solis his speculis, siue sint conuexa, siue concaua conueniunt, ex quadam cōmuni natura linearum rectarum, & motus accidunt in illis, hæc ergo specula posteriorē ordinē recipiunt a plana specula & sphaerica conuexa. Prius uero de his spe- culis columnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur quā de quibuscunq; cō- cauis & sphaericis, propter simplicitatē passionū speculoꝝ cōuexorū respectu concauorū, ut illarum quæ in alias descendunt, quæ uero præmittimus sunt ista.

Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, qd' est pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quā est pars minoris. Axem speculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars speculum existit. Bases speculorum ppositorum dicimus bases suarum colum- narum uel pyramidum quæcūq;. Diametrum uisualem dicimus lineam a centro ui- sus perpendicularem, super superficiem speculi, & ad axem productam, & eadem dici- kathetus reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta a puncto rei uisæ super lineam quæ est cōmunis sectio superficie reflexionis & spe- culi, utpote super lineam rectam, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circum, uel super oxigoniam sectionem, secundum quod ab aliqua istarum linearū reflexio pce- dit. Finis cōtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetorū secat lineā in puncto re- flexionis speculum secundum circum uel sectionem oxigoniam contingentem.

V

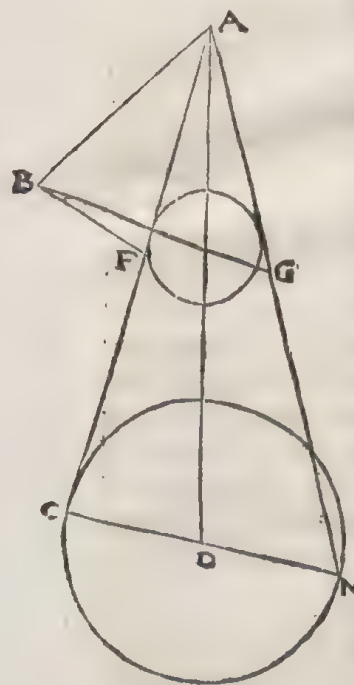
Metam

Metam locorum dicimus ut in speculis sphaericis punctum vel lineā ultra quam
imagines non videntur.

THEOREMA I.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo orthogona-
liter erecto, ita ut uisus non sit in superficie speculi, aut ei continua linea re-
cta à cetro uisus ducta cum axe speculi in uertice acutum angulum tenente à
parte superficiei speculi interiacente superficies contingentes ductas à cen-
tro uisus ad speculi superficiem solum sit reflexio ad uisum.

Hoc quod hic proponitur uniuersaliter conuenit speculo columnari conuexo, siue secundum angulum rectum siue secundū acutum sibi incidat linea uisualis, semper em̄ sicut per 78. quarti huius ostensum est, minus medietate superficiē columnaris uisui oc-

[illegible]

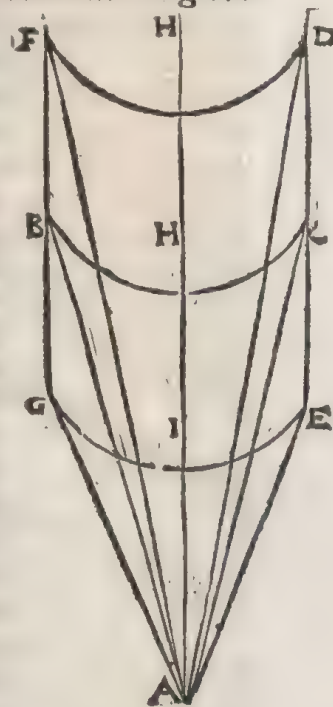
nīs pyramidis, quæ sint $c f a$, & $n g a$, palam itaq; quoniam superficies in qua sunt lineæ $c f a$, & lineæ $b f$, continget pyramidem. Si enim dicatur quod secet illam & non contingit, palam quoniam lineæ $b f$, quæ est in illa superficie secabit circulum $f g$, & non continget, ducta autem est ad contententiam, secare igitur est impossibile. Superficies ergo illa pyramidem cōtinget, & similiter ostendēdū est de superficie in qua sunt lineæ $n g a$, & $b g$, quoniam & illa pyramidem continget, superficies ergo pyramidis interior cens has duas superficies contingentes uisui occurret, & solum ab hac fiet reflexio ad uisum, quia ut per 16. secundi huius, ostensum est longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniēs, quasi lineæ contingens est, patet ergo propositum, quoniam in speculo columnari est similiter demonstrandum.

II.

Si à centro oculi ad lineas quæ sunt termini superficierum speculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uisui duæ superficies reflexionis producantur, necesse est per ipsas ambas speculum contingi.

Verbs

Verbi gratia, Sint conuexo speculo columnari quod sit d f e g, duæ lineæ longitudi-
nis, quæ sint d e & f g, sintq; illæ lineæ termini superficiei colum-
næ speculi apparentis uisui, ut patet ex præmissâ, & per 78. quarti
huius, & sit centrum uisus a, productisq; lineis a d, a f, a g, a e, erunt
superficies trigonæ a d e, & a f g, dico qd' illæ superficies cōtingent
columnam. Si enī dicatur qd' altera ipsarū secat columnam, ut sup-
ficies a d e, planum est quod illa sectio erit super lineam longitudi-
nis d e, in qua cadit illa superficies, & similiter erit pcedere si superfi-
cies a f g, secet columnam, & sit sectio super lineā f g. Sit ergo ut su-
perficies plana pertransiens centrum uisus secet columnam æque-
distanter basibus, eritq; per 100. primi huius, sectio communis illi
superficiei & speculi cīrculus, qui sit b c, hæc ergo transit per duas
lineas longitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad
hunc cīrculum, hæc ergo cum sint in illis superficieb; secantibus
superficiem columnæ, secabunt cīrculum b c, minus ergo uidebitur
de arcu b c, q̃ sic, illud quod sub lineis cīrculum b c, contingentibus
à centro uisus puncto. f a, ductis continetur, qd' est contra ea quæ
declarata sunt in 51. quarti huius, & similiter de basibus colūnæ de-
clarandum. Nō erunt ergo illæ superficies productæ ad terminos
superficiei columnæ apparentis uisui, sed citra illas, quod est cōtra
hypothesim. Eodem modo quoq; est de speculis pyramidalibus de-
monstrandum, & sequitur idem impossibile, qd prius per 84. quarti
huius, quod est contra hypothesim, patet ergo propositum.



III.

Communis sectio omnium superficierum à uisu productarū cōtingentiū speculū, columnare conuexum, est linea transiens centrū uisus æquedistanter a xi illius speculi.

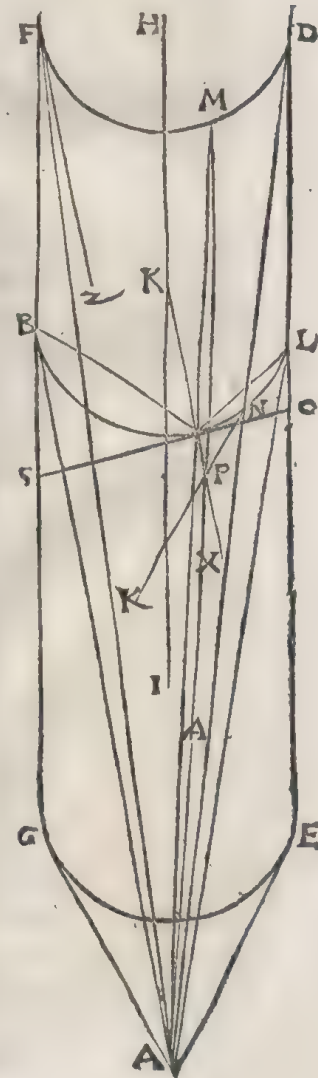
Quod hic, pponit, esto em axis speculi columnaris conuexi h k
i, & basis superior columnæ circuli f d, cuius centrum sit h, & in-
ferior basis circulus g e, cuius centrum i, & communis sectio alicu-
ius superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris sit circu-
lus b l, cuius cētrum k, cū itaq; axis h i, qui orthogonaliter est sup ba-
ses, ut patet per 95. primi huius, sit etiā orthogonalis sup circulū b l,
per 100. & p 23. primi huius, & per eadē sint lineæ longitudinis co-
lumnæ d e & f g, orthogonales sup circulū b l, superficies ergo con-
tingentes columnam secundū illas lineas d e & f g, erectæ erunt sup
circulum b l, per 18. undecimi, ergo & super superficiem reflexionis
secantē columnam secundū illum circulū b l, ergo per 19. undecimi,
cōmunis sectio illarū superficieiꝝ contingentium columnā orthogo-
naliter erit super illam superficiē reflexionis, ergo per 6. undecimi,
illarum superficieiꝝ cōmunis sectio aequidistans erit axi columnæ q̄
super eandē superficiem est orthogonaliter erecta, secant aut illæ sup-
ficies se in centro uisus, qm̄ centrum uisus in omnibus illis existit, ut
patet ex hypothesi de superficiebus planis speculum ppositum cōtin-
gentibus, & de superficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo p-
positum.

IIII.

Ad quodcunq; punctum signatū in superficie apparente speculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uisus ducatur linea recta, illa, pducta necessario speculū secabit.

Sit dispositio omnimoda pmissa, signeturq; in apparente uisui
 & portione speculi, qd est e. d. f. g. punctus q, & pducatur linea a q, di-

V 2 eo quod



V 2 co quod

eo quod linea a q, pducta necessario speculū secabit, pducatur em à puncto q, linea longitudinis colūnae quae sit q m, per 10. primi huius, hac itaq; linea erit aequedistans am-
 babus lineis longitudinis d e & f g, per 3. primi. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexi-
 onis secet colūna ultra punctū q, secundū circulū b l, per 100. primi huius, linea ergo q m
 necessario transibit per circulū sectionis, qui est b l, secans ipsum in puncto, sit ergo illud
 punctum p, ducaturq; linea a p, hac ergo quia cadit intra lineas à centro uisus a, ad cir-
 culum b l, pductas illū cōtingentes, quae sunt a b & a l, palā quae secabit circulū, ergo etiā
 superficies à cētro uisus ad speculi superficiem ptenfa, in qua sunt lineae a p & a q, secabit
 speculū, quia illa superficies secabit superficiem columnaris speculi secundū lineā longitu-
 dinis, quae est m q, palā ergo qm linea a q, pducta secabit speculū; eodē modo patet de q
 libet alio dato puncto in speculis q; pyramidali bus cōuexis eodē modo demonstran-
 dum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctū quēcumq; in illius speculi superficie datū,
 palā est ergo ppositū.

V.

Omnis superficies plana in aliqua linea longitudinis superficiei apparen-
 tis uisui speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens speculum,
 secat superficies à uisu productas, quae contingunt portionis apparentis ex-
 tremitates, omnesq; illae superficies inter uisum & speculi superficiē extendunt.

Maneat superior dispositio, cōtingatq; aliqua superficies plana superficiē apparentē
 speculi secundū lineā longitudinis, q̄ est m o, p 95. primi huius, ducaturq; superficies reflexi-
 onis quae sit a b l, & in ea pducatur linea cōtingens circulū b l, in puncto p, quae sit s p t,
 palā ergo qd' linea s p t, secabit lineas a b & a l, ducat em linea p l, quia ergo linea s p t, se-
 cat angulū a p l, patet p 29. primi huius, qm ipsa secabit lineā a l. Similiter ducta linea p
 b, patet qd' linea s p, secabit lineā a b, palā ergo, qm lineae a l & p t concurrent. Sed linea
 p t, est in superficie cōtingente columnā secundū lineā longitudinis m o, linea uero a l est
 in superficie cōtingente columnā secundū lineā longitudinis d e, quae est extremitas por-
 tionis apparentis, patet ergo ppositū primū. Sed & oēs tales superficies, qualis est supfi-
 cies in qua est linea s t, inter uisum & speculi superficiē, & nō extendunt, & de speculi qui-
 dem superficie patet, qd' sint illae superficies cōtingentes ipsam speculi superficiē, & non se-
 cantes illā, sed & patet de centro uisus. Sit em punctū n, p̄ximū punctū signabile sub pū-
 cto l, in arcu l b, & imaginef aliqua superficies cōtingens superficiē reflexionis q̄ est a b l, qm est
 orthogonalis super illā per 18. undecimi. Sit itaq; per tertiā undecimi superficiē reflexio-
 nis, q̄ a b l, & dictae superficiei cōmunis sectionis linea recta, q̄ sit n r, palam ergo per p-
 missā, qm linea n r cōtingit circulū b n, in puncto n, sed punctū n demissius est puncto l,
 ergo cōtingens linea quae n r, erit demissior linea cōtingente q̄ est a b, per 60. primi hu-
 ius. Nō ergo ptinget linea n r, ad punctū a centrum uisus. Eodē modo demonstrandū
 in alijs quibuscūq; superficibus taliter cōtingentibus superficiem apparentē speculi colū-
 naris. Similiter q; demonstrandū est de superficibus cōtingentibus specula pyramida-
 lia quaecūq; patet ergo ppositum.

VI.

Omnis superficies reflectionis in qua sunt linea contingens basem spe-
 culi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiusdem spe-
 culi idē speculū secundū lineam suae longitudinis necessario est cōtingens.

Hoc patet per modū secundae huius, qm eadem huius & illius est demonstratio. Sit
 em resumpta figura pcedētis superficies reflexionis g a f, in qua sit linea z f, cōtingens co-
 lumnā uel pyramidē in puncto f, & linea longitudinis columnae uel pyramidis quae
 est g f, dico qd' illa superficies reflexionis continget columnā uel pyramidem. Si de-
 q illa superficies columnā uel pyramidem speculi secet, tunc et linea z f, basem illius
 speculi secabit, quod est contra hypothēsim, palam ergo ppositum.

Opposito

VII.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut cen-
 trum uisus non sit in superficie columnae uel pyramidis, & punctus rei uisae
 sit cum uisu in eadem superficie speculum secundum axem secante, cōmunis
 sectio superficiei reflexionis & superficiei apparentis speculi erit linea longitu-
 dinis speculi, & si illa communis sectio sit lineae lōgitudinis superfices reflexi-
 onis secat speculum per axem.

Sit speculū columnare conuexū, cuius axis sit h i, cuius superficies apparet uisui
 sit e d f g, sitq; a centrū uisus, & b punctū uisum, secetq; superficies reflexionis in qua per
 27. quinti huius, necessario sunt pūcta a & b, ipsum speculū secundum axem h i, dico qd'
 cōmunis sectio illius superficiei reflexionis & superficiei e d f g, est linea longitudinis spe-
 culi, qm enim per 93. primi huius, cōmunis sectio illius superficiei planae & superficiei to-
 tius colūnae speculi est quadrangulū rectangulum sub duabus lineis longitudinis & dua-
 bus diametris basū columnae contentū, cum superficies reflectionis transeat per cen-
 trum uisus, cui directe in speculo opponitur superficies apparet uisui, per primā huius,
 patet quod cōmunis sectio illarū duarū superficierū, erit linea una longitudinis, quae est
 unū latus illius trianguli, quod est cōmunis sectio illius superficiei planae, & superficiei
 totius columnae. Sic quoq; patet per 90. primi huius, de speculo pyramidali, qm cōmu-
 nis sectio superficiei reflexionis, & superficiei conicae speculi uisui apparentis, sit unum
 latus illius trigoni, quoniam est communis sectio huius planae superficiei, & totius super-
 ficiei ipsius pyramidis speculi, quod est una linearum longitudinis pyramidalis, patet
 ergo ppositum.

VIII.

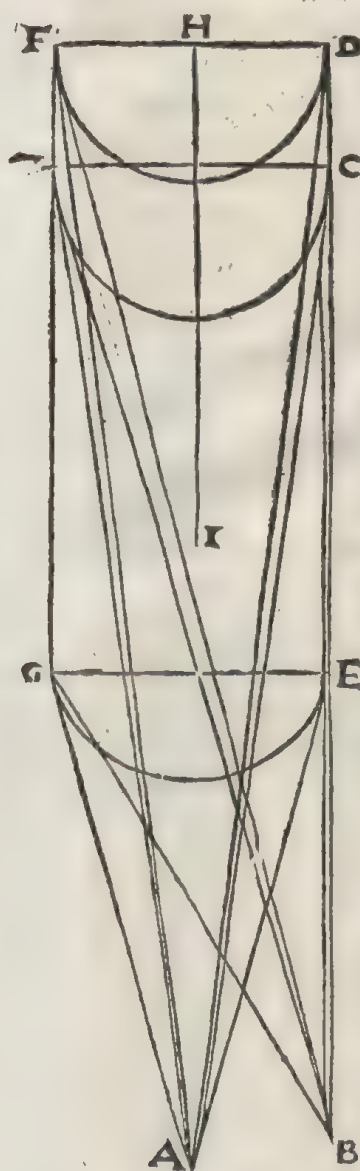
Omnium superficierum planarum superficiem speculi columnaris uel py-
 ramidalis conuexi contingentium unica super superficiem reflexionis specu-
 lum secundum axem secantē, est erecta, ut quae secundū cōmunem secti-
 onem illius superficiei & speculi lineam, scilicet longitudinis superficiem ap-
 parentem speculi per aequalia diuidentem speculum est contingens.

Sit speculum columnare conuexū, cuius apparet uisui superficies sit, e d f g, & axis
 h i, sitq; centrum uisus punctum a, & communis sectio superficiei reflexionis speculum
 secundū axem secantis & speculi, sit linea longitudinis quae m o, per aequalia diuidēs sup-
 ficie e d f g, cōtingatq; superficiē speculi superficies planae q̄tūq; dico qd' unica illa quae secū-
 dū lineā longitudinis m o speculū cōtingit, erecta est sup illā superficiem reflexionis, & qd'
 oēs aliae super ipsam sunt obliquatae, ut enim patet p 92. primi huius, linea m o, rectos
 est angulos cōtinens cū semidiāmetris basū colūnae & simul cū semidiāmetris oīm circu-
 lorū basibus illis aequedistantiū secantiū columnā, ut patet per 100. & per 23. primi hu-
 ius, palam quoq; per 96. primi huius, quoniam omnes perpendiculares, quae intra colum-
 nam ducibiles sunt semp ipsam superficiē cōtingentē speculū necessario trāseūt per axē
 speculi, oēs uero illae ppendiculares cadunt in superficie speculū secundū axē secante, er-
 go per diffinitionē illa superficies contingens est erecta sup superficiē illā reflexionis, o-
 mnes ergo aliae superficies dictae superficiei speculi secundū alias lineas longitudinis cōtin-
 gentes super illam superficiem reflexionis sunt obliquae, aliter enim illae superficies
 contingentes se necessario intersectarent, si ab aliquo puncto lineae, quae per 3. unde-
 cimi, est communis sectio illarum superficierum, duae lineae in illis superficibus con-
 tingentibus ad superficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipsa super-
 ficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erūt protracti illius trigoni duo angu-
 li recti, quod est impossibile, non est ergo aliqua illarum superficierum speculum contin-
 gentium super illam superficiem reflexionis erecta, nisi unica in illa communi sectio-
 ne speculum contingens, & eodem modo in speculis pyramidalibus potest demonstra-
 tio formari, patet ergo ppositum.

V 3

Opposito

Opposito uisui speculo columnari conuexo, ita ut uisus non sit in ipsa superficie columnæ, & punctus rei uisæ sit cum uisu in eadem superficie æquedistanti basibus columnæ, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit circulus æquedistans basibus columnæ.



Esto columnare speculum conuexum, cuius axis sit h i, & basis superior circulus s d inferior basis circulus g e, & sit cētrum, uisus punctum a, & punctum rei uisæ sit b, sitq; speculum directæ uisui oppositum, ut proponitur, dico quod quoniam superficies reflectionis quæ sit a b c z, secabit superficiē propositi speculi, taliter quod communis sectio quæ sit c z, erit circulus æquedistans basibus speculi, hoc enim patet ex hypothesi, & per 100. primi huius, uel etiam hoc modo: Ducantur enim duæ lineæ productæ à uisu contingentes speculum, quæ sint a z & a c, sintq; z & c puncta contingentia opposita adinuicem in eadem superficie, & ab utroq; illorum punctorum ducantur lineæ secundum longitudinem columnæ, quæ sint d e & f z g, & quoniam lineæ d c, est æqualis lineæ f z, & lineæ c e, æqualis lineæ z g, ex hypothesi & per 25. primi huius, propter æquedistantia basium speculi & superficiei reflectionis, palam quia lineæ z c, quæ est communis sectio superficiei reflectionis & superficiei & speculi, æquedistabit arcibus basiū, quæ sunt d f & g e. Ductis enim rectis lineæ d f o z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquedistantes per 33. primi huius, ergo & hæc curuæ, quæ in eis dem sunt superficibus, erunt æquedistantes & sunt circulares, quoniam sunt æquedistantes in eadem superficie columnari, patet ergo propositum.

X

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidalis conuexo, ita ut uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis superficiei reflectionis oblique axi speculi incidente, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit oxigonia sectio.

Esto ut in præmissis speculum columnare uel pyramidalis conuexum, cuius axis sit lineæ h i, & superficies eius apparens uisui sit e d & f g, sitq; centrum uisus punctum a, & punctus rei uisæ b, secetq; superficies reflectionis speculum oblique transaxem, scilicet non æquedistanter basibus columnæ, dico quod communis sectio superficiei reflectionis & superficiei speculi uisui apparentis est pars oxigoniae sectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet qd omnis superficiei secantis columnam uel pyramidem transaxem non æquedistanter basibus & superficiei totius pyramidis uel columnæ communem sectionem circulum esse, est impossibile, uel etiā lineā longitudinis per 7. huius, cum talis superficies plana nō secet pyramidem uel columnam, secundū axis longitudinem, patet qd communis sectio superficiei reflectionis, quæ plana est & partis superficiei speculi pyramidalis uel columnaris oppositæ uisui, non poterit esse arcus circuli, neq; lineā longitudinis, erit ergo pars sectionis oxigoniae, quia totam talem sectionem totius superficiei pyramidis uel columnaris, & superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniam sectionem in 98. primi huius, patet ergo propositum.

Com-

XI.

Communi sectione superficiei reflectionis & speculi columnaris circulo existente, omnes superficies planæ speculum contingentes super superficiem reflectionis sunt erectæ.

Remaneat dispositio quæ præcessit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planæ superficies columnam contingentes secundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum semidiāmetris basium contineant, quoniam omnes super illas bases sunt erectæ, ergo per 100. & 23. primi huius, illæ lineæ omnes sunt erectæ super circulum æquedistantem basibus columnæ. Hic autem est circulus, qui est communis sectio superficiei reflectionis & speculi, per 9. huius, ergo per diffinitionē superficierū erectarum superficierum sunt superficies, omnes illæ superficies contingentes columnam super præfatam superficiem reflectionis eriguntur, quod est propositum.

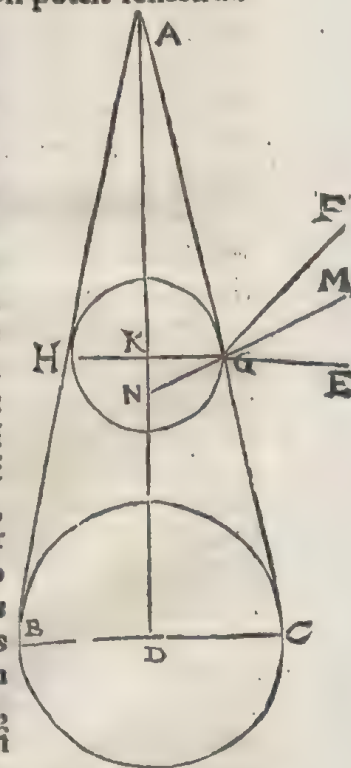
XII.

Communem sectionem superficiei reflectionis & speculi pyramidalis conuexi, circulum impossibile est esse.

Sit pyramidalis speculum conuexum a b c, cuius uertex a diameter basis b c, sitq; axis speculi lineæ a d, est ergo per 89. primi huius, punctum d centrum basis, sitq; centrum uisus e, & punctus rei uisæ sit f, dico quod forma puncti f, non potest reflecti ad uisum e, ab aliquo puncto speculi propositi, ita ut communis sectio superficiei reflectionis & speculi, cuius centrum sit k, sit circulus. Si enim hoc sit possibile, esto quod reflectatur forma puncti f, ad uisum e à puncto speculi g, sitq; circulus g h communis sectio superficiei reflectionis & speculi, cuius centrum sit k, eritq; per 100. primi huius, circulus g h æquedistans basi b c, producat ergo à puncto g extra speculum lineæ g m, perpendiculariter super superficiem contingentem pyramidem in puncto g, per 12. undecimi, quia uero superficies basis non est orthogonalis super superficiem contingentem pyramidem in puncto g, ideo quod omnis superficies contingens pyramidem secundum lineam longitudinis est contingens, ut patet per 95. primi huius, & lineā longitudinis oblique superstat superficiei basis, palam quod superficies circuli h g æquedistantis basi nō orthogonalis super superficiem speculum contingentem in puncto g, producta ergo lineā perpendiculari, quæ est g m, intra pyramidem, palam quod ipsa non pertingat ad centrum circuli, quod est k, sed cadet sub illo in aliq; puncto axis, qui sit punctus n, & continebit lineā m g n, acutum angulum cum axe uersus punctum uerticis, scilicet angulū g n a, qui necessario est acutus per 32. primi, ideo quod angulus g k n est rectus per 39. primi, cum angulus a d c, sit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum m, qui est terminus lineæ perpendicularis super superficiem speculi, qui perpendiculariter est lineā n a m in superficie reflectionis consistere est necesse, lineā ergo h k g, non est in illa superficie, palam ergo qd formæ puncti f ad uisum e, non fiet reflexio à puncto speculi e, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h, oporteret necessario superficiem circuli g h, perpendicularare esse super superficiem planam contingentem speculū in puncto s, & perpendiculararem m g produci ad centrum circuli k, quod est impossibile per præmissa, patet ergo propositum.

XIII.

Opposito uisui speculo pyramidalis conuexo, ita ut uisus non sit in superficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uisæ sit cum centro uisus in eadem



eadem superficie æquedistanti basi pyramidis , impossibile est reflexionē fieri ad uisum.

Existente enim tali dispositione centri uisus & punctus rei uisæ respectu speculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius, cum superficies reflexionis sit superficies plana, quia communis sectio sui & superficiei conicæ speculi est circulus, patet ergo propositum per præmissam. Est enim in illa ostensum, impossibile esse ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi sit circulus, quia si sectio illa communis esset circulus, esset ipsa per 100. primi huius, æquedistans basi speculi, & esset superficies illius circuli in superficiei reflexionis, & quia axis a d, est perpendicularis super illū circulū per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ super illum circulum angulos acutos continentes cum diametris basis, & ita essent illæ lineæ obliquæ super superficiē reflexionis, ergo in illa superficie non possit duci perpendicularis super lineam longitudinis, sed per 27. quinti huius, perpendiculariter ducta super superficiem contingentem speculum secundum punctum reflexionis, est in superficie reflexionis & perpendiculariter super lineam longitudinis, cum quaelibet superficies contingens pyramidem contingat illam secundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad uisum in hoc situ formæ alicuius punctorum rei uisæ superficie reflexionis speculum pyramidale, ut pyramidale contingente, si uero superficies in qua est linea contingens speculi circulum secundum aliquod punctum illius circuli secet superficiem speculi, tunc est possibile ab his speculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à speculis pyramidalibus, sed in quantum ipsorum conuexa superficies communicat cum speculis sphaericis uel columnaribus conuexis, quorum passiones declarauimus in præmissis, ut tunc hæc passio ad proprietatem speculorum pyramidalium acciderit, patet ergo propositum.

XIII.

Superficierum reflexionis, quarum communis sectio cum superficie speculi pyramidalis, est linea recta secundum diversas uisus situationis, quã doq; solũ unã, quandoq; plurimas ad eundẽ uisum possibile est applicari.

Quocumque enim modo usui taliter disposito, ut minus medietate superficiei conicæ pyramidis uideatur, per 84. quarti, tunc solū unica superficies reflectionis transit per uisum, cuius communis sectio cum superficie pyramidis sit linea longitudinis, quoniam unica tunc transibit per axem pyramidis, ostensum est enim per 7. huius, quoniam in omni superficie reflectionis factæ à speculis pyramidalibus, quando communis sectio superficiei reflectionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi, necesse est esse axem speculi, taliter uero disposito uisui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non solum plures, sed etiam infinitas superficies reflexionum, quarum communis sectio est linea longitudinis, ut proponitur, possunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uisus omnibus lineis longitudinis totius speculi est commune, & omnes se æqualiter habent ad uisum, cum enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo superficie reflexionis sit totus axis & linea perpendicularis super speculi superficiem ad axem transiens à puncto reflexionis, eritque cuiuslibet superficiei reflexionis, & superficiei pyramidalis speculi sectio linea longitudinis in hoc situ, quoniam quælibet superficies, in qua est totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum superficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propositum.

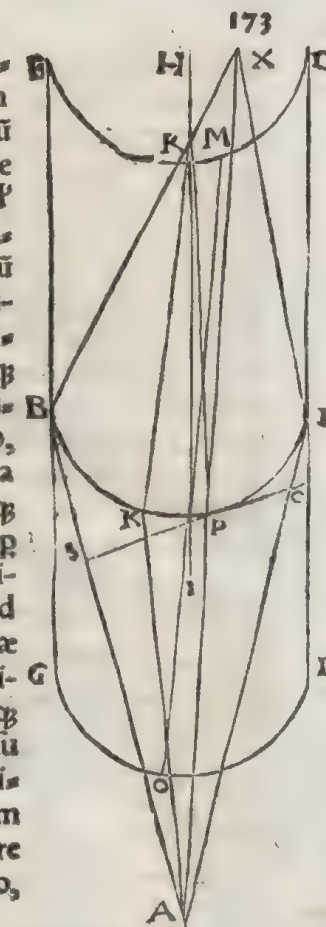
XV.

XV.

Omnis superficies reflectionis, cuius communis sectio & superficiei speculi columnaris uel pyramidalis contuexi, est linea longitudinis speculi, per æqualia diuidit superficiem speculi apparentem.

Est speculum columnare conuexum, cuius apparens superficies uisui, sit $e d f g$ et
axis $h i$, & sit centrum uisus a , ut prius in præmissis, patet itaq; per 6, huius, quoniam su-
perficie

perficies reflexiōis taliter secans speculū columnare uel pyramidale secat ipsum secundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis secundum quam illa superficies reflexionis secat speculū linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit superficiem speculi e d f g, uisui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, qd̃ illa superficies reflexionis est orthogonalis super superficiem contingentem columnam in linea m o, si ergo in linea m o signetur punctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in superficie speculū contingente, taliter ut linea s p t, contingat quēdam circulū columnæ æquedistantē basibus, qui sit b l, erit quoq; linea a p perpendicularis super lineam t p s, quoniam ducitur in superficie super illam superficiem erectā, ergo per 18. tertij, linea a p, producta transit centrum circuli b l, quod sit x, ducaturq; lineæ a b & a l, quæ sunt æquales per 58. primi huius, copulent quoq; semidiametri x b & x l, erūt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula p 8. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. primi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, sed arcus l p b, est æquedistans basibus columnæ, lineæ quoq; rectæ terminantes superficiem speculi uisui apparentem æquedistant lineæ m o, quod patet per 92. primi huius, & p 28. primi, linea itaq; m o diuiditur per æqualia basis columnæ. est autem linea m o in superficie reflexiōis, palam ergo quod illa superficies reflexionis diuidit superficiem speculi apparentem uisui per æqualia, & quoniam in speculo pyramidalī siue unica siue plurimā sint illæ superficies reflexionis, ut patet per præmissā, semper eadem est demonstratio, patet ergo propositum.



XVI.

XVII.

Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cōuen-
 zo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superfi-
 ciei speculi, est lineæ longitudinis illius speculi.

Sit dispositio figuræ eadem quæ in præcedenti, & quia nunquam cōmunis sectio superficiæ reflexionis & speculi propositi, est linea longitudinis speculi, nisi solum superficiæ reflexionis columnam per axem secante per 7, huius, in hoc autem situ superficies reflexionis quæ est a h i, secat superficiem e d f g apparentem uisui per duo æqualia, ut patet per præmissam huius, aut superficies transiēs per axem h i, est unica, patet qd huius solius & superficiæ speculi communis sectio, est linea longitudinis speculi. Si autem dicatur quod & illa superficies reflexionis est, cuius communis sectio & superficiæ speculi est linea longitudinis speculi, ergo per 7, illa superficies secat speculum secundum axem h i, ducatur ergo in illa superficie linea à centro uisus ad axem h i, quæ sit a r k, & ducatur in proposita superficie reflexionis superficie apparentem speculi per æqualia secante linea a p k, palam ergo quod istæ duæ rectæ includunt superficiem, quod est impossibile, patet ergo propositum. Vnica em̄ potest imaginari superficies in qua sunt axes columnæ & centrum uisus & punctus rei uisæ, & non plures.

XVII.

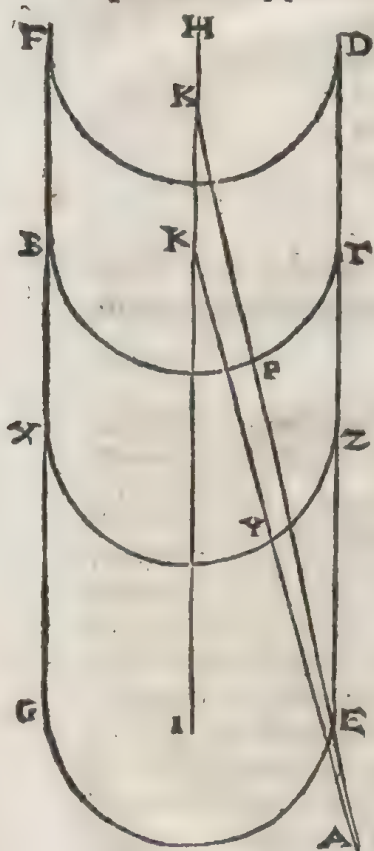
Omniū superficiū reflexionū ab eodē speculo columnari con-
tecto ad eundē uisum factarū unica est, cuius communis sectio & super-
ficiē speculi est circulus æquidistans basibus columnæ.

Sit dispositio quæ supra, ita ut communis sectio superficiet reflexionis & speculi
columnaris convexi, sit circulus, quia ergo in omni tali superficie reflexionis linea
X perpen-

perpendicularis erecta super superficiem contingentem speculū in puncto reflexionis est diameter circuli basibus columnarum aequedistantis, & nō potest esse in superficie columnarum nisi unus circulus aequedistantis basibus columnarum, quā cū centro uisus sit in eadē superficie, palam quia omnium superficialium reflexionum ab eodem speculo columnari conuexo ad eundem uisum factarum unica eius communis sectio & superficiei speculi, est circulus aequedistans basibus columnarum. Si tē dicatur quod sint plures, sit communis sectio unius illarum superficialium & superficiei speculi linea quae sit bpt , alterius uero xyz , puncta quoque in quibus axis columnarum incidunt centra illorum circularum sint k & r , & producantur lineae $a k$ & $a r$ a centro uisus ad illa puncta, palam ergo per aequedistantiam basium ad istas, quoniam in trigono $a k r$ duo anguli ad basem $k r$, sunt recti, linea enim $h r$, cum sit pars lineae $h i$ axis columnarum, sicut est recta super bases columnarum $p q$, primi huius, ita & super superficies circularum illis basibus aequedistantis, per 23. primi huius, ergo & super diametros illorum circularum est perpendicularis, sunt autem illae diametri in lineis $a k$ & $a r$, linea ergo $k r$ est perpendicularis super ambas lineas $a k$ & $a r$, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XVIII.

Superficialium reflexionis quarum communis sectio cum superficie speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est sectio oxigonia, plures ab eadē portione apparenti speculi ad eundem uisum est possibile applicari.



Fiat ordinatio figurae, quae supra in 15. huius, sitque communis sectio superficialium reflexionis transeuntis per axem $h i$, linea $m o$, & communis sectio superficialium reflexionis aequedistantis a xibus columnarum circulus $b p l$, palam ex praehabitis, quoniam ab omnibus punctis superficialium columnaris $m p b$ & $m p l$, potest fieri reflexio ad uisum a secundum partes sectionis columnaris, quia enim ad quodlibet illorum punctorum potest alius punctus rerum uisarum incidere, patet quod ad quemlibet illorum punctorum fieri potest reflexio ad uisum per primam huius, manifestum est ergo quod partes illarum sectionum columnarum uel pyramidalium possunt esse infinitae, quarum quaelibet secundum lineam perpendicularē super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet per 104. primi huius, patet ergo propositum.

XIX.

Linea longitudinis existente communi sectione superficialium reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, a quocumque punctorum illius lineae fiat reflexio ad uisum, semper sit in eadem superficie.

Signata ut in praemissa 15. huius, superficialium reflexionis circuli ut proponitur, q̄ secet superficiem speculi secundum lineam $m o$, dico quod a quolibet puncto illius lineae fiat reflexio ad uisum, semper omnes lineae reflexionis erunt in eadem superficie $a m o$. quoniam enim in superficie $a m o$, est per 7. huius, axis $h i$ & unica superficies contingens speculum in illa linea $m o$, erecta est super superficiem reflexionis, ut patet per 8. huius, palam quia quocumque puncto in illa linea $m o$, sumpto perpendicularis ab eo ad axem $h i$ ducta, semper erit in eadem superficie axe $h i$, & erit illa linea orthogonalis super superficiem contingentem superficiem columnarum secundum illam lineam $m o$, quia per 17. tertij illa linea a puncto contactus ad centrum circuli ducta est perpendicularis super lineam contingentem circulum ductam in superficie columnarum contingentem, superficies ergo $m o h i$, est erecta super superficiem in linea $m o$ speculū contingentē, sed centrum uisus est in superficie orthogonalī super eandem superficiem, quoniam in superficie una est centrum uisus & linea

linea $m o$ & axis speculi $h i$, ut patet per praemissa, una sola autem superficies est orthogonalis super illam superficiem contingentem secundum lineam $m o$, quoniam dato opposito contingeret duas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, quod est impossibile per 13. undecimi, omnes ergo reflexiones a punctis lineae $m o$, factae sunt in una & eadem superficie, quod est propositum.

XX.

Sectione communi superficialium reflexionis & speculi columnaris conuexi, existente circulo, a quocumque puncto illius circuli fiat reflexio, semper sit in eadem superficie.

Fiat figuratio ut in 17. huius, & signetur quodcumque punctum plaueit in circulo $b p t$, palam, quoniam semper semidiameter illius circuli, ducta a puncto k , centro illius circuli $b p t$, erit perpendicularis super superficiem contingentem speculum in illo puncto reflexionis dato, erit ergo quaelibet talium perpendicularium producta extra super superficiem contingentem columnam in eadem superficie consistens tota per primam undecimi. Est autem illa superficies educta extra columnam superficialium reflexionis, quia ergo quaelibet talium perpendicularium est in superficie illius circuli, & punctum uisus quod est a , similiter est in eadem superficie, in hac ergo sola superficie erit reflexio cuiuscumque puncti rei uisae facta a quolibet punctorum totius illius circuli uel portiones suae uisae, quod est propositum.

XXI.

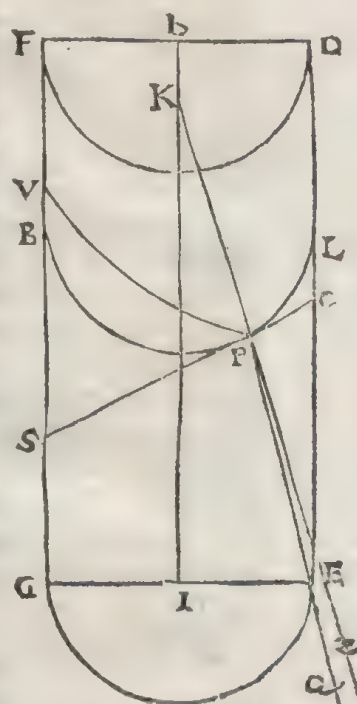
Omnis perpendicularis a puncto reflexionis super speculi columnaris conuexam superficiem erecta producta intra speculum, est diameter circuli aequedistantis basibus columnarum, & econuerso.

Sit dispositio figurae ut prius, sitque punctum reflexionis p , siue communis sectio superficialium reflexionis & speculi sit linea longitudinis uel circulus uel sectio columnaris, & a puncto p , ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in eodem puncto p , quae sit $p q$, dico quod linea $p q$ intelligatur produci intra speculum quod ipsa cadet in punctum k , quod est centrum circuli $b p l$, & erit diameter illius circuli, quia si detur quod non, cum constet per 17. tertij diametrum $k p$, perpendicularē esse super lineam $s t$, contingentem circulum $b p l$, in puncto p , & ex consequenti super superficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6. huius, est linea $s t$, cum & linea $q p$ sit perpendicularis super eandem lineam & superficiem in eodem puncto speculum contingentem, palam quod erunt haec duae perpendiculares $q p$ & $k p$ coniunctae in puncto p , linea una, per 14. primi, ambae enim illae lineae exeunt ab uno puncto p , linea $s p$, & continet quaelibet ipsarum angulum rectum cum eadem, & danti oppositum etiam accidit ex eodem puncto p superficialium contingens duas erigi perpendiculares super illam superficiem, quod est contra 13. undecimi, producta enim diametro $k p$, extra speculum, si ipsa uero pertingat ad punctum q , sit ut ipsa pertingat ad punctum z , extra speculum super superficiem contingentem, accidit ergo ipsum $p z$ & perpendicularē $q p$, eandem superficiem ad idem punctum p , productas perpendiculares esse, quod est impossibile, patet ergo propositum primum, conuersa quoque patet per eundem modum.

XXII.

Superficialium reflexionis & speculi columnaris conuexi, communi sectione quacumque linea existente, formae eiusdem puncti rei uisae non fit reflexio ad uisum eundem, nisi ab uno tantum illius sectionis puncto.

X 2 Commu



Communi enim sectione superficiei reflexionis & speculorum propositorum existente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, nisi ab uno tantum puncto illius lineae, sicut de speculis planis ostensum est per 45. quinti huius, si uero communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodum in speculis sphaericis conuexis ostensum est per 16. sexti huius, si uero illa communis sectio fuerit oxigonia, ut patet per 20. huius, tunc est hoc propositum in speculis propositis specialiter demonstrandum, fiat ergo dispositio figurae ut in praemissa prima, sitque pars columnaris sectionis lineae, quae est p u, dico quod ab uno tantum puncto lineae p u, fiet reflexio ad uisum in illa superficie, dato enim quocunque puncto alio, palam quoniam perpendicularis ab illo puncto reflexionis erecta super superficie columnae, orthogonalis est super lineam longitudinis columnae per illud punctum transeuntis, quare & super axem perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli aequidistantis basi speculi per praemissam, et superficies reflexionis & circulus ille secant se, & linea eis communis est diameter illius circuli per 104. primi huius, & diameter illa est perpendicularis super superficiem speculi in illo puncto contingente, & superficies reflexionis est secans illam lineam longitudinis columnae, super qua sit contingente, & est declinata super eam, ergo & super axem erit illa superficies reflexionis declinata, sed in superficie plana super aliquam lineam declinata, ut specialiter patet de sectione oxigonia per 112. primi huius, non potest intelligi nisi una linea orthogonaliter cadens in ipsam lineam uel in ipsum axem, quoniam linea terminans illam superficiem, in uno tantum puncto secant illam lineam super qua superficies declinatur: ab uno itaque puncto tantum illius sectionis fiet reflexio. Si enim a duobus punctis illius sectionis daretur fieri reflexio ad eundem uisum, sequeretur quod in eadem superficie illius reflexionis, essent duae lineae illius superficiei orthogonales super axem columnae, quod esse non potest, cum illa superficies sit declinata super ipsum axem, perpendicularis enim ducta a puncto reflexionis cadit in circulum aequidistantem basi columnae in punctum axis, & est communis sectio superficiei circuli & huius superficiei reflexionis per 104. primi huius. Si itaque fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta a puncto illo reflexionis, esset per proximam propositionem diameter alterius circuli illi primo circulo aequidistantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet superficies reflexionis. In omnibus ergo huius reflexionum superficibus ab uno tantum puncto lineae communis sit reflectio in eadem superficie respectu eiusdem uisus, quamuis respectu duorum uisuum possit fieri reflexio a duobus punctis superficiei speculi, ut a duobus diametris circuli terminis, quae est perpendicularis super ipsam sectionem, ita tamen si diameter illa sit aequalis distantiae circulorum, uel minor, ab uno uero uisu haec fieri non potest, quoniam ab illo semper uidetur minus medietate columnae speculi per 78. quarti huius, patet ergo propositum, quod nos demum particulariter prosequemur, ostendentes quod in his speculis quacunque linea cum sectione superficiei reflexionis & speculi existente, ab uno tantum puncto totius speculi fiet reflexio ad uisum.

XXIII.

Linea uisa non existente in eadem superficie in qua est centrum uisus & axis speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, si linea uisa respectu basis speculi fuerit altior uel bassior centro uisus, siue reflexio fiat a linea longitudinis speculi siue a circulo, semper fiet secundum oxigonias sectiones superficiem speculi secundum puncta illarum linearum continua secantes.

Sit linea uisa siue sit recta siue curua, quae b c, & sit centrum uisus a, sitque axis speculi columnaris uel pyramidalis conuexi d e, ducaturque linea a d & a e continentes cum axe d e triangulum a d e, in cuius superficie non sit linea b c, sed extra illam, siue secet triangulum a d e siue non, secet ipsum, fiatque linea b c reflexio ad uisum a, a superficie speculi propositi, palam autem quod ab uno puncto speculi tota linea b c ad uisum a reflecti non potest per 29. quinti huius, dico quod si linea b c reflectatur ad uisum a, a linea longitudinis speculi, quae sit s g, ut si linea b c aequidistat axi d e, & superficies in qua est linea b c secet speculum transaxem

transaxem orthogonaliter super basem speculi. Secetur superficies in qua sunt centrum uisus & axis speculi qui est d e, ita quod communis sectio illarum superficierum sit axis d e, fiet tamen reflexio ad uisum secundum oxigonias sectiones, quous fiat a linea longitudinis speculi, quae est s g, palam enim per 27. quinti huius, quoniam in omni superficie reflexionis optet ut sit centrum uisus, & punctus cuius forma reflectitur ad uisum, & punctus speculi, qui est punctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uisum r, a puncto speculi f, & punctus a, a puncto h, & ducantur lineae a f, h f, a h, c h quia itaque punctus b, linea b c, non est in superficie a d e, ex hypothesi, patet quod superficies suae reflexionis quae est a f b, secant superficiem a d e, super punctum a, & super punctum speculi f, secant ergo ipsam secundum lineam a f, & secant speculum transaxem d e, non autem aequidistant basi ex hypothesi, quoniam illa linea uisa quae b c, non est in superficie a d e, sed extra illam, superficies ergo b f a, quae est superficies reflexionis transversaliter secant axem d e, quoniam linea uisa est altior uel bassior centro uisus ex hypothesi, communis ergo sectio superficiei reflexionis & speculi per 10. huius, est oxigonia sectio. Similiterque est de puncto c, & quolibet medio puncto lineae b c, licet itaque omnia puncta lineae b c, reflectantur ad centrum uisus a, a linea longitudinis speculi, cuiuslibet tamen puncti reflexio ad uisum fiet secundum oxigoniam sectionem. Similiterque demonstrandum, si superficies incidentiae lineae b c, orthogonaliter secet axem speculi, & superficiem a d e, tunc enim communis sectio superficiei incidentiae lineae b c, & superficiei speculi, fiet circulus aequidistans basi speculi, per 100. primi huius, unde si fiat reflexio ad uisum fiet ab arcu circuli aequidistantis basi speculi, quouslibet tamen superficies reflexionis transiens centrum uisus secabit oblique axem speculi secundum aliquod punctum illius arcus, licet itaque omnia puncta lineae b c, reflectantur ad uisum a, ab arcu circuli speculi, sit tamen cuiuslibet puncti illius lineae reflexio secundum oxigoniam sectionem. Si tamen aliquis punctus lineae b c, fuerit cum centro uisus in eadem superficie aequidistans basi speculi secante, illius solius reflexio fiet secundum circulum aliorum uero omnium punctorum reflexio fiet secundum oxigonias sectiones, & sic puncta illius superficiei diuersas afferunt uisui passiones, patet ergo propositum.

XXIII.

In omni superficie reflexionis a speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uisus, punctum uisum, punctum reflexionis, punctum axis, in quem cadit perpendicularis ducta a puncto reflexionis super superficiem speculi consistere est necesse.

Quod centrum uisus & punctum reflexionis & punctum reflexum sint in superficie reflexionis, patet per 27. quinti huius. In omni enim superficie reflexionis necessario sunt linea incidentiae & reflexionis, quae continent tria puncta praedicta, et si superficies reflexionis secet speculum secundum lineam suam longitudinis, palam per 7. huius, quod totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis a puncto reflexionis ducta sunt in hac superficie. Si uero communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui est punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes perpendiculares a puncto reflexionis totius circuli productae concurrunt, est in superficie reflexionis, quoniam tunc totus circulus est in superficie reflexionis. Si autem communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit sexio oxigonia, palam per 10. huius, quia haec sectio declinatur super axem columnae, interfecans axem in puncto cui incidit perpendicularis producta a puncto reflexionis super superficiem contingentem columnam in puncto sectionis

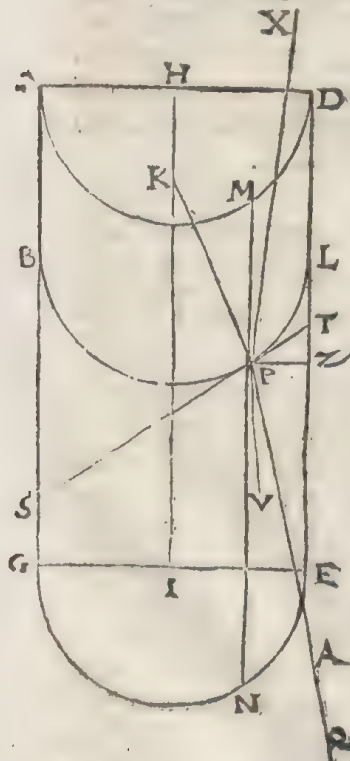
X 3 nis

nis, patet ergo propositum secundum omnium diuersitatem ductarum sectionum.

XXV.

In superficie apparente speculi columnaris conuexi siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis speculi, siue circulus, siue oxigonia sectio, a quolibet puncto potest fieri reflexio ad uisum.

Signentur termini apparentis portionis columnae ut prius, & sit illa portio d f g, & sit p punctus datus in superficie illa apparente, sitq; x punctus rei uisae. Dico qd a puncto p, potest fieri reflexio formae puncti x, ad centrum uisus quod sit a. Sit em primo ut superficies reflexionis in qua sunt puncta uisa, quod est x, & centrum uisus a, & punctum a quo fit reflexio quod est p, secet columnam speculi secundum axem h k i, erit ergo per 7. huius, communis sectio illius superficiei & speculi linea longitudinis columnae quae sit m n, ducat itaq; linea x p, & a puncto p, erigatur linea perpendicularis super lineam m n, per undecimam primi, quae sit p r z, & super punctum p, termini lineae z p, fiat angulus aequalis angulo x p z, quae sit z p q. Si itaq; centrum uisus quod est a, fuerit in linea p q, palam per 20. quinti huius, cum angulus incidentiae sit aequalis angulo reflexionis, qm a puncto p fiet reflexio formae puncti x, ad uisum a, existente in linea p q. Qd si superficies reflexionis secet columnam speculi aequidistantem basibus, palam, qd cois sectio erit circulus p q. huius, fietq; iteq; a puncto p, reflexio ad uisum, ducat em p 102. primi huius, circulus aequidistant basibus columnae transiens per punctum p, qui sit b p l, cuius centrum sit k, in cuius superficie extensa extra speculum si fuerit punctum uisum, & ducatur linea x p, quae producta si transeat centrum circuli k, palam cum axis columnae h k i, sit orthogonalis super superficiem illius circuli, sicut & super bases columnae per 100. & per 23. primi huius, qm & ipse axis h k i, orthogonalis erit super lineam x p, ergo & linea longitudinis columnae quae est m p, erit orthogonalis super lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in seipsum, & in ea existente uisui forma puncti x uisui occurret. Si uero linea x p, producta non transeat centrum circuli k, sed obliquetur ab illo, tunc copuletur semidiameter, quae k p, quae ut patet ex pmissis erit orthogonalis super axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis super lineam longitudinis, quae est m p, & per 29. primi, erit ergo k p perpendicularis super superficiem contingentem columnam super lineam longitudinis m p, in qua ducatur linea contingens circulum b p l, in puncto p, quae sit s p t, educaturq; linea k p, perpendiculariter super illam superficiem in punctum u, sitq; ut prius centrum uisus qd est a, in linea q p, in eadem superficie circuli, & qm in illa superficie circulum contingentem est linea s t, erit angulus k p t rectus, ergo & angulus s p u est rectus per 15. primi, palam ergo quia angulus a p s, est minor recto z, ergo est acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t est obtusus, rescindat ergo ab angulo u p t recto angulus aequalis angulo a p u, p 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum contineat, palam per 20. quinti huius, qm a puncto p reflectetur forma puncti x, ad punctum a, centrum uisus, quod si linea x p, illum angulum non contineat, tunc ut prius super punctum p, tamen linea u p, fiat angulus aequalis angulo x p u, per 23. primi, in linea q p, illum angulum continentem posito centro uisus a, patet ppositum, & qm perpendicularis k p u, & cum puncto a, in eadem superficie, per pmissam erit linea a p, in eadem superficie cum linea x p, & erit haec superficies ipsa superficies reflexionis & orthogonalis super superficiem speculum contingentem secundum lineam m n, qm perpendicularis p u, quae est in superficie reflexionis erecta est super superficiem secundum lineam m n, speculum contingentem, & est in ea circulus b p t, aequidistant basibus columnae, & similiter potest demonstrari de alijs punctis datis in dicta superficie



ficie speculi. Idem quoq; patet si communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris, fuerit sectio oxigonia per 10. huius, qm ut ostendimus in 21. huius, patet qd semper perpendicularis ducta a puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est semidiameter circuli eiusdem secantis superficiei speculi aequidistantem basibus columnae, ducta q; linea in puncto dato speculum secundum oxigoniam sectionem contingentem, & producta illa perpendiculari, si punctus rei uisae est centrum uisus, cadant in eandem perpendiculari, uel in lineas in eadem superficie cum perpendiculari existentes, & aequales angulos cum ipsa continentes, fiet secundum pmissa reflexio ad uisum, patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectione, cois superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris.

XXVI.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione linea longitudinis speculi existente formae eiusdem puncti rei uisae ab uno tantum puncto totius superficiei speculi ad unum uisum sit reflexio.

Esto speculum columnare conuexum, cuius axis sit c t, sitq; superficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b, reflectat ad a centrum circuli a puncto g superficiei speculi, & sit communis sectio superficiei istarum linea f g n, quae est linea longitudinis speculi, dico quod forma puncti b, non potest reflecti ad centrum uisus a, ab alio puncto speculi, qm a puncto d, ducatur em a puncto g perpendicularis super superficiem contingentem columnam secundum lineam f g n, per 12. undecimi, quae sit linea g q secans lineam a b, productam inter punctum uisum & centrum uisus in puncto q, palam p 21. huius, qm haec linea g q, producta intra speculum secat ipsum transexem c d, secet ergo in puncto e, & quia linea longitudinis quae est f n, est in superficie reflexionis, palam, qm axis c d, erit in eadem per 7. huius, ergo & punctum e, erit in illa superficie. cum itaq; una sola superficies possit intelligi in qua sunt simul omnia puncta a b g & e, & linea n f, & c d, palam qd a superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b, ad centrum uisus, nisi a linea longitudinis f n, sed per 45. quinti huius, ostensum est quod in speculis planis ab uno solo puncto sit unus puncti reflexio ad uisum, ergo & in his speculis non potest fieri reflexio ab alio puncto, qm ab uno solo puncto, scilicet linea f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uisum a, ab uno solo puncto superficiei totius speculi, quod est propositum.

XXVII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente circulo basibus speculi aequidistante ab uno solo puncto superficiei totius speculi formae eiusdem puncti rei uisae sit reflexio ad uisum.

Sit dispositio quae in praecedente, palamq; per 17. huius, qm hac hypothese existente superficies reflexionis a b g, erit aequidistans basibus columnae, circulus quoq; qui est communis sectio superficiei a b g, & columnae cuius axis est c d, qui est aequidistans basibus columnae sit g h, cuius centrum sit punctum e, dico quod a circulo g h, quae est communis sectio superficiei a b g, non potest fieri reflexio formae b ad a uisum, nisi ab uno tantum puncto g, patuit em per 16. sexti huius, quia in speculis sphaericis conuexis a circulo super quem sit reflexio, non potest fieri reflexio nisi ab uno tantum puncto, ergo nec in istis speculis columnaribus fiet reflexio formae unius puncti rei uisae ad uisum, nisi ab uno tantum puncto quod sit g. Si uero datur quod ab alio puncto speculi huius, ut a puncto l, similiter fiat reflexio sicut a puncto g, producat a puncto dato l, linea l k, per 12. undecimi, perpendicularis super superficiem columnae, haec ergo producta cadet orthogonaliter super axem c d, per 21. huius, cadat in punctum axis, qd sit l. Similiter quoq; linea l k, ut patet

ut patet ex præmissis secabit lineam a b, pductam inter punctū rei uisæ & centrum uisus, secetq; ipsam in puncto k, quod siue fuerit idē eū puncto q, siue aliud a puncto q, ducatur semper linea k e, ad centrum circuli g h, eritq; linea k e, orthogonalis super axem e d, qm̄ est in superficie reflexionis orthogonaliter axem e d secantem, duæ ergo lineæ k e & k l, cū linea e i, parte axis continent triangulū, cuius duo anguli sunt recti, quod est impossibile, palam ergo quod in tali dispositione non reflectitur forma puncti h, ad uisum a, ab aliquo pūcto superficie totius circuli alio q̄ a puncto g, & hoc est ppositū.

XXVIII.

Superficie reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente oxigonia, formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno solo puncto totius superficie speculi sit reflexio ad uisum.

Sit superficies reflexionis a b g, cuius cōmunis sectio est superficie speculi columnaris sit oxigonia sectio transiens in superficie speculi punctū g, & sit b punctus rei uisæ, & a centrum uisus, & g punctus reflexionis, dico qm̄ forma puncti b, nō reflectitur ad centrum uisus a, ab aliq̄ pūcto totius superficie speculi, nisi a pūcto g, ducat eū a pūcto a superficie æquedistans basibus columnæ secans speculū secundū circulū, qui sit e z l, quod si fiet pducta eū a puncto a, linea perpendicularis super axem columnæ, per 12. primi, erit hæc linea perpendicularis erecta super superficie columnæ, quia erit ppendicularis super lineam longitudinis columnæ cui ipsa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodē puncto axis quod sit q, alia linea rectum continens angulū cū axe quæ sit linea q e, ergo per 18. undecimi patet, qm̄ superficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertransire super superficie speculi erit orthogonaliter erecta, & qm̄ per 4. undecimi, axis speculi erectus est sup̄ illam superficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, qm̄ illa superficies æquedistat basibus speculi, ergo per 100. primi huius, cū ipsa secet superficiem columnæ æquedistans basibus, patet quod ipsa secat secundū circulū qui sit e z l, cuius centrum erit punctū q, & eodem modo a puncto g, ducatur superficies æquedistans basibus speculi quæ secet speculū secundū circulū s g p, cuius centrum sit t, & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctū g, quæ sit t g, & hæc per 21. huius, erit ppendicularis super superficiem contingentē columnā in linea longitudinis, in qua est punctus g. Linea q̄ q t g, pducta cōcurrat cū linea a b, in puncto k, cōcurrat autē per 29. primi huius, ideo quia diuidit angulū a g b, & puncta g a b, sunt in eadem superficie reflexionis per 24. huius, ducatur etiā a puncto g, linea longitudinis speculi per 102. primi huius, quæ sit g z, cadens inter duas sectiones æquedistantes basibus speculi nunc ductas, & erit per 25. primi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & a puncto b, rei uisæ ducatur linea ppendicularis super superficie secantem speculū secundū circulum e z i, per 11. undecimi, quæ sit b h, & ducantur duæ lineæ a z & h z, & ducatur a puncto z, in superficie illa ad axem speculi linea z q, eritq; hæc linea z q, ppendicularis super axem q t, per 21. huius, sicut & superficies e z i, in qua p̄rahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, ppendicularis super superficiem contingentē speculū in puncto z, quia ergo linea q z, educta extra speculi superficiē necessario diuidit angulū h z a, eo quod cōcursu lineæ h z & a z, orthogonaliter pducatur sup̄ superficie contingentem, cui superficie lineæ a z & h z, oblique incidunt, palam p 29. primi huius, quia pducta linea z q, cōcurrat cum linea a h, quæ subtendit angulū i z h, cōcurrat ergo in puncto l z, dico qm̄ forma puncti h, lineæ b h, reflectitur ad uisum a, a puncto speculi z, ducatur eū a puncto a, linea æquedistans k g, lineæ quæ sit a m, hoc utiq; per secundā primi huius, cōcurrat cū linea b g, cum qua sua æquedistans cōcurrat, sunt eū lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem superficie reflexionis, sit ergo punctus cōcursus lineæ b g & a m, punctus m, palam quoq; per 6. undecimi, qm̄ linea g z, æquedistat lineæ b h, cū utraq; ipsarū orthogonaliter sup̄ superficiem e z i, æquedistantē basibus columnæ, est ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem superficie, cū secet illas duas lineas æquedistantes. In superficie ergo reflexionis quæ est a b g, sunt tria puncta m z h, item quia linea a n i, est æquedistans lineæ k g, sed & linea z l, est

est æquedistans lineæ b g, per 33. primi, sunt eū lineæ g z & t q, æquales & æquedistantes, ut patet ex p̄missis, & linea t g, pducitur in punctū k, & linea q z æquedistans lineæ a m, sunt ergo per secundā primi huius, lineæ l z & a m, in eadem superficie, & in eadem est linea h a, per 7. undecimi, igit tria puncta m z h, sunt in eadem superficie in qua sunt lineæ l z & a m, & h a, quæ est superficies h l z m, sed iam patuit supra quod sunt in superficie m b h, igitur sunt in linea cōmuni illis duabus superficiebus, ergo per 3. undecimi, linea z q m, est

linea recta. Cū itaq; punctus g sit punctus reflexionis ex hypothese, erit p 20. quinti huius, angulus a g k, æqualis angulo k g b, sed angulus k g b, p 29. primi est æqualis angulo a m g, cū sit extrinsecus ad illū, & linea k g æquedistet lineæ a m, sed & angulus a g k, est æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia est illi coalternus, ergo anguli a m g & m a g, sunt æquales, ergo per sextā primi, duæ lineæ a g & m g, sunt æquales, quia uero linea g z, est erecta super superficiem a h z, ut patet ex p̄missis, erit linea g z, orthogonaliter sup̄ quālibet lineā superficie a h z, ductam a puncto z, ergo erit ppendicularis super lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq; per penultimā primi, quadratū lineæ m g, æquale quadratis duabus lineæ m g & g z, & similiter quadratū lineæ a g, est æquale quadratis lineæ a z & g z. Sed quadratū lineæ m g, æquale est quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, sunt æquales, ablato ergo utrobique quadrato cōmuni, qd̄ est quadratū lineæ g z. Relinquitur quadratū lineæ m z, æquale quadrato cōmuni, qd̄ est quadratū lineæ g z. Est igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z est æqualis angulo z a m, sed per 29. primi, angulus l z h, extrinsecus æqualis est angulo a m z intrinsecus, & angulus z a m, est æqualis angulo l z a, per eandē 29. primi, quia illi anguli sunt coalterni, ergo angulus a z l, est æqualis angulo l z h, forma ergo puncti h, incidens speculo in puncto z, reflectit ad a centrū uisus a puncto speculi, qd̄ est z, ut patet per 20. quinti huius. Si uero dicat quod ab illo puncto g, potest forma puncti b, reflecti ad uisum a, illud aliud punctū aut erit in linea longitudinis quæ est g z, aut in alia. Si est linea g z, ducat a dato puncto lineæ g z, qd̄ sit d, linea perpendicularis super lineā g z, quæ ad utramq; partē, pducta sit linea o d f, & copulent lineæ a d & b d, linea itaq; o d f, per 29. primi huius, necessario secabit lineā a b, & erit æquedistans lineæ a m, per 28. primi, & linea ducta a puncto b, ad illud punctū d, necessario cōcurrat cū linea a m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem superficie, qm̄ lineæ d f & a m, cum sint æquedistantes sunt in eadem superficie per 1. primi huius: linea ergo b d, aut cadet super punctum m, aut supra aliud punctum lineæ a m, si cadat super punctū m, est ducere a puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineæ b g m, & lineam b d m, quod est impossibile, qm̄ tunc duæ rectæ lineæ superficiem includerent. Si uero ad aliud punctum lineæ a m, q̄ ad punctum m, incidat linea b d, sit illud punctum n, & ducatur a puncto n, linea n z, ad punctum z, & potest p̄bari quod hæc linea n z, cum linea h z, facit lineam rectam sicut prius p̄batum est de linea m z, qm̄ eū puncta n z h, sunt in duabus planis superficiebus, ergo sub nullarum cōmuni sectione, ergo per 3. undecimi, erit linea h z n, linea recta, & ita a puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum z transeuntes, & in diuersa puncta lineæ a m, cadentes, quod est impossibile per primā undecimi, palam ergo quod a nullo puncto lineæ g z, potest forma puncti b reflecti ad uisum

Y uisum

uifum a, nō ā solo puncto g, ſi dicatur quod extra hanc lineam ſumpto puncto in ſuperficie ſpeculi ab illo poſſit ſpecti forma puncti b ad a uifum, ducat ſup illud punctū ſpeculi linea longitudinis ſpeculi per 101. primi huius, & ā puncto circuli e z i, in quē cadit hęc linea, pbatū forma puncti h, reflecti ad uifum a, ſecundū p̄dictā p̄bationē, ſed iam pbatum eſt, quod forma puncti h, ā puncto ſpeculi z, reflectitur ad uifum a, & ita forma eiſdem puncti h, ad eundem uifum a, ā punctis duobus unius circuli fiet reflexio, qđ eſt contra 16. ſexti huius, et impoſſibile. Super eſt ergo ut ā solo puncto ſpeculi poſſit reflectatur forma puncti b, ad uifum a, palam em̄ quia ſi communis ſectio ſuperficiē reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit oxigonia ſectio, quia tunc non fiet reflexio niſi ab uno tm̄ puncto, qm̄ ut patet per 24. huius, in omni ſuperficie reflexionis facta ab his ſpeculis de neceſſitate oportet ut ſit punctus axis in quē cadit perpendicularis ducta ā puncto reflexionis, quę orthogonalis eſt ſuper lineā longitudinis ſpeculi per punctum illud tranſeuntem, ergo & ſuper axem ſpeculi per 28. primi, qm̄ linea longitudinis columnarē & axis ſemper æquediſtant per 92. primi huius, eſt autē illa perpendicularis cōmuni ſectioe oxigoniae ā cuius puncto fiet reflexio & cuiſdam circulo æquediſtanti baſibus ſpeculi per 104. primi huius, eſt ergo ſemidiameter illius circuli, ſuperficiēs itaq; reflexionis, & ille circulus ſecant ſe in illa perpendiculari ſemidiametro circuli ſuper periferiā circuli per 21. huius, & ſuperficiēs reflexionis in qua eſt illa ſectio oxigonia eſt declinata ſuper ſuperficiem circuli, & ſuper illam ſemidiametrū, quę eſt perpendicularis ā puncto reflexionis ducta ſuper axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem oxigonia ſectioe fieret ā duobus punctis reflexio, eſſet neceſſariū, ut ī illa ſectioe ſuperficie poſſent duci duę perpendiculares ſuper axem ſpeculi, quod eſt impoſſibile, cū unus uifus ſemper uideat minus medietate columnarē, & ſimiliter patet per 79. quarti huius, qđ duo uifus uident minus medietate columnarē, quando diameter baſis columnarē maior eſt qđ diſtantiā oculorum, hoc autem planius declaratum eſt in 22. huius, patet itaq; propoſitum.

XXX.

Oxigonia ſectioe exiſtente cōmuni ſuperficiē reflexiōis & ſpeculi columnaris cōuexi dati puncti uifi, ad datum centrū uifus punctū reflexiōis inueniri.

In omni ſectioe ſuperficiē reflexionis & ſpeculi poſſit exiſtente linea longitudinis ſpeculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, ſicut in ſpeculis planis p 46. quinti huius, oſtenſum eſt. Si uero illa communis ſectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, ſicut in ſpeculis ſphæricis cōuexis oſtenſum eſt per 20. uel 22. ſexti huius. Si autem illa communis ſectio ſit oxigonia qualis proponitur, ſit rei uifiſe datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto ſectiois oxigoniae ad a centrum uifus, dico quod poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis, ducatur em̄ ā puncto a, ut in præcedenti propoſitione ſuperficiēs æquediſtans baſibus columnarē, quę ſecabit columnam ſuper circulum qui ſit e 3 i, & ducatur ā puncto b, perpendicularis ſup hanc ſuperficiem per 11. undecimi, quę ſit b h, & per 20. uel 22. ſexti huius, ſicut in ſpeculis ſphæricis cōuexis oſtenſum eſt, inueniatur in hac ſuperficie punctus ā quo reflectitur forma puncti h, ad uifum a, qui ſit punctus 3, & ā puncto 3, per 101. primi huius, ducat linea longitudinis quę ſit 3 g, & ducatur linea h a, & ā puncto 3, ducatur perpendicularis ſuper lineam h a, per 12. primi, quę ſit 3 l, & huic ducatur æquediſtans ā puncto a, per 31. primi, quę ſit a m, & linea h 3, producatuſq; quo concurrat cum linea a m, & ſit concurſus in puncto m, & ā puncto m, ducatur linea ad punctum b, quę neceſſario ſecabit lineam 3 g, cum ſit in eadem ſuperficie cum illa, quoniam cum linea b h, ſit æquediſtans lineæ 3 g, & per 6. undecimi, eo quod ambæ lineæ b h & g 3, ſunt perpendiculares ſuper eandem ſuperficiem e & i, æquediſtante baſibus columnarē, erit ergo linea h m, in ſuperficie illa per ſeptimā undecimi, & ita linea m b, erit in eadē ſuperficie, quę ſi ſecat lineam 3 g, in puncto g, palam ex his quę in præcedenti propoſitione præmiſſa ſunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uifum, hac omnia pluraq; alia patent p ea qđ dicta ſunt in præcedenti demonſtratione, & hoc eſt, ppoſitū, qm̄ ſecundū hūc modū cuiuſlibet dati puncti ad datū uifum punctus reflexiōis poterit inueniri.

Lineæ

XXX.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris cōuexi uifu non exiſtente in eadē ſuperficie, reflexio ſit ā linea longitudinis ſpeculi ad uifum.

Eſto axis ſpeculi columnaris cōuexi, linea 3 k, & ſit linea uifiſe axi æquediſtans, quę t h, eritq; centrū uifus e, extra ſuperficiem t h, 3 k, dico quod forma lineæ t h, reflectitur ad uifum e ā linea longitudinis ſpeculi, quę eſt cōmuni ſectio ſuperficiē t h, 3 k, & ſuperficiē ſpeculi, & quia uifus e, nō eſt ī ſuperficie t h, 3 k, ſit ſuperficiēs per ipſum uifum tranſiens ſecans columnā ſpeculi æquediſtante baſibus, eritq; hęc ſuperficiēs ſecans columnam ſecundū circulum per 106. primi huius, qui circulus ſit b f, palam ergo cū linea h t ex hypotheſi æquediſtante axi 3 k, qđ aliquis eius punctus reflectit ad uifum e, ab aliquo puncto circuli b f, ſit ergo hoc ā puncto b, punctus quoq; lineæ t h, qui reflectitur ad uifum e, ā puncto ſpeculi b, ſit q, & ducatur lineæ q b, e b, q e, & ducatur per 100. primi huius, ā puncto b, linea longitudinis columnarē quę ſit a b g, & ducatur ā puncto b, perpendicularis cadens ſuper axem 3 k, in punctum l, quę pducta ad lineam q e, ſecabit ipſam p ſecundā primi huius, qm̄ illæ duę lineæ æquediſtant, ut patet ex præmiſſis, qm̄ ſuperficiēs e q b, eſt ſuperficiēs reflexionis, patet qđ punctū b cū lineæ e q, eſt in eadē ſuperficie, ſecet ergo lineæ b l, pducta ipſam lineam q e, in puncto m, & ſit lineæ m l, ducaturq; ā puncto e, lineæ æquediſtans lineæ m l, p 31. primi, quę ſit e o, & pducta lineæ q b, ultra punctū b, qđ quia cōcurrat cū lineæ m l, palā per ſecundā huius primi, quia ipſa concurrat cum eius æquediſtante, qđ eſt lineæ e o, ſit ergo punctus cōcurſus o, palā aut per 20. quinti huius, qm̄ angulus incidentiæ, qđ eſt q b g, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b a, anguli uero m b g & m b a, ſunt æquales, qā recti. Relinquit ergo angulus q b m, æqualis angulo reliquo, qđ eſt e b m, ſed per 29. primi, angulus q b m, eſt æqualis angulo b o e, qm̄ extrinſecus intrinſeco eſt æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis eſt angulo b e o, quia coalter nus eſt, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, p 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æquale lateri b o. Sumat aut & alius punctus in lineæ t h, qui ſit punctus c, & ducat lineæ t a, quia ergo lineæ t h, æquediſtat lineæ longitudinis ſpeculi, quę eſt a g, per 30. primi, ideo qđ utraq; illarū æquediſtans axi 3 k, palā ergo per 1. primi huius, qđ lineæ t h & a g, ſunt in eadē ſuperficie cum lineæ t h & 3 k, axis ſint in eadem ſuperficie, ergo per 7. undecimi, lineæ q b o, ſecans illas lineas æquediſtantes, quę ſunt t h & a g, eſt cū illis in eadem ſuperficie, & ſimiliter lineæ t o, eſt in eadē ſuperficie cū illis, per 1. undecimi, ſunt em̄ puncta t & o, in dicta ſuperficie, ſecabit ergo lineæ t o, lineā a g, ſit punctus ſectiois g, & ducat lineæ e g & e t, qā itaq; a g, qđ eſt linea longitudinis ſpeculi eſt perpendicularis ſup ſuperficie circuli b f, per 8. undecimi, ideo qđ axis 3 k, cui æquediſtat lineæ a g, perpendicularis eſt ſuper eandē circuli ſuperficie per 23. primi huius, cū ipſa ſit perpendicularis ſuper baſem columnarē, p 92. primi huius, ſuperficiēs aut circuli b f, eſt pars ſuperficiē e o b f, hac em̄ ſuperficiēs ſecat columnā æquediſtante baſi, ut patet ex p̄miſſis, ergo p̄ diffinitionem lineæ ſup ſuperficiem erectæ angulus g b o, eſt rectus, & angulus g b e rectus, ergo p̄ penultimam primi, quadratū lineæ g o, ualeat ambo quadrata lineæ g b & b o, & quadratum lineæ g e, ualeat ambo quadrata lineæ g b & b e, & qm̄ oſtenſum eſt qđ lineæ b e & b o, ſunt æquales, erunt ipſarū quadrata æqualia, & quadratū b g utriq; eſt commune, erit ergo quadratū lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igiſ per 6. primi, trigono e g o, lineæ g e, æqualis lineæ g o, ergo p 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, ā puncto itaq; g, ducat perpendicularis ſuper axem ſpeculi, qui eſt 3 k, per 12. primi, quę ſit lineæ g 3, & hęc pducta ultra punctū g, ad lineā t e, ſit 3 g n, eritq; lineæ 3 n, æquediſtans lineæ l m, per 28. primi, qm̄ lineæ n 3 & l m, ambæ ſunt perpendiculares ſuper axem 3 k, ſed & lineæ e o, æquediſtat lineæ l m, ut patet ex p̄miſſis, lineæ ergo 3 n, æquediſtat lineæ

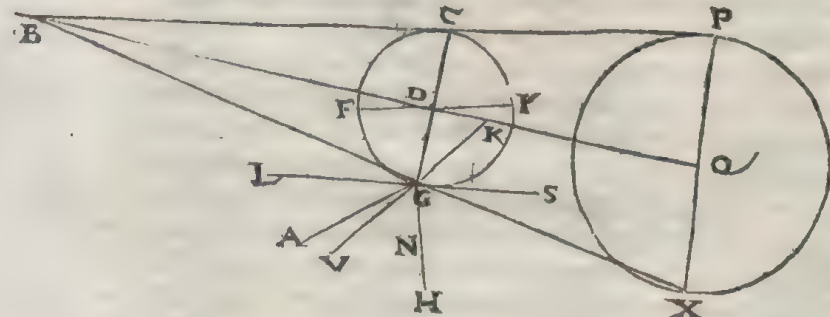
Y 2 coper

e o, per 30. primi, erit ergo per 29. primi, angulus t g n, existens extrinsecus aequalis angulo g o e, intrinseco, & angulus n g e, aequalis angulo g o e, quia sunt coalterni. Sed angulus g o e, ostensus est esse aequalis angulo g o e, ergo angulus t g n, est aequalis angulo n g e. Cum ergo linea t g o, & linea n g 3, sunt in eadem superficie in qua est punctus g, puncta ergo a g t, erunt in eadem superficie, ergo in eadem superficie sunt lineae e g, o g, t g, per 1. undecimi, forma ergo puncti t, reflectitur ad uisum e, a puncto speculi g, ut patet per 20. quinti huius, ppter aequalitatem angulorū t g n, & n g e. Sumpto aut in linea t h, puncto h, eiusdē distantia a puncto q, & a centro uisus e, cuius est punctus t, & dicta linea h o, transibit hāc per lineā longitudinis speculi, quae est a g, sit punctum transitus a, & ducta a puncto a, linea ppendiculi super axem 3 k, quae sit a d, & q pducta ad lineam h e, sit d k, & ducta linea e a penetrabit super prius, quia duo anguli a b e & a b o, sunt recti, & latera a e & a o, sunt aequalia, suntq; ut prius duo anguli h a k, & e a k, aequales, forma ergo puncti h, ut supra patuit, reflectit ad uisum e, a puncto speculi a. Similiter quoq; sumpto quocūq; puncto lineae t h, erit pbare qd' ille punctus reflectit ad e, ab aliquo puncto longitudinis speculi, quae est a g, tota linea ergo t h, reflectitur ab una linea longitudinis speculi, quae est a g, ad uisum e, qd' est ppositū. Et notandum est, qd' in hac dispositione figurae punctum q, lineae t h, est medius punctus illius lineae, & est in eadem superficie cum centro uisus e, ppter qd' puncta t & h, aequaliter distant a uisū, & similiter puncta reflexionis quae sunt g & a, ppter quod patet, quod lineae g b & g a, sunt aequales, & tota dispositio figurae sit secundū illū, quod si uisus sit inferior totae lineae t h, quod sit reflexio a linea a g, prout secat plurimas oxigonias sectiones, ut patet per 13. huius, alias uero qnq; ab aliquo puncto circuli necesse est fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi, a quolibet pūcto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum.

Esto speculū pyramidale conuexū b x p, cuius uertex sit b, & diameter basis x p, sitq; centrū basis q, erit ergo linea b q, axis ipsius speculi. Sit quoq; quicūq; datus punctus in ipsius superficie apparente punctus g, & sit centrū uisus a, & punctus rei uisae sit n, dico qd' forma puncti n, reflecti potest a puncto g, ad uisum a; si fuerit in situ cōuenienti reflexiōi, circūducā eū p 102



existēs cū diametro g c aequidistat illi, est em axis b q ppendiculi super superficies amborū circuloꝝ x p & g t, p 23. primi huius, & pducā linea g b, a dato puncto g, ad uerticē pyramidis b, palā ergo p 32. primi, qm angulū g b d est acutus, & similiter angulū b g d, est acutus, cū angulū b g d, sit rectus, in superficie qd' trigoni g b d, sit linea reflexiōis, q est a g, p 7. huius, & ex hypothesi erūt lineae reflexionis a g, & longitudinis b g, & axis b d q in eadē superficie, & qm angulus b g d est acutus, fiat p 23. primi, angulū b g k, rectū pducta linea g r, ad axē, eritq; r g linea ppendiculi super lineā longitudinis, q est b x, eritq; g r linea in eadē superficie cū alijs laterib; trigoni b g r, p 2. undecimi, a pūcto qd' g, ducat linea cōtingēs circulū p 16. tertij, q sit linea l g s, eritq; p 27. tertij, linea l g s ppendiculi super diametrū g c, ducaturq; alia diameter circuli g c, ppendiculi super diametrum

diametrum g r, quae extrahatur a puncto d, per undecimā primi, & sit f k, eritq; sicut prius diameter f k ppendiculi super axē b q, erit ergo per 4. undecimi diameter f k ppendiculi super superficiem in qua sunt lineae g c & b q, eritq; diameter f k aequidistans lineae contingenti circulo, quae est l g s, per 17. tertij, & per 28. ergo per 8. undecimi, linea contingens circulo g c, quae est s g l, ppendiculi est super superficiē in qua sunt diameter g c & axi e l q, ergo p diffinitionē lineae erectae, angulū l g r, est rectū; si ergo imaginemur superficiē contingētē pyramidē, in qua sit linea l g s, contingens circulo b c, palam quoniā linea r g, erecta est super illā superficiē, si ergo linea reflexionis quae est a g, transiens pyramidem, fiat una linea cū linea g r, erit ipsa orthogonalis super superficiem contingētē speculū in pūcto g, fiet ergo per 21. quinti huius, formae secundū illā lineam superficiei speculi incidentis reflexio per eandē, & si punctū n sit in illa linea, poterit forma eius reflecti ad uisum a, a puncto speculi g, per lineā a g, si uero linea a g nō fiat una linea cū linea g t, palā per conuersam 14. primi, quod angulus a g l, est minor recto uel maior, quoniā si erit rectus, tunc lineae a g & g r, ambae coniunctae sunt linea una p eandem 14. sit ergo angulus a g l acutus, & producat lineā r g, in continuum & directum usq; ad punctum u, eritq; linea u g ppendiculi super superficiem cōtingentem speculum in puncto g, & erit angulus u g l rectus per 15. primi, erit ergo angulus u g a acutus, ducatur ergo in eadē superficie linea g h, aequalem continens angulum cum linea u g, angulo u g a, per 23. primi. Si ergo punctus rei uisae, qui positus est esse n, fuerit in linea h g, palā per 20. quinti huius, quoniā possibile est a puncto g, fieri reflexionem ad uisum a, eruntq; lineae incidentiae, quae est n g cū linea reflexionis quae est g a in eadē superficie orthogonalī super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis quod est g, reflecteturq; forma puncti rei uisae secundū punctum n ad uisum, qui est in puncto a, a puncto speculi quod est g, & eodem modo de quolibet alio dato pūcto superficiei speculi demonstrandum, patet ergo propositum.

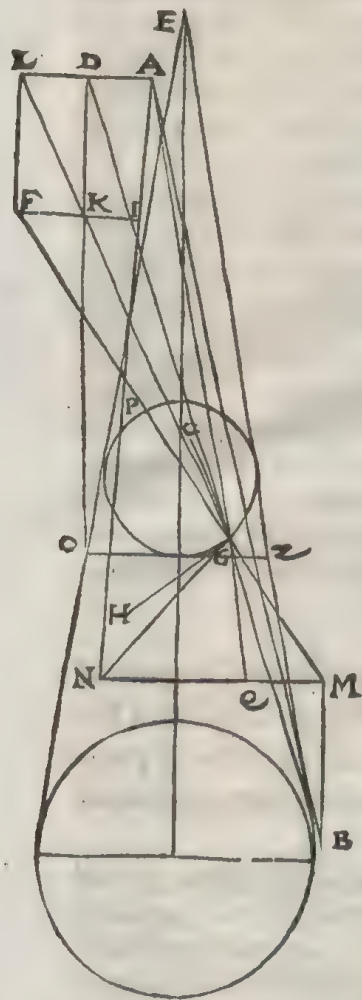
XXXII.

Dato puncto speculi pyramidalis conuexi, a quo fiat reflexio dati puncti rei uisae ad datum centrum uisus a puncto oxigoniae sectionis, uel a linea longitudinis speculi, possibile est loca inueniri, in quibus centro uisus & puncto rei uisae collocatis, fiat reflexio ad uisum ab eodem dato puncto speculi pro ut est punctus circuli aequidistantis basi.

Sit a centrum uisus, b punctus rei uisae, & sit g pūctus reflexionis superficiei speculi pyramidalis cōuexi, cuius uertex sit e, dico quod possibile est inueniri id quod proponit, ducatur em pro ut docuimus in 28. huius, super punctū g superficies aequidistans basi secans pyramidem super circulo basi aequidistantem per 100. primi huius, quae sit p g, cuius centrū sit t, & ducatur linea a g & b g, a b, & a puncto g ducatur ad centrū circuli linea g c, & uertice pyramidis, qui est pūctus e, ducatur axis e t, & quoniā superficies reflexionis semper est erecta super superficiem speculū in puncto reflexionis contingētē, ut patet per 15. & per 8. huius, uel per 25. quinti huius, ducatur in superficie reflexionis linea ppendiculi super superficiem contingentem speculū in puncto reflexionis, qd' est g, quae sit h g, & palā per 26. quinti huius, quoniā haec diuidit angulū a g b, per aequā, ipsa ergo producta secabit lineā a b per 29. primi huius, sitq; ergo ut secet eam in pūcto z, ducatur quoq; a puncto e, uertice pyramidis linea lōgitudinis speculi, quae sit e g, & huic lineae e g ducatur aequidistans a pūcto a, centro uisus, quae necessario secabit superficiem circuli p g, secet ergo ipsum in pūcto n, & sit a n, & similiter a pūcto b, ducatur linea aequidistans eidem lineae e g, quae sit b m, secans superficiē circuli g p in puncto m, quia itaq; ambae lineae a n & b m, aequidistant eidē lineae longitudinis speculi, quae est e g, patet per 30. primi, quia ipsae adinuicem aequidistant, s. lineae a n & b m, a pūcto ergo n ducatur p 31. primi, linea aequidistans semidiametro circuli, quae est g r, sitq; illa aequidistans lineae n s, & ducantur lineae n g, m g, n m, palam itaq; per 29. primi huius, quia linea t g producta secabit lineam n m, ideo quia secat angulum m g n. est ei transuersim ducta

x 3

ducta in eadem superficie & lineæ n f & g t sunt æquedistantes, sed lineæ n m secat lineæ
n f, ergo & ipsa secabit per secundam primi huius, lineam g t, secet ergo in puncto q, pa
lam ergo per eandem secundam primi huius, quod lineæ m g producta secabit lineam n f,
cū secet lineam g t, æquedistantē ipsi n f, sitq; punctus sectionis f, & à puncto a ducatur li
næ æquedistans lineæ perpendiculari super superficiem contingentem speculum in pu
cto g, quæ est lineæ h z, & sit illa æquedistans lineæ a l, palam ergo per secundam primi



stātes, erit ergo linea f l æquedistans lineæ e g, sed linea a n est æquedistans lineæ e g, ut patet ex præmissis, ergo per 30. primī, erit linea f l æquedistans lineæ a n: verum superficies contingens speculū in puncto g, secat easdem superficies æquedistantes quæ sunt g h & n f, & a l, unā earū sup lineam e g, secundum quam ipsa est speculū contingēs, & aliam ipsarū super lineam o d, ergo per 16. undecimī, linea o d æquedistat lineæ e g, igitur per 20. primī, erit linea o d, æquedistans lineæ a n. & l f æquedistantibus lineæ e g, & quia linea n f & a l inter quas ducantur lineæ n a, o d, f l, sunt in eadem superficie, per secundam 11, patet quod lineæ a n, q d, f l, sunt in eadem superficie. ducatur itaq; à puncto f linea æquedistans lineæ l a, per 31. primī, secās lineā o d in puncto k, & linea a n in puncto l, eritq; linea fr, æq̄lis lineæ l a per 34. primī, & similiter erit linea f k æq̄lis l d, & k i æqualis ipsi d a. Est autem per secundam 6. proportio i k ad k f, sicut n o ad o f, ergo per 7. quintī, erit proportio lineæ a d ad lineam d l, sicut lineæ n o ad lineā o f, & quoniam ex præmissis angulus b g z, est æqualis angulo a g z, quoniā linea g z dividit angulum a g b per æqualia per 26. quintī huius, sed angulus b g z, est æqualis angulo g l a, per 29. primī, extrinsecus em̄ intrinseco est æqualis, & lineæ h z & a l, sunt æquedistātes, similiter angulus z g a per eandē 29. primī, æqualis est angulo g a l, q̄a coalternus, angulus ergo

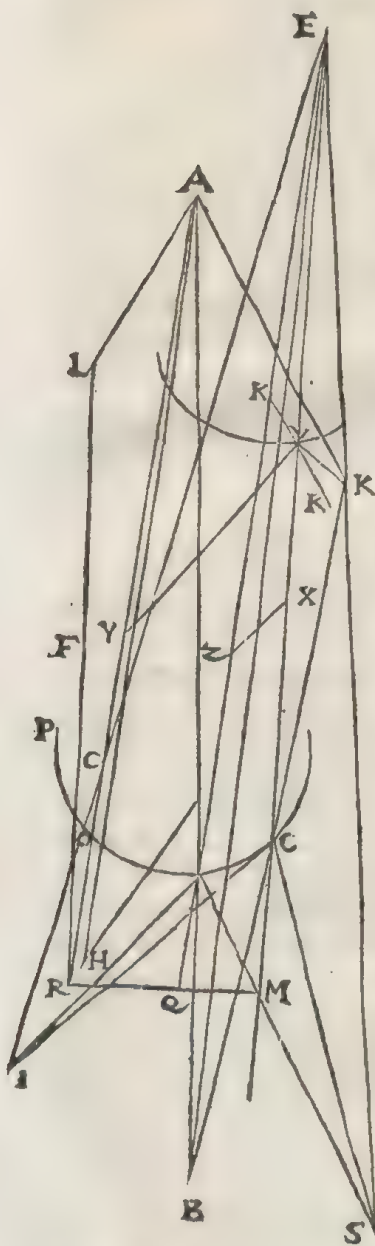
ergo $g l$ aequalis est angulo $g a l$, ergo per 6. primi, linea $g n$ & $g l$ sunt aequales, & linea $g d$ est perpendicularis super linea $a l$, ut patet ex praemissis, trigonū ergo $a g l$, diuisum est in duos trigonos aequiangulos & similes p 31. primi huius, est ergo proportio lineae $a d$ ad lineam $d l$, sicut linea $g a$, ad lineam $g l$. sed linea $a g$, ut patet ex praemissis, est aequalis lineae $g l$, est ergo linea $a d$ aequalis lineae $d l$, ergo & linea $n o$ est aequalis lineae $o f$, & linea $g o$ est per 29. primi, perpendiculariter super lineam $u f$, quoniam linea $g o$, est perpendicularis super lineam $g t$, ut patet ex praemissis per 17. tertij, & linea $g t$ & $n f$ aequedistant ut praemissum est, quia itaq; angulus $g o f$ est aequalis angulo $g o n$, & linea $o f$ aequalis lineae $o n$, & linea $g o$, communis, erit ergo per 4. primi, angulus $o f g$ aequalis angulo $o n g$, sed angulus $q g m$, aequalis est angulo $o f g$, per 29. primi, cum sit ei extrinsecus, & angulus $q g n$, aequalis est angulo $o n g$, cum sit ei coalternus, et linea $c q$ & $n f$ aequedistant ut patet ex praemissis, erit ergo $q g n$ angulus aequalis angulo $a g m$. ergo per 20. quinti huius, à puncto g circuli $p g$, potest forma puncti m , reflecti ad uisum existentem in puncto n , non tamen quod secundum circumulum fiat reflexio ab his speculis pyramidalibus conuexis, sed sit scilicet quod punctus g comunicat circulo, qui est sectio sphaerae uel columnae intra speculum pyramidale, imaginare, quoniam superficies contingens circumulum $p g$, est erecta super superficiem reflexionis, propter quod necesse habet pyramidem speculi in sui parte ampliore, ut in ea quae est uersus basem secare secundum aequedistantiam axis pyramidis speculi, & sit superficies reflexionis, in qua sunt centrum uisus & punctus rei & circulus $p g$, erecta est super illam superficiem contingentem & puncta n & m , se respiciunt in superficie illius circuli secundum angulos aequales contentos cum diametro ipsius collocato ergo centro uisus in puncto n , & puncto rei uisus in puncto m uel econuerso, reflectetur semper forma ad centrum uisus corpore speculi pyramidalis non praestante impedimento, ut si forte linea $a n$ & $b m$, cadant in ipso circulo basis, & propter corpus pyramidis speculi non ualeant à puncto g , ad uisum aliquid quod reflecti, & hoc est propositum.

XXXIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis convexi existente linea longitudinis speculi, ab uno tantum puncto superficiei speculi fit formæ unius puncti rei uisæ reflexio ad uisum.

Sit dispositio omnino quæ est in proxima præcedente, & reflectatur forma puncti b ad uisum existentē in puncto a, à puncto speculi pyramidalis cōuexi quod sit g, ita quod cōmunis sectio sup̄ficiē reflexiōis & speculi sit linea longitudinis speculi, quæ est e, dī co quod forma puncti b reflectitur ad uisum a, à solo puncto sup̄ficiē speculi, quod est g: si enim dicatur quod potest reflecti ab alio puncto sup̄ficiē speculi, tunc illud punctū aliud aut erit in linea longitudinis speculi, quæ est e, g, aut non, si sit in linea longitudinis speculi, quæ est e, g, sit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis sup̄p̄ficiē contingētē speculū in illo pūcto i z, undecimi, hæc ergo pp̄dicularis sit x i, eritq; linea x z per 6, undecimi æquidistās lineæ z g, quæ prius ducta est perp̄dicularis sup̄ eandem sup̄ficiē, tamen punctū g & x sint in eadē lineā longitudinis secundū quā sup̄ficies illa pyramidē contingit, & quia linea h z & a l, sunt æquidistātes, ut patet per illa quæ dicta sunt in præmissa, erit ergo per 30. primi illa perp̄dicularis x z æquidistans lineæ a l, & quia linea e z æquidistās lineæ a l, & quia linea x z sicut & linea z h est in sup̄ficie reflexionis, quæ per 15 & per 6. huius, est erecta sup̄ sup̄ficiē contingētē speculū in linea e g, erit ergo p̄ secundā primi huius, linea a l in sup̄ficie reflexionis huius lineæ perp̄dicularis, quæ est x z, & erit similiter in sup̄ficie reflexiōis lineæ pp̄dicularis q̄ est z g, gigit̄ illarū duarū sup̄ficiē reflexiōis lineæ pp̄diculariter secāt se sup̄ lineā a l per 19 primi huius, sed secāt se etiā sup̄ punctū b, qm̄ illud est qd reflectit̄ putrāq; hoc aut̄ est im̄possibile, quoniam punctū b nō est in lineā a l, ostēsum est em̄ prius lineā f l æquidistāre esse lineæ b m, q̄ duæ lineæ uel cōcurrēt si pūctū b esset in lineā a l, uel sequerēt̄ pūcta m et n cadere ex una pte lineæ g q, nō ergo fiet reflexio pūctorū m & n ad uisū c̄ à pūcto g, qd est cōtra demonstrata in p̄missa, restat ergo ut à nullo pūcto lineæ lōgitudis, q̄ e, g, p̄t̄q; à pūcto g, forma puncti b, possit reflecti ad centrū uisus existens à pūcto a, si aut̄ possibile est, ut resiliat

ur reflectatur forma puncti b ad uisum a, ab aliquo puncto speculi extra lineam longitudinis g e, sit illum punctum u, & per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis speculi, quæ sit linea e u c. quæ in puncto c, secet periferiam circuli g p, & sumatur superficies æquedistans basi transiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n secat hanc superficiem, ideo quia linea e g, cui æquedistat linea a n secat eandem



semper enim superficies hoc modo secans speculū secundum lineā e c, secabit illas superficies æquedistantes super duas lineas m c & r u, igitur ut prius illæ duæ lineæ m c & r u, sunt æquedistantes, igitur per 10. undecimā, angulus s c m, æqualis est angulo k u r, & angulus m q æqualis angulo r u y, sed iam patuit quod angulus k u r, æqualis est angulo r u y, ergo angulus s c m, æqualis est angulo m q, quare forma puncti s potest reflecti ad uisum existentē in puncto i, à puncto speculi c, non impediēte corpore pyramidis speculi sed iam probatum est per præmissa, quod forma puncti m, reflecti potest ad uisum existentem in puncto h à puncto g circuli p g, quoniam potest reflecti ad punctum n, & puncta

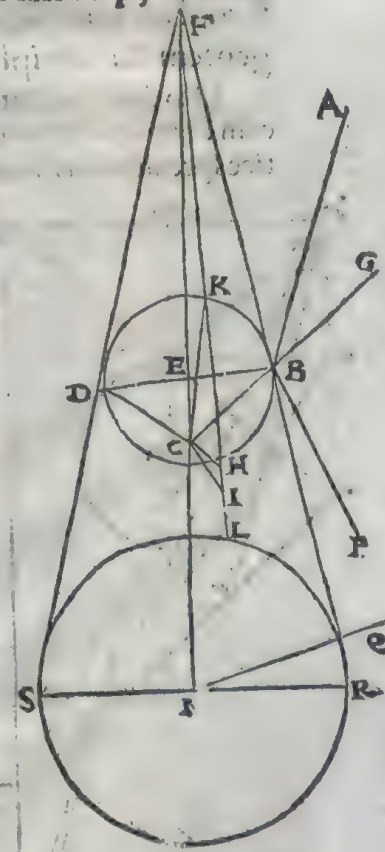
superficiem, sunt autem per secundam primi huius lineæ a n
& e g in eadē superficie, cū sint æquedistantes, sicut ergo in lineā
a n secāt illā superficiē in puncto y, similiter quoq; lineā b m
æquedistās lineæ e g, secabit eandem superficiē, sit quoq; pū
ctus sectionis k, & ducantur lineæ k u, y u, a k, & cum illa su-
perficie per 100. primi huius, secet pyramidem secundum
circulum transeuntem per punctum u, ducatur ā puncto u lineā ad
centrum huius circuli, quæ sit r u, & producat extra
speculum, & sit illud u r, & a uertice pyramidis speculī pūcto
scilicet e, ducātur lineæ e k, e y, quæ necessārio secabunt su-
perficie circuli p g, & sint puncta sectionū i & s, & ducant
lineæ i a & s c, sicut ergo per præcedentem probatum est de
forma puncti m, quod non impediēte pyramide potest re-
flecti ad uisum existentem in puncto n ā pūcto speculī g : e-
odem modo probari potest de puncto k, quod reflectetur ad
uisum existentem in puncto y, ā puncto speculī u, angulus
ergo r u y, erit æqualis angulo r u k, & quoniam lineā b h æque-
distat lineæ e g, & lineā communis superficie b g, e k, & su-
perficie circuli p g, est lineā m g per 19. primi huius, quoniam
lineā m g, est in utraq; illarum superficierum, patet quod li-
neā e k, cum sit in hac superficie b g e k, & secet superficiē cir-
culi p g, cadet super lineam communē, quæ est m g, cadet au-
tem in punctū superficie quod est o s ut præmissum est, & ni-
am lineā e k o, est lineā una, erit igit lineā s m g lineā rectā,
eodem modo cum superficies n y e g secet superficiem circu-
li p g, super lineam n g lineā e i concurrat cum lineā n g in
puncto i per modum præmissum, ergo lineā i n g, est una li-
neā rectā, palam quod superficies i c secabit superficiem cir-
culi p g super lineam i t, secat autem superficiem huius superfi-
ciei æquedistantem, quæ transit per punctū u super lineam
i u, ergo per 16. undecimi, lineā i c æquedistat lineæ y u, simi-
liter superficies u c secet superficies illas æquedistantes scilicet
superficie g p t & u y super duas lineas s c & k u, ergo pe-
andem 16. undecimi lineæ s c & k u sunt æquedistantes; simi-
liter si sumatur superficies secās speculum super lineam lon-
gitudinis, quæ est e o in superficie sunt puncta r & u, sunt em̄
puncta r u, c m in eadem superficie cum puncto r u t, & ali-
quis punctus lineæ s g, sunt in eadem superficie, quia eadem
est demonstratio dato alio quocunque puncto lineæ c m.

puncta n & l sunt in eadē linea recta consentientia, ut præostensum est, poterit ergo forma puncti m a pūcto speculi g reflecti ad uisum existentē in pūcto l, & ita punctum s, quod est in linea s m g, potest reflecti ad uisum existentē in puncto l, a pūcto g, igit forma puncti s reflectitur ad uisum in punctū l, a duobus punctis circuli p g, quod est impossibile, & contra sedecimā sexti huius, & cōtra 27. huius septimi, restat ergo, ut primū sit impossibile, scilicet qđ forma pūcti b reflecti possit ad uisum existentē in pūcto 2, ab aliquo alio pūcto speculi, quam a pūcto g, ab uno solo. ergo puncto fiet reflexio forme eiusdem puncti communi sectione superficiē reflexionis & speculi pyramidalis conuecta existente linea longitudinis speculi, quod est propositum.

XXXIII.

Communi sectione superficiæ reflexionis & speculi pyramidalis convexi existente oxigonia, à quolibet puncto superficiæ speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum, & ab uno uel à duobus punctis tantum.

Est o speculū pyramidale conuexum f k s, cuius uertex f, diameter basis k s, centrūq; basis n, erit ergo axis speculi linea f n, sitq; centrū uisus punctus a, dico quod cōmuni sectione superficie reflexiōis & speculi existēte linea oxigōia, quæ sit b l, possibile est a q̄libet pūcto speculi ppositi fieri reflexiōē, alicui9 pūcti uisū ad pūctū a, qđ est cētrū uis9, sit em pūct9 b dat9 in superficie speculi, de quo dubitamur utrū ab eo possit fieri reflexio formæ alicui9 pūcti rei uisæ ad cētrū uisus qđ est a, ducat ergo a pūcto b linea lōgitudinis pyramidis speculi per 10. 1. primi huius, quæ sit b f, ducaturq; a pūcto b ppendicularis super illam lineā longitudinis extra speculū, quæ sit b g, & super pūctū b terminū lineæ b g fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a b g, quæ sit g b p ducta linea b p, in eadem superficie reflexiōis, patetq; per 20. quinti huius, quia omnis pūctus rei uisæ existens in linea b p, reflectetur ad uisum in pūctum a, sed a solo pūcto b uel duobus tantū fiet reflexio ad uisum existēte in pūcto a, palā em per 96. primi huius, quod si perpendicularis g b, producat in pyramidem, quoniā concurrēt cū axe f n, sitq; pūctus concursus e, palam ergo quoniam angulus g e f cū sit in superficie sectionis uersus uertice pyramidis est acutus p 23. primi, qm̄ in trigono b e f angulus e b f est rect9, circūducatur ergo per 192. primi huius a pūcto reflexiōis quod est b circulus speculo pyramidalī, cuius diameter sit b d, et eius cētrū e, secans axē f n in pūcto e, & quia ille circulus per 190. primi huius, est æquedistans basi speculi, palam quia perpendicularis g e acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit super circuli illius superficiem, quia linea æquedistans lineæ g e, si producat a pūcto n cētro basis speculi, patet quod declinata est super basem pyramidis, ut sit linea n q, producta, ergo linea c d, a pūcto axis e, ad circuli periferiam, cum angulus b e f sit æqualis angulo d e c, quoniam uterq; ipsorū est rectus, omnes enim anguli cōtinenti sub semidiametris circuli & axe se sunt æquales, & lineæ a cētro ad circumferentiā æquales, e c uero linea est cōmuni per 4. primi, palam quoniā latus b c, æquale est lateri e d, & omnes anguli factorum trigonorum sunt æquales, quia idem est de omnibus lineis a pūcto c ad circuli b d, circumferentiā productis, secans speculū secundum oxigoniā sectionē, fiet ergo no ua pyramis, cuius basis est circulus b d, uertex e, & axis e c, superficies ergo reflexiōis secans speculū secundum oxigoniā sectionem, aut cōtingat hanc pyramidem c b d, aut secabit, si contingat dico quod a solo pūcto b, quod est pūctus reflexiōis tantum fiet reflexio secundum illam superficiem eandem, palam enim quod superficies reflexiōis contingat pyramidem super lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, hæc autem erit linea b c, in qua est pūctum b, a quo duci



angulo a q f, igitur per 20. quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uisum b, a puncto speculi q, quod est propositum.

XXXVI.

Dato speculo pyramidalis conuexo, centroq; uisus & puncto rei uisae existentibus in superficie speculum aequidistantem basi in uertice contingente, possibile est inueniri punctum reflexionis

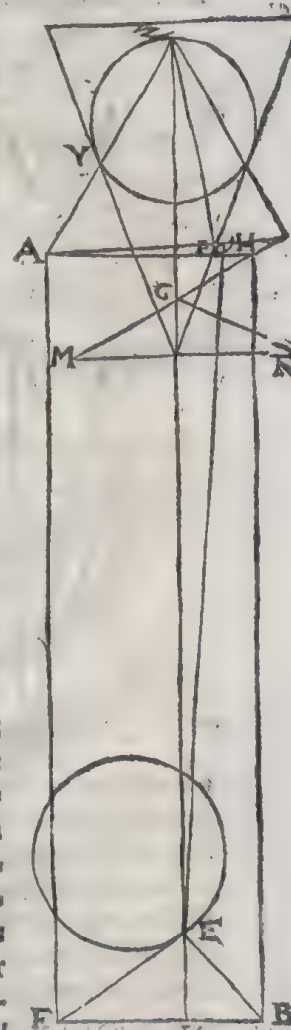
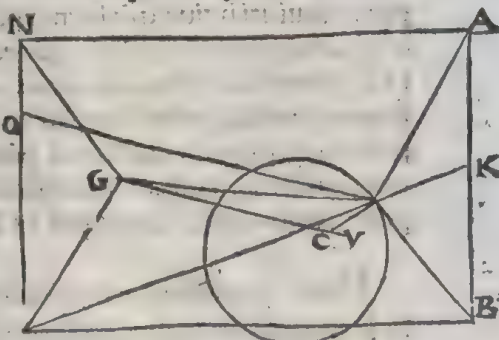
Fiat dispositio ut proxima praecedentis, sitq; uertex speculi pyramidalis punctus g, in quo ipsum contingat superficies plana, quae sit m n g aequidistans basi ipsius, & sint centrum uisus & punctus rei uisae in superficie m n g, ita quod unum sit in puncto m, aliud in puncto n, dico quod possibile est punctum reflexionis inueniri, ducantur enim lineae m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per aequalia per lineam a g, palam ergo, per 20. quinti huius, quoniam forma puncti a puncto speculi g reflectitur ad uisum o y, palam est quod linea m g & axis pyramidis speculi quae sit g b, sunt in superficie secante pyramidem super lineam longitudinis pyramidis, quae sit g e, & a puncto q, ducatur perpendicularis super hanc lineam longitudinis, quae est g e, per 22. primi, quae sit q e, super punctum e ducatur superficies aequidistans basi speculi, quae secabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis superficiei u e g, & huius circulo sit linea e c, palam ergo quoniam haec linea cadat super axem speculi in centro circuli, quod sit c, deinde a puncto m centro uisus ducatur linea aequidistans lineae longitudinis speculi, quae est e g, per 31. primi huius, quae producta in superficiem illius circuli cadat in punctum b, & similiter a puncto n, qui est punctus rei uisae ducatur linea aequidistans lineae g e, quae producta in dictam superficiem cadat in punctum a, & ducatur linea b a in superficie plana secante speculum secundum praedictum circulum, & producat lineam c e, extra speculum, quae secabit necessario lineam b a, per 29. primi huius, cum illae ambae lineae in eadem sint superficie circuli, secet ergo ipsum in puncto r, quia uero linea m b, aequidistat lineae e g, palam per primam primi huius, quae est cum ipsa in eadem superficie, quae superficies secat superficiem m n g, & superficiem b e a, super duas lineas m g & b e: superficies uero m n g & b e a sunt aequidistantes per 24. primi huius, quoniam ipsae ambae aequidistant basi speculi, ergo per 6. undecimi, linea m g est aequidistans lineae b e: similiter quoque linea a n & g e sunt in superficie secante illas aequidistantes superficies super lineas n g & e a, igitur per 16. undecimi, linea n g, aequidistat lineae a e, similiter superficies q g e secat easdem superficies aequidistantes secundum duas lineas r e & q g, igitur ut prius linea r e, & q g aequidistant, igitur duae lineae q g & m g aequidistant duabus lineis b e & r e, ergo per 10. undecimi angulus m g q, est aequalis angulo b e r, & angulus q g n eadem ratione est aequalis angulo r e a, ergo per 20. quinti huius, forma puncti a potest reflecti ad uisum b a puncto speculi e, si ergo a puncto a ducatur linea aequidistans ductae lineae q e, & alia aequidistans lineae r e, & copulentur lineae m e & n e, & producat lineam m e donec coeurrat cum linea aequidistans lineae ductae a puncto q, & ducatur lineae communes, ut in proxima praecedente, & iteretur probatio, ut in illa, patebit quoniam forma puncti n, potest reflecti ad uisum m a puncto speculi e, igitur punctus e, erit punctus reflexionis, quod est propositum.

XXXVII.

Dato speculo pyramidalis conuexo, & centro uisus & puncto rei uisae existentibus ultra superficiem aequidistantem basi speculum in uertice contingente, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Sit dispositio quae prius, & sit b centrum uisus, & a punctus rei uisae ultra superficiem m n, speculum in puncto g, uertice pyramidis contingente, dico quod est possibile inueniri punctum reflexionis, fiat enim pyramis huic opposita, & est haec pyramidis per 91. primi huius possibile lineis omnibus longitudinis speculi imaginatis protrahi ultra ipsarum communem sectionem, quae sit in uertice g, eritq; basis huius pyramidis aequidistans basi pyramidis primae, ducatur itaq; a puncto a, qui est punctus rei uisae, superficies secans hanc secundam pyramidem aequidistantem basibus unius et alterius pyramidum, & quoniam ille bases ad inuicem aequidistant, palam per 23. & 24. primi huius, quoniam illa superficies aequidistat

aequidistat ambabus pyramidibus, palam autem per 100. primi huius, quoniam illa superficies secabit pyramidem illam secundum circulum qui sit y 3, centrum itaq; uisus, quod est b, aut erit in hac superficie pyramidis secante, aut non, si fuit in illa superficie, fiat ductio lineae ab ipso puncto b, & compleatur demonstratio si punctus i 37. huius, quoniam ad hoc quod fiet reflexio formae puncti a, ad centrum uisus b, ab aliquo puncto secundae pyramidis quod sit z, quo habito compleatur demonstratio ut infra, statim patet quod si punctus b, qui est centrum uisus y, non fuerit in illa superficie, ducatur a puncto g, uertice ipsius speculi ad centrum uisus quod est b, linea g b, quae producat ut quoque coeurrat cum hac superficie circuli y 3, & sit coeurrus in puncto d, palam itaq; quod forma puncti a, reflectit ad uisum existentem in puncto d, ab aliquo puncto circuli y 3, arcus sui interioris, ut patuit per 31. huius. Sit ergo ille punctus 3, & ducantur lineae a 3, d 3, a d, angulum quoque a 3 d, diuidat linea p 3 per aequalia, cadetq; punctus p, in linea a d, & ducatur linea a b, & a puncto 3 ducatur linea 3 g, per 101. primi huius, quae sit linea longitudinis secundae pyramidis, palam quoque per 91. primi huius, quoniam eadem linea producta transuertere pyramidis speculi, erit linea longitudinis primi pyramidis ipsius speculi, quae sit linea 3 g e, palam ergo quoniam superficies p 3 e, secabit lineam a b, secet ergo ipsam in puncto q, & a puncto q, per 12. primi, ducatur linea perpendicularis super lineam g e, & cadat in punctum e, & erit linea q e, perpendicularis super superficie cotingentem pyramidem secundum lineam g e, quoniam linea q e, est perpendicularis super curuam sphaeram pyramidis, ut patet supra, punctum quoque fiat per 102. primi huius, superficies aequidistans basi, qui sit f e h, & ducatur a puncto b, centro uisus linea aequidistans lineae 3 e, longitudinis speculi, quae sit b q, coeurrens cum superficie illa f e h, in puncto h, & eidem lineae 3 e, ducatur a puncto a, rei uisae, linea aequidistans quae sit a f, secans superficiem f e h, in puncto sui, qui est f, palam itaq; per 1. primi huius, cum linea b h, sit aequidistans lineae 3 e, quoniam illae lineae sunt in eadem superficie, sed & puncta b & d, sunt in eadem linea, quia per 1. undecimi, linea d 3 & h e, sunt in eadem superficie, quae secat superficies illas aequidistantes, f. y 3 & f e h, super duas lineas d 3 & h e, igitur per 16. undecimi, illae duae lineae d 3 & h e, sunt aequidistantes, & similiter quoniam superficies ducta per punctum a, secat pyramidem secundam aequidistantem ambabus basibus praemissae pyramidis speculi, & pyramidis imaginatae secundum circulum y 3, & superficies ducta per lineam quae est superficies f e h, secat pyramidem speculi secundum circulum aequidistantem basi speculi, patet quod superficies in qua sunt lineae a 3 & f e, sunt aequidistantes per 24. primi huius, linea ergo a 3 & f e, sunt aequidistantes, patet ergo quod duae lineae d 3 & a 3, aequidistant duabus lineis h e & f e, ergo per 10. undecimi, angulus d 3 a, est aequalis angulo h e f, copulet quoque linea h f, & quoniam linea p 3, est diuidens per aequalia angulum d 3 a, & erit ipsa per 26. quinti huius, perpendicularis super lineam circuli y 3, contingente in puncto 3, ergo per 18. tertij, linea p 3, producta transibit centrum circuli y 3, superficies ergo p 3 e, secat speculum transaxem, secat ergo speculum ductum per punctum e transeuntem, sit ergo communis sectio superficiei p 3 e, & illius circuli linea r e, sicut ergo linea r p 3, transibit centrum circuli y 3. Similiter linea r e, diuidens angulum h e f, transibit centrum alterius circuli super quem superficies f e h, secat pyramidem speculi aequidistantem basi, & quia superficies in qua sunt duae lineae p 3 & r e, secant illas duas superficies aequidistantes super duas lineas p 3 & r e, igitur per 16. undecimi, linea p 3 r e, sunt aequidistantes, duae ergo lineae a 3 & 3 p, sunt aequidistantes duabus

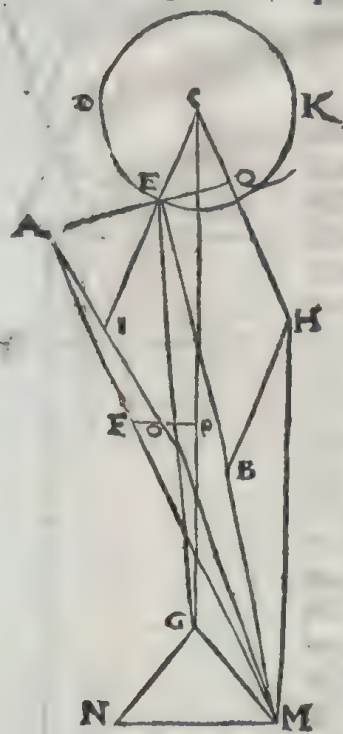


duobus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a 3 p, æqualis est angulo f e r. Similiter & angulus d 3 p, est æqualis angulo r e i, qm̄ sicut totus angulus d 3 a, est æqualis toti h e f sic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis est angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, qm̄ forma puncti f, ad uisum existentē in puncto h, à puncto speculi e, ergo si à puncto f, prahat lineæ æquedistans lineæ q e, & alia lineæ æquedistans lineæ r e, & lineæ aliæ cōmunes, ut in 3. huius, reiterata demonstratione illius patebit, qm̄ forma puncti a, reflectitur ad uisum b, à puncto speculi e, quod est ppositum, quod si à puncto q, nō possit duci lineæ perpendicularis super lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad uisum b, in tali dispositione constitutū, aliis aut̄ semper fiet reflexio ut præostensum est, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII

Dato speculo pyramidali conuexo, punctoq; rei uisæ existente sub super-
ficie speculum æquedistanter basi in uertice cōtingente, & cetro uisus in ea-
dem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior dispositio pmissa, & sit a punctus rei uisus, qui sit sub superficie n
m g, contingente pyramidē speculi in vertice g, & quēdistanter basi, & sit centrum uisus in
illa superficie, dico qd' ad hoc possibile est inueniri punctum reflexionis, sit n centrū uisus



est g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrū uisus, pūctum m, palam em ex
pmissis, qm̄ linea h b, est æqualis & æquedistans lineæ t e, patet p 33. primi, erit linea h t
æqualis & æquedistans lineæ b e, sed linea m h, est æqualis & æquedistans m t, axi g t, p
25. primi huius, eo quod ipse sunt lineæ æquedistantes inter superficies æquedistantes p
ductæ, ergo per 33. primi, linea h t, æquedistat lineæ m g, ergo p 30. primi, linea m g, æ
quedistat lineæ b e, & est æqualis illi, palā etiā, quod angulus q t e, est æqualis angulo q e
t, per 5. primi. ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex pmissis sunt æquales, Sed angulus q e
t, æqualis est angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, est æqualis angulo a e i, sed
angulus q t e, per 29. primi, est æqualis angulo i e b, ppter hoc quod lineæ e b & t h, æq
distant, ergo angulus i e b, est æqualis angulo i e a, patet ergo p 29. quinti huius, qm̄ for
ma puncti a, reflectit ad uisum existentē in puncto b, à puncto speculi e, & cū linea b m
æquedistans sit lineæ g e, si à puncto a, ducat lineæ æquedistantes lineæ f o p, & lineæ æq
distanti

distans linea i t, & iteretur figura supra dicta 35. huius, & probatio eiusdem, palam quia forma puncti a reflectit ad centrum uisus existens in punctu m, a puncto speculi o quod e. 2. ppositum, nec refert quoadmodum demonstraui hoc in sequenti pxima, siue punctum rei uisae, siue centrū uisus sit in superficie m g n, qm idem est modus & ratio reflexionis hinc & inde.

XXIX.

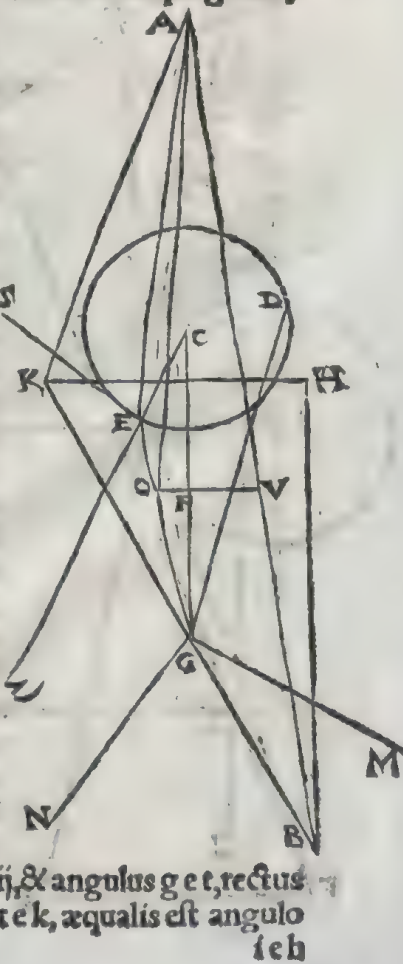
Dato speculo pyramidali conuexo punctoq; rei uisæ existente ultra superficiem speculum æquedistanter basi in uertice cōtingentem & centrum uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Remanente dispositione figuræ præcedentis, sit centrū uisus in punctum m, superficiē, g m n, & sic a punctus rei uisæ ultra illam superficiē, fiatq; pyramis alia, huic opposita, & fiat super punctū a, superficies æquedistans basi huius pyramidis, & per proximam præcedentem, & inueniatur in circulo huius superficiē punctus reflexionis ex punctis interioribus, & ducatur à puncto illa linea ad punctum g, & producat taliter in superficie ipsius, ut ipsa fiat linea longitudinis pyramidis ipsius speculi, inuenieturq; punctus reflexionis secundū ea quæ præmissimus in 37. huius, eiusq; probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. & hoc est propositum.

XL.

Dato Speculo pyramidali conuexo punctoq; rei uisæ existente sub super-
ficie pyramidem æquedistanter basi in uertice contingente, & centro uisus
super eandem, uel econuerso, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Dispositioe priori remanente, sit punctus a, rei uisæ sub superficie m n g. & punctus b, centrum uisus ultra eandem superficiem speculum in uertice g, contingente, uel ecō-
uerso, a punctus rei uisæ sit ultra superficiem m n g. & b centrū uisus sub superficie m n g, dico quod adhuc possibile est punctum reflexionis inueniri. Sit em̄ exempli gratia,
punctum a, sub superficie m n g. & b, ultra illam, ducaturq; a puncto a, superficies æquedistans basi speculi secans per 109. primi huius, pyramidē speculi super circulo qui sit d e, cuius cē-
trum sit t, & ducatur axis speculi qui sit g t, & ducatur linea b g, a puncto uteriori, in quo est centrum uisus ad uerticem pyra-
midis, quæ pducta cōcurrat necessario cum superficie a e d, qm̄ concurrūt cū axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k, in circulo d e, inueniat per 135. primi huius, punctus qui sit e, ita ut linea circulū contingēs a puncto e, ducta quæ sit e s, diui-
dat per æqualia angulū quē continent ductæ lineæ k e & a e, cō-
puleruntq; lineæ longitudinis quæ sint g e & g d, & a puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ g e, quæ necessario concurret cū linea k e, concurrente cū eius æquedistante quæ est g e, per se-
cundam primi huius, sit concursus in puncto h, palā itaq; p primi undecimi, quia punctus h est in superficie g e k, qm̄ est, in linea k g b, quæ ducta est in illa superficie, & linea b h, est in eadē superficie per 1. primi huius, qm̄ ipsa linea b h, est æquedistans lineæ g e, & ducatur linea t e i, a centro circuli t, per punctū con-
tactus e, palam itaq; qm̄ superficies g t e, secans speculū transa-
xem g t, secat etiā lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u, & a puncto u, ducatur perpendicularis sup superficiem contingentem speculum secundū lineam longitudinis speculi, quæ est g e, hac em̄ sup-
ficies continget circulum d e, in puncto e, q̄ linea sit u o p, secans sup-
ficiē speculi in puncto o, & axē g t in puncto p, & ducant lineæ a o & b o. Cū itaq; ut patet ex pmissis, angulus a e s, sit æqualis angulo s e k, & cū angulus i e s, sit rectus p 17. tertij, & angulus g e t, rectus palā quod angulus i e a, est æqualis angulo t e k, Sed & angulus t e k, æqualis est angulo t e b.

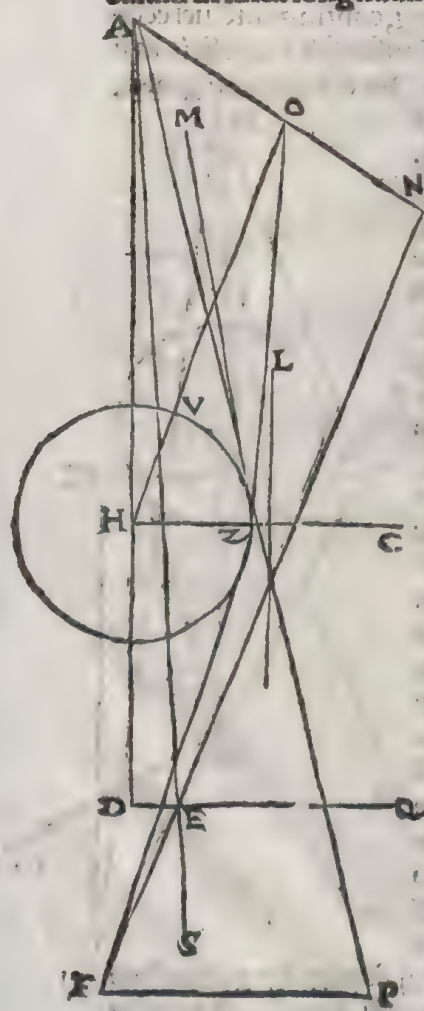


e h, p 15. primi, ergo angulus a e i, est æqualis angulo i e h, potest ergo forma puncti a reflecti ad usum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ u p, & linea æquedistans lineæ i r, & iteretur, probatio 35. huius, palam quoniam forma puncti a, reflectetur à puncto speculi quod est o, punctum lineæ g e, ad usum existentem in puncto b, quod est ppositum, & quoniam semper est eodem modo demonstrandum quodcumque puncto a uel b fuerit ex quacumque altera parte superficie i m n g, patet idem quod pponebatur, & imaginendum est ita quod in figura solida punctum b, cadat in lineam e g, quod in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaque ex pmissis sex theorematibus, cum non sit possibile alio modo se habere punctum rei uisæ secundum situm reflexibilitatis à speculis pyramidalibus conuexis ad centra uisus nisi modis ppositis, quoniam aut ambo erunt sub superficie i m n g, aut ambo ultra illam, aut ambo in illa, aut unum in illa, aliud sub illa uel ultra illam, aut unum sub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctum est inueniri, uniuersaliter ergo in tota superficie speculi pyramidalis conuexi quocumque modo se habente rei uisibilis puncto ad centrum uisus, punctum reflexionis est possibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLI.

Speculo pyramidali conuexo super ipsius basem erecto possibile est re-
ctam lineam rei uisæ & centrum uisus sic sisti, ut ab una linea longitudinis
speculi fiat formarū cum omniū punctorum illius lineæ reflexio ad uisum.

Sit speculum pyramidale conuexum, cuius uertex sit a, axis uero a h, linea longitu-
dinis a z, & à puncto z ducatur linea perpendicularis super superficiem contingente spe-
culum in linea longitudinis, quæ pducta necessario concurret cū axe a h, per 96. primi
huius, sicq; linea h z t, secans axem a h, in puncto h, & eius pū-
ctus t, sit extra superficiē speculi, & erit angulus a z h, rectus,
ergo per 32. primi, angulus a h z, est acutus, ducatur quoq; à
puncto a, uertice speculi linea extra pyramidē ultra superficiē
contingentē pyramidē in linea a z, continens angulū acutū
cum speculi axe, quæ est a h, & cū linea longitudinis a z, quæ
sit a n, lineæ quoq; a h & a z, aut nō sunt in eadē superficie, sed
in diuersis, & in superficie h a n, à puncto h, ducatur linea cum
axe cōtinens angulū acutū æqualem angulo a h z, quæ linea
cōcurrat cū linea a n, per 14. primi huius, cū angulū h a n & a
h z, sint acuti, ut patet ex præmissis, concurrant ergo in puncto
o, & sit linea h o, & factō sup punctum z, circulo æque distan-
te basi p 102. primi huius, palā qm̄ linea h o, transibit superfi-
ciem illius circuli, sicut etiā linea h z c, transit p superficiē eius-
dem circuli. Sit em̄ punctus h, polus illius circuli, ideo quod se
midiameter illius circuli cū axe a h, cōtinet angulum rectum
& angulū a h z, & a h o, sunt acuti, ut patet ex præmissis, secet
itaq; linea h z c, superficiem illius circuli in puncto z, & linea h
o, in puncto u, ducaturq; linea longitudinis speculi quæ sit a u
d, ducatur quoq; linea o z, quæ pducatur usq; ad punctū f, & qm̄
linea o z, est ultra superficiē contingentē pyramidē in linea a
z, cū linea h z, sit perpendicularis sup illam superficiē, palam
quia angulus o z h, est maior recto, cū angulus a z h, sit rectus
igit per 13. primi huius, angulus f z h, est minor recto, à pun-
cto ergo z, ducat linea contingens circulū p 16. tertij, qui sit
z m, cadetq; linea z m, in superficie contingente speculum se-
cundū lineam longitudinis quæ est a z, est ergo linea h z per-
pendicularis sup lineam m z, & à puncto f ducatur linea per
perpendicularis sup lineam a z, per 12. primi, quæ sit linea f e, cō-
currentes cū linea a z, pducta in puncto e, quæ linea f e, pducta



consectetur cū linea a n, p. 14. primi huius, quia cum angulus a e f, sit rectus, angulus e a n est acutus, concurrunt ergo in puncto n, & a puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ t h, quæ sit e q, per 3. 1. primi. Itemq; ab eodē puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ m z, quæ sit e l, palam autē qd' linea m z, est perpendicularis super lineā a e, per 22. primi huius, qm̄ ipsa est perpendicularis super lineā t h, ut super diametrum circuli quem ipsa est cōtingens in puncto z, igitur linea l e, cū ipsa sit æquedistans lineæ m z, est per 29. primi, perpendicularis super lineam a e. Sunt quoq; lineæ m z & a e, in eadem superficie per 1. primi huius, cū ipsæ sint æquedistantes, pducaturq; linea q e, ultra punctū e, & hoc per 2. primi huius, secabit axē a h, cū ipsa sit in eadē superficie cū lineā h t' per 1. primi huius, secet ergo axē in puncto d, eritq; angulus h d q, acutus æqualis angulo a h t, per 29. primi, fiat itaq; superficies l e d q, secās pyramidē, erit ergo illius superficie & superficie pyramidis cōmunis sectio oxigonīa per 103. primi huius, cū ergo linea a e, sit perpendicularis sup lineā f n, & super lineā d q, & sup lineā l e, patet per diffinitionē lineæ erectæ sup superficiē, qm̄ linea longitudinis pyramidis, q̄ est a e, erecta est super superficiē illius sectionis oxigonīæ, quæ est l e d q, & quia linea a e, est perpendicularis super lineā f n, erit ergo linea f n, in superficie illa secante pyramidē secundū illam sectionē, fiat ergo ut in illa superficie sectionis a puncto f, ducatur linea f p, per 3. 1. primi, æquedistans lineæ e q, ergo per 9. undecimi, erit linea f p, æquedistans lineæ z t, uerū cū angulus o z t, est acutus, ideo qd' angulus o z h, est obtusus, erit p. 13. primi, angulus t z f, obtusus, ducatur itaq; a puncto z, linea faciens t z, angulū æquale angulo o z t, q̄ quidē linea, pducta necessario secabit lineā f p, per 2. primi huius, cum linea f p, sit æquedistans lineæ z t, secet ergo ipsam in puncto p, & ducatur linea p e, quæ per 1. undecimi, erit in superficie l d q, erit ergo angulus a e p, rectus, ut patet ex pmissis, per diffinitionē lineæ sup superficiē erectæ, cū ergo lineæ p z & o z, ut patet ex pmissis, in eadē superficie pyramidē secante, & angulus o z t, æqualis sit angulo t z p, palā per 20. quinti huius, qm̄ forma puncti o, reflectitur ad uisum existentē in puncto p, a puncto speculi z, uerū qd' angulus o z t, per 29. primi, est æqualis angulo z f p, quia est extrinsecus illi, & angulus h z f, æqualis est angulo o z t, per 15. primi. Sed angulus z p f, æqualis est angulo p z t, per 29. primi, quia est coalternus, palā quia angulus z f p, æqualis est angulo z p f, ergo p. 6. primi, latus z f, æquale est lateri z p, & quia angulus f e z est rectus, ideo qd' linea a e est perpendicularis sup lineā f n, palā per penultimā primi, qd' quadratū lineæ f z, ualeat ambo quadrata lineæ e f & e z. Sed eadē ratioe quadratū lineæ z p, ualeat ambo quadrata lineæ e z & e p, qm̄ ut patet ex pmissis, angulus p e z, est rectus, quadratū uero lineæ est æquale q̄ drato lineæ z f, qm̄ ut patet ex pmissis lineæ z f & z p, sunt æquales, illa ergo duo quadrata hinc inde sunt æqualia, ergo ablato cōmuni quadrato lineæ z e, remanet quadratū lineæ e p, æquale quadrato lineæ e f, igit' latus f e, æquale est lateri p e, ergo p. 5. primi, angulus e p f, est æqualis angulo e f p. Sed angulus n e q, est æqualis angulo e f p, per 29. primi, qm̄ extrinsecus est illi, & angulus q e p, æqualis angulo o p f, qd' coalternus est illi, angulus ergo n e q, & q e p, sunt æquales, qm̄ cū sint in eadē superficie q̄ sit e n, palā per 20. quinti huius, qm̄ forma puncti n, reflectitur ad uisum existentē in puncto p, a puncto speculi qd' est e. Similiterq; diuidatur a puncto f, q̄cūq; linea ad aliqd punctū lineæ z e, & pducatur usq; ad lineā o n, semp. pbatib' de puncto lineæ o n, in quā cadit pducta linea qd' ipsa reflectet ad punctū p, a puncto aliq; lineæ z e, quæ secat illa linea, simili modo & oim huius lineæ pbatio sumet initium a linea perpendiculari, q̄ est e, & a pte lineæ e z, q̄ erit cōmunis oibus illis triāgulis, & ita qdlibet punctū lineæ reflectit ad uisum existentē in puncto p, ab aliq; puncto lineæ z e, qd' de oibus est eadē demonstratio, qd' & patet p. 34. quinti huius. Si itaq; q̄cūq; linea recta cuiuscūq; rei uisus, ponatur in loco lineæ a o n, & centrū uisus sitat in puncto p, semp' fiet reflectio ad uisum ab aliq; puncto lineæ a z e, q̄ est linea longitudinis speculi, & hoc pponenda faciedū, patet ergo ppositū. X L I I.

XLII.

Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis cōuexi communis sectio fuerit linea longitudinis, erunt loca imaginum & distantia ipsarum à uisibus, quæ & in speculis planis.

Quando causa in diuersis subiectis uniuocat, & passio uniuocabitur, ob hoc non repetimus illa hic quae in speculis planis dicta sunt in quinto libro huius scientiae, quia utrobique in planis, & ppositis speculis lineae incidentiae & reflexionis incidunt & reflectuntur a lineis rectis, erit utrobique locus imaginis in perpendiculari a puncto uiso ducta super superficiem speculi tam distans a superficie speculi quantum punctus rei uisae distat ab eadem speculi superficie, ideo quod semper imago rei uisae uidetur in concursu lineae reflexionis cum katheto incidentiae in oibus his speculis, ut patet per 37. qnti huius, patet ergo ppositum. **XLIII.**

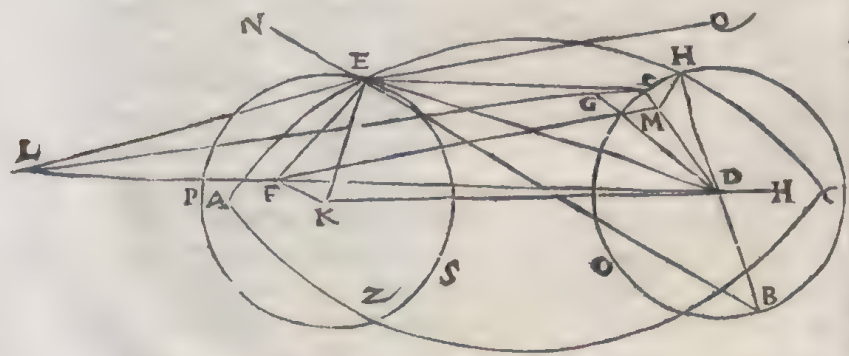
Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communis sectio fuerit circulus, erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quae est in speculis sphaericis conuexis.

Erit enim aliqui locus imaginis intra speculum columnare conuexum, aliqui in superficie speculi, aliqui extra speculum, secundum modum quem kathetus incidentiae & linea reflexionis in diuersis punctis concurrunt, cuius qui causam & demonstrationem quaesierit, recurat ad ea, quae in sexto huius scientiae libro de speculis sphaericis conuexis demonstrata sunt, nam eadem penitus est ratio hinc inde, quia & fines contingentiarum & metae imaginum & loca & eadem proportionales lineae sunt in illis speculis & in istis, patet itaque per illa ppositum, nec uisum est nobis dignum in his amplius immorari.

XLIII.

A puncto sectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiae ad perpendicularem ductam a puncto reflexionis super superficiem speculi columnaris conuexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit concursus katheti incidentiae cum illa perpendiculari sub axe.

Hoc quod hic ppositum demonstrandum patet per 114. primi huius, ut autem huius nostro pposito conclusio Mathematica sensibilibus applicetur, eandem demonstrationem duximus imitandam. Sit ergo a b c, columnaris sectio, & sit e datus punctus, cui incidit kathetus incidentiae formae puncti n, qui sit punctus rei uisae 3 b, sit punctus reflexionis a quo ducta sit linea b d, perpendicularis super axem speculi qui sit h k, secetque kathetus incidentiae ductus a puncto n, qui est punctus rei uisae ipsum speculum secundum punctum ppositae sectionis, qui est e, dico uerum esse quod proponit, ducat enim linea e d, sitque ita, ut fiat e d b angulus acutus, sit ergo q e l, linea contingens sectionem in puncto e & super punctum sectionis b, fiat circulus aequidistans basibus speculi per 102. primi huius, quae sit b t o, cuius centrum sit d, ducatur a puncto e, linea longitudinis speculi per



101. primi huius, quae sit e t, a puncto quoque d per 11. primi, ducat linea d g, perpendicularis super lineam b d, in ipsa circuli superficie, palam ergo quod superficies h d g, cum per axem h k, transeat, qui per 92. primi huius est erectus super circuli superficiem per 18. undecimi. Superficies uero contingens speculum in puncto b, erit aequidistans superficiei h d g, speculum secanti, ideo enim quia linea longitudinis speculi ducta a puncto b, est aequidistans axi h k, & linea h t o, circulum contingens super punctum b, est aequidistans lineae g d, per 29. primi, angulus enim g d b, est rectus, ut patet ex pmissis, & angulus contentus sub linea d b, & sub linea contingente circulum in puncto b, rectus, per 17. tertij, ergo ille superficies aequidistant per 14. undecimi, igitur superficies in qua sunt li-

nea

nea l e & t e, non est aequidistans superficiei h d g, quod patet per 24. primi huius, quoniam superficies contingens sectionem oxigoniam in puncto b, non est aequidistans superficiei contingenti eandem sectionem in puncto e, in quo sunt lineae l e q, contingens sectionem & linea longitudinis quae est e t, angulus enim e d b, ut patet ex hypothese est acutus, superficies ergo h e g, non aequidistat superficiei l e t, ergo concurrat cum illa, concurrat ergo in linea l g, & ducatur linea g t, quae necessario erit contingens circulum b t o, cum superficies in q ducit linea g t, ipsum speculum sit contingens, ducta autem linea t d, erit angulus g t d, rectus, per 17. tertij, quoniam linea t d, est diameter circuli, & linea g t, contingit illum circulum in puncto t, fiat quoque ut prius super e, punctum sectionis circulus aequidistans basibus speculi q sit e s 3 p, & centrum huius circuli sit punctus axis, q k, & ducat linea k e, & ducat etiam linea d l, quae quidem secabit superficiem circuli e l p, secet ergo illam in puncto f, quia itaque punctum d, est in superficie sectionis per 24. huius, cum ipsa sectionis superficies sit superficies reflexionis, & punctum l, quod est punctum lineae contingentis sectionem est in eadem superficie sectionis, ergo per primam undecimi, tota linea d l, est in superficie sectionis, punctum ergo f, est in superficie sectionis, sed ipsum est in superficie circuli e s p. Est ergo in comuni sectione illae superficiei circuli & sectionis, sed & punctum e, est in ambabus eiusdem superficibus, ergo ite per 1. undecimi linea e f, ducta erit in ambabus illis superficibus, ergo per 19. primi huius, secundum lineam e f, secant se superficies sectionis & circuli e s p, ducatur itaque linea k f, & a puncto f, ducatur perpendicularis superficiem circuli b t o, per 11. undecimi, qui sit f m, cadetque punctus m in linea d g, ut patet, & ducat linea t m, palam quoniam linea k d, aequidistans e t, aequalis est lineae f m, per 25. primi huius, sunt enim lineae k d & f m, ambae perpendiculares super superficiem circuli b t a, quia illi circuli aequidistant per 24. primi huius, utraque enim ipsae aequidistant basibus columnae per 100. primi huius, quoniam ergo linea f m, est aequalis & aequidistans lineae d k, quae est pars axis, ergo per 33. primi, linea k f, aequalis & aequidistans est lineae d m, & similiter erit m f, linea aequalis & aequidistans lineae longitudinis quae est e t, per 37. primi, quoniam linea e t, est aequalis & aequidistans axi k a, per 92. primi huius, cum sit linea longitudinis speculi, & erit ut prius linea k e, aequalis & aequidistans lineae d t, & linea e f, aequalis est & aequidistans lineae t m, per eandem 33. primi, uerum etiam superficies k d l g, quia transiit axem columnae, & angulus g d b, est rectus, orthogonalis est super superficiem sectionis oxigoniam, quae est a e b c, per diffinitionem superficiei erectae, & eadem superficies k d l g, orthogonalis est super superficiem circuli e s p, quoniam illa superficies k d l, transiens per axem, per 18. undecimi, erecta est super bases columnae, ergo & super superficiem circuli e l p, aequidistans basibus erecta est in eadem superficie k d l, quia itaque ducta superficies k d l, est erecta super superficiem sectionis oxigoniam & circuli e s p. Est ergo orthogonalis super lineam communem dictae sectionis & circuli quae est linea e f, per 19. undecimi, & quia linea e f, est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k f, igitur per diffinitionem lineae super superficiem erectae angulus e f k est rectus, ergo & angulus t m d, est rectus per 19. undecimi, latera enim illos angulos continentia in aequidistantibus circulo superficibus, pertracta aequalia sunt & aequidistantia, ut patet ex pmissis, cum ergo angulus d m t, sit rectus, & angulus g t d, sit rectus per 17. tertij, in trigono ergo orthogonio d t g, ducta est ab angulo ad basem perpendicularis t m, ergo per 8. & 16. sexti, idem quod sit ex ductu lineae d m, in g m, est aequale quadrato lineae m t, & quoniam linea g t, contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentiae quod est t, palam quod linea l g, est aequidistans axi k d, quoniam enim superficies secundum lineam longitudinis speculum contingentes sunt erectae super basem columnae, superficies ergo per 19. undecimi, earum communis sectio quae in pposito est linea l g, super eandem superficiem basium perpendicularis erit, aequidistabit ergo axi h k, per 6. undecimi, ergo etiam aequidistabit lineae f m, per 30. primi, quia ergo in trigono l g d, linea f m, aequidistat basi l g, patet per secundam sexti, quoniam secat alia latera illius trigoni proportionaliter. Est ergo proportio lineae d f ad f l, sicut lineae d m ad m g, ergo permutatim per 16. quinti, erit proportio lineae d f ad d m, sicut lineae f l ad m g, sed linea d f maior est quam linea d m, per 19. primi

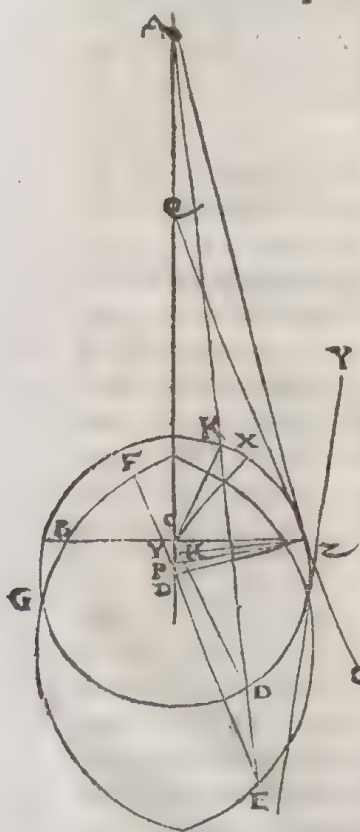
23 2

primi, qm̄ in trigono f d m, angulus f m d, est rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l, est maior q̄ linea m g, ergo idem quod sit ex ductu lineæ f d in f l, maius est illo quod sit ex ductu lineæ d m in m g, ergo & quadrato lineæ t m, sed linea t m, est æqualis lineæ e f, ut patet ex p̄missis, ergo illud qd̄ sit ex ductu lineæ d f in f l, maius est quadrato lineæ e f. Est ergo in trigono d e l, angulus l e d, maior recto p 30. primi huius, q̄a si esset rectus, tunc cum lineæ e f, sit perpendicularis super lineam d l, esset per 8. & per 16. sexti, idem qd̄ sit ex ductu lineæ d f in f l, æquale quadrato lineæ e f. Restat ergo ut linea perpendicularis super lineam contingente sectionē a e b c, quæ est linea q l, ducta à puncto e, cadat sub li nea e d, nō perueniens in punctum d, sit ergo illa ppendicularis lineæ e b, & quia angulus e d b, est acutus, & angulus d e u, acutus, qm̄ angulus u e q est rectus, ergo per 14. primi huius, lineæ e u & b d, productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concurrē su lineæ e d, cum lineæ b d, quod est evidens, patet ergo propositum.

X L V.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiem speculi pyramidalis convexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice speculi q̄ sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi concurrere est necesse, dum tantum lineæ à puncto incidentiæ katheti ducta ad perpendicularem super axem angulum contineat acutum.

Hæc quoq̄ ppositio patet per 113. primi huius, ut iam facilius pyramidalibus speculis applicetur. Sit speculum pyramidale cōuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a k, cadatq̄ in ipsum sectio oxigonia, à cuius circūferentia formæ punctoꝝ lineæ uisæ reflectantur ad uisum, quæ sit b f e z, punctū q̄q̄ reflexionis sit e, & sit linea e d, existens à p̄-



cto e, qd̄ est punctū reflexionis ppendicularis sup superficiē cōtingentē speculū, q̄ pducta in superficie sectionis, concurrat quidē cū axe a k, per 14. primi huius, angulus em̄ e a k, est acutus, & angulus a e d est rectus, cōcurrat ergo in puncto d, sitq̄ kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflecti à puncto speculi e z, q̄ sit h z, dico qd̄ kathetus h z, cōcurrat cū perpendiculari e d, ultra punctū d, sub axe speculi, ducat em̄ lineæ t z q, quæ cōtingat sectionē b e f, in puncto z, cum sit punctū z, remotius à puncto a, uertice speculi, q̄ sit punctum e, ducta quoq̄ lineæ z d, angulū acutum contineat cū perpendiculari e d, super ipsum axem speculi, in quo cadit punctū d, transeat quoq̄ super punctū z, superficies æquedistans basi speculi, quæ secando speculum faciat circulū r z g, per 100. primi huius, iste ergo circulus secat sectionē b e f, in duobus tm̄ locis per 104. primi huius, qm̄ circulus est ppendicularis super axē a d, & sectio est obliqua super eandem axem, & ducantur lineæ a z & a e, lineæ quoq̄ a e, quæ ex hypothesi est breuior q̄ lineæ a z, ideo quod punctum z, remotius est à uertice pyramidis q̄ punctum e, p̄trahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circūferentia circuli r z g, & sit concursus punctus o, ergo punctus o, est remotior à puncto a, uertice speculi q̄ sit punctus e, eritq̄ lineæ a o, æqualis lineæ a z, per 89. primi huius, ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circūferentiā. Cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis super superficiē cōtingentē speculū secundum lineam a d, cōcurrat illa lineæ cum axe a k, ultra punctum d, cui prius data est in

cidere perpendicularē e d, per 2. primi huius. Sit ergo punctus cōcursus k, erit em̄ lineæ o k, æquedistans lineæ e d, p 6. undecimi ducant ergo lineæ k z & d z, & quia lineæ k z, est æqualis lineæ k o, p 65. primi huius, est em̄ k polus circuli, sed lineæ a d, est æqualis lineæ a z, p 89. primi huius, cū sint lineæ lōgitudinis unius pyramidis, & lineæ a k, cōis est ambobus

ambobus illa trigonis, erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k æq̄ anguli, sed angulus a o k est rectus, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo lineæ k z perpendicularis super lineam lōgitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingente speculum, est ergo lineæ k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineam a z, ergo per 18. undecimi, & superficies z k o est erecta super illam superficiem contingentem, & quia à puncto z ducta est linea contingens sectionem quæ est e z q, cum ergo ut patet lineæ k z sit erecta super superficiem speculum contingentem secundū lineā a z & cōmunis sectio superficiē sectionis, & illius superficiē speculū contingentis sit lineæ t z q cōtingēs sectionē, erit lineæ k z ppendicularis super lineā t z q, erit ergo angulus k z q rectus per diffinitionē lineæ super superficiē contingentē, & quia ut patet ex p̄missis, angulus k z q est rectus, trigonū q̄q̄ a z k erectū est super superficiē speculū secundū lineā a z cōtingentē, & lineæ b z est similiter ppendicularis super hāc superficiē cōtingentē. Extrahamus ergo à p̄cto z cōmunē sectionē superficiē circuli r z g, & superficies pyramidē secundum lineā a z cōtingētis, hoc aut per 3. undecimi est lineæ recta, sit er hāc lineæ z y, est palā per p̄missa q̄ lineæ z y cōtingit circulū r z g, sit quoq̄ cētū huius circuli c, & producat lineæ c 3 angulus c z y, est rectus per 17. tertij, & ducatur à puncto c, qd̄ est cētū circuli r z g, lineæ continens cum lineā 3 c angulum rectum per 13. primi, & sit lineæ c f, lineæ ergo c r, est æquedistans lineæ 3 y per 28. primi, lineæ uero c r, est ppendicularis super superficiē a 3 c per 4. undecimi, ideo quia angulus z c r est rectus ex p̄missis, & angulus 3 c a, est rectus, ideo quia axis a c est perpendicularis sup superficiē circuli r z g, per 89. primi huius, & quia etiam axis est perpendicularis sup basem pyramidis, cui circulus æquedistat, ergo & axis erit erectus super circulum per 23. primi huius, lineæ ergo 3 y æquedistans lineæ c r est perpendicularis super superficiem a 3 c per 8. undecimi, ergo lineæ a q contingens sectionem est obliqua super superficiē a 3 c, ergo & super lineam c 3, producat ergo à puncto 3 in sectionis superficie extra ipsam sectionis periferiam lineæ recta continens cum lineā t q angulum rectum per undecimā primi, quæ sit 3 b, & quia punctus d per 24. huius est in superficie sectionis in aliquo puncto axis, palam quod ipsum aliud est à puncto k, qui est punctus axis à uertice puncto d extra superficiem sectionis, sed punctus z est in ipsius superficie patet ergo quoniam lineæ k 3 est extra superficiē sectionis, lineæ ergo k 3, secat lineam 3 h, nec cōtinuatur cum ipsa, quoniam lineæ 3 h est in superficie sectionis, & lineæ k 3 est extra illam, & quoniam lineæ k 3 & h 3 secant se in puncto 3, patet quod ipsæ sunt in aliqua superficie una per 2. undecimi, sint ergo lineæ 3 k & 3 h in alia superficie p̄ter superficiem sectionis, quæ secet superficiem sectionis super lineā p 3 h in ambabus illis superficiebus existentem per 19. primi huius, & sit 3 p eadem lineæ cum 3 h, quæ est producta in superficie sectionis, lineæ uero d 3, quæ est in superficie sectionis, est extra superficiem in qua sunt lineæ k 3 & 3 h, sed lineæ 3 k continet cum lineā 3 q, angulum rectum ideo quia ut p̄dictum est lineæ k 3 est perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem quæ transit lineas a 3 & 3 q, & superficies k 3 h secat superficiem d 3 h super lineam illis duabus superficiebus cōmunem, per 19. primi huius, quæ est h 3, una lineæ d 3 est in superficie sectionis ut supra patet, & secatur à lineā k 3 in p̄cto 3, & p̄cta c & q sunt à lateribus superficiē k 3 p h, ergo & superficies h 3 k, secat superficiem d 3 q, differētia ergo cōmunis superficie h 3 k & d 3 q, & in superficie h 3 k est q̄q̄ illa cōmunis sectio lineæ recta per 3. undecimi, cōtinet ergo illa lineæ cū lineā 3 q angulū rectū, nā lineæ 3 q cū sit ppendicularis sup lineā 3 h, & sup lineā 3 k, patet per 4. undecimi, qm̄ ipsa est erecta super superficiē h 3 k, ergo & super lineā 3 p, & qm̄ superficies h 3 k, secat superficiē d 3 q & declinatio superficiē h 3 k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d 3 q sit ex parte semidiametri 3 t, erit lineæ quæ est differentia communis his duabus superficiebus media inter duas lineas q 3 & 3 d, ergo angulus q 3 d est obtusus, & h 3 est in superficie in qua sunt lineæ d 3 & 3 q, quæ est superficies sectionis, & continet cum lineā 3 q angulum rectum, lineæ ergo 3 h producta intra sectionem ultra punctum 3, secabit angulum d 3 q, & lineæ h 3, concurrat cum lineā e d sub puncto d, puncto axis per 14. primi

aa 3

primi

primi huius, angulus enim y d e est acutus ex hypothesi, & angulus d z p acutus, kathetus itaq; incidetiae qui est h z, cum perpendiculari e d, quae ducitur à puncto reflexionis super superficiem speculum contingentem, concurrerit sub axe & sub puncto ipsius axis, qui est d, sit itaq; punctum concursus p, & hoc est propositum.

XLVI.

Perpendicularē ductā à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiē speculi pyramidalis conuexi, cū katheto incidentiæ puncto propinquiori à uertice speculi quàm sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi cōcurrere est necesse, altioris quoq; puncti kathetus cum eadem perpendiculari concurreret remotius sub axe, dum tamē linea à puncto superiori cū ppēdulari ducta à puncto inferiori super axem angulū cōtineat acutū.

Sicut in præmissa speculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a d, sitq; in ipso sectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoq; reflexionis sit e, sitq; linea e d perpendicularis super superficiem speculi concurrens cum axe a k in puncto d in superficie sectionis, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto e, qui sit h z, cuius punctum z sit propinquius uertici speculi quàm punctum e, ita tamē quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uertē est quod pponitur, circūducatur em à puncto z, ipsi speculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoq; a e ex hypothesi est longior quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abscinditur per superficiem circuli r z g, ideo quia punctum z propinquius est uertici pyramidis, quæ est a, quàm punctum e sit ergo ut abscindatur in puncto o, est ergo punctum o propinquius uertici ipsius speculi, quàm e punctum, eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, eum ergo exierit à puncto o, perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquedistans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & quia linea k z est æqualis lineæ k o per 65. primi huius, est em punctus k polus circuli k z b g, sed linea a o est æqualis lineæ a z per 89. primi huius, & linea a k, est cōmunis ambobus illis trigonis, erūt ergo p 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, sed angulus a o k, est rectus per 29. primi, ideo quia angulus a e d est rectus, & linea e d & o k æquedistans, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam longitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingentem speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineā a z, ducta quoq; à puncto z linea cōtingentem sectionem in puncto z, quæ sit r z q. Perficiat demonstratio, ut in proxima præmissa, patetq; propositum nunc ut prius, cadat enim punctus p, quæ sit communis sectio katheti incidentiæ ducti à puncto z cum perpendiculari e d sub axe a d & sub puncto d, & si in periferia ipsius sectionis signetur punctus p, propinquior uertici quàm sit punctum z, qui sit punctus x, ab eo quoq; ducatur kathetus incidentiæ qui sit x y, qui eodem modo si angulus x d e, fuerit acutus, demonstrabitur cōcurrere cum perpendiculari e d sub axe a d, sit concursus in puncto y, dico quod punctus y remotior erit sub axe a d, quàm punctum p, non enim secabit linea x y angulū a z p, neq; lineam z p, quoniam kathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur sub axem, & kathetus angulum rectum cōtineas cum ppendiculari e d concurrat cum illa in puncto axis d, reliqui uero katheti horū medij, à quorum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non secabit lineam a d p, patet ergo propositum.

LXVII.

Kathetum incidētis linea reflexionis intra sectionem oxigoniam secāte, & à puncto reflexionis ducta cōtingente, quæ secet kathetum, erit totius ka-
theri proportio ad partē sui resectam intra sectionem oxigoniam, sicut par-
tis extrinsecus resectæ ad eam quæ utraque interiacet sectiones.

Esto

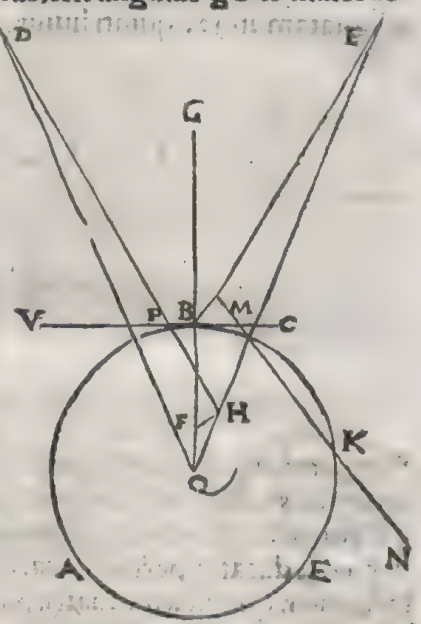
Esto a b c sectio oxigonía, cuius punctus b, sit punctus reflexionis, & sit e punctus
 rei uisæ, d centrum uisus, à puncto quoq; reflexionis quod est b, ducatur linea perpen-
 dicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, qui sit g b q, ducta intra
 speculum propositum in punctum q, & ducatur à puncto e, linea e k perpendicularis su-
 per ipsam sectionem, aut super lineam sectionem contingentem, ut fuerit possibile, du-
 catur quoq; linea cōtingens speculum in puncto b, quæ sit t b u, & alia contingens secti-
 onem in puncto k, duæ itaq; perpendiculares, quæ sunt g b q & o k, concurrent intra se-
 ctionem sub axe speculi per tres præcedentes, sit ergo punctus cōcursus illarū perpen-
 dicularum pūctum q, sed hoc in proposito aliter declarandum. Ducatur enim lineæ e b
 o b, k b, palam per 29. primi huius, & ex præmissis, quoniam linea k m, cadet intra super-
 ficiem e k b, & linea b t, cadet intra eandem superficiem, igitur linea b t, secabit lineam
 e k, sit ut secet ipsam in puncto t, & linea k m secabit lineam b e, & sit ut secet ipsam in
 pūcto m. Cū ergo angulus e k m sit rectus, ut patet ex præmissis, palā quod angulus e k
 b maior est recto, & similiter quod angulus g b t est rectus, erit angulus g b k maior re-
 cto, palam ergo per 14. primi huius, quoniam duæ p-
 erpendiculares g b & e k concurrent in aliquo pūcto su-
 perficiæ reflexionis, cū sint in eadem superficie, sit ut
 prius earum cōcursus in puncto q, similiter q; angu-
 lus d b k, est maior angulo recto, qui est g b t, qui est re-
 ctus, ut patet ex præmissis, ergo per 14. primi huius li-
 neæ d b & e k cōcurrēt, sit ipsarū concursus punctus h,
 igitur per 37. quinti, huius, punctus h, est locus imagi-
 ginis formæ pūcti e, dico itaq; qd erit proportio lineæ
 e q, quæ est kathetus incidētiæ formæ pūcti e, ad lineā
 q h, sicut lineæ e t ad lineā t h, qā em lineæ e k & b e cō-
 currunt in puncto e, ducatur à puncto h linea h f æque
 distans lineæ e b, per 31. primi, & qm angulus e b t, est
 per 20. quinti huius, æqlis angulo d b u, & per 15. pri-
 mi, angulus d b u, est æqualis angulo t b h, palā qd an-
 gulus e b t, erit æqlis angulo c b h. Restat ergo ut angu-
 lus e g b, sit æqualis angulo h b q, ideo quia anguli c b
 q & c b g, sunt recti & æquales, cū igitur linea c b diui-
 dat angulū e b h p æqualia, erit p 3. sexti, proportio lineæ e t, ad c h, sicut lineæ e b, ad
 b h, sed per 29. primi, angulus e b g, est æqualis angulo h b f, angulus ergo h b f, est æqua-
 lis angulo h b t, qm ut postēsum est angulus e b g, est æqualis angulo h b f, ergo p 6. pri-
 mi, lineæ h b, est æqualis lineæ h f, ergo p 7. quinti, proportio lineæ e b ad lineā h f, sicut
 ad lineā h b, est autē proportio lineæ e h, ad h f, sicut lineæ e q ad q h, per 4. sexti, qā per 29.
 primi, trigonæ e q b & h q b, sunt æquiangula, erit ergo proportio lineæ e b ad h b, si-
 cut lineæ e q ad q h, erit ergo per undecimam quinti, proportio lineæ e t, ad lineā t h, si-
 cut lineæ e q, ad lineā q h, qd est propositum.

XLVIII.

XLVIII.

In omni speculo columnari uel pyramidalis conuexo, communi sectione
superficiæ reflexionis & speculi oxigonia existēte linea recta interiacens pū-
ctum concursus duarum præmissarum perpendicularium & locū imaginis
maior est linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit omnimoda dispositio & probatio, ut in præcedente proxima, & quia est proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e b ad lineam h f, per 4. sexti, & proportio lineæ e b ad h f, est sicut lineæ e b ad lineam h b, per 6. primi, & 7. quinti, erit proportio lineæ e b, ad lineam h b, sicut lineæ e q ad lineam q h, p 11. quinti, ergo pmutatim p 16. quinti, pportio lineæ e q ad e b, sicut q h ad h b, sed lineæ e q maior est q lineæ e b p 19. primi, eo qd angulus e b q maior est recto, ut patet ex pmissis, qd angulus b q, est rectus, ergo lineæ q h est maior q lineæ h b, qd ē, ppositū, est em pūctū q illud in q concurrūt duæ ppediculares g b q & e b

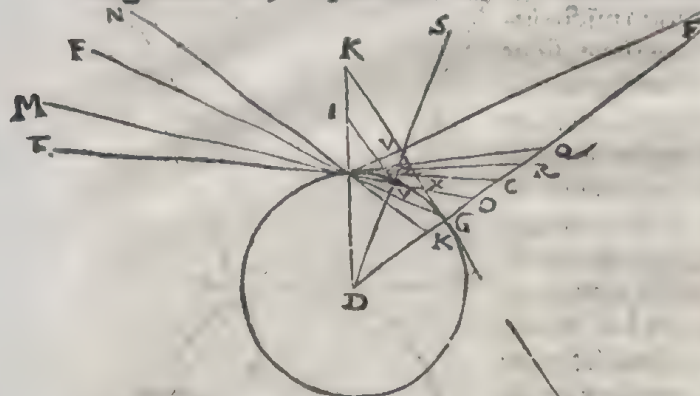


Et b; quæ est katherus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, et punctus b est punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uisus existens in puncto d.

XLIX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis convexi existente oxigonía, formaq; rei uisæ oblique speculo incidente, locus imaginum formarum uisorum punctorum quandoq; erit in superficie speculi, quandoq; intra speculum, & quandoq; extra ipsum.

Quod hic proponitur locum habet, cum punctus rei uisæ non fuerit in diametro uisuali perpendiculari super superficiem speculi, tunc enim unius solius forma puncti super lineam perpendicularem accedit ad speculum, & secundum eandem lineam reflectetur ad uisum, utpote punctus ipsius perpendicularis lineæ, quæ est in superficie oculi uidentis, punctus enim ultra superficiem oculi sumptus non potest reflecti super hanc perpendicularem, quia non potest accedere ad speculum super lineam perpendicularem propter rationem assignatam in 32. quinti huius, & similiter non potest reflecti forma illius puncti ad



forma rei uisæ incidat superficiei speculi non perpendiculariter, sed oblique, & esto ut superficies reflexiōis fecerit speculū columnare conuexum, & communis eorum sectio sit oxigonica sectio, quæ a b g, à cuius punctum a sumatur linea cōtingens sectionem, quæ sit e a t, & ducatur perpēdicularis à puncto a per undecimā primi, super lineam, e t, intra sectionem quæ sit a d, cadatq; pūctus d intra sectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a diuidit sectionem in duas partes, in quarum utraq; est pūctus unicus in quo pūctō linea sectionem contingens erit æquedistans lineæ d a, sit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui sit pūctus g, cuius puncti contingens concurret cū lineā d a in puncto h extra sectionem, & ducatur linea perpendicularis super hanc lineam contingentem, quæ est g h per undecimā primi, perpendicularis sit g q, secans lineam aliam contingentē quæ est e a t, in puncto t, erit ergo punctum t, finis cōtingentiæ per definitionem, & hæc quidem perpendicularis, quæ g q, necessario concurret cum lineā h d per 14. primi huius, ideo quod angulus q g h est rectus, & angulus g h d acutus, sit ergo in puncto d ipsarum concursus, & ducatur linea g a, quæ producat extra sectionē usq; ad punctum p, & ducatur linea q a, igitur angulus q a h, aut est æqualis angulo h a p, aut maior, aut minor, si sit æqualis, incidit ergo forma pūcti q speculo in pūcto a, & reflectetur ad centrum uisus existens in puncto p per 20. quinti huius. & locus imaginis punctus g, qui est punctus sectionis oxigonice & superficiei columnæ speculi per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto cōcurrit kathetus incidentiæ ductus à puncto rei uisæ, quæ est q, super lineam contingentem sectionem in puncto g, cū lineā reflexionis, quæ est p a, & quia punctus g est in superficie speculi, patet qd tunc uidebitur imago formæ puncti q in superficie speculi, si uero in lineā g q supra punctum a, sumatur alius punctus ut f, & ducatur linea f a, erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Est enim angulus f a h minor angulo q a h, qui est æqualis angulo h a p, fiat ergo angulus f a h su per a terminum b e h a æqualis angulo qui sit h a n, per 23. primi, & producatur lineā n a intra

intra sectionem, concurreret cum katheto qg , & sit punctus concursus k , palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti f , reflectitur à puncto speculi, quod est a , ad usum existentē in puncto n , & locus imaginis formæ puncti f , erit in puncto k , & imagines omnium punctorum lineæ qf , quæ sunt ultra punctum q , erunt intra columnam speculi, ut patet per 34. quinti huius, & ex præmissis, si non inter punctum q & punctum u , qui est finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod, ut r , & angulus ra maior angulo qa , ergo & angulo h a p , fiat ergo ei æqualis angulus, qui sit h a m , palam quod linea m a producta cadet super lineam q extra sectionem, ideo enim quia linea p a cōtinens cum linea a h , angulum p a h æqualem angulo q a h , cadit in ipsam sectionem in punctum g , patet quia linea m a, secabit lineam g q , extra sectionem, sitq; ut cadat in punctum o , erit ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti k , in puncto o , & omnium punctorum lineæ r q , excepto puncto q , imagines erunt extra speculum intra puncta o & g , si autem angulus q a h , fuerit minor angulo h a p , secetur ex angulo h a p , angulus h a n , æqualis angulo q a h , per 27. primi huius, palam ergo ut prius quod formæ puncti q , imago erit in puncto k , & omnium superficialium punctorum lineæ q t , imagines erunt intra sectionem, si uero punctus r , sumatur inferior puncto q , ita ut angulus ra h sit æqualis angulo h a p , tunc erit imago formæ puncti r in sectionis puncti g , quod est in superficie speculi & omnium punctorum inter r & q , imagines erunt intra speculum & omnium punctorum inter puncta k & d , imagines erunt extra speculi superficiem, si uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p , fiat angulus h a m æqualis angulo q a h , palam quod linea m a producta secabit sectionem, linea enim e a t , est cōtingens sectionem in puncto a , propter quod linea m a producta necessario sectionem secabit; secet ergo in puncto b , & ducatur linea cōtingens sectionem in puncto b , qui concurrat cum linea d h in puncto l , concurrat autem per 14. primi huius, angulus enim d b l est rectus, & angulus l d b acutus, ducta linea d b , eritq; angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l sit rectus, est ergo per 13. primi, angulus h l b obtusus, linea ergo l b concurrat cum linea h g , ut patet per 69. primi huius, ex parte punctorum b & g , quia quantum ad hoc eadem ratio est in circulis & in sectionibus, facietq; cum ipsa angulum acutum, ducatur ergo perpendicularis super lineam l b à puncto b , et per undecimam primi, quæ sit g s , hæc ergo coniuncta cū linea d b , fiat linea una per 14. primi, quoniam utraq; ipsarum cum linea l b , in eodem puncto qui est b , continet angulum rectum, & linea b s , secabit lineam h g , sit ut secet ipsam in puncto x , & quoniam linea l b protracta concurrat cum linea h g , & angulus s b l , est rectus, patet quod linea b s cum linea h g ex parte puncti h , continet angulum acutum per 14. primi huius, erit quoq; angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapositus similiter est acutus per 15. primi, quia uero linea h g , secat lineam q a , sit punctus sectionis u , & quoniam angulus h g d , est rectus, & linea q a concurrat cum linea f d g in puncto q , quoniam omnes hæc lineæ sunt in una superficie, palam per 14. primi huius, quod linea h g cum linea q a , continet angulum acutum super punctum u , qui est angulus h u a , quia ergo angulus s x h est acutus, & angulus q u g , contrapositus angulo h u a , per 15. primi, est acutus, patet per 14. primi huius, quod lineæ s b & q u concurrant, sit ergo concursus ipsarum in puncto z , forma itaq; puncti z , mouebitur ad speculum per lineam z a , & reflectetur per lineam a m , ad usum existentem in puncto m , & locus imaginis erit punctus b , & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s , ultra punctum z , erunt intra sectionem & omnium punctorum lineæ z b , quæ sunt circa z , loca imaginum erunt extra sectionem, quod est propositum.

Linea recta æquedistanti axi speculi columnaris conuexi, centroq;
uisi existente in eadem superficie, reflexionem possibile est fieri à tota li-
nea longitudinis speculi ad uisum, imagoq; eius uidebitur recta æqualis
rei uisæ.

bb

Esto

Esto speculum columnare, ut in 30. huius, cuius axis $z h$, æquedistant linea recta quæ sit $t h$, erit ergo per 30. primi huius, & per 92. primi huius, linea $t h$ æquedistans lineæ $l o$ longitudinis speculi columnaris, quæ existens in eadem superficie $t h z k$, sit linea $a g$, dico quod si uisus, cuius centrū sit e , fuerit in eadem superficie $t h z k$ cum linea $t h$, & cū axe $z k$, possibile est, ut omnia puncta lineæ $t h$ reflectantur ad uisum e , quoniam per 30. huius, possibile est, ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ $t h$, sint in linea longitudinis columnæ, quæ est $g a$, quia illa linea superficiem reflexionis in qua sunt uisus e , & axis $z k$ & linea $t h$, & superficiem columnæ est communis, ut patet per 93. primi huius, uidebitur ergo imago formæ lineæ $t h$ recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ $t h$, erit in eadem superficie cum uisū & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ $t h$ esse secundum lineam rectam disposita, sicut in speculis planis per 52. quinti huius, existit probatum de lineis rectis uisi, patet ergo propositum.

L I.

Lineæ rectæ æquedistantes axi speculi columnaris cōuexi, uisū nō existēte in eadem superficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor re uisa.

Sit dispositio quæ prius in 30. huius, reflectaturq; forma lineæ $t h$, à linea longitudinis speculi, quæ sit $a g$, dico quod imago lineæ $t h$, uidebitur aliquā curua, forma enim puncti eius quod est q , ut supra patuit reflectitur ad uisum e , à puncto speculi b , qui est punctus circuli $b f$, linea ergo à puncto q , ducta ad centrū circuli $b f$, quod est l , quæ erit $q l$, & ipsa est kathetus incidentiæ formæ puncti q , quoniam ut patet per 17. tertij, linea $q l$, est perpendicularis super lineam contingentem circulum $b f$, cuius periferia est communis sectio superficiem reflexionis & speculi, hic quoq; kathetus $q l$, ut patet, concurret cum perpendiculari $r i$, ducta à puncto b , quod est punctum reflexionis super ipsam superficiem speculi super axē $z k$, & erit concursus in puncto axis l , scilicet in centro circuli $b f$, per 96. primi huius, cōcurrat ergo linea $q l$ cū linea $m l$, in puncto axis l , producat q; linea reflexionis, q; est $e b$, quousq; cōcurrat cū katheto $q l$, & sit punctus concursus c , uidebitur ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti q in puncto c , & est punctus c , per 1. undecimi, in superficie in qua sunt linea $q h$, & axis $z k$, est linea longitudinis $a g$. Item forma puncti t , lineæ $t h$, reflectitur à puncto speculi g , q per 10. huius, est punctus sectionis oxigonæ cū punctus c sit altior centro uisus, quod est e , nec ipsa sunt in eadem superficie. Est autē à puncto t , unā tñ ducere perpendicularē super ipsam oxigonā sectionē, quæ est communis sectio superficiem reflexionis & speculi, uel super lineam contingentem speculū in puncto aliquo oxigonæ sectionis per 12. primi, sit ducta, hæc ergo per 14. primi huius, uel per 44. huius, cōcurrat cū perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis quod est g , super axē $z k$, quæ est linea $n g$, eritq; cōkursus sub axe, hoc est sub puncto z , qui est concursus perpendicularis, $n z$, & axi $z k$, qm ducta linea $t z$, erit angulus $t z n$ acutus, ideo quod angulus $n z y$ est rectus, axe $k z$ producta ultra punctum z ad punctum $r y$, producat i- taq; linea $n z$ ultra punctum z ad punctum x , & ducatur à puncto g , linea concurrēs cū linea $n z$, producta ultra punctum z in puncto x , concurret autem per 14. primi huius, ideo quia angulus $x n t$, est rectus, uel acutus, & angulus $x n a$ acutus, secetq; linea $t x$ axē $k z$ in puncto y , & producat linea $e g$, ultra punctum g , donec concurret cum linea $t x$, concurrent autem per 29. primi huius, linea enim $e g$ producta secat angulum $t g x$, ergo & basem $t x$, quoniam illæ lineæ sunt in eadem superficie ut patet, sit ipsarum sectio in puncto i , erit ergo punctus i , locus imaginis formæ puncti t , per 37. quinti huius, similiter ducta à puncto h , lineæ $t h$, quæ sit orthogonalis super lineam contingentem speculum in aliquo puncto sectionis oxigonæ, à qua reflectitur forma puncti h ad uisum e , per decimā huius, illa concurret cum perpendiculari $d a r$, sub puncto d , qui est punctus axis per 14. primi huius, uel per 44. huius, concurret ergo in puncto p , & ducatur linea $e a$, ultra punctum a , donec concurret cum linea $h p$, & sit

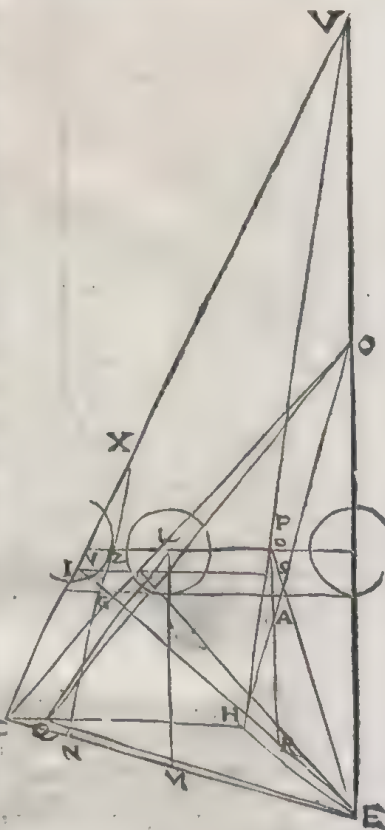
& sit secundum præmissos modos punctus concursus s , erit quoq; ut prius punctus s imago puncti h , ducatur quoq; linea $s r$, palam ergo cum linea $c i$ concurret in puncto x cū perpendiculari, $n z$, quæ est æquedistans lineæ $e o$, quod eadem concurret cum linea $e o$, per secundam primi huius, concurret ergo in puncto u , similiter linea $h s$, cum cōcurrat cum perpendiculari $d r$, quæ est æquedistans lineæ $e o$, concurret cum linea $e o$ per eandem secundam primi huius, sed quoniam situs puncti t lineæ $t h$, respectu puncti e , quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti h , & eadem distantia à uisū, qm linea $t h$, æquidistat axi $z k$, & similiter puncta t & h , æqualiter distant à puncto q , & ut patet ex præmissa in 30. huius, situs puncti t & puncti h , ad punctum o , est idem, et punctorum i & s respectu puncti o , est etiam idem situs, ut patet ex præmissis in præsentī demonstratione, ergo per primam undecimi, erit linearum $c i$ & $h s$ respectu lineæ $e o$, idem situs, lineæ ergo $c i$ & $h s$ concurrent super idem punctum lineæ $e o$, cōcurrent ergo in puncto u , erit ergo $c u h$ triangulus, & in superficie huius trianguli erit linea $i s$, axis autem speculi, qui est $z k$, non est in hac superficie, uerum linea $c h$, est in eadem superficie cum axe, ut patet ex hypothesi & per secundam primi huius, ergo superficies illa secat superficiem trianguli $c b h$ super lineam comunē, quæ est $e h$, non super aliam, cum ergo punctus c sit in superficie lineæ $t h$, & similiter axis $z k$, sit in eadem superficie, & punctus c non sit in linea $t h$, ergo non est in superficie trianguli $t u h$, & duo puncta i & s , sunt in superficie illius trianguli, linea ergo $i s$ erit curua per primam undecimi, & quia ipsa est imago lineæ $t h$, palam quod imago lineæ rectæ, quæ est $t h$, est curua, quod est primum propositum, sed eius curuitas modica est, quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam $i s$ ad punctum f , sectionis lineæ $i s$, & superficiem circuli est ualde parua, sed quanto maior fuerit linea uisa, quæ est $t h$ æquedistans lineæ longitudinis speculi, tanto imago eius erit minus curua, & quanto minor fuerit linea $t h$, tanto curuitas erit maior, & quoniam linea $i t$ minor est quā linea $t q$, & linea $s c$, minor quā linea $h q$, quoniam linea $i s$, à quo modicum declinat linea $i t$, cadit inter lineas $t u$ & $h u$, concurrentes in puncto u , & est quasi æquedistans lineæ $t h$, sicut & axi $k z$, patet ergo quod linea imaginis quæ est $i s$, minor est re uisa, in qua est linea $t h$, & hoc est secundum propositum, patet ergo totum quod proponebatur.

L II.

Superficie lineæ rectæ uisæ, superficie in qua est axis speculi columnaris cōuexi orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie à circumferētia circuli, quæ est communis sectio ductarum superficialium & speculi fiet reflexio, lineæq; rectæ uisæ imago erit curua.

Esto linea $t h$ in superficie plana orthogonaliter secante superficiem in qua sunt centrum uisus e , & axis dati speculi columnaris, qui sit $d f$, sitq; punctum e in superficie cum linea $t h$, erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ superficies se intersecant, quod necesse est esse per 19. primi huius, & per primam undecimi, dico quod formæ totius lineæ $t h$ à circumferētia circuli, quæ est communis sectio superficiem, $t h e$, & superficiem columnæ ipsius speculi qui sit $g b$, fiet reflexio ad uisum, aut enim centrum uisus, quod est e , erit retro lineā $t h$, & tunc cum illa linea sit corporalis est diatona, eius densitas occultabit uisui speculum, & non fiet reflexio, nisi forte solæ formæ capitum lineæ quæ sunt t & h , appareant & reflectantur ad uisum à circulo speculi, qui est $g b$, & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, sicut per 65. sexti huius patuit

bb a de specu



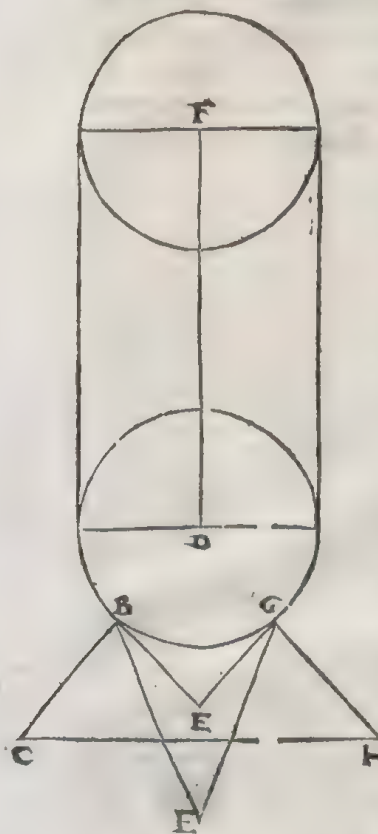
de speculis sphaericis cōuexis. Si uero fuerit linea th , diafona grosse diafonitatis, ut cri-
stallus, de hoc sermo alter erit in decimo libro huius scientiæ,
sed si linea th siue existente diafona siue non, fuerit uisus sub illa
intra ipsam .f. et speculum, tunc occultabitur pars lineæ th , p-
pter interpositionē capitis in quo est uisus, pars autē illa lineæ t
 h , quæ uideri potest non obstante capitis impedimento, reflecte-
tur à circulo bg , ad uisum, eodem penitus modo quem de specu-
lis sphaericis cōuexis ostendimus suo loco, est ergo imago lineæ
rectæ th , taliter uisæ semper curua, quod si centrum uisus e , fue-
rit extra terminos lineæ th in eadem superficie ut prius, & fiat re-
flexio ad formæ lineæ th ad uisum, uidebitur imago lineæ th
tota curua, ut patet secundum præmissa, & hoc est propositum.

LIII.

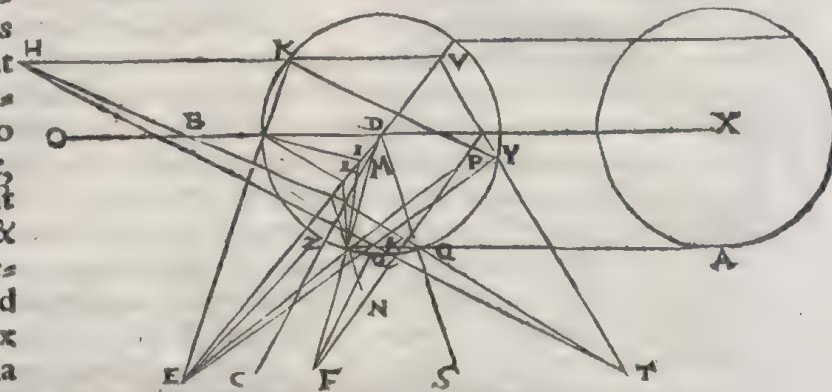
Lineæ rectæ uisæ superficie orthogonaliter axem
speculi columnaris conuexi secante, centroq; uisus non
existēte in eadem superficie, factaq; reflexione ad uisum
æqualiter distātem ab extremis illius lineæ, eius imago
uidetur maximæ curuitatis.

Sit superficies plana in qua est linea th orthogonaliter secās
superficiem, in qua sunt centrum uisus e , & axis speculi colum-
naris conuexi, quod sit bkg . Sitq; centrum uisus e , non in eadē
superficie cum linea th , cuius extrema t & h , sicut proponitur
æqualiter distent à centro uisus e , palamq; per 10. huius, quo-
niam communes sectiones omnium superficierum reflexionis
& speculi, erunt oxigonæ, & quoniam ex hypothesi forma pū-

cti h , reflectitur ad uisum e , ab aliquo puncto speculi propositi, sit ergo ut hoc fiat à pun-
cto b per 23. huius, & quia punctus t , eiusdem est distantie à puncto e quod est centrū
uisus, cuius est punctum h , patet quod forma puncti t , reflectitur ad uisum e , ab aliquo
pūcto speculi, sit illud punctum g , & cum extrema puncta lineæ th , sint eiusdem situs
& longitudinis à centro uisus e , erunt etiā puncta reflexionum formarum illarū puncto-
rum quæ sunt b & g eiusdē distantie & situs à puncto e centro uisus, igit duo puncta b
& g , erunt in circulo æquedistante basibus speculi, quæ cadet semper inter lineam h & t
& inter superficiem transeuntem centrum uisus e , & secantem speculum æquedistāter
basibus ipsius speculi, quod ideo accidit, quia pūcta reflexionū quæ sunt b & g , plus decli-
nant ad centrum uisus ad quod sit reflexio, quā ipsa puncta h & c , quorum formæ
reflectuntur, sit ergo ille circulus bzg , cuius centrū sit d , ducatur itaq; lineæ incidētiæ,
quæ sunt hb & tg , & lineæ reflexionū quæ sunt be & ge , & à cētro d ducatur perpēdicu-
lares super lineas circuli bzg , cōtingentes in punctis b & g , quæ sint dg & db , palā
quia per 21. huius, qm̄ illarū perpēdiculariū partes, quæ sunt gd & db sunt semidiame-
tri circuli bzg , & ducatur linea à pūcto d , centro circuli ad centrū uisus quæ sit ed , & pro-
ducatur lineæ incidētiæ quæ sunt hb & tg , donec cōcurrant cū lineæ d , cū aut puncta h
& t , sint eiusdē situs & distātiæ respectu puncti e , & respectu centro d , palā quod lineæ h
& t , habebūt eundē sitū respectu lineæ d , concurrent ergo in idē punctū illius lineæ
 d , esto qd cōcurrēt in pūctū b , ducaturq; lineæ lōgitudinis columnæ speculi in qua sit pū-
ctus z , & sit hæc linea in superficie plana, in qua est centrū uisus & axis speculi, sitq; li-
nea az & ducantur lineæ lz & dz , & quoniam superficies in qua sunt centrum uisus
& axis speculi interfecat superficiem in qua est linea th , sit punctus lineæ th , in quo
hæc sectio punctus q , & a puncto q , ducatur linea æquedistans lineæ dzc , cadat qui-
dē hæc linea p , 2. primi huius, super axē speculi ex una parte & sup lineā lz ex alia, ca-
dat ergo in pūctū lineæ lz n , palā aut per 20. quinti huius, qm̄ angulus hbo , q est angu-
lus incidētiæ formæ pūcti h , est æqalis angulo obe , q est angulus reflexiōis, sed angulo
hbo per



hbo, per 15. primi huius, est æqualis angulo lbd , qm̄ est ei contrapositus, & angulus o
 be , æqualis est duobus angulis bed , & bde , per 32. primi, cum in triangulo ebd , ipse
sit extrinsecus, angulus ergo lbd , æqualis est eisdē duobus angulis, .f. bed , & bde , sece-
itaq; ex angulo lbd , angulus qui sit mbd , æqualis angulo bde , per 27. primi huius. Re-
manet ergo angulus mbi , æqualis angulo bed , quia ergo in triangulo ebm , angulus
 bem , est æqualis triangulo mbi , & angulus bme , cōmunis uterq; illoꝝ trigonoz, erit
per 32. primi, angulus mbi , trigoni maioris æqualis angulo mbi , trigoni minoris, est
ergo per 46. proportio lineæ em ad b , sicut lineæ bm ad m , ergo per 16. sexti, illud
quod sit ex ductu lineæ em in m , æquale est quadrato lineæ bm , ducatur quoq; linea
 m 3, & qm̄ angulus b d m , maior est angulo 3 d m , quia em̄ angulus sde , est æqualis an-
gulo ode , ppter identitatem situs punctoz reflexionū, quæ sunt b & g , à centro uisus e ,
quæ causatur ut præosten-
sum est ex identitate situs
punctoz uisoz, qui sunt
 h & t , respectu uisus e , angu-
lus uero sde , maior angulo
3 d m , nec totum sua parte,
ergo & angulus b d m , est
maior angulo 3 d m . Sed &
duo latera 3 d & d m , sunt æ-
qualia duobus lateribus b d
& d m , qm̄ db & 3 d , sunt ex
centro ad circūferentiā, & la-
tus dm est cōmune, erit ergo
per 24. primi, latus mb , maius latere m 3, illud ergo quod sit ex ductu lineæ em in m ,
maius est quadrato lineæ 3 m , sit ergo ductus lineæ em , in lineam m 1, minor q̄ sit li-
nea m 1, æqualis quadrato lineæ m 3, & ducantur lineæ lb , i 3, e 3, & quia trianguli e 3
 m , & 3 i m , quoz cōmunis angulus est 3 m 1, per 6. sexti, sunt æquianguli, ppter laterū
suoz pportionalitatē ex 16. sexti, quæ continēt illum cōmunē angulum, erit ergo an-
gulus m 3 i , æqualis angulo 3 e i , est ergo angulus m 3 i , qui est maior angulo m 3 i , ma-
ior angulo 3 e d , Sed qm̄ angulus m b d , constitutus est æqualis angulo b d m , erit linea
 m d , æqualis lineæ mb , per 6. primi. Sed linea mb , est maior q̄ linea m 3, ut patet ex p-
missis, ergo linea m d , est maior q̄ linea m 3, ergo per 18. primi, erit angulus m d 3, ma-
ior angulo m 3 d , igitur angulus d 3 i , maior est duobus angulis e 3, & 3 e d , angulus
em̄ d 3 i , continet angulū m 3 i , maiorem angulo 3 e d , qm̄ angulus m 3 i , qui est pars an-
guli m 3 i , æqualis est angulo 3 e d , ut supra patuit. Item præter angulū m 3 i , cōtinet
angulū d 3 i , & angulū d 3 m , maiore angulo m d 3, angulus uero n 3 e , est æqualis an-
gulo d 3 i , per 15. primi, & angulus e 3 c , per 32. primi, æqualis est duobus angulis 3 d e
& 3 e d , est ergo angulus n 3 o , maior angulo e 3 c , sece-
ergo ex angulo n 3 c , p 27. pri-
mi huius, angulus æqualis angulo e 3 c , qui sit 3 c f , ducta linea 3 f , quæ quidē concurrent
cum linea n q , per 2. primi huius, qm̄ concurrunt in puncto 3, cum linea cd , æquedistante
lineæ n q , concurrat ergo super punctum f , cū ergo angulus f 3 c , sit æqualis angulo e 3
 c , palā per 20. quinti huius, qm̄ reflectetur forma puncti f , ad uisum e , à puncto speculi
 e , sed forma puncti q , reflectitur ad uisum ab aliquo puncto lineæ lōgitudinis speculi
transientis per punctum 3, reflectit ergo à puncto quod est ultra punctum 3, quia si de-
ut reflectat à puncto quod sit circa punctū 2, pprinquius puncto e , q̄ sit punctū 3, tūc
linea ducta à puncto q , ad illum punctū reflexionis secabit lineam f 3, ille ergo pun-
ctus sectionis reflectet ad uisum e , à duobus punctis lineæ lōgitudinis speculi, qui est
3 a , .f. à puncto 3, & ab alio puncto dato, quod est impossibile, per 26. huius. Sumat er-
go punctus reflexionis formæ puncti q , ultra punctū 3, & sit punctus k , à quo reflectat
forma pūcti q , ad uisum e , & ducatur linea incidētiæ quæ sit lk , & linea reflexionis quæ
est k , & producatur linea e k , donec concurrat cum linea n q , concurrat autē linea e k , cum
bb 3 linea



linea n q, per 2. primi huius, quia concurrunt cum linea d c, æquedistantē lineæ n q, hæc
enī in eadem superficie est inter puncta e & k, cōcurrunt itaq; lineæ e k & n q. & sit pun-
ctus concursus p, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p, locus imaginis formæ puncti
q, sed punctus h, reflectit ad uisum e, à puncto sectionis oxigoniæ, cū non sit in eadem su-
perficie cū uisu e, si ergo à puncto h, ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti h, qui e-
rit linea perpendicularis super lineam rectam contingentē sectionem oxigoniā in ali-
quo puncto ipsius sectionis, palam quia kathetus ille concurreret cū perpendiculari s b d,
sub axe per 44. huius, concurrant ergo in puncto aliquo, similiter à puncto t, est duce-
re unum kathetum incidentiæ, lineam f, perpendicularē super sectionem oxigoniā,
à cuius sectionis puncto reflectit forma puncti t, ad uisum e, quæ sicut prius cōcurrerit cū
perpendiculari s g d, sub axe, & qm̄ semidiāmeter b d & g d, non possint esse linea una,
ut patet per 78. quarti huius, palam per 112. primi huius, qm̄ reflexio formæ punctoꝝ
h & t, sit ex hypothesi, & per 23. huius, à duobus punctis quarum sectionū columnarum
scilicet lineæ 3 d, pductam transspeculum se intersecantium per 24. huius, & per 1. unde-
cimi, & 19. primi huius, & qm̄ puncta h & t, lineæ h t, sunt eiusdē situs respectu lineæ e d,
ideo enī quod illa puncta h & t, sunt eiusdē situs respectu uisus e, ex hypothesi, linea uer-
o e d, quia diāmeter uisualis est in eadem superficie cū axe speculi & centro uisus, habet
ergo puncta h 3 t, eundē sitū respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter p, quæ tran-
seunt katheti incidentiæ ducti à punctis h & t, & hæc omnia accidunt, ppter identita-
tem situs punctoꝝ h & t, respectu uisus e, & respectu lineæ e d, palam ergo quod illi duo
katheti à puncto h & t, ducti sup illas sectiones, quoꝝ ut patet ex pmissis quilibet cōcur-
rit cū lineæ e d, ambo cōcurrent in eodē puncto lineæ e d, concurrant ergo in puncto u,
quia lineæ e b, pducta cōcurrerit cū lineæ h u, sit punctus concursus r, concurratq; lineæ e
g, cū lineæ t u, in puncto y, & ducat lineæ r y, palā ergo per 37. quinti huius, quia pun-
ctum t est imago formæ puncti h, & punctū y, est imago formæ puncti t, habemus q; q;
trianguli e r y, & extra superficiē huius trianguli est punctum 3, superficies ergo huius,
trianguli altior est q; lineæ e p, si centrum uisus fuerit altius q; lineæ h t, & est bassior si
centrum uisus fuerit bassius q; lineæ h t, est ergo punctus p, semper extra illā superficiem,
linea ergo r p y, est semper curua per 1. undecimi, sed ipsa imago lineæ h t, ut patet per
37. quinti, est ergo imago lineæ h t, modo proposito situatæ respectu centri uisus & spe-
culi columnaris conuexi semper curua curuitate non modica, quod est propositum.

LIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficiēs oblique secat axem, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

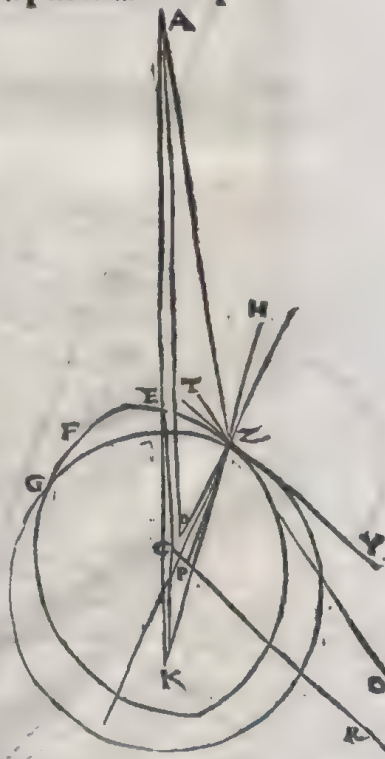
Quia em per s, huius, patet quod linea recta aequidistans axi speculi columnaris convexi imaginē habet non rectam sed curvā, licet modicā curvitatē, lineā vero cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi uisus non existente in eadem superficie cū lineā uisā, imago semper uidet̃ curvā per proximā pmissā, palam per eandem, qm̃ lineā inter has duas sitā, quā magis accedūt ad uisum lineā aequidistantis lineā longitūdinis columnarē, habebuntur imaginē plus accedentes rectitudinē, lineā uero quā plus appropinquant lineis, quā superficies orthogonaliter secant axem plus accedunt in suis imaginibus ad curvitatē, & augmētatur uel minuitur curvitas imaginum secundū accessum uel recessum lineā, ad alterū istorū situum, & hoc est propositum.

L.V.

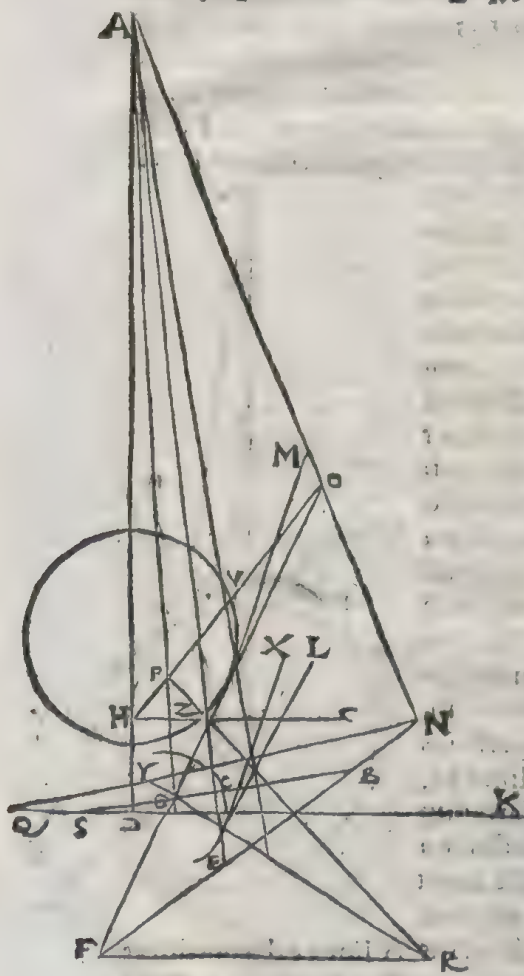
Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis conuexi oblique super axem reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiẽ speculi constitutum à lineâ longitudinis speculi, imagoq; ipsius uidetur curua modicæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

Sit speculum pyramidale conuexū a b g, cuius uertex sit a, & cuius axis sit a d, signe-

turq; in superficie conica eius linea longitudoinis utriq; contingit, quæ sit a 3, per 101. primi huius, ducaturq; punctum 3, superficies æquedistans basi pyramidis, hæc ergo per 100. primi huius, secabit pyramidem speculi secundum circulum qui sit 3 u, & ducat per 11. primi, à puncto 3, perpendicularis super lineam longitudinis 3 a, quæ producta ad axem speculi, quæ est a d, cadat in punctum h, concurret autem cum axe per 96. primi huius, uel per 14. primi huius, ideo quia angulus d a 3, est acutus, & à puncto 3 ducatur linea continens circulum 3 u, per 16. tertij, quæ sit 3 m, & ducat à puncto a, linea continens cum utraq; lineæ a 3 & a h, angulum acutum, quæ sit extra superficiem contingentem pyramidem super lineam a 3, hoc enim est possibile, cum angulus h a 3, sit acutus. Sit ergo illa linea a n, & in superficie in qua sunt lineæ a n & a h, ducatur à puncto h, lineæ continens cum linea a h, angulum æqualem angulo 3 h a, per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14. primi huius, ideo quod ut patet ex præmissis, duo anguli n a h, & a h 3, sunt acuti. Sit ergo punctus concursus o, linea itaq; h o, secabit circumferentiam circuli 3 u, ideo enim quod angulus a h o, est æqualis angulo a h 3, oportet quod lineæ 3 h & o h, sint in eadem superficie, secet ergo linea h o, periferiam circuli in puncto u, & producatur linea longitudinis speculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h 3, extra speculum ad punctum c, & ducatur linea o 3, & producat in continuum & directum, & sit o 3 f, & producatur linea a 3, ad punctum e, angulus ergo f 3 h, est acutus, per 15. primi, quia linea o 3, cum linea t 3, continet angulum acutum. Est enim angulus a 3 c, rectus, & quia linea o 3, secat superficiem contingentem speculum super lineam a 3, super quam erecta est linea h 3, ut patet ex præmissis, angulus itaq; a 3 h, existente recto, angulus o 3 a, est acutus, ergo per 15. primi, relinquitur ut angulus e 3 f, sit acutus, à puncto ergo f, ducatur perpendicularis super lineam a e, per 12. primi, & producat in continuum & directum donec concurrat cum linea a o, in puncto n, concurret autem linea f e, cum linea a o, per 14. primi huius, ideo quia angulus e a o, est acutus, & angulus a e n, rectus, & ducat à puncto e, linea e d, æquedistans lineæ 3 h, erit ergo per 8. undecimi, linea e d, perpendicularis super superficie contingentem pyramidem secundum lineam a e, cum linea 3 h, sit perpendicularis super eandem superficiem, & ducat à puncto e, linea e l, æquedistans lineæ 3 m, & imaginetur superficies, in qua sint lineæ l & e d, secare pyramidem, erit quoque communis sectio huius superficies & superficies conicæ ipsius speculi sectio oxigonia p 103. primi huius, quoniam illa superficies l e d, est obliqua super axem a d. Sit ergo illa sectio d e c, linea uero m 3, quæ est contingens circulum 3 u, est perpendicularis super lineam a e, p 22. primi huius. Ideo quia axis a h, erectus est super superficiem illius circuli per 89. primi huius, & linea 3 m, est perpendicularis super illius circuli diametrum per 17. tertij, est ergo linea 3 m, erecta super superficiem a 3 h, ut patuit in 41. huius, quoniam superficies circuli, & superficies a 3 h, sunt adinvicem erectæ, ergo linea l e, æquedistans lineæ 3 m, per 8. undecimi, est perpendicularis super superficiem a d e, ergo angulus a e l, est rectus, quod tamen facilius patet per 29. primi, quia enim angulus a 3 m, est rectus, erit & angulus a e l, rectus. Sed angulus a e n, est rectus, & similiter angulus a e d, est rectus per 29. primi. Ideo quia angulus a 3 h, est rectus, & linea e d, æquedistans lineæ 3 h, ergo per 5. undecimi lineæ n e, l e, d e, sunt in eadem superficie sectionis, & linea a e, est erecta super superficiem illius sectionis, cum omnes illæ lineæ cum linea a e, concurrant ad angulos æquales & rectos, ergo linea f n, est in superficie sectionis, præter hæc itaq; linea d e, in continuum & directum usque ad punctum k, & extrahat à puncto f, linea æquedistans lineæ d e k, quæ sit r, hæc ergo linea æquedistabit lineæ h 3, per 30. primi, & producat à puncto 3, in superficie o 3 h, linea recta continens cum linea 3 c, angulum æqualem angulo o 3 c, qui est acutus per 13. primi, quia ut supra patuit, angulus o 3 h, est obtusus.



tus. hanc ergo linea concurrent cū linea f r, per 2. primi huius, quia secabit lineam 3 h, æquedistantē lineæ f r, & est in superficie eius, quia linea 3 f, est in superficie eius. Oēs autē lineæ æquedistantes sunt in eadē superficie per 1. primi huius, cōcurrat ergo in puncto r, & sit angulus r 3 c, æqualis angulo o 3 c, & quia angulus o 3 c, est æqualis angulo 3 f r, per 29. primi, quia est extrinsecus illi, & angulus c 3 r, æqualis est angulo sibi coaliterno, qui est angulus 3 r f, palā quod angulus z f r, est æqualis angulo 3 r f, ergo per 6. primi, lineæ 3 f & 3 r, sunt æquales. Et quia linea f e n, est in superficie sectionis, & linea f r, est æquedistans lineæ e d, quæ est in superficie sectionis. Est ergo per 2. primi huius, & per 7. undecimi, linea f r, in superficie illius sectionis, pducatur quoq; linea r e, erit ergo linea r e, similiter in superficie sectionis per 7. undecimi, & qm̄ superius declarātū est, quod linea longitudinis speculi, quæ est e a, est ppendicularis super superficie sectionis, uterq; ergo angulus a e r, est rectus per diffinitionē lineæ sup superficie erectæ, quadratum ergo lineæ f 3, ualet duo quadrata lineæ 3 e & f e, p 46. primi. Similiter quadratū lineæ 3 r, ualet duo quadrata lineæ 3 e & e r. Sed quadratū lineæ 3 f, est æquale quadrato lineæ 3 r, quia & linea lineæ est æqualis ex pmissis. Est autē amboꝝ cōmune quadratum lineæ 3 e. Relinquit ergo quadratū lineæ f e, æquale quadrato lineæ e r, erit ergo linea f e, æqualis lineæ e r, ergo p 5. primi, duo anguli e f r, & e r, sunt æquales. Sed angulus n e r, est æqualis angulo e f r, per 29. primi, qd̄ est ei extrinsecus, & angulus k e r, est æqualis angulo e r f, quia est ei coaliternus. Sūt ergo anguli n e k, & k e r æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti n, reflectitur ad uisum existentē in puncto r, à puncto speculi e, & forma puncti o, reflectit ad uisum existentē in puncto r, à puncto speculi 3, & omnis linea, pducta à puncto f, ad aliquod punctum lineæ o n, secabit lineam 3 e, patet quoq; secundū pmissā quod illa linea erit æqualis lineæ pductæ à puncto r, ad idē punctū, quia linea a e, est perpendicularis super superficie, in qua sunt lineæ r e & f e, quæ est superficies sectionis, & duæ lineæ f e & r e, sunt æquales, omnes ergo lineæ extractæ à punctis f & r, ad aliquod unum punctum lineæ 3 e, sunt æquales iterando modū pbandi quousum prius, patet ergo qd̄ forma omnis puncti, qui est in linea o n, cōuertit ad uisum existentem in puncto r, ex illo puncto speculi qd̄ secatur in linea 3 e omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui est a, cadensq; oblique sup axem pyramidis speculi, qd̄ est a d, ita ut angulos acutos cōtineat cū axe a d, & cū linea longitudinis quæ est a 3, uel alia quocūq; pmissō modo demonstrari potest, quia aliqua pars ipsius reflectit ad uisum, tunc dispositū respectu illius uisibilis ut nunc est dispositū punctum r, respectu lineæ o n. Similiterq; patet, qd̄ in hac dispositione formæ pūctorum totius lineæ a o n, reflectent ad uisum in puncto r, existentē, & si punctus r, ulterius, pducatur in maiori distantia à puncto 3, & augmentabit quantitas li-



neæ a o n, secundū illud, & huius quidē simile demonstrātū est per 4. huius, nunc uero hoc pmissum in hoc proposito theoremate, ut studiosus indagare ea quæ sequuntur facilius possit. Oibus itaq; ex his suo modo dispositis cōtinet lineam n d, secabit ergo linea n d, circūferentiā sectionis, nam duo puncta d & n, sunt in eadem superficie sectionis, & punctū n, est extra circūferentiā sectionis, d uero est intra illam, secet ergo linea n d, circūferentiā sectionis in puncto e, & quia triangulus a h o, est totus in eadē superficie per

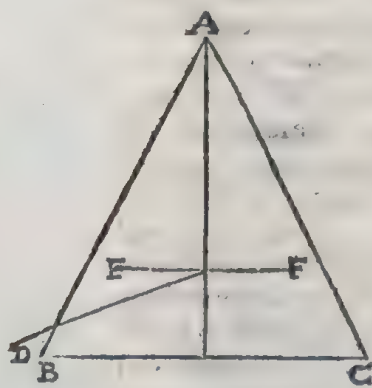
per 21. undecimi, palam qm̄ linea n d, erit in superficie trianguli, a o h, per primam undecimi, puncta em̄ d & n, sunt in lineis a o & a h, ergo & linea n d, est in superficie eadē cum illis, erit ergo punctus e, in superficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u, sunt in superficie huius trianguli a o h, ut patet ex pmissis, qm̄ linea h o, secabat periferiam circuli 3 u, in puncto u, sic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ sunt a & u & c, sunt in superficie huius trianguli a o h, sed puncta a b c, sunt omnia in superficie speculi, ergo tria puncta a u c, sunt in linea cōmuni, qd̄ est linea recta per 90. primi huius, fiat em̄ sectio secundū axem speculi, ergo pūcta a u c, sunt in linea recta, p trahat ergo linea a u, recta ad punctū c, & pducatur linea r 3, ultra punctū 3, quæ secabit lineam o h, per 29. primi huius, ideo quia lineæ r 3 & h o, sunt in eadem superficie, & linea r 3, qd̄ secat angulū f 3 c, secat angulū eius contrapositū, qd̄ est h 3 o, ergo & basem illi sub eandem quæ est h d, necessario secabit, secet ergo ipsam in puncto p. Est ergo punctus p, in superficie trianguli a o h, pducatur qd̄q; linea a p, & protrahatur ultra p, secabit ergo lineam d n, p 29. primi huius, secat angulū d a n, secet qd̄q; ipsum in puncto g, & quia punctus f, nō est in superficie cōtingente pyramide speculi transeuntē per lineam a 3 e, sed oblique incidit eidē, ut patet ex pmissis. Est autē in superficie sectionis, & qm̄ superficies sectionis non est erecta super superficie a d e, per 103. primi huius, patet per 4. undecimi, quia necessario erit angulus a e d, acutus, qm̄ angulus a e f, est rectus, angulus ergo d e n, per 13. primi, est obtusus, ergo angulus e d n, est acutus per 32. primi, cadit ergo in triangulo ampligonio qui est d e n, & sit linea e x i, cōtingens sectionē in puncto c: per ea ergo quæ pmissa sunt in demonstratione 4. quinti huius, & etiam ex eo qm̄ angulus d e x, est obtusus, palā quod ppendicularis extracta ex puncto c, super lineam e x, cōtingentem sectionē secat angulū d e x, & qd̄ concurrent cū linea e d, sub puncto d, hac ergo perpendiculariter secet lineam e d, producta ultra punctū d, in puncto r, perpendicularis ergo extracta ex puncto n, sup lineam cōtingentē sectionem secabit lineam e d, ultra punctū s, remotius à puncto d, qd̄ sit punctū s, siue ista perpendicularis cum lineam e d, cōcurrant ultra circūferentiā sectionis uel intra illam: perpendicularis em̄ extracta à pūcto n, super lineam cōtingentē sectionem non secabit angulū d e x, sicut linea perpendicularis ducta à puncto c, secat angulū illum, ut em̄ patet per 46. huius, & per 113. primi, erit illa ppendicularis remotior à linea n e, qd̄ sit linea n d e, hac ergo perpendiculariter secat axem speculi, qui est a d, in puncto altiori qd̄ sit punctum d, sit ergo perpendicularis extracta à puncto n, super lineam cōtingentem sectionem in puncto suæ incidentiæ linea n q, & linea r e, secat lineam n e, in puncto e, qui est punctus circūferentiæ sectionis, & est in ipsius superficie, & similiter linea n q, est in superficie sectionis. Si ergo linea r e, quæ est linea reflexionis extrahat motuū & directum, palam qd̄ ipsa secabit lineam n q, per 29. primi huius, qm̄ ipsa protracta secat angulū q e n, secabit ergo basem q n in trigono n e q, sic ergo n t, secet ipsum in puncto x. Item qd̄ punctum e, qd̄ est in superficie sectionis est extra superficie trigoni a n d, qd̄ trigonū secabit superficie sectionis quia superficies a n d, non est superficies sectionis, cum sicut patet ex pmissis, punctum a, sit extra superficiem sectionis, & linea a e, sit perpendicularis super superficiem sectionis, & punctus e, est in circūferentiā ipsius sectionis, est autē linea n c d, communis amabus illis superficiebus trigoni, f. a n d, & sectionis, ergo per 19. primi huius, linea n c d est communis sectio illarum superficierum, f. trigoni a n d, & sectionis linea n q, concurrat cum ipsa sectione ultra punctū c, ut supra declaratum est, ergo linea n q, est ultra superficiem trigoni a n d, sed linea a p g, est in ipsa superficie trigoni a n d, punctus ergo y, qui per 37. huius, est locus imaginis formæ puncti n, cum ipse sit communis sectio lineæ reflexionis, quæ est r e, & katheti incidentiæ formæ puncti t, quæ est linea n q, erit ultra lineam a p g, uisū itaq; existente in puncto r, & forma alicuius rei uisæ reflexa ad centrum uisus in puncto r, à linea longitudinis speculi, quæ est 3 e, ut nunc in præcedentibus ostensum est, quod forma puncti o, reflectitur ad uisum existentem in puncto r, à puncto speculi 3, & forma puncti n, à puncto speculi e, tūc punctus p, erit locus imaginis formæ puncti o, p 37. quinti huius, qm̄ ipsum punctum p, est cōis sectio lineæ reflexionis, 3 r, & katheti

Katheti incidentiae forma puncti o, qui est linea o h, & punctus y, est locus imaginis forma puncti n, forma uero puncti a, uidebit in suo loco proprio, quia est in uertice pyramidis, & erit imago linea a o n, linea transiens per puncta a p y, sed haec linea est conuexa, quia punctum y, est ultra lineam a p g, sit ergo illa linea imaginis curua, quae est linea a p y, iam aut patuit qd forma omnium punctorum linea a n, reflectant ad uisum existentem in puncto r, & linea longitudinis speculi, quae est a e, linea ergo reflexionum per quas reflectuntur illae formae sunt omnes in superficie trianguli r a e, omnes ergo imagines punctorum linea a n, sunt in hac superficie, ergo linea a p y, quae est conuexa, est in hac superficie, & punctus p, qui est locus imaginis formae puncti o, & ppter centro uisus qui est punctus r, & sit punctus y, qui est locus imaginis formae puncti r, ppter quod erit conuexitas huius imaginis respiciens centrum uisus, eritq; conuexitas parua, & diameter huius imaginis, quae diameter est linea a y, erit maior qm sit linea a n, cuius imaginis est ipsa diameter, erit aut illius diuersitatis excessus i modica quantitate, imagines ergo lineae quae extrahuntur ex uerticibus pyramidalium speculorum conuexorum oblique super axem speculi, comprehenduntur a uisu a talibus speculis secundum lineam longitudinis suae reflectae, & apparent conuexae, & hoc est propositum.

LVI.

Omnis forma linea rectae aequedistantis latitudini speculi pyramidalis conuexi uisu existente extra eius superficiem speculum aequedistanter basi secantem reflectitur ad uisum secundum oxigonias sectiones, imagoq; ipsius uidetur curua maximae curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

Esto speculum pyramidale conuexum, cuius uertex sit a, diameter basis b c, est ergo ipsius latitudo trigonum a b c, sitq; centrum uisus d, & linea recta uisa sit e f, aequedistans superficiei trigoni a b c, sitq; centrum uisus d, extra superficiem, in qua linea e f, existente per ipsam secaret speculum aequedistanter suae basi, dico qd forma lineae e f, reflectitur ad uisum d, secundum oxigonias sectiones speculi superficiei secantis, non enim potest reflecti secundum lineam longitudinis speculi, qm tunc oportet ut concurret cu axe speculi uersus uerticem per 4.1. huius, & quod oblique incidet eidem, cuius oppositum dicit hypothesis, a superficie uero istius speculi secundum circulum non sit reflexio per 12. huius, oportet ergo de necessitate ut harum lineae reflexio cu sit ad uisum fiat secundum oxigonias sectiones, & qm katheti incidentiae qui sunt perpendiculares super illas oxigonias sectiones, qui sunt perpendiculares super lineas illas sectiones contingentes cu lineis reflexionum, concurrunt em in eadem linea aequedistante lineae uisae, sed in lineis diuersis, ideo imagines talium lineae sic dispositae respectu superficiei istius speculi uidet curuae, sicut de speculis columnaribus ostendimus in 53. huius. Sunt aut imagines harum lineae multum curuae, ita ut ipsae curuitas sit manifesta sensui, sitq; centrum illarum imaginum extra superficies, in quibus est conuexitas formarum harum



linearum, sicutq; diametri imaginum harum linearum multo minores ipsis lineis, qd accidit propter augmentum suae curuitatis, patet ergo propositum.

LVII.

Linearum rectarum superficiebus speculorum pyramidalium conuexorum non secundum concursum cum uertice axis neq; aequedistanter latitudini speculi, sed inter haec oblique incidentium imagines sunt curuae diuersae curuitatis secundum modum quo plus participant sitibus extremis.

Quod hic proponit satis euidenter habet causam, linea em rectae applicatae his speculis neq; secundum lineam longitudinis ut in 4.1. & 55. huius, neq; aequedistanter latitudini speculi, ut in pmissa medio modo secundum quod plus approximant uni situi uel alteri participant

participant modos curuitatis, unde illae quae plus approximant in suo sito lineis existentibus in longitudine speculi, habent formas minus conuexas, quae uero plus approximant lineis aequedistantibus latitudini speculi, habent formas magis manifeste conuexas, sed tortuose tñ, quia quae appropinquant plus uertici speculorum habent formas strictiores & conuexiores, quae uero appropinquant plus basi speculi, habent formas ampliores, uerumtñ omnium illorum imaginum conuexitas erit manifesta, patet ergo propositum.

LVIII.

Omnis forma rei uisae in speculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis similis speculi pyramidalitati.

Quod hic pponitur patet per 40. sexti huius, qm ibidem monstratum est in speculis sphaericis conuexis, quod quanto minus fuit illud speculum, tanto minores erunt circuli cadentes in superficie ipsius, & sic imagines erunt propinquiores centro, & ideo erunt minores, similiter quoq; sectiones cadentes in aliquo speculo pyramidalis, illae quae sunt propinquiores uertici sunt minores & strictiores, & sic locus imaginis erit propinquior puncto in quo cu axe speculi concurrunt perpendiculares ductae super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum oxigoniarum sectionum, a quarum punctis sit reflexio ad uisum, erunt ergo illae imagines minores, sectiones uero oxigoniae q sunt propinquiores basi habent contrariam dispositionem alijs superficiebus, qm ipsae sunt ampliores, ut patet per 116. primi huius, unde loca imaginum sunt remotiora a puncto in quo concurrunt pdictae perpendiculares ductae super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum, sunt ergo imagines maiores, & ppter hoc accidit, quod imagines formae uisae in speculis pyramidalibus conuexis sunt pyramidales similes pyramidalitati speculorum, quod enim ex formis fuerit propinquius uertici speculi, erit strictius, & quod fuerit propinquius basi erit latius, omnino enim forma rei uisae quae comprehenditur per reflectionem ab aliquo speculorum facta assimilabitur superficiei speculi a qua reflectitur illa forma, ut patet per 38. quinti huius, reliquae uero oēs fallaciae quae accidunt uisui ex speculis columnaribus conuexis, accidunt etia istis, unde non est iterum talibus immorandum, econuerso etiam quaecunq; fallaciae accidunt in speculis his pyramidalibus, accidunt etia in ipsis columnaribus, excepta pyramidatione imaginum, qm oxigoniae sectiones columnarum speculorum, quae sunt eiusdem decliuitatis super axem columnae, omnes sunt aequales, & pars omnis talis sectionis cacumen speculi respicientis est similis parti sibi aequali in eodem situ respicienti basem speculi, quod non est in sectionibus oxigonis pyramidum, quae, ut ostensum est per 116. primi huius, omnes ad partem basis pyramidum dilatant, secundum quod circuli ipsas aequedistanter basibus secantes sunt maiores, qui circuli omnes in columnis sunt aequales, patet itaq; propositum.

LIX.

In speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maioribus uidentur idola, rei q; uisae propinquioris imago uidetur maior.

Propositae passionis alia q; plures communes sunt his speculis columnaribus uel pyramidalibus & speculis sphaericis conuexis, unde istae passionum sicut & aliae communium idem hinc inde demonstrandi est modus, uerum si in ppositis his speculis fiat communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonica, quae non accidit in speculis sphaericis, cu in illis solum sint circuli, tunc in his quae in hoc nostro libro pmissimus, hic erit in ipsis sectionibus ut illic in circulis demonstrandum, patebitq; propositum ingenio diligenti.

LX.

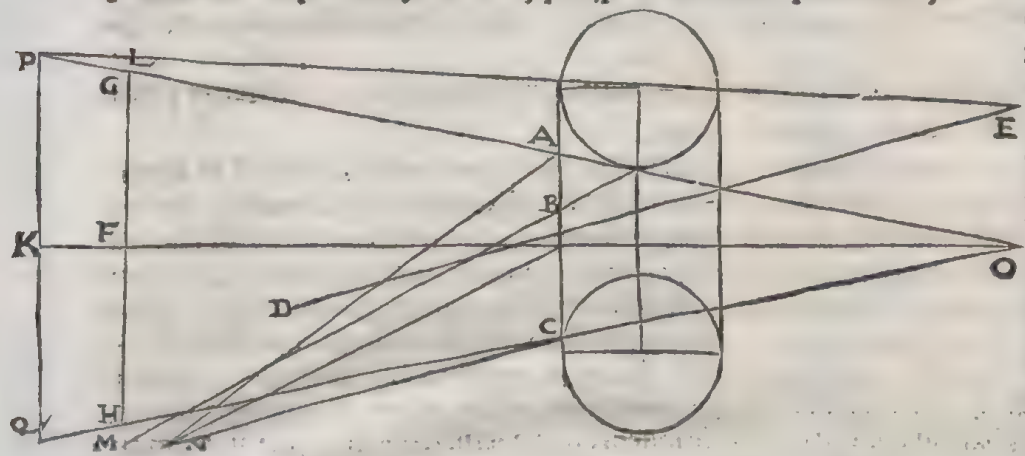
Possibile est speculum columnare uel pyramidale conuexum taliter sisti, ut intuens uideat in aere extra speculum imaginem rei alterius non uisae.

Sit speculum columnare conuexum, cuius linea longitudinis sit a b c, quod erigatur super basem suam in loco aliquo domus conuenienter amplae, ita ut linea a c, cuius medius punctus sit b, erecta super pavimentum domus, ducaturq; linea contingens speculum in puncto b, perpendiculariter super lineam a b, quae sit d b e, quae secundum puncta d & e tangat parietes domus, & illa puncta signentur in ipsis domus parietibus. Superficies

ec 2

itaq;

itaq in qua est linea d b e, quæ est orthogonalis sup axem speculi, palam qm secat speculum secundū circulū per 100. primi huius, sup punctū itaq d, parietis domus signato puncto f, ut ppinquius cōuenienter possit fieri, ducat à puncto f linea æquidistans lineæ speculi, quæ est a b c, cuiuscunq; quantitatis placuerit, quæ sit g f h. & eius medius punctus sit f, copuleturq; linea f b, quæ pducatur ultra punctum f, trans murum in pū-



talis illa excissio rimæ secundū extensionē lineæ b f k, sitq; illa rima f k l, & à puncto speculi, quod est b, ducat lineæ erecta sup̄ superficiē speculi, quæ erit perpendicularis super lineam d b e, quæeducta extra speculū sit b m, angulo quoq; k b m, fiat super punctum b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui sit m b n, ducta lineæ b n, à punctis quoq; g & h, quæ sunt extrema puncta lineæ g f h, ducant lineæ ad speculū quæ sint g a & h c, quæ pductæ cōcurrant in puncto o, superficiē circuli secantis speculū in puncto b, ducaturq; lineæ b o, facta quoq; tali reflectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipsa fiat æqualis lineæ b o, dico quod si in puncto n, ponat̄ centrum uisus, q; ad ipsum reflectetur forma lineæ g f h, à lineæ longitudinis speculi, quæ a b c, hoc autē patet per 30. huius, forma quoq; totius lineæ g f h, uidebit̄ extra speculū. f. intra speculū & inter lineam g f h. f. citra punctum d, lineæ d e, cōtingens speculū in puncto b, ut patet per 49. huius. Si itaq; lineæ o g & o h, pducantur trans murū in puncta, & copulet̄ lineæ una quæ sit p k q, in q̄ tabula aliqua depicta ordinē ultra murū, ita ut mediā lineā formæ i illa tabula depictæ situetur super lineam p k q, taliterq; disponat̄ quod per uisum existentē in puncto n, uel citra illud uideri nō possit forma depicta in tabula, uidebit̄ tñ uisū sic disposito imago illius formæ in aere reflexa à speculi superficie columnaris. Simili quoq; modo diligens intuitor potest sistere speculū pyramidale conuexū in centrū uisus per 41. & per 49. huius; à speculis uero sphericis cōuexis adeo regularis reflexio nō fiet ut à ppositis speculis, patet ergo ppositū. Secundū hunc itaq; modū studiosus percurator inuigilet, qm̄ hoc quod hic pmissimus in præsentī theoremate exempli causā fecimus, ut ex huius libri septimi diffusiore uia perquisitionis diuersi artificii pateat animæ diligenti.

LIBER OCTAVVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



Notificatis aliquo modo passionibus speculorum planorum & conuexorum regularium ut sphaericorum columnarium & pyramidalium, superest nunc ut de speculorum communium proprietatibus aliqua conscribamus, sicut de illis in quibus plus resultat reflexionum diuersitas & mirabilis diffusio naturalium formarum, uisumque aspicientium deceptio multiformis. Specula uero concaua regularia prout in quinto huius scientiarum libro propositione octaua declarauimus, sunt tria, scilicet

scilicet sphaericum, columnare & pyramidale, inter quæ primo de sphaericis concavis in præsentī libro tractabimus, utpote de illis quorum passionēs uelut simpliciores alijs in reliqua cōcaua specula descendūt. Et qm̃ principia communia his speculis sphaericis concavis & sphaericis conuexis, in principio sexti libri scientiæ huius præmissimus, ideo ipsa, ut ex præmissis supposita, hic non reiteramus, ea tamen quæ propria sunt his speculis duximus explicanda.

Imaginem conuerſam dicimus, quæ totalem ſitum rei uifæ uariat, ut ſi caput intuen-
tis, quod eſt ſurſum, uideatur deorſum, & ſecundum hoc totus ſitus partium imaginis re-
ſpectu ſitus partium rei uifæ uarietur.

THEOREMA I.

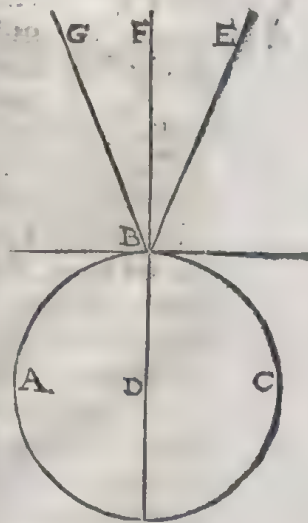
Opposito uisui speculo sphaerico concauo, communis sectio basis pyra-
midis uisionis & superficiei concauæ speculi, erit circulus sphaeræ quandoq;
magnus quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota sphaerae concava superficies uidetur, quandoq; pars eius maior, quandoq; minor, ut patet per 72. quarti huius, secundum hoc ergo illa communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi uariatur, cum autem superficies basis pyramidis sit superficies plana, & superficies concavorum speculorum sit sphaerica, patet per 110. primi huius, quod ipsorum communis sectio semper est circulus, hoc ergo quandoq; est circulus magnus, ut quando transit centrum speculi, quandoq; minor circulo magno, ut cum non transit centrum speculi, sed cadit extra illud, patet ergo propositum.

11

Communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni suæ sphærae esse, ex quo patet, quod omnis superficies reflexionis secat sphæratam speculi concaui per æqualia.

Huius propositi theorematism non est alia demonstratio, quam quæ facta est supra in primo theoremate sexti libri huius, ubi idem proponitur de sphaericis speculis conuexis, & quia sphaeræ concavitas sic respicit centrum, sicut & ipsius conuexitas & superficies reflexionis, est superficies plana erecta super superficiem speculi, per 25. quinti huius, patet propositum, quoniam idem erit modus demonstrandi hic qui supra. Esto enim speculum sphaericum concavum a b c, cuius centrum d, & sit centrū uisus g, reflectaturq; forma puncti e ad uisum g, à puncto speculi b, dico quod superficiei reflexionis, quæ est e b g & superficiei speculi communis sectio est circulus a b c. Sit enim superficies plana contingens sphaeram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b super superficiem speculum in illo puncto b contingentem p 12. undecimi huius, hæc ergo cadet necessarii in ipsa superficie reflexionis per 26. quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctū b, necessarij transibit centrum sphaeræ per 72. primi, quæ est d, producta quoq; sit diameter sphaeræ, ergo & circuli magni illius sphaeræ, & qm hæc diameter cōmunis est superficiei reflexionis & ipsi sphaeræ, palā ergo propositū.



III.

In omni superficie reflexionis, à speculis sphæricis concavis centrum uisus, centrum speculi, punctum reflexionis, punctum uisum, terminumq; diametri uisualis à centro uisus per centrū sphærae ducti, ad sphærae superficiem consistere est necesse.

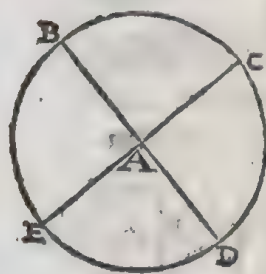
Cum superficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis, palā quoniam continet punctum reflexiæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur, & centrum uisus ad quod reflectitur, & quoniam cōmunis sectio superficiēi reflecti-

reflexionis & superficiei speculi sphaerici concaui, est circulus magnus per aequalia diuidens sphaeram per praemissam, palam, quia in qualibet superficie reflexionis est centrum speculi, quia quaelibet ipsarum transit centrum sphaerae ipsius speculi, cum quaelibet illarum superficierum sit erecta super superficiem planam speculum in puncto reflexionis contingentem per 25. quinti huius, & per primam undecimi, producta diametro uisuali per centrum uisus & centrum sphaerae, terminus illius diametri necessario erit in eadem superficie, cum alijs duobus suis punctis, praedicta ergo 5. puncta necessario sunt in omni superficie reflexionis, quae sit a propositis speculis, & hoc est propositum.

IIII.

Centro uisus uel puncto rei uisae in centro speculi sphaerici concaui existere, a quolibet puncto fiet reflexio in se ipsum, ex quo patet, quod in hoc situ uisus non comprehendet, nisi se tantum, & quod punctus rei uisae existens in centro speculi non reflectitur aliquo modo ad uisum.

Esto speculum sphaericum concauum, cuius centrum sit a, & signetur in ipso alijs suorum magnorum circulorum, qui b c d e, & centrum uisus sit in centro speculi, quod est punctum a, dico quod a quocumque puncto fiet reflexio ad uisum, semper oportet ut reflectatur radius in seipsum; dato enim qd a puncto b, fiat reflexio ad centrum speculi a, in quo est centrum uisus, palam ergo per 72. primi huius, quoniam linea u a, quae est linea reflexionis est perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, sed omnis



perpendicularis in se ipsam semper reflectitur per 21. quinti huius, si ergo linea b a est perpendicularis super superficiem speculi, palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a, dato enim opposito, sequitur angulum incidentiae inaequalem esse angulo reflexionis, quod est contra 20. quinti huius, & impossibile, linea itaque a b, reflectitur in seipsam ut ipsa est facta linea b a, & quoniam in hoc situ uisus, omnes lineae incidentes superficiei speculi, sunt semidiametri ipsius, palam quoniam omnes anguli incidentiae sunt inter se aequales, per 43. primi huius, quia sunt anguli semicirculorum, reflectuntur ergo necessario in seipsos, uidebiturque in tota superficie speculi forma aspicientis oculi una forma, & apud superficiem speculi apparebit, & nulla alia forma, tunc uidebitur reflecti ad uisum, & ex hoc patet, cum uisus fuerit in centro a, quod ipse uidebit se a quolibet puncto speculi dati perpendiculariter, & quod nihil aliud uidebit per reflexionem a superficie speculi, quoniam ab uno puncto speculi ad centrum plures perpendiculares duci non est possibile, ut patet per 20. primi huius, similiter neque punctus rei uisae existens in centro uisus reflectitur ad uisum, sed solum in se ipsum, quoniam omnes lineae incidentiae sunt perpendiculares super superficiem speculi, unde non reflectentur nisi in se ipsas, & hoc est propositum, & haec quidem dicta sunt non praestante impedimento uisui capitis densitate. Si ergo centrum uisus hominis uidentis constitutum, fuerit in diametro sphaerae speculi concaui, & in centro eius, cum quaelibet linea a uisu ad superficiem speculi ducta sit perpendicularis super ipsam, tunc ut prius demonstratum est, comprehendet uisus se ipsum, & non comprehendetur forma alicuius puncti speculi, nisi puncti portio circuli intercentris lineas longitudo pyramidis uisualis, quae a centro speculi intelligitur protendi, quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in speculis super lineam a uisu declinatam, & necessario reflectetur super illam lineam declinatam, quare linea reflexionis non transibit per centrum speculi, & ita non pertingat ad centrum uisus, patet ergo propositum.

V.

Centro uisus existente in aliqua semidiametro speculi sphaerici concaui extra centrum speculi, impossibile est ad uisum reflecti formam alicuius punctorum illius semidiametri oblique speculo incidentem, reliqua uero semidiameter est possibile.

Hoc

Hoc quod hic proponitur euidenter declaratur, si enim centrum uisus fuerit in semidiametro aliqua propositi speculi, sed non in centro, non comprehendet uisus formam alicuius puncti semidiametri, in qua est oblique speculo incidentem, quoniam angulus quem efficiunt duae lineae, quarum una ducatur a puncto sumpto in illa semidiametro, & alia a centro uisus in idem speculi punctum, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto speculi ductam, cum illa perpendicularis tendatur ad centrum speculi, secundum formam alicuius puncti alterius semidiametri coniunctae semidiametro, in qua est centrum uisus, ad complendam diametrum speculi, in qua constitutus est uisus oblique speculo incidentem, percipere potest uisus, utpote formam illius puncti, a quo ducta linea incidentiae ad aliquod punctum speculi, ab eodem puncto speculi ducta linea reflexionis ad uisum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per aequalia, per lineam ab illo puncto reflexionis ad centrum speculi productam, haec enim est proprietas reflexionis in omnibus speculis, ut angulum a linea incidentiae & linea reflexionis contentam diuidat perpendicularis a puncto reflexionis ducta per aequalia per 26. quinti huius, illae ergo punctus poterit in speculo uideri, & non est nisi unus talis punctus in quibuscumque diametri speculi consistens, qui ab uno circulo speculi ad uisum reflecti possit, quoniam centro speculi ad quod terminatur perpendicularis ducta a puncto reflexionis & centro oculi existentibus fixis, erit punctus ab uno circulo speculi reflexus semper unus, a diuersis uero circulis speculi diuersa puncta diametri possibile est reflecti, patet ergo propositum.

VI.

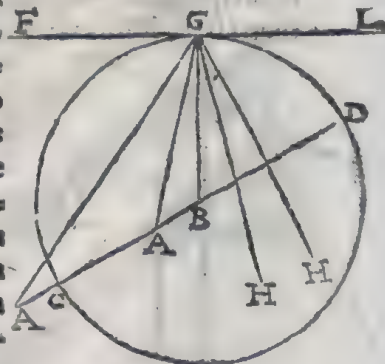
Posito uisu extra centrum speculi sphaerici concaui a quolibet puncto speculi potest fieri formae alterius reflexio ad uisum, nisi solum ab illo puncto cui incidit diameter uisualis.

Esto per secundam huius, communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphaerici concaui circulus magnus, qui sit g d c, cuius centrum sit b, & centrum uisus sit a, & ducatur a b a centro uisus per b centrum speculi diameter uisualis, quae sit a b d incidens superficiei speculi in puncto d, dico quod a quolibet puncto speculi dati potest fieri reflexio formae puncti alterius rei uisibilis ad uisum a, nisi a solo puncto d, sit enim datus alius punctus qui sit g, ducatur ad ipsum semidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quae sit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnum speculi transeuntem puncta g d c, palam per 15. tertij, quia angulus b g f & b g l sunt recti per 42. primi huius, quoniam angulus b g a erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quae est extra speculum, ubicumque ponatur esse centrum uisus siue intra siue extra circulum g c d, constituatur quoque per 23. primi, in eiusdem circuli superficiei super lineam l g ad punctum g, angulus aequalis angulo f g a quae sit h g l, erit ergo angulus h g b aequalis angulo b g a, & quoniam angulus contingentiae est minimus angulorum per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto absciso quocumque angulo acuto rectilineo, semper linea illum acutum angulum continens cadet intra circulum g c d, quoniam solus angulus contingentiae cadet extra circulum; posito itaque quocumque puncto uisibili in linea h g, semper fiet reflexio formae alicuius sui puncti ad uisum a, & eodem modo de quolibet alio speculi puncto extra punctum d, dato demonstrandum, sed & a puncto d sit reflexio, cum enim linea a d sit perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto d, quia linea a d reflectitur in seipsam per 21. quinti huius. Si ergo aliquod interponatur non diafonum inter centrum uisus, quod est a, & punctum speculi d, nulla fiet reflexio ad uisum impediens medio. Si uero nullum tale interponatur, solius puncti superficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilque aliud, & hoc est propositum.

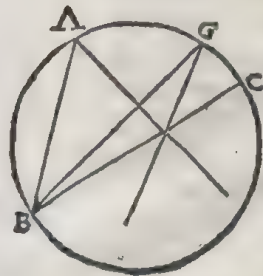
VII.

In speculis sphaericis concauis si supra periferiam uel extra ponatur centrum uisus, oculus non uidetur, nisi per diametrum speculi reflectatur.

Sit



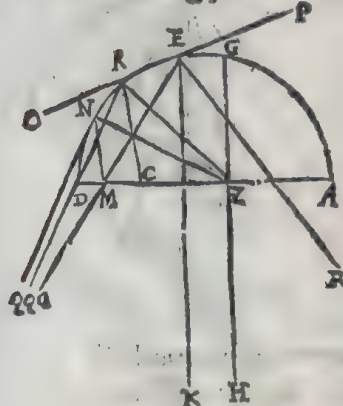
Sit speculi concaui sphaerici circulus magnus a b g, sitq; centrum uisus in puncto b super speculi periferiam, & ducantur lineae b a & b g, non per centrum, & quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43. primi huius, est maior, angulus uero reflexionis semper debet esse aequalis angulo incidentiae, ut patet per 20. quinti huius, palam quod non fiet reflexio secundam lineam a b, sed fiet ad partem maioris anguli, & similiter est de puncto g, quoniam non fiet reflexio secundam lineam b g, sed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius, si enim forma puncti b a punctis a & g, reflectetur in se ipsum, tunc anguli portionum ad punctum a & ad punctum g, essent aequales, quod est impossibile, & contra 43. primi huius, per diametrum tamen cuiuscunque circuli magni totius speculi sphaerici concaui potest uisus incidens reflecti in se ipsum, quoniam omnium semicirculorum eiusdem circuli, anguli sunt aequales per eandem 43. primi huius, sed tunc non fiet reflexio in unius puncti superficie speculi diametraliter incidentis, ut secundum lineam b c, quae non percipitur, quia indiuisibilis est, & omne quod uidetur diuisibile est, quia sub angulo uidetur per 18. tertij huius, alij uero puncti incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris, & non perueniunt ad uisum, nisi illi quorum reflexiones lineae incidunt superficie uisus, & figurantur in illo puncto rei uisae sitibus permutatis, quod autem non reflectitur, non uidetur, in his itaq; speculis sphaericis concauis, si super periferiam speculi uel extra ponatur centrum uisus, non uidetur oculus nisi per diametrum speculi reflectatur, idem enim accidit si extra periferiam speculi propositi oculus ponatur, & eodem modo demonstrandum, quoniam linearum inaequalitas naturae reflexionis non immutat, patet ergo propositum.



VIII.

Ab altera parte productae diametri extra circulum speculi sphaerici concaui uisus posito siue in transversali diametro, siue extra illam, siue citra illam, nihil rerum in illa parte dispositarum possibile est uideri.

Esto communis sectio superficie reflexionis & speculi sphaerici concaui circulus a g d, cuius centrum sit z, & producat semidiameter z g, extra speculum ad punctum h, ducaturq; a centro z, per undecimam primi, alia diameter perpendiculariter super lineam h g, quae a z d, & sit centrum uisus in puncto b ab altera parte diametri h g, & a puncto b ducatur linea aequidistans lineae h g per 3. primi, quae sit linea b e, incidens superficie speculi in puncto e, dico quod nulla rerum uisibilium positorum ab illa parte diametri h g, & linea b e, in qua scilicet est uisus, potest uideri, detur enim si sit possibile, ut



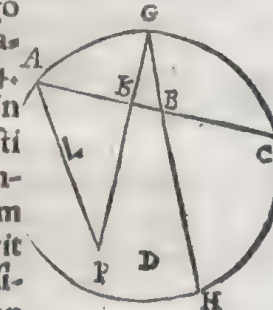
punctus q, ab illa parte positus ad uisum existentem in puncto b reflexus ualeat uideri. Incidatq; forma puncti q ad punctum speculi, quod est e, producta linea incidentiae, quae sit q e, & a puncto e contingens circulum per 16. tertij, quae sint p e o, & ducatur hnea e z, si ergo forma puncti q, a puncto speculi e, reflectatur ad uisum existentem in puncto e, est palam per 20. quinti huius, quoniam angulus q e o, erit aequalis angulo b e p, sed angulus b e p est maior angulo recto, quia per 17. tertij, est angulus z e p, rectus, ergo & angulus q e o, est maior recto, quod est contra 13. primi, palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur a puncto e ad uisum b, sed neq; ab aliquo alio puncto; arcus e d, quoniam idem accidit impossibile, sed super terminum lineae z e per 23. primi, constituto angulo aequali angulo b e z, possibile erit punctum lineae productae, quae sit r e, formas a puncto e, reflecti ad uisum existentem in puncto b; idem quoque patet uisus posito in puncto r, citra diametrum a d, producta linea c k, uel posito ipso in puncto

so in puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoque lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propositum.

IX.

In concauis speculis sphaericis si inter centrum speculi & periferiam fuerit punctum rei uisae, possibile est ut quandoque in centro unius uisus a diuersis punctis speculi lineae reflexionis concurrant.

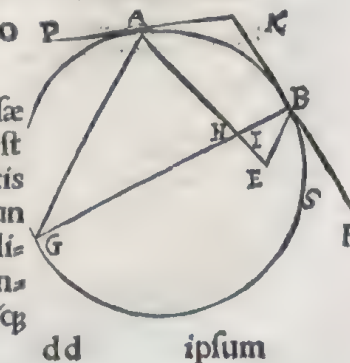
Sit speculum sphaericum concauum, cuius maior circulus sit a g, centrum quoque sit punctus d, & sit punctum rei uisae b constitutum inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatq; reflexio formae puncti b, a puncto speculi quod sit a, & a puncto speculi quod est g, dico quod lineae incidentiae quae sunt b a & b g, possunt reflecti ad centrum unius uisus in puncto uno existentis, sit enim primo ut linea b g reflectatur ad uisum existentem in puncto p, producantur quoque lineae incidentiae a punctis a & g, ad aliam partem periferiae, quae sint lineae a t & g h, haec ergo lineae aut sunt aequales aut inaequales, sint primo aequales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, aequalis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius, angulus pportionis qui est t a g, aequalis angulo portionis qui est b g t, sed & angulus h g t est aequalis angulo p g a, per hypothesim, & p 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis, & angulus t a g sit aequalis angulo l d i, relinquitur ergo aequalibus angulis hinc & inde ablati, ut angulus h g p sit aequalis angulo c a l. Sit autem punctus in quo linea p g secat lineam c a, punctus r, angulus ergo p r c per 16. primi, maior est angulo p g h, ergo & angulo l a c, quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t est aequalis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cum angulo r n l minor est duobus rectis, ergo p 14. primi huius, lineae g p & a l concurrent, sit concursus punctus p. Si itaq; in puncto p, ponatur centrum uisus, palam quod ipse uidebit formam puncti b reflexum a duobus punctis speculi quae sunt a & g, est similiterq; demonstrandum si lineae a c & g h fuerint inaequales, uel si linea a c sit maior quam linea g h, tunc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui est c a g erit maior angulo portionis qui est h g c, remanetq; per modum quo praecessimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietq; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineae g p & a l concurrent, sitq; concursus punctus p, & est idem quod prius, quod si linea a c fuerit minor quam linea g h, tunc per modum quo uisum prius, erit angulus l a c minor angulo p g h, sed & angulus p a b maior est angulo p g h, si itaq; angulus l a c sit maior angulo p r b, concursus fiet ut prius linearum a b & p g ad punctum p, per 14. primi huius. Si uero angulus l a c sit maior angulo p a b, fiet idem per 14. primi huius, concursus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam speculi, unde tunc non fiet reflexio ad uisum. Similiter quoque si angulus l a c fuerit aequalis angulo p r b, tunc per 28. primi lineae a l & p g aequidistant. In nullo ergo puncto concurrent, nunquam ergo fiet formae unius puncti, quae est u, reflexio ad unum centrum uisus a duobus punctis speculi sphaerici concaui, patet ergo propositum.



X.

Lineae reflexionis a speculis sphaericis concauis puncto rei uisae existente in periferia speculi uel extra illam, nonnunquam in uno centro uisus a diuersis punctis speculi concurrunt.

Sit speculum sphaericum concauum g a b s, sitq; punctum rei uisae g, quod sit constitutum in aliquo circunferentiae puncto, quod est punctum g, sitq; u t g punctum rei uisae, reflectatur a duobus punctis arcus g a b, q sint puncta a & b, fiatq; reflexio formae puncti g, a puncto speculi b ad punctum e, & a puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quae sunt b e & a l, possibile est concurrere, ducantur itaq; lineae contingentes speculum in punctis a & b, contingatq;

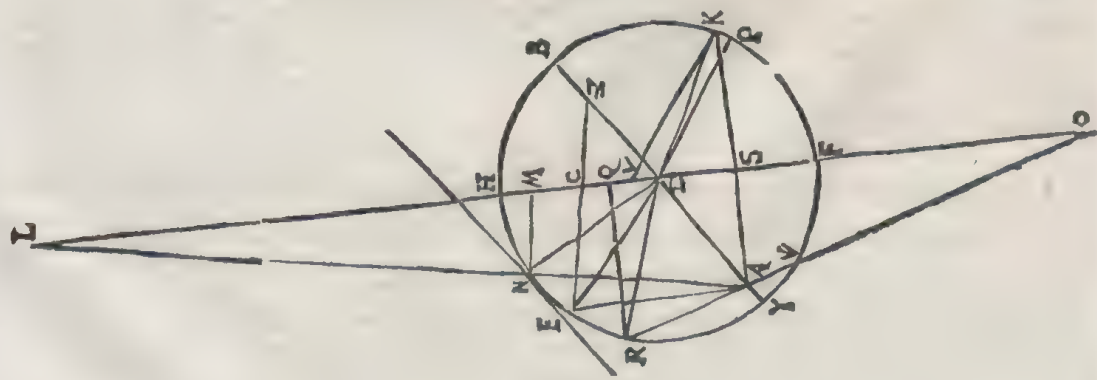


ipſum linea k a p in puncto a, & linea k b f in puncto b, & ducantur lineæ eb & b g & l a & a g. Sit quoq; ut lineæ a l & g b ſecent ſe in puncto h, quia itaq; omnes anguli conſtituti ſuper punctum b ſunt æquales omnibus angulis conſtitutis ſuper punctum a, p. 13. primi, & per 20. quinti huius, angulus e b f eſt æqualis angulo k b g, & angulus l a k æq; lis eſt angulo p a g, & anguli cōtingentiæ omnes ſunt æquales per 15. tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior eſt angulo g b s minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h maior eſt angulo p a g, ergo angulus e b f maior eſt angulo k a h, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20. quinti huius, palā ergo quia angulus eb g minor eſt angulo l a g. Sed angulus l a g eſt minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l eſt maior angulo g b e, ſed angulus l h g cum angulo b h l, ualet duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l ſunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ a l & b e concurrent, ſit concurſus punctus e. Si itaq; centrū uſus fuerit in puncto e, patet quod a duobus punctis ſpeculi ſier ad ipſum formæ puncti reflexio g, quod ſi extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem eſt demonſtratio, non eſt tamen hoc uniuerſale, quia poſſibile eſt non concurrere, ut ſi anguli g b e & g h l ſint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim lineæ b e & a l non concurrent, uel ſi concurrent hoc erit retro ſpeculum, ubi uſus conſtitutus retro ſpeculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propoſitum.

XI.

Locus imaginum formarum à speculis sphaericis concavis reflexarum, quandoq; est in puncto reflexionis, quandoque est ultra speculum, quandoq; inter uisum & speculum, quandoq; in superficie ipsius uisus, quandoq; retro uisum.

Quando enim forma puncti rei uisæ uidetur secundum kathetum suæ incidentiæ, tunc necessario imago uidetur in ipsa superficie speculi in puncto scilicet suæ reflexionis, quando uero formæ obliquæ incidunt superficiebus propositorum speculorum, tunc diuersificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum sit a centrum uisus, & punctus d centrum speculi sphaerici concavi, & ducatur superficies plana per hæc duo puncta quæ erit superficies reflexionis, quoniam ipsa est orthogonalis super quamlibet superficiem contingentē speculum secundum punctum illum superficiæ speculi cui incidit diameter uisualis. Secabit ergo superficiem speculi datæ, & erit communis sectio illarum superficierum circulus magnus per secundam huius. Sit ergo ille circulus h b f g, & ducatur linea à centro uisus ad centrum speculi, quæ sit a d, & à puncto a ducatur ad circuli periferiam, linea maior quàm linea a d, quæ sit a e, & à puncto d ducatur ad circulum



circulum lineæ æquedistantis lineæ a e, quæ sit d h & producatur lineæ d ex utraq; parte sui ad circumferentiam in puncto l & b, taliter ut compleatur diameter t a d b, & ducatur lineæ d e, quia itaq; lineæ a e, est maior quam lineæ a d, palam per 18. primi, quoniam angulus e a d, est minor angulo a d e, est ergo p 32. primi, angulus a e d minor angulo recto, siue angulus a d e fuerit rectus uel obtusus, uel acutus, sed per 29. primi, angulus e d h, est æqualis angulo a e d, quia sunt coalterni. Est ergo angulus e d h minor recto, super punctum quoque e lineæ d e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e d, qui sit d e t, palam itaq; quoniam lineæ e t cadit intra circumulum, quoniam si caderet extra circumulum fieret ille angulus aut rectus, si lineæ producta circumulum contingeret, aut obtusus, si secaret: quod totum patet ducta lineæ contingente circumulum in puncto e patet per 16. tertij, & quia hoc est impossibile, ut patet ex præmissis, palam quia lineæ t e, cadit intra circumulum, secabitq; lineam d h, sitq; punctus sectionis t, & erit lineæ e t æqualis lineæ d t per 6. primi, sunt enim anguli e d t & c d e æquales, & quoniam angulus a d e, maior est angulo a e d per 16. primi, palam quia angulus a e d maior est angulo d e t, ergo per 14. primi huius, lineæ e t non æquedistant lineæ a b, concurrant ergo, sitq; punctus concursus z, deinde à puncto a ducatur ad arcum e h, lineæ a n, quæ concurrat cum lineæ a e in puncto a, & inter ipsam lineam d h, sibi æquedistantem producatur, palam per secundam primi huius, quia concurret cum lineæ d h, sit ergo punctus concursus l, & ducatur lineæ d n, & super punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a, per lineam m y, quæ sit m n d, & quia angulus d n a, est acutus per quadragesimā secundā primi huius, erit etiā angulus d n m acutus. Ideo em, qā angulus in semicirculo est rectus per 30. tertij, omnis angulus contentus à quacuncq; lineæ & termino diametri, palam quod est acutus, concurret ergo lineæ n m cum lineæ d h, sit concursus in puncto m, ducatur etiā à puncto a, lineæ ad arcum e f, quæ sit a g, & ducatur lineæ d g, fiatq; angulus q g d, æqualis angulo d g a, & quoniam ut prius angulus d g a, est acutus per 42. primi huius, erit etiā angulus q g d acutus, concurret ergo lineæ g q, cum lineæ d h, sit concursus in puncto q, palam quoq; cum lineæ g a, concurrat cum lineæ a e, quoniam per secundam primi huius concurret cum lineæ d h illius æquedistante, sit concursus punctus ex parte puncti f, angulus enim g a d est maior angulo e a d, ergo per decimam quartam primi huius, ad partem maiorem angulorum fiet concursus, secetq; lineæ g o periferiam circuli in puncto y. Sitq; arcus g y maior arcu g h, quod autem lineæ g q cadit inter puncta d et h, palam satis est ex præmissis, sed & idem patere potest ex hoc, quia cum arcus quem secat lineæ, g o ex circulo h b, f g, qui est arcus g y sit maior arcu g h, producatur lineæ g d ad periferiam circuli in punctum p, eritq; arcus h p maior arcu y p, ergo per 32. sexti, erit angulus h g d maior angulo a g d, sed angulus q g d, est æqualis angulo a g d, ut patet ex præmissis, ergo angulus h g p, est maior angulo a g d, lineæ ergo g q, diuidit angulum h g d, ergo per 29. primi huius, diuidit & basem d h, cadet ergo punctum q, inter puncta d & h, tunc à puncto a ducatur ad arcum f b, lineæ a k secans lineam d f in puncto s, ita ut sit lineæ k s maior quam pars diametri, quæ est s d, hoc autem facile per septimam tertij, ut si lineæ d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & lineæ a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uersus punctum d, hæc itaq; lineæ a k, sic ducta, ducatur lineæ d k, palam ergo per 42. primi huius, quod angulus d k a est acutus, fiat ergo super punctum k terminum lineæ d k, angulus d k a, angulus æqualis qui sit d k u, ut itaque per decimam octauam primi, angulus k d s, sit maior angulo d k s, ideo quia lineæ s k est maior quam lineæ d s, erit ergo angulus k d s, maior angulo d k u, palam ergo per decimam quartam primi huius, quia lineæ u k concurret cum lineæ d h, sit ergo concursus in puncto u, palam itaq; per uicesimam quinti huius, & secundum prædicta, quod forma puncti t, à puncto speculi e, reflectitur ad uisum, qui est in puncto a. kathetus quoque incidentiæ formæ puncti t, est lineæ t d, quæ per 72. primi huius, est perpendicularis super superficiem contingentem speculum, cum sit transiens per eius centrum, & ipsa est æquedistans lineæ reflexionis, quæ est a e, nunquam ergo con-

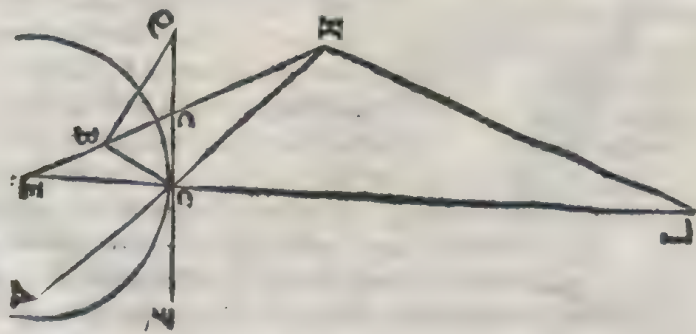
dd 2 curret

curret cum illa, apparebit ergo imago formæ puncti t in ipso puncto reflexionis quod est e, forma uero puncti z, reflectitur similiter à puncto e, ad uisum existentem in puncto a. kathetus quoq; suæ incidentiæ qui est b z d ductus à puncto z, per centrū speculi concurrit cum linea reflexionis quæ est a e in puncto a, locus itaq; imaginis formæ puncti z, per 37. quia, t huius, erit centrum uisus quod est a, forma uero puncti m à puncto speculi quod est n reflectitur ad uisum a, & perpendicularis ducta à puncto m, quæ est ka, thetus incidentiæ, qui m d, concurrit cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod est ultra speculum, & forma puncti m, habet locum imaginis in puncto l sub speculo, forma uero puncti q peruenit ad punctum speculi quod est g, & ex puncto g reflectitur ad uisum a, & locus imaginis suæ est in puncto o quod est ultra uisum, & forma puncti u, peruenit ad punctum speculi quod est k, & reflectitur ad uisum in puncto a, & kathetus suæ incidentiæ quæ est perpendicularis, ab eo ducta trans centrū speculi d, est linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto s, locus itaq; imaginis suæ est punctū s, quod est inter uisum & speculum, palam itaq; ex prædictis cum imaginum à speculis sphericis concavis reflexarum quædam uidentur in superficie ipsius speculi ut in ipso puncto reflexionis, quædam uidentur ultra speculum, quædam inter uisum & speculum, quædam in superficie ipsius uisus, quædam citra uisum, quod est propositum, & si centrū uisus sit extra circulum speculi uel in circumferentia ipsius, idem accidit, et eodem modo est demonstrandū, quoniam semper linea a e sit maior quàm linea a d, & accidunt omnia ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum à speculis sphaericis concavis diuersa fit à uisu comprehensio secundum suorum locorum propriam diuersitatem.

Remaneat dispositio præcedentis in tota forma figuratiōis, cum itaq; locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l, aut inter uisum & speculum ut in puncto s, tunc quia formas sibi oppositas semper perfectius acquirit uisus, cōprehenditur ueritas illius imaginis. Cū uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uisæ æquedistat lineæ reflexionis, tunc enim locus imaginis est in puncto e, quia cum punctus e, per 3. secundi huius, sit punctus naturalis diuisibilis sensibilis, utpote capax imaginis formæ rei sensibilis, quæ est diuisibilis, cū sit naturalis sumpto uisui medio puncto intellectuāli, erit imago cuiuscunq; illius puncti sensibilis, pars quæ fuerit ultra medium punctum sumptum apparens ultra speculum, & imago partis alterius quæ fuerit citra punctum medium apparebit inter uisum & speculum, & cum totalis forma secundum partes posteriores sui sphaeræ speculi & ceteriores uersus uisum semper uideatur una & cōtinua, necessario forma illius puncti sensibilis, proximo puncto intellectuāli uidebitur in ipsius superficie speculi in puncto s reflexionis, alias & quæ partes formæ sensibilis circumiacentis illud punctū uidebunt ab illo puncto declinare modo



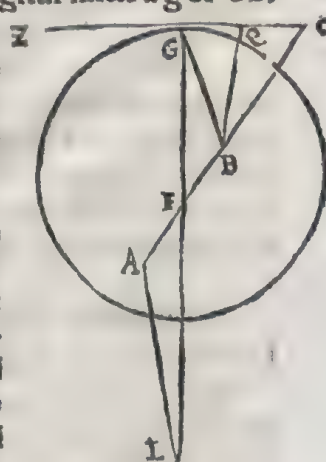
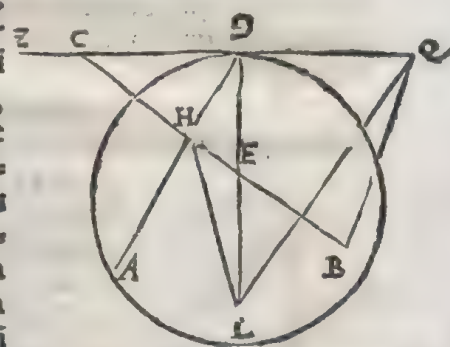
modo dicto, quædam ad uisum & intra speculū, quædā ultra speculū, uerū in imaginibus
quæ locus est punctus a, qd' est centrum uisus, ueritas ipsa non cōprehenditur, unde
sæpius accidit error uisui in formis sic uisus. Ad huius autē maiorem euidentiā, ut nō so-
lum demonstratio, sed etiā experientia doceat quod p̄missimus, erigatur super superficiē
speculi sphaerici cōcaui stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit maior medie
tate semidiametri speculi, & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus, & dirigat̄
uissualis radius ad punctum speculi, cuius distantia à stipite sit maior q̄ distantia centri
uisus à diametro p̄ stipitem transeuntem, apparebit quoq; imago illius stipitis ultra uis-
um, nec erit certa apprehensio formæ ipsius, imò apparebit, quasi curua, cū tñ stipes sit
formæ lineæ rectæ, ex quo patet quod in his speculis nō cōprehendit̄ ueritas imaginis,
nisi cuius locus fuerit ultra speculū aut inter uisum & speculum, ut hæc patere possunt
per experientiam situm stipitis & uisus uariè diuersificantī, & accidit eidem quod cum
centrum uisus fuerit in perpendiculari p̄ lignum transeunte, non plene comprehendet
formam illius ligni, patet ergo propositum.

XIII.

In speculo sphaerico concauo est proportio katheti incidentiae ad rectā à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut lineā à pūcto rei uisae ad finē cōtingētiae ductā ad lineā à fine cōtingētiae ad locū imaginis pductā.

Estto speculū sphericum concavū, cuius centrū sit e, & sit b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, & sit g punctus reflexionis, & contingat linea z g, circulū qui est communi sectio superficiē reflexionis & speculi in puncto g, ducaturq; linea e g, à puncto reflexionis ad centrum speculi, & linea incidentiæ, quæ sit a g, & kathetus incidentiæ, qui sit linea c b, qui productus concurrat cum linea z g, in puncto t, cōcurrēt autē per 14. primi huius, cū sint in eadē superficie reflexionis per 3. huius, & per 1. undecimi, & cum per 17. tertij, angulus e g 3, sit rectus, & angulus uero g e b, sit acutus, sit ergo punctus t, finis cōtingentiæ, ut patet ex principio sexti libri huius, educatur quoq; extra circulū linea reflexionis quæ sit a g, kathetus itaq; e b, concurreret cum a g, linea reflexionis extra punctum g, quæ est punctus reflexionis, & hæc ideo, quia linæ e d & a g, sunt duæ linæ rectæ, quæ a g, secant linæ z g, in puncto g, & sit angulus a g t obtusus, qm̄ angulus e g t, est rectus, linea uero e b, secant lineam z g, in puncto t, & sit angulus e t g, acutus per 32. primi, non ergo concurrunt linæ e b & a g, in puncto g, aut igitur linæ a g & e b, cum nō sunt æquedistantes, ut patet ex hypothesi, concurrent ultra punctū g, aut intra puncta g & a, sit ergo ut concurrant ultra punctū g, & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37. quinti huius, dico quod est eadem pportio kathi et b, ad linæ e h, interiacentē centrum speculū, & punctum concursus linæ reflexionis & kathi incidentiæ, qui est locus imaginis, quæ est pportio linæ b t, interiacentis punctū rei uisæ, & sinem cōtingentiæ ad lineam t h, quæ interiacet sinem contingentiæ, & punctus concursus linæ reflexionis cū incidentiæ katheto incidentiæ qui est locus imaginis formæ puncti b, qui est punctus rei uisæ, producatū em̄ perpendicularis quæ e g, ultra speculū, & à puncto h, qui est locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquedistans linæ incidentiæ, quæ sit b g, per 31. primi, quæ necessarii per 2. primi huius, cōcurrerēt cū pducta linea e g, cum sua æquedistantis, quæ sit b g, cōcurrat cum eadē, sit punctus concursus l, & à puncto b, ducatur linea æquedistans

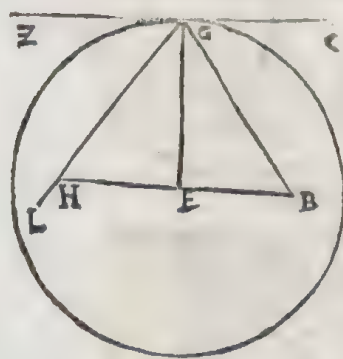
dd 3 linea



dd 3 linear

linea g h quæ ut prius necessario concurrat cū linea z t, per 2. primi huius, cū linea g h, concurrat cum eadem, sit concursus punctus q, & quoniam angulus b g e, est æqualis angulo a g e, per 20. quinti huius, sed angulus b g e, est æqualis angulo g l h, per 29. primi, & angulus a g e, æqualis est angulo l g h, per 15. primi, erit ergo angulus g l h, æqualis angulo h g l, ergo per 6. primi, erit linea l h, æqualis lineæ g h. Similiter quoque angulus b g q, æqualis est angulo a g z, quia cū anguli e g z & e g q, sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a, sint æquales, Remanēt anguli residui æquales, sed & angulus a g z, æqualis est angulo b q g, per 20. primi, angulus ergo b g q, æqualis est angulo b q g, ergo per 6. primi, linea b g, est æqualis lineæ b q, proportio itaque lineæ b g, ad h l, est sicut lineæ b q, ad lineā h g, per 7. tertij, sunt em̄ antecedētia & cōsequētia æq̄lia inter se, quia uero angulus g h t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi, Sunt em̄ illi anguli cōalterni inter lineas æquedistantes, & angulus q t b, æqualis est angulo h t g, per 15. primi, sed & angulus h g t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi, ergo trianguli t q b, & g t h, sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, est pportio lineæ q b, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, sed linea b q, æqualis est lineæ b g, ergo per 7. quinti, est pportio lineæ b g, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad li-

neam th , ergo per 11. quinti, est proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b g, ad lineam h l, quia uero p 29. primi, trianguli h e l, & b e g, sunt æquianguli, erit p 4. sexti, p portio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam l h, ergo ut prius erit p portio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b t, ad lineam t h, quod est ppositū, eadem q̄q̄ est demonstratio si locus imaginis fuerit inter a centrū uisus, & g punctum reflexionis, aut si fuerit in puncto a, aut ultra illam. Si uero lineæ in puncto reflexionis speculū contingens, quæ est z g, nō cōcurrat cum katheto incidentiæ, qui est b e h, sed sit eī æquedistans, ducatur à puncto cōtingentiæ, quod est g, lineæ perpendicularis quæ sit g e, super lineam b



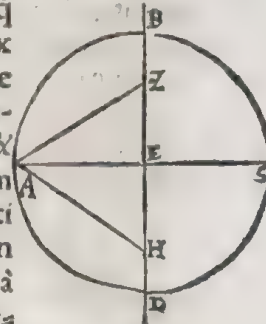
monstratque aliud adijci nisi quia p. 3. sexti, est pportio katheti b e, ad lineaẽ a e, ductam a centro speculi ad locũ imaginis, sicut linea b g, ad lineam g a, qm̃ linea g e, diuidit angulum a g b, p. æqualis, p. 20. quinti huius. Er̃t ergo ut prius, pportio lineaẽ b t, ad lineaẽ t h, sicut lineaẽ b e, ad lineam e a, quod est ppositum, & hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunq; uisui occurrentium, patet ergo propositum.

XIIII.

In speculis sphaericis concavis possibile est quandoq; reflexionem fieri secundum totam periferiam unius circuli.

Sit circulus magnus speculi sphaerici concavi, qui a b g d, cuius diameter est b d, & centrū e, signenturq; sup̄ diametru b d, duo puncta ex utraq; pte cētri e, quæ sint h & z aequaliter distantia à cento e, erunt ergo lineæ h e & z e æquales, ducat q̄q; à centro p i i. primi, diameter g e a, perpendiculariter super diametru b d, & copulent lineæ h a & z a, quia

quia itaq; in trigonis h e a, & z e a, duo latera h e & z e, sunt æqualia ex hypothesi, & linea e a, cõmunis est utriusq; trigonor; anguli h e a, & z e a, sunt æquales q̃a recti, palā p 4. primi, qm̃ angulus h a e, est æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius. puncta h & z, ad seinuicẽ mutuo reflectunt à puncto speculi quod est a, idẽ quoq; patet ductis lineis h g & z g, qm̃ istor; punctor; mutua reflexio fiet à puncto g, si itaq; fixa diametro b d, imaginemur revolui trigonũ a h z, circa diametrũ b d, linea trigoni, q̃ est h z, manente fixa, tunc punctum a, motũ perueniet in punctum g, & ex inde reuertet ad locũ suum primũ, motuq; suo describet in concavitate speculi circulũ, à quo totali fiet formæ punctor; h & z, ad seinuicẽ mutua reflexio, qm̃ ad quẽcunq; punctum illius circuli ducantur lineæ à punctis h & z, semp ducta semidiametro à centro ad illud punctũ anguli ad punctum illius circuli erunt æquales. & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius. Si ergo centrũ uisus fuerit in puncto h, reflectet ad ipsum forma puncti z, à tota piferia illius circuli. Si tñ puncta h & z, inæqualiter, distent à centro e, nõ fiet reflexio à circulo illo, sed forte fiet ab alio circulo quem describit motu suo punctus reflexionis, patet ergo propositum.



XV.

Duobus punctis in una diametrorum speculi sphaerici concavi se orthogonaliter secantium existentibus sub inæquali distantia à centro impossibile est ab aliquo punctorum peripheriæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero semicirculi duobus punctis est possibile.

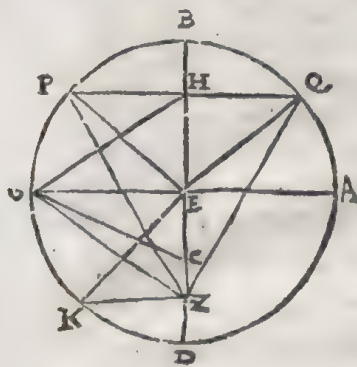
Sit speculi sphaerici concavi circulus magnus, qui a b g d, cuius centrū e, secantq; se ī ipso duæ diametri orthogonaliter, quæ sint a g & b d, in quæ una quæ k d, sunt duo puncta h & z, inæqualiter distantia à centro e, sitq; h, p̄p̄inquius centro e, & z remotius, sitq; punctus h, in semicirculo a b g, & punctus z, in semicirculo a d g, dico quod ab aliquo punctoꝝ semicirculi a d g, nō potest fieri istoz punctoꝝ adinuicē reflexio, sit enim si possibile est ut fiat à p̄cto a, & ducatur linea a h, abscindaturq; à linea e z, linea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ sit e t, & ducatur linea t a, palā ergo per 4. primi, quia angulus h a e, est æqualis angulo t a e, sed angulus e a t, per 29. primi huius, est minor angulo e a z, angulus ergo h a e, est minor angulo z a e, non ergo fiet punctoꝝ h & z, mutua reflexio à puncto speculi a, p̄ 20. quinti huius, sed neq; ab aliquo alio p̄cto arcus a d g. Sit em̄ si possibile est ut fiat istoz punctoꝝ reflexio à puncto k, periferiæ semicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k, Enim itaq; per 30. quinti huius, anguli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulū h k e, per æqualia, ergo per 3. sexti huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, sicut h e, ad lineam e z, sed linea e z, est minor q̄ h e, ut patet ex hypothesi, ergo linea h k, est minor q̄ h z, est autē linea h k maior q̄ k z, qm̄ est maior q̄ linea e k, p̄ 19. primi, ut em̄ patet angulus h e k, est obtusus maior angulo h e a, recto, sed linea e k, est æqualis lineæ e a, quæ est maior q̄ linea k z, ut patet. Est ergo linea h k maior q̄ linea z k, & sequitur ex datis ipsam esse minorem, quod est impossibile, non ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctū z, uel econuerso ab aliquo punctoꝝ arcus a k g, ab aliquibus uero punctis periferiæ semicirculi a b g, mutuam reflexionē istoz punctoꝝ fieri est possibile, qm̄ est possibile esse aliquod punctum arcus a b, ut pote p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineā h p, sicut linea z e, ad lineam e h, ergo per 3. sexti, angulus h p z, diuidet per æqualia per lineam e p, & similiter possunt fieri in arcu b g, patet itaq; quod p̄ponebatur, qm̄ ab aliquo puncto arcus, b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

XVI.

Duobus pūctis in una diametro speculi sphærici sup̄ficiẽ cōcaui existēti
bus sub inæquali distantia à cētro speculi, si excessus distantiarū ad minore
distantiam

distantiā proportionē habeat, quā pars diametri interiacentis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius & speculum im- possibile est à circulo illius diametri illorū punctorū fieri mutuā reflexionē.

Sit speculi sphaerici concavi imaginis circulus a b g d, cuius centrū e, & diameter b d, sintq; duo puncta 3 & h, constituta super illam diametrum b d, quorū remotior à centro e, sit punctus 3, & propinquior punctus h, erit ergo linea 3 e maior q̄ linea h e. Sitq; ipsarū excessus linea 3 t, dico quod si pportio lineae 3 t ad lineam t e, uel ad h e, fuerit sicut lineae 3 h, ad lineam h b, quod impossibile est reflexionē fieri ab aliquo puncto circuli a b g d, patet em̄ per pmissam quod non potest fieri reflexio ab aliquo puncto semicirculi a d g, sed neq; ab aliquo puncto semicirculi a b g, detur em̄ si sit possibile à pū



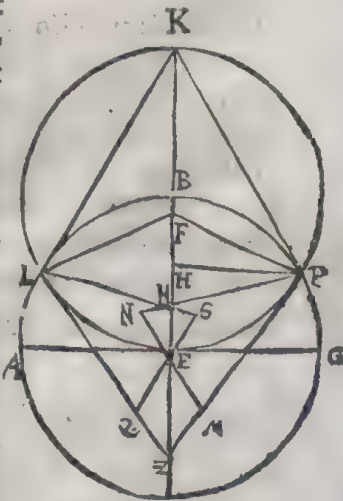
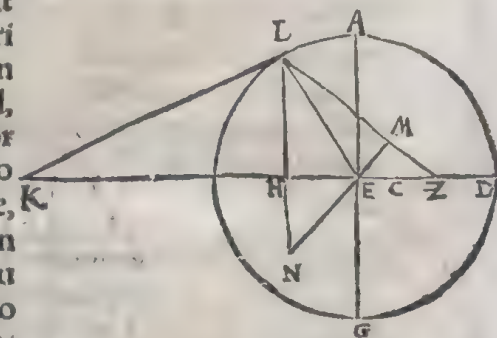
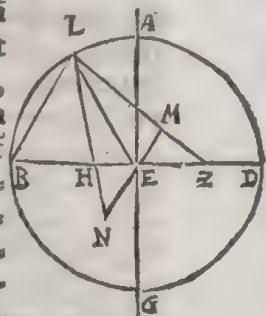
cto l, arcus a b, & ducat lineam l b, & ipsi aequidistans ducatur à centro speculi per 13. primi, quae sit linea m e n, & ducantur lineae l 3, l e, & l h, secabit itaq; per 2. primi huius, lineam l 3, lineam n m, sit punctus sectionis m, perducatur quoq; lineam l h, ultra punctū h, quae similiter per 2. primi huius, secabit lineam m n sit punctus sectionis n, quia itaq; ex hypothesi est pportio lineae 3 t, ad lineam t e, sicut lineae 3 h, ad lineam h b, erit ergo p. 18. quinti, cōiunctim pportio lineae 3 e ad t e, uel per 7. quinti, ad lineam h e, sicut lineae 3 b, ad lineam h b, ergo per 16. quinti huius, erit permutatim pportio lineae 3 e, ad lineam 3 b, sicut lineae h e, ad lineam h b, quia uero lineae b l & n e, aequidistant, ut patet per 15. & 29. primi, quia trigona b l h, & n h e, sunt aequiangula, ergo per 4. sexti, est pportio lineae e n, ad lineam b l, sicut lineae e h, ad lineam b h, similiter quoq; trigona b l 3, & e m 3, sunt aequiangula per 29. primi, quia lineae b l & e a, aequidistant, erit ergo pportio lineae e m, ad lineam b l, sicut lineae 3 e, ad lineam 3 b, sed eadē est pportio lineae e h, ad lineam h b, quae lineae 3 e, ad lineam 3 b, eadem ergo pportio lineae e n, ad lineam b l, quae lineae e m, ad eandem lineam b l, quia ergo lineae n e & m e, ad lineam b l, eadē pportio lineae, ergo per 9. quinti, lineae n e & m e, sunt aequales, quia itaq; angulus n m l, diuidit per aequalia per lineam l e, ut patet per 20. quinti huius, sit em̄ reflexio puncto h & 3, à puncto l, erit per 3. sexti, pportio lineae l n, ad lineam l m, sicut lineae n e, ad lineam e m, est ergo lineam l n, aequalis lineam l m, linea uero l e, est communis ambobus trigonis l e n, & l e m, ergo per 8. primi huius, anguli l e m, & l e n, sunt aequales, sunt ergo recti per diffinitionē angulorū rectorū, ergo per 29. primi, angulus b l e, erit rectus, linea ergo b l, contingit circuli, & cadit extra circulum p. 15. tertij, qd̄ est impossibile, est em̄ ducta secans circuli per 2. tertij, non ergo fiet reflexio à puncto l, sequitur autē magis impossibile si sit pportio lineae 3 t, ad lineam t e, sicut lineae 3 h, ad aliquā lineam minorem lineam h b, patet ergo propositum, qm̄ de quolibet dato puncto est penitus eodem modo decernendum.

XVII.

Centro uisus & pūcto rei uisae existentibus in una diametro speculi sphaerici concavi & inaequaliter distantibus à centro, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionē habeat quā pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiore parte diametri interiacente punctum centro propinquius & piferiā fiet reflexio, possibileq; est punctū reflexiōis inueniri.

Sit speculi sphaerici concavi maior circulus a b g d, cuius centrū e, & diameter sit b d, in qua sit centrum uisus quod sit 3, & punctus rei uisae quod sit h, distetq; centrum uisus 3, plus à centro speculi qd̄ est e, q̄ punctus rei uisae qui est h, sitq; pportio excessus distantiae maioris quod est 3 e, ad minorem quae est h e, sicut partis diametri inter puncta data cadentis, quae est 3 h, ad lineam maiore parte diametri quae est inter punctū h & periferiam, quae est h b, dico qd̄ in hoc situ fiet reflexio, & quod est impossibile, punctum reflexionis

flexionis inueniri, ducatur em̄ diameter a g, orthogonaliter super diametrum b d, & quia linea 3 e, est maior q̄ linea h e, sit linea e t, aequalis lineae h e, patet 3. primi, erit linea 3 t, excessus lineae 3 e, super lineam h e, quae ergo est pportio lineae 3 t, ad lineam h e, eadem sit per 3. primi huius, pportio lineae 3 h, ad aliam lineam quae sit h k, eritq; ex hypothesi linea h k, maior q̄ linea h b, cadet ergo punctum h, extra periferiā circuli, à puncto itaq; k, ducatur linea contingens circuli a b g d, per 16. tertij, quae sit k l, contingens circuli in puncto l, & copulenti lineam l 3, & l h, & l e, & à puncto e, per 3. primi, ducat lineam aequidistantem lineae k l, quae sit n, secans lineam in puncto m, & lineam l h, pducatur: haec ergo per 2. primi huius, concurret cū lineam m e n, quia cōcurrit cū eius aequedistante, quae est linea l k, sit punctus concursus n, quia itaq; est pportio lineae 3 h, ad lineam h k, sicut lineae 3 t, ad lineam e h, uel ad eius aequalem lineam. f. r. e, per 7. quinti, erit per 18. quinti, cōiunctim pportio lineae 3 k, ad lineam h k, sicut lineae 3 e, ad lineam t e, eritq; permutatim per 16. quinti, pportio lineae 3 k, ad lineam 3 e, sicut lineae h k, ad lineam t e, uel ad eius aequalem lineam h e. Est autē pportio lineae k h, ad lineam e h, sicut lineae k l, ad lineam e n, per 4. sexti, qm̄ trigona h l k, & h n e, sunt aequiangula per 29. primi. Ideo quia lineae k l & n e, sunt aequedistantes, pportio uero lineae k 3, ad lineam e 3, est sicut pportio lineae k l, ad lineam e m, per 4. sexti, qm̄ trigona k l 3 & e l 3 sunt aequiangula p. 29. primi, quia linea e m aequidistat lineae k l, linea itaq; n e & m e, ad lineam k l, eadem habent proportionē, qm̄ ex hypothesi est pportio lineae k 3, ad lineam 3 e, sicut lineae k h, ad lineam h e, ergo per 9. quinti, lineae n e & m e, sunt aequales, linea uero l e, est cōmunis duobus trigonis l e n, & l e m, & anguli l e n & l e m, sunt aequales, quia sunt recti per 29. primi, angulus em̄ k l e, est rectus per 17. tertij, ergo per 4. primi, duo anguli 3 l e, & e l h, sunt aequales, ergo per 20. quinti huius, forma pūcti h, reflectitur ad punctū 3, uel econuerso, à puncto speculi quod est l, patet ergo propositū. Ostensum est em̄, quia sit reflexio mutua datorum puncto in hoc situ, & inuentus est pūctus reflexionis quod proponebatur. Ex his itaq; manifestū est quod si linea e 3, fuerit maior quā linea e h, & sit pportio lineae k 3, ad lineam 3 e, sicut lineae k h, ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphaericis concavis constitutis super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior quā linea e h, & minor q̄ linea e k, fiet mutua reflexio puncto h & 3, adinuicē à duobus punctis cōmunis sectionis circuli speculi & circuli cuius diameter est linea e k. Sit em̄ in linea k h, punctus, qui sit b, & sup̄ centrum e, describatur circulus ad quātitatem unius semidiametri e b, qui sit a b g d. Sitq; in speculo sphaerico concavo, & diuidat lineam e k, per aequalia in puncto f per 10. primi, statq; super centrum f circulus, cuius diameter sit e k, haec ergo secabit circulus a b g d, in duobus punctis per 10. tertij, quae sint puncta l & p, dico quod puncto h & 3, mutua reflexio fiet à punctis l & p, ducantur em̄ lineae k l, k p, e b, e p, erit ergo angulus k l e, rectus per 30. tertij, ergo per 15. tertij, linea k l, contingit circuli a b g d, cū sit perpendicularis super diametrum ipsius quae est e l, ducta itaq; à puncto e, linea n o y, aequedistans lineae k l demonstrabit ut prius, qm̄ puncta h & 3, mutuo reflectent adinuicem à puncto k & l. Similiter quoq; ductis lineis 3 p & h p, & lineae q e s, aequedistante lineae k p, nam eadē est demonstratio hinc inde. Semper em̄ anguli incidence & reflexionis ad puncta l & p, sunt aequales, patet



oc ex

ex præmissis quod si linea incidentiæ & reflexionis quæ est h l, sit perpendicularis super lineam e k, qm̃ linea 3 l, necessario circulū cōtingit, cuius dīameter est linea e k, efficiturq; tūc angulus 3 l h, maximus illoꝝ anguloꝝ, secundū quos in hoc situ potest fieri reflexio, ducatur em̃ à puncto f, qd' est centrū circuli k l e p, linea f b, erit p 5. primi, angulus f l e, æqualis angulo f e b. Sed angulus f e l, est æq̃lis duobus angulis e 3 l, & e l 3. p 3. 2. primi, cū sit illis extrinsecus in trigono 3 e l, angulus q̃q; f e l, est æqualis duobus angulis e 3 l, & e l 3. Sed angulus e l 3, est æq̃lis angulo e l h, remanet ergo angulus f l h, æqualis angulo e 3 l. Sit quoq; angulus h l 3, cōmuniter additus utrobique, erit ergo angulus f l 3 æqualis duobus angulis e 3 l & h l 3, ex hypothesi est rectus, patet p 3. 2. primi, qd' illi duo anguli qui sunt h l 3, & h l 3, sunt æquales uni recto. Angulus ergo f l 3, est rectus, linea ergo l 3, cōtingit circulum k l e m, p 15. tertij. Sequit̃ ergo idem quod prius, et hoc est notandum, quod in hac dispositione centrū uisus & ipsoꝝ uisibiltum semp locus imaginis est in centro uisus, patet p 37. quinti huius, qm̃ ut patet ibi, concurrat kathetus incidentiæ cū linea reflexionis, patetq; ex p̃missis, quomodo in hac dispositione de facili inuenitur punctus reflexionis, imò puncta duo quæ sunt inter sectiones duorū circuloꝝ, patet ergo p̃positum.

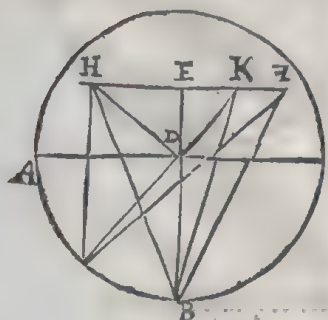
XVIII.

Duorum punctorum in eadem diametro speculi sphaerici concaui existentium formis ex aliquo puncto speculi adinuicem reflexis easdem ab aliquo puncto alio eiusdem quartæ illius circuli impossibile est reflecti.

Sit dispositio quæ in figuris proximis, reflectaturq; forma puncti h, ad punctu z, à pũ-
cto speculi l, dico quod impossibile est ut formarum illorum pũctorum reflexio fiat ad
inuicem ab aliquo alio puncto illius eiusdẽ quartæ circuli, quæ est b a, q̃z à puncto l. Sit
ẽm si possibile est ut fiat à puncto s, eiusdẽ quartæ, & ducantur lineæ
z l, h l, z s, h s, e l, e s, quia itaq; angulus z l h, diuisus est per æqualia
per lineam e l, patet per 3. sexti, quia est proportio lineæ z l, ad lineam
l h. Sicut lineæ z e, ad lineam e h, similiter quia angulus z s h, diuisus
est per æqualia per lineam e s. Erit per 3. sexti, proportio lineæ z s,
ad lineam l h, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo p. 11. quinti, erit pro-
portio lineæ z s, ad lineam s h, sicut lineæ z l, ad lineam l h, ergo p.
16. quinti, erit permutatim proportio lineæ z s, ad lineam z l, Sicut
lineæ s h, ad lineam l h, sed lineæ z s, est minor q̃z lineæ z l, per 7. ter-
tij, ergo lineæ s h, est minor q̃z lineæ h l, quod est contra eandem 7. ter-
tij, quoniam est lineæ s h, propinquior centro speculi quod est e, q̃z lineæ h l, & quoniam
de quolibet puncto arcus a b, potest eadem fieri deductio, patet ergo quod non potest
fieri reflexum ab aliquo puncto quartæ circuli ab alio q̃z à puncto l. Similiter quoq; de-
monstrandum est in quarta circuli, quæ est b g, si ab illius aliquo puncto fiat reflexio
patet ergo propositum.

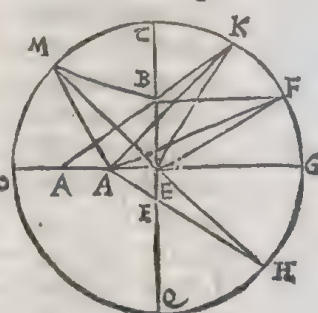
XIX.

Centro speculi sphaerici concavi existente extra lineam connectentem centrum uisus, & punctum rei uisae in diametris diuersis existentia, & aequaliter distantia à centro speculi, ab uno tantum puncto semicirculi, in cuius semidiametris illa puncta non consistunt, fit reflexio ad uisum.



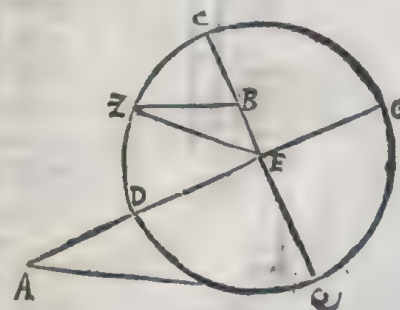
duo latera $b e$ & $e h$, sunt æqualia duobus lateribus $b e$ & $z e$, & anguli $b e h$, &
bez, sunt

be z, sunt æquales, quia recti, ergo per 4. primi, patet, qm̄ anguli z be, & h be, sunt æq̄-
 les, sit ergo p 20. huius, reflexio formæ puncti h, à puncto speculi b,
 ad centrum uisus quod est z, dico itaq; qd̄ non potest ab aliquo alio
 puncto speculi fieri hæc reflexio. Si em̄ detur quod fiat à puncto t, du-
 cantur lineæ z t & t h, & à centro d, ducatur ad punctum reflexionis
 t, lineæ d t, quæ producta ad lineam z h, secet ipsam in puncto k, q̄a
 itaq; per 20. quinti huius, lineæ k t, diuidit angulū z t h, per æqualia, p
 patet per 3. sexti, qm̄ est proportio lineæ z t, ad lineam t h. Sicut li-
 neæ z k, ad lineam k h. sed lineæ z k, est minor q̄ lineæ z e, ergo & q̄
 lineæ k h. Erit ergo lineæ z t, minor q̄ lineæ t h, sed per 7. tertij, lineæ
 z t, est maior q̄ lineæ z h, & lineæ h b, maior q̄ lineæ h t, erit ergo li-
 neæ z b, minor q̄ lineæ h b, quod est contra pmissā & contra 4. primi. Non ergo reflecte-
 tur forma puncti h, ad centrum uisus existens in puncto z, à puncto speculi t. Similiter
 quoq; demonstrandum est de quolibet puncto semicirculi a b g, patet ergo, ppositum



Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diametris diuersis circuli magni sphaerici speculi concaui, possibile est reflexionem fieri ab aliquo puncto arcuum interiacentium diametros circuli transeuntis per illa puncta, nō autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

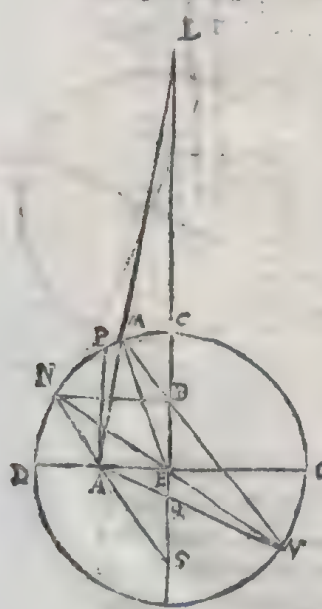
Circulus qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici concavi sit d g t q, & sit a centrū uisus intra speculū sphaericū concauum, & sit e centrū speculi, & sit b punctus rei uisae, & ducatur diameter d a g, per centrū uisus a, & ducatur diameter t q, ut contingit, dico quod si fuerit b, punctus rei uisae in semidiametro e t, potest fieri reflexio formae eius ad uisum a, ab aliquo puncto semicirculi d t g, & ab aliquo puncto semicirculi sibi oppositi, q est d q g, ducatur enim a puncto b, rei uisae ad aliquod punctum semicirculi g t a, arcus quartae t d, qd sit punctum m, linea incidētia quae sit b m, & ducatur linea b a & m a, & ducatur diameter e m, quae quia diuidit basem a b, trigoni a m b, diuidit ergo angulū b m a, per 20. primi huius, adducatur ergo semidiameter m e, ad partem circumferētia, quae opponitur puncto m, in punctum, qui sit punctus h, arcus g q & ducantur lineae b h & a h, secabit quoque linea a h, diametrum t q, sit ut secet ipsum in puncto r, & linea h b, secabit eandem diametrum t q, in puncto b, sunt quoque puncta b & c, ex diuersis partibus centri e, linea ergo e h, diuidit angulum a h b, per 29. primi huius, quoniam diuideret ei basem subtēlam, quae est b c, dico itaque quod forma puncti b, potest reflecti ad uisum a, uel ab aliquo puncto arcus interiacentis semidiametros e t & e d, in quibus sunt puncta a & b, qui est arcus t d, & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi interiacentis alias semidiametros illis conterminales, qui sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus, qui est a g, & quod non potest reflecti ab aliquo puncto arcus g t, si enim hoc dicatur esse possibile, sumatur tunc aliquis punctus arcus g t, qui sit k, propinquius puncto t, & ducantur lineae a k & k b, producatur linea k b, donec cadat super diametrum d g, in punctum o, cadet autem per 14. primi huius, ideo quia angulus b e e d est rectus, & angulus k b t, est acutus, & omnes illae lineae sunt in eadem superficie, quoniam ergo puncta o & a, sunt in eadem parte centri circuli, quod est e, patet quod perpendicularis ducta a puncto k, ad centrū e, non diuidit angulū o k a, & ita forma puncti b, non potest reflecti ad uisum a, a puncto speculi quod est k, similiter sumpto alio puncto quod sit f, ita ut linea b f, sit aequidistans diametro d g, uel quod angulus f b t, fiat obtusus, Semp enim tunc patebit, quoniam perpendicularis e f, non diuidit angulū b f a, per 29. primi huius, quoniam cadet extra a b, basem trigoni a b f, non ergo potest reflecti forma puncti b, ad uisum a, a puncto speculi f, ergo neque ab aliquo puncto arcus oppositi arcui



g t, qui est arcus d q, eodē q̄q modo demonstrandū si b punctus rei uisae fuerit in superficie speculi aut extra speculū, dum tñ punctum a, quod est centrum uisus, sit intra speculum, & idem erit modus pbandi. Similiter quoq; si punctus a, centrum uisus fuerit in superficie speculi, & punctus b, fuerit interius uel exterius, idem est pbandi modus. Si etiam centrum uisus a, fuerit extra speculū, & punctus b, rei uisae fuerit intra speculum, patet idem qd' ppositum est. Ducant ēñ à puncto a, cētro uisus lineā contingente circulum g t d, per 16. tertij, quā sint lineā a h & a 3, & ducantur duæ diametri una uisualis quæ sit e g, & alia quæ sit t e q, & sit b punctus rei uisae in diametro t e q, palam itaq; ex præmissis, quia reflectitur forma puncti b, ad uisum a, ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo puncto arcus t 3, quia impossibile est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus 3 d, qm̄ ille arcus cadit sub puncto contingentia, & etiā propter inæqualitatem angulorum, qm̄ per 15. tertij, angulus e 3 a est rectus, & angulus b 3 e, per 42. primi huius, erit minor recto, cui sunt inæquales omnes anguli constituti super lineam 3 a. Similiter quoq; ab aliquo puncto arcus q g, qui est oppositus arcui t d, potest fieri reflexio formæ puncti b, ad uisum existentem in puncto, sed ab arcu t g, uel d q, nulla fiet reflexio propter supradicta, similiterq; permutato puncto b, in aliam diametrum quæ sit idem diameter t q, idem accidit quod prius, patet ergo propositum. xxi.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diuersis diametris circuli magni speculi sphaerici concavi, si à centro uisus ducatur linea æquedistans diametro in qua est punctū rei uisæ secans circulum, erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu speculi interiacēte terminū diemetri rei uisæ, & illam æquedistantem extra speculum & loca imaginum reflexarū à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uisum, oppositi uero arcus loca imaginum erunt inter centrum uisus & speculum.

Sit dispositio quæ prius, & ducat à puncto a, linea æquedistans semidiámetro t e, q̄
sit a p, dico qđ loca imaginū reflexarū à punctis arcus t p, erunt extra speculū, loca uero



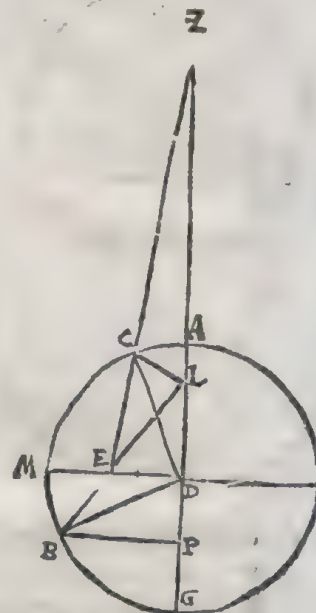
in cetro uisus, nisi cū punctus rei uisæ & centrū uisus i eadē sunt diametro. Tūc em̄ facta reflexiōe, utēq; sit possibile, semp̄ patet qđ linea reflexionis & kathetus incidētia cōcurrunt in centro uisus, qm̄ solus ille punctus ambabus illis lineis est communis, patet itaq; quod proponebatur. Semper enim eodem modo est demonstrandum propositum, siue punctum a. centrū uisus sit intra speculum, siue in superficie speculi, siue extra speculū, dum tamen linea a puncto a, ducta æquidistant diametrum in qua est punctum rei uisæ.

uifæ fecet circulum speculi & non contingat ipsum, forma uero reflexa à puncto p secundum lineam p a, si punctus cuius forma reflectitur fuerit in semidiametro t e, cui æquet stat linea a p, potest uideri in ipsa speculi superficie ut ostendimus in undecima & duodecima libri huius.

XXII.

Quilibet punctus diametri circuli magni speculi sphaerici concaui potest
esse locus imaginum quantumcunq; producat.

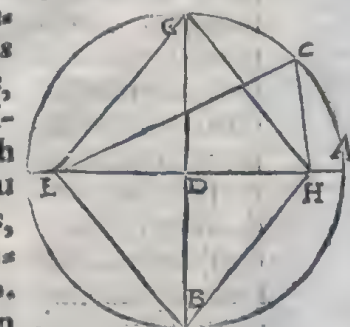
Sit a g diameter circuli speculi sphaerici concavi, qui sit a p m g, cuius circuli centrū sit d, producatuꝛq; extra circulum, & signetur in ipsa punctum z, sitq; punctus e centrū uisus intra circulum in semidiametro m p, dico quod punctus z potest esse locus imaginis, ducatur enim linea e t z per t punctum circumferentiæ circuli, & ducatur linea d c, erit angulus e c d, acutus per 43. primi huius, fiat itaq; angulus d c l super terminum lineæ d c æqualis angulo e c d, per 23. primi, secetq; linea c l diametrum d a in puncto l, palam itaq; per 20. quinti huius, quoniā forma puncti l, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est c, & eius imaginis locus est in puncto z, per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrūt kathetus incidentiæ qui est d l z, cum linea reflexiōis quæ est c e, & assumatur punctus diametri a g intra circulum, qui debet ostendi posse esse locus imaginis, ut si ille punctus sit l, palam quia & ipse erit locus imaginis alicuius formæ, ducat enim linea e l, & producatuꝛ usq; ad punctum circumferentiæ quod sit b, & ducatur linea d q, eritq; angulus d b e acutus, per 42. primi huius, fiat ergo æqualis sibi, qui sit d b p, palam itaq; per 20. quinti huius, quoniam reflectitur forma puncti p ad uisum e, à puncto speculi b, & locus imaginis formæ puncti p est punctus l, per 37. quinti huius, sumpto quoq; qualibet puncto alio eadem esse probatio, patet ergo propositum.



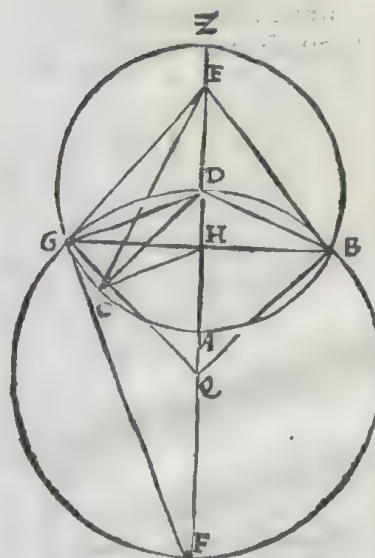
XXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in eadem circuli magni diametro existen-
tibus punctorum reflexorum à speculis sphaericis concavis quilibet est locus
imaginis centrum uisus, possibile est ut ab uno tantum semicirculi puncto fi-
at reflexio ad uisum, uel tantum à quolibet unius alterius circuli determina-
ti puncto.

Esto circulus speculi sphaerici concavi $gzb a$, cuius centrū sit d , & intersecēte
 in ipso duae diametri $z a$ & $g b$ orthogonaliter, & sit in diametro $z a$ pūctus e , qui sit cen-
 trum uisus $z h$, qui sit pūctus rei uisae, sit in eadem diametro $z a$, quoniam ubicunq;
 fuerint centrum uisus, & pūctus rei uisae in una illius circuli diametro, semper possunt
 dictae diametri taliter produci, ut se orthogonaliter intersecent, dia-
 metro $z a$ per pūcta e & h transeunte, aut ergo linea $e d$ interiaccens
 centra uisus & speculi est aequalis lineae $d h$ aut non. Si sit aequalis,
 ita quod illa pūcta aequaliter distent a centro speculi, ducantur lineae
 $h g$, $h b$, & $g e$, palam itaq; per 4. primi, quoniam triangulus h
 $g d$ est aequalis triangulo $g d e$, & aequalis triangulo $h d b$ & triangu-
 lo $e d b$, & ipsorum anguli respicientes aequalia latera sunt aequales,
 & quoniam angulus $h g d$ est aequalis angulo $d g e$, palam quia an-
 gulus $h g e$, diuiditur per aequalia per lineam $g d$, potest ergo per 20.
 quinti huius, forma pūcti h à pūcto speculi g , reflecti ad uisum in
 pūctum e , & erit per 37. quinti huius, locus imaginis pūctus e , quod est centrū uisus.
 Similiterq; potest forma pūcti h à pūcto speculi b reflecti ad uisum in pūctum e , &
 erit iterum locus imaginis pūctum e , per eandem quae prius. Sit itaq; diametro $z a$ ma-



nente immobili, semicirculus zga , imaginetur moueri per sphaeram speculi, aut etiam solus triangulus hge moueatur fixa manente latere eh , palam quia punctus g , motu suo describit circulum, & a quolibet puncto illius circuli reflecti potest forma puncti h ad uisum e , & locus imaginis erit semper punctus e quod est centrum uisus, quod autem ab alio puncto speculi quam ab aliquo puncto illius circuli non possit forma puncti h , reflecti ad uisum e , manifestum est. Si enim reflecteretur ab alio circulo quam ab illo quem



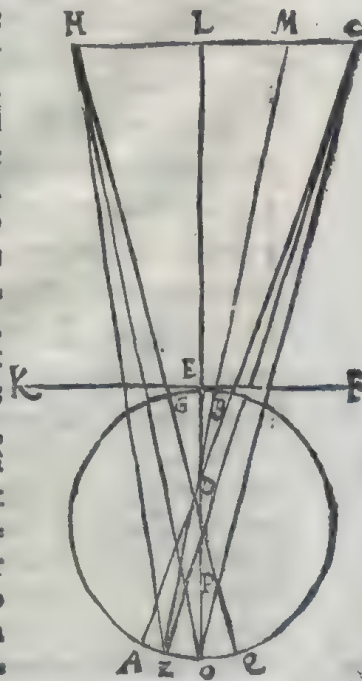
motu suo causat punctum g uel punctum b, tunc reflectetur ab alio puncto illius semicirculi a g z. Sit ergo ut reflectatur à puncto illius quod sit e, & hoc erit extra illū circulum imaginatum in superficie speculi, ducantur quoq; lineæ h c & e c, eritq; lineæ e c maior quàm lineæ e g, per 7. tertij. & erit lineæ h c minor quàm h g, per eandem 7. tertij, non ergo erit pportio lineæ e c ad lineā h c, sicut lineæ e d ad lineam b d, quæ sunt æquales, ergo per 3. sexti, angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c, nō ergo reflectitur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c, & eadem est deductio si sumatur punctus c inter puncta g et z, in arcu z g, palam itaq; quoniam centro uisus quod est e, à puncto rei uisæ, quod est h, existentibus in eadem diametro, & æqualiter distantibus à centro speculi, semper sit reflexio formæ pūcti uisi ad uisum modo propositum, quod si puncta ducta in eadem diametro existentia inæqualiter distent à centro speculi puncto d, utpote si lineæ e d fuerit maior quàm lineæ d h, addatur lineæ d h lineæ h q, per 126. primi huius, taliter ut illud quod sit ex ductu lineæ e q, q h sit æquale quadrato lineæ d q, erit ergo per 16. sexti, proportio lineæ e q ad lineam d q, sicut lineæ d q ad lineam h q, fiat ergo circulus ad quantitatem semidiametri d q cuius centrum sit q, & quoniam ille circulus intersectat circulum g z b a in duobus locis, per 10. tertij, sunt illa loca sectionis pūcta g & b, ducantur lineæ e g, e h, q g, q b, d g, d b, h g, h b, & quia lineæ q g est æqualis lineæ q d, per diffinitionem circuli, palam per 7. quinti, quoniam eadem est proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d, est ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ q g ad lineam q h, angulus uero g q h communis est utriq; triangulorum, qui sunt e q g & h q g, ergo per 6. sexti, illi duo trianguli sunt æquianguli. Erunt quoq; eorum latera proportionalia per 4. sexti, erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ e g ad lineam g h, erit quoq; per 19. quinti, proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e q ad lineam d q, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e g ad lineam g h, ergo per 3. sexti, lineæ d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur p 20. quinti huius, forma puncti h à puncto speculi g reflectitur ad punctum e qui est centrum uisus, & est punctum e locus imaginis suæ, & similiter forma puncti h, à puncto speculi g reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus, & est punctum e locus imaginis suæ. Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans spheram speculi lineæ h e remanente immota, tunc punctus g, describet circulum in superficie concaua speculi à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uisum existentem in puncto e, & semper erit locus imaginis punctus e, quod uero ab alio puncto quàm illius circuli, non possit forma puncti h reflecti ad uisum e, patet ut prius. Si em̄ sumatur punctus c inter puncta g & a, erit per 7. tertij, lineæ e c maior quàm lineæ e g, & lineæ h c minor quàm lineæ h g, non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, sicut e d ad d h, per 8. quinti, ergo per 3. sexti, lineæ e d non diuidit angulum e c h per æqualia, non ergo reflectetur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c. Similiter quoq; si punctus c à quo debeat fieri reflexio cadat in arcum g z idem sequitur impossibile, patet ergo propositum. Sicut autem hic de punctis & circulis mathematicis demonstrata sunt, sic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarū intelligenda sunt, forma enim puncti h, continua uidetur formis aliorum punctorum, & est mediā intelligenda in tota imagine naturali reflexa, & pūctus medius totius illius formæ erit in puncto e quod est centrum uisus, & reflectetur tota forma à loco circulari speculi

Speculi habente sensibilem latitudinem, cuius medium mathematicum est circulus prædictus, & sunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quam linea d h, in tantum poterit esse maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi g, prout ostendimus per 17. huius, ubi enim fuerit proportio, excessus lineæ e d super lineam d h, ad lineam h d maior quam lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma puncti h reflecti ad uisum e, per 16. huius, eritq; proportio lineæ e a ad lineam a h maior quam lineæ e d ad lineam d h, alias enim non poterit reflecti forma puncti h, ad uisum in punctum e, quia si detur quod possit reflecti, sit ut reflectatur à puncto g, dico itaq; quod necessario sequitur ut maior sit proportio lineæ e a ad lineam a h, quam lineæ e d ad lineam d h, erit enim ex 42. primi huius, angulus h d g acutus, erit quoq; per eandem 42. primi huius, angulus d g h minor recto, ducatur itaq; à puncto g, linea contingens circulum a g z b, quæ sit g f, hoc ergo necessario concurret cum linea e h, p. 14. primi huius, cum angulus h d g sit acutus, & angulus d g f rectus, per 17. tertij, sit cõcur sus punctus f, erit ergo per 13. huius, cathetus incidentiæ qui est h d ad lineam d e, ducta à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ h f ductæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ ad lineam f e, ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis, ergo per 5. primi huius, erit e conuerso proportio lineæ e f ad f h, sicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior est proportio lineæ e a ad lineam a h, quam sit lineæ e f ad lineam f h per 4. primi huius, quoniã æquali lineæ quæ est f a addita utrobique minuitur proportio, igitur maior est proportio lineæ e a ad lineam a h, quam sit lineæ e d ad lineam d h. Si itaq; forma puncti h reflectitur ad uisum e, necessarium est ut proportio lineæ e a ad lineam a h, sit maior quam lineæ e d ad lineam d h, hoc itaq; cum fuerit erit ex hac dispositione centri uisus & puncti rei uisæ sicut prius demonstratum, palam ergo sunt omnia quæ proposita sunt, cum centrum uisus & punctus rei uisæ fuerint in eadem diametro circuli propositi speculi, patet ergo propositum.

XXIII.

Puncto rei uisæ & centro uisus existentibus extra speculum sphæricum
 concavum non in eadem diametro circuli qui est communis sectio superfi-
 ciei reflexionis & speculi non possibile ut fiat ad uisum reflexio nisi ab uno
 tantum puncto, & unicus tantum imaginis erit locus.

Esto c punctus rei uisæ, & h centrum uisus, & sit d centrum speculi, & ducantur lineæ
 h d, c d, h c, superficies itaq; reflexionis, quæ per 3. huius, est superfi-
 cies h d c, secat superficiem speculi per secundam huius, super circu-
 lum qui sit e b q g, palam itaq; quod forma puncti c nō reflectitur
 ad uisum h, nisi ab aliquo puncto huius circuli, non enim sit aliqua
 reflexio extra superficiem reflexionis, producatur itaq; lineæ h d ul-
 tra centrum d, donec secet circumferentiam circuli, & sit punctus se-
 ctiōis a, & producat lineæ c d ultra punctū d, secans circulū in pun-
 cto q, incidatq; lineæ h d circulo in puncto g, & lineæ c d in puncto
 b, palam ergo per 20. huius, cū solum sit possibilis reflexio ab arcu
 bus interioribus diametros, in quibus sunt centrū uisus, & pun-
 ctus rei uisæ, quod forma puncti c ad uisum existentē in puncto h,
 nō reflectit ab aliq; puncto arcus q g uel arcus b a, reflectit itaq; aut
 ab aliq; puncto arcus g b, aut ab aliq; puncto arcus q a, diuidatur itaq;
 angulus c d h per æqualia per 9. primi, diuidatq; ipsū lineæ d e l,
 secans circuli periferiam in puncto e, & lineam h c in puncto l, & à
 puncto e, ducatur lineæ contingens circulum per 16. tertiū, quæ sit
 k e f. Si itaq; puncta c & h fuerint super aliam lineam contingen-
 tem, ubicunq; consistent, palam quod non est possibile reflecti for-
 mam puncti c ad uisum h, ab aliquo puncto h g, Si enim à puncto
 c ducatur lineæ ad aliquem interiorem punctū huius arcus, lineæ
 à puncto h, ad idem punctum ducta cadet super eundem arcu ex-
 terius

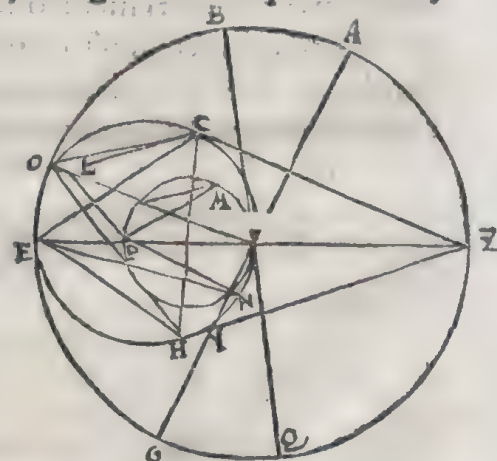


terius & non interius, cum punctum sit extra speculum, & ita non erit reflexio à parte in
teriori cōcauitatis, scilicet speculi, ipso corpore speculi impediēte, ab arcu uero a q pos
sibile est ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c & à puncto h, concauitatis il
lius arcus possibile est incidere, producaturs itaq; linea l d donec secet arcum a q, & pun
ctus sectionis z, dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uisus, du
cantur enim lineæ c z, h z, secetq; linea h z kathetum incidentiæ, qui est c d q, in puncto
p, cū itaq; angulus c d h sit diuisus per æqualia, patet quod angulus c d z est æqualis an
gulo h d z, per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut sunt æquales aut non, si sunt æquales,
& linea d z est communis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, &
angulus c z h est diuisus per æqualia per lineā d z, ergo per 20. quinti huius, forma pun
cti c reflectetur ad uisum in punctū h, à puncto speculi z, sed neq; est possibile à puncto
alio arcus reflecti formam puncti c ad h. Sic enim si est possibile quod reflectatur à pun
cto o, & ducantur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrū speculi, diuidat an
gulum c o h per æqualia, secetq; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniā
linea c z est minor quā c o, & linea h o est minor q̃ linea h z, est autem per 3. sexti, cū
angulus c z h sit diuisus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, sicut lineæ c l ad
lineam h l, proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandem 3. sexti, est sicut lineæ c m
ad lineam m h, sed per nonam primi huius, maior est proportio lineæ h z ad lineam c z,
quā lineæ h o ad lineam c o, ergo per 11. quinti, maior est proportio lineæ h l ad lineā
l c, quā lineæ h m maioris, quā sit linea h l ad lineam m c minorem, quā sit linea l c
quod est impossibile, semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiore
q̃ maioris ad minorem, quod facilliter patet per 9. primi huius, nō ergo fiet reflexio for
mæ puncti c ad uisum h, à pūcto speculi o. Similiter etiam demonstrandum, quod à nullo
alio nisi à solo puncto z, quod est propositum, quod si lineæ c d & h d sint inæquales,
fiat reflectio maioris ad æqualitatem minoris, per 3. primi, & ordinetur demonstratio ut
prius, & quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem lineā existentis semper re
flectitur ab eodem puncto cuiuscunq; speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem li
neæ existentis, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, ut pa
tet per 20. quinti huius, semper enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiōis,
patet quod quæcunq; istarū linearum fuerit maior quā alia quod non impediatur pro
pter hæc reflexio, & quod tantum ab uno puncto speculi fiet reflexio, & hoc per diligen
tiam perquirentis secūdum modū præmissum poterit declarari, & quia in tali dispositio
ne centri uisus, & puncti rei uisæ ab uno tantū pūcto speculi fit reflexio ad uisum, patet
quod unica est linea reflexionis quæ h z, unicus est ergo locus imaginis, scilicet pūctus
p, in quo linea reflexionis quæ est h z secat kathetū incidentiæ quæ est c d q, patet ergo
propositum.

Si angulū à duobus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circūferentiæ & diametri medi ducatur perpendiculares super alias duas diametros, puncta diametrorū, in quæ cadunt perpendiculares ad se inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circūferentiæ, & à puncto sibi opposito, & quodlibet punctū diametri interiacens illa pūcta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistanti à centro ab eisdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici concavi, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & a puncto speculi cui incidit diameter z d e, ducantur duæ per perpendiculares super duas semidiametros b d & d g, p 12. primi, quæ sint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli e c d & e h d sunt æquales & æquianguli, quoniã em̃ angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e b d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis communis, pater ergo quod angulus c e d est æqualis angulo

angulo de h, ergo per 20. quinti huius forma puncti c reflectitur ad usum existentem in puncto h à puncto speculi quod est e, & eodem modo forma puncti h reflectitur ad usum existentem in puncto e à puncto speculi e. Similiterq; fiet reflexio à puncto z du-
ctis lineis e z & h z, cum enim ex præmissis lineæ c d & h d sint æquales, & per 13. primi, anguli h d z & c d z sint æquales, erunt per 4. primi, anguli c z d & d z h æquales, fiet ergo mutua reflexio punctorum c & h, ad inuicem à puncto speculi quod est z, patet autē
per 20. huius, qd nō reflectet forma puncti c ad punctū existentē in puncto h, ab aliq; pun-
cto arcus a h, uel ab aliq; puncto arcus g q, nec ab aliq; puncto arcus a q, nec à puncto z, p. 19.
huius, & qm̄ idem accidit impossibile contra 9. primi huius, qd in proxima præmissa ducta
prius lineæ c h: quod uero ab aliquo puncto arcus b g alio quā puncto e, non possit
fieri reflexio formæ puncti c ad usum h sic patebit, detur enim quod illa reflexio pos-
sit fieri à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, d o, fiatq; circulus secundū quantitatem
diametri d e, palam ergo per 30. tertij, cum anguli e c d & e h d sunt recti, quoniam ille cir-
culus transibit per quatuor puncta quæ sunt c d h e, cum itaq; punctus e, sit communis
utriq; illorum circulorum, & sit super eandem diametrum e d, cōingat circulus maior
minorem tantū in puncto e, p. 12. tertij, et non in alio, circulus itaq; minor qui est e c d h
secabit lineam d o productam in minori circulo, quoniam si non secaret, tunc continge-
ret in puncto o circum maiorem, & sic ipsum contingeret in duobus punctis quod est
impossibile. Sic ut secet ipsum in puncto l, & ducantur lineæ f l & h l, quia uero ut patet
ex præmissis, lineæ c d est æqualis lineæ d h, erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui
d c, per 27. tertij, ergo per 26. tertij, angulus c l d est æqualis angulo d l h, ergo per 13. pri-
mi, angulus c l o est æqualis angulo h l o, sed angulus l o c est æqualis angulo l o h, p. 20.
quinti huius, & ex hypothesi, & latus o l est cōmune ambobus trigonis c o l & h o l, ergo
per 26. primi, illi trigoni sunt æquales & æquianguli, erit ergo lineæ c o æq̄lis lineæ h o,
quod est impossibile, quoniam per 7. tertij, lineæ
h o est maior quā lineæ h e, & lineæ c o est mi-
nor quā lineæ c e, per eandem 7. tertij, lineæ uero
c e ut præmissum est, æqualis est lineæ h e, est
ergo lineæ h o maior quā lineæ c o, nō ergo re-
flectetur forma puncti c ad usum existentem in
puncto h à puncto speculi o, sed neq; ab aliquo
alio puncto arcus e b. Similiterq; est deducendū,
si punctus o, à quo supponit fieri reflexionē ca-
dat in aliquod punctum arcus e g inter puncta
e & g. Restat ergo ut forma puncti c non refle-
ctatur ad usum h, ab aliquo puncto arcus b g,
nisi à solo puncto e, nec ab aliquo puncto arcus
a q nisi à solo puncto z. Item à puncto e ducat
ut contingit lineæ e m super partem diametri b q, quæ est c d & secetur lineæ h d pars æ-
qualis lineæ d m, per 3. primi, quæ sit d n, & ducatur lineæ e n, palam per 16. primi, quod
angulus e m d est obtusus, cum angulus e c d sit rectus, ab angulo itaq; e m d, p. 27. pri-
mi huius, resecetur angulus rectus qui sit d m p, & ducatur lineæ m p, hæc ergo erit æque
distant lineæ e c, per 28. primi, concurret ergo lineæ m p, per secundam primi huius, cū
lineæ e d, cum qua concurrat sua æquedistant, quæ est e c. Sit concursus punctus p, & du-
catur lineæ n p, & fiat circulus secundum quantitatem diametri d p, eritq; per 30. tertij,
ille circulus transiens per quatuor puncta m d n p, quia cum angulus p m d sit rectus,
& angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4. primi, angulus
p n d rectus, cum itaq; arcus d n sit æqualis arcui d m, per 27. tertij, erit angulus d p n æ-
qualis angulo d p m per 26. tertij, eruntq; trianguli d m p & d n p æquianguli per 32. pri-
mi, & quia lineæ n d est æqualis lineæ d m, erit per 4. sexti, lineæ m p æqualis lineæ n p, &
quia angulus m p d est æqualis angulo n p d, erit ergo per 13. primi, angulus m p e æq̄-
lis angulo n p e, ergo per 4. primi, lineæ e p existentē cōmuni triangulo n e p, & trian-
gulo

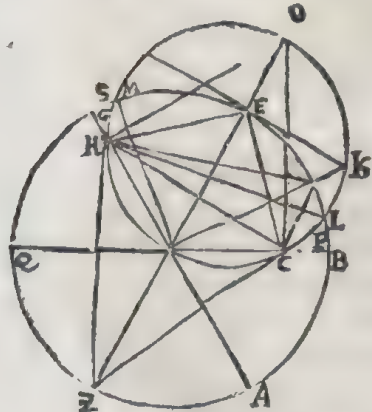


gulus mep , erit angulus nep æqualis angulo mep , palam ergo quod forma puncti m , reflectitur ad uisum existentem in puncto n , à puncto speculi quod est e , & eorum ad inuicem fiet mutua reflexio, similiter à puncto z , & non ab aliquo alio puncto arcus ba , uel arcus gq per 20. huius, neq; ab alio puncto arcus bg quam à puncto e , nec ab alio puncto arcus qa quam à puncto z . In his enim est eadem deductio quæ prius. Palam itaq; secundum modum prædictum, quia sumpto puncto lineæ md , & ductis lineis ad punctum illud à punctis c & h , & sumpto puncto ultimo in quo circulus minor secabit diametrum, & à puncto sectionis ductis lineis ad puncta c & h , semper formæ illius puncti erit reflexio ad punctum sibi simile lineæ d , tantumdem distans à centro speculi quod est d , fieretq; illa reflexio à puncto speculi e , & à puncto illi opposito diametraliter quod est punctum z , eruntq; loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis quæ sunt e & h & z , cōcurrant cum katheto incidentiæ qui est d , patet ergo propositum. Hoc tamen est magis euidens si diametri bq & ag , secant se ad angulos non rectos, quoniam tunc loca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uero illæ diametri secuerint se ad angulos rectos, tunc ad huc loca imaginum erunt tantum duo, quoniam tunc ut patet per 28. primi, lineæ reflexionis quæ e & h , est æquedistans katheto incidentiæ quæ est d , & uidebitur una imago formæ puncti c , in puncto reflexionis quod est e , per 11. huius, reliqua uero uidebitur in puncto x , quod sit communis sectio lineæ reflexionis quæ est z , & kathetus incidentiæ qui est d , & sic loca imaginis diuersantur secundum quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propositum.

XXVI.

Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphaerici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentiæ & diametri mediæ ducantur perpendiculares super alias duas diametros, quodlibet punctum unius diametrorum sectarum interiaccens perpendiculares & circumferentiā, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantum circumferentiæ punctis, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sint ut in proxima, circuli qui est communis sectio speculi sphaerici concaui, & superficiæ reflexionis duæ diametri bq & ag secantes se super punctum d , centrum speculi sphaerici concaui, & diameter ez diuidat angulum bdg ,



ab eis in centro contentum per æqualia, & sumatur in semidiametro bd punctus c supra punctum, in quē cadit perpendicularis ducta à puncto e super semidiametrum bd , & in linea d g , sumatur eius pars quæ sit d h æqualis lineæ d c , per 3. primi, & ducantur lineæ c e & h e , dico quod forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h , à puncto speculi quod est e , & à puncto z , sibi diametraliter opposito, non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus ba , uel arcus gq , est autem necessarium formam puncti c , reflecti ad uisum existentem in puncto h , ab aliquo puncto arcus e g , & ab aliquo puncto arcus e b , extrahatur enim à puncto c , perpendicularis super lineam cd , per 11. primi, quæ sit co , &

quia lineæ co est æquedistans perpendiculari ductæ à puncto e , super semidiametrum bd , per 28. primi, palam quia lineæ co , producta cadet extra circulum speculi non secans punctum e , producat ergo lineæ d e ultra punctum e , & quia angulus bde est acutus, ideo quia semidiameter d e diuidit angulum bdg per æqualia, propter quod uterq; ipsorum est minor recto, palam quod lineæ co , per 14. primi huius, concurrat cum lineæ d e , concurrant ergo in puncto o , & ducatur lineæ ho , palam itaq; per 14. primi, cum angulus dco sit rectus, quod etiam dho est rectus, fiat itaq; per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta c d h , qui per 30. tertij, necessario transibit per punctum o , & erit lineæ do dia-

do diameter eius, & ducatur per 16. tertij, lineæ contingens circulum ba zg in puncto e , quæ sit ke , & quoniam circulus $cdho$ secat circulum ba zg , necesse est ipsum secari in duobus punctis per decimam tertij, sint illa duo puncta l & m , & ducantur lineæ cl , hl , dl , cm , hm , dm , cū itaq; lineæ rectæ quæ est d , sit æqualis lineæ hd , ut patet ex præmissis, erit arcus cd æqualis arcui dh , per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij, angulus cdl æqualis angulo dhl , & ita forma puncti c reflectitur ad uisum h à puncto l , & similiter angulus cmd est æqualis angulo d mh , per 26. tertij, ergo forma puncti c , reflectitur ad uisum h à puncto m , palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uisum h , & à punctis e z , l m , & quoniam lineæ reflexionis sunt quatuor, scilicet he , hl , hm , hz , patet quod in communi sectione unius cuiuscunq; ipsarum & katheti incidentiæ, qui est d , sit locus imaginis, & si aliqua illarum linearum fuerit æquedistans katheto d , erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum sunt quatuor uiciorum locorum reflexionis, non potest autem forma puncti c reflecti ad uisum h , ab alio puncto præter hoc, detur enim si possibile est ut fiat reflexio formæ puncti ad uisum h , à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit punctum f , & ducantur lineæ cf , hf , df , & producat d f quousq; concurrat cum lineæ contingente circulum ba zg in puncto e , & sit exempli causa, punctus concursus k , qui sit communis sectio lineæ e k , & periferiæ circuli d ch , concurrent autem lineæ d f & e k , per 14. primi huius, & ducantur lineæ ck & hk , erit itaq; ex hypothesi, & per 20. quinti huius, angulus cdf æqualis angulo d h e , ergo per 13. primi, erit angulus cfh æqualis angulo h f k , sed angulus ch k est æqualis angulo f h k , per 26. tertij, arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli d h o , qui sunt d h & d c , sunt æquales, & lineæ f k est communis, erunt ergo per 26. primi, trianguli ckf & h k f æquales, est ergo per 4. sexti, lineæ ck æqualis lineæ hk , quod est impossibile, quoniam ut patet per 8. tertij, lineæ hk est maior quam lineæ ho , & lineæ ck minor est quam lineæ co , lineæ uero co est æqualis lineæ ho , per præmissa, & eodem modo deducendū si in arcu mg sit datus punctus f , qm̄ idem sequitur possibile dato puncto f , in arcu gb , ubicunq; extra tria puncta m e l , quia si punctus k , qui est punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli $mdco$, copulatis lineis à punctis sectionis lineæ e k , ad periferiam circuli minoris præmissi modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uisum h , ab aliquo alio puncto quam ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in lineæ d z ad modum circuli d h o , habentis centrum in lineæ co , palam per modū 24. huius, ducta lineæ ch , quoniam lineæ a punctis c & h ad punctum z , terminum diametri d z ductæ, si ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ, arcus interiaccens earū alteram & diametrum d z æquales, qui sunt p e & s e , secant ergo æquales angulos cum diametro in puncto z constitutum, & est possibile reflexio quæ sit à puncto z , ad alia uero puncta arcuum uiciorum productæ à punctis c & h , lineæ semper arcus inæquales secant, & ob hoc inæquales angulos constituunt super circumferentiā circuli maioris, & per modum quo uisum sumus in 24. huius, sequitur impossibile contra nonam primi huius, ut manifestatum est per ea quæ præmissa sunt, patet ergo propositum, quoniam tantum à quatuor punctis sit reflexio tali existente dispositione, et tantum sunt quatuor loca imaginum, quod est propositum.

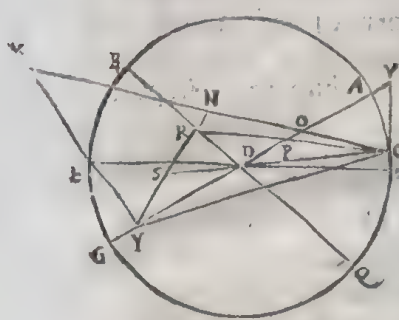
XXVII.

Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni speculi sphaerici concaui, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à centro speculi existentibus in arcu illius circuli interiaccens reliquas semidiametros in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inuenire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus sit reflexio in hoc situ.

Sit ut prius circulus, qui est communis sectio superficiæ reflexionis, & superficiæ speculi sphaerici concaui $abgq$, cuius centrū d , & ducantur duæ diametri adg & bdq ,

ff 2 & dia

& diametere d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentum per aequalia, sicut c punctus rei uisae positus in semidiametro b d propinquior centro speculi d, quam sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiametro g d, dico quod in hac dispositione punctorum c & h possibile est in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis est punctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut sit proportio lineae y m ad lineam m l, sicut lineae h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per aequalia in puncto n, per decimam primi, & a puncto n perpendicularis n k super lineam y m, per undecimam primi, & super punctum l, terminum lineae y l, per 23. primi, angulus aequalis medietati anguli a d c per lineam f l, erit itaque angulus f l y, acutus siue angulus a d c fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus, sed angulus f n l est rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, a pun-



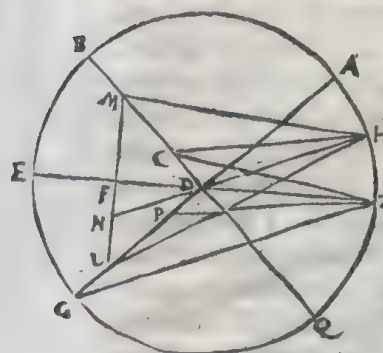
Et m. ducatur linea ad basem fl concurrrens cum latere n k in puncto k, secetq; lineam l f in puncto c, taliter ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, deinde super punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m q; sit i d a, sitq; pñctus circūferentiæ qui est a, supra punctum z, uel infra illum, & super punctum i, terminū lineæ d i, fiat angulus æqualis angulo c l m q; sit m d, ducta lineæ o i secante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctū o, & super lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per duodecimam primī, quæ sit h f, & producatur lineæ r x, quousq; ipsa æqualis sit lineæ r i, & ducātur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primī huius, quoniam à puncto m, impossibile est duci aliam super lineā f l diuidentem eam secundū proportionem qua diuisit ipsam, lineam c k, cum itaq; angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primī, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primī, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o est æqualis angulo k n m, quia uterque est remus, ergo per 22. primī, angulus n k m est æqualis angulo r h o, trigona itaq; n k m & r h o sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia producaturs itaq; lineæ i d ultra punctum d, donec concurrat cum lineæ h f, concurreret autem per 14. primī huius, angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus, concursus autem punctum sit s, eritq; angulus s d h æqualis angulo c k f, per 15. primī, erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 32. primī, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ s d ad lineam d h, sicut lineæ f c ad lineam k c, sed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b sunt æquales, est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmissis enim est proportio lineæ k c ad c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, est ergo per 22. quinti, per æquam scilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineā c l, ergo per 18. quinti, erit coninñctim proportio lineæ s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineam l c, sed cū triangulus d i o sit æquiangulus triangulo c l m, ut supra patet, palam per 4. sexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c l ad lineam l m, est igitur per 22. quinti, proportio lineæ s z ad lineam i o, sicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primī huius, erit cōtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l, sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. sexti, qm̄ triangulus r i s, est similis triangulo f l n, per 22. primī, cū em̄ anguli r i s & f n l, sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f, sunt æquales ex præmissis, erit angulus r s i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit pportio lineæ i o, ad lineam i r, sicut lineæ l m, ad lineam l n, erit ergo econtrario per 5. primī huius, pportio lineæ i r, ad lineā i o, sicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniam lineæ x i, est dupla lineæ i r, & lineæ y b, est dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, ea

dem proportio lineæ x i ad lineam i o, sicut lineæ x i ad lineam i m, ergo per 17. quinti, erit diuissim, proportio lineæ x m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaq; à puncto i, lineæ aequedistans lineis h x, per 31. primi, quæ sit i u, producat quoq; lineæ d a, donec cõcurrat cū lineæ i u, concurret autē per 2. primi huius, quæ cõcurrat cum eius aequedistante quæ est h x, fietq; concursus punctus u, eritq; triangulus o u i, per 15. & 29. primi, æquiangulus triângulo, h o x, ergo per 4. sexti, est pportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i, est autē ut patet ex pmissis proportio lineæ x o ad lineam o u, sicut lineæ y m ad lineam m l, ergo per 11. quinti, erit pportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ z m ad lineam l m, est ergo per eandē 11. quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d c, sed quoniam triângulus h r i, æqualis est triângulo h r x, per 1. sexti, quoniam ex hypothesi lineæ x r est æqualis lineæ r i, & lineæ h r, est perpendicularis super lineæ x i, palam quia angulus h x r, est æqualis angulo r i h, ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o sunt æquales, cum sint coalterni inter lineas x h & u i aequedistantes, ergo per 3. sexti, erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u, est ergo pportio lineæ h i ad lineam i u, per 11. quinti, sicut lineæ h d ad lineam d c, verū angulus u i d, ut patet per præmissa maior est angulo d i h, secetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi huius, & sit angulus p i d, sitq; punctus p, in diametro d a, & ducatur lineæ p t, palam itaq; per 13. primi huius, qd̄ proportio lineæ h i ad lineam i u, constat ex proportionē lineæ h i ad lineam p i, & ex proportionē lineæ p i ad lineam i u, sed per 3. sexti, proportio est lineæ h i ad lineam i x, sicut lineæ h d ad lineam d p, quoniam angulus p i h diuissus est per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad d c, constat ex proportionē lineæ h d ad d p, & lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, constat ex proportio lineæ h d ad lineam d p, & ex proportionē lineæ d p ad lineam d t, est igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d c, sicut lineæ p i ad lineam u i, uerum ut supra patuit, angulus r i u, est mediætas anguli u i h, qm̄ angulus u i r est æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i est æqualis r i h, per 4. primi, est ergo angulus r i h, mediætas anguli u i h, & angulus d i h, est mediætas anguli p i h. Restat ergo ut angulus d i o, sit mediætas anguli p i u, sed angulus d i o, cū sit æqualis angulo f l y, est mediætas anguli p d t, igitur angulus p i u, est æqualis angulo p d t, est autē ut patet per pmissa proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i, ad lineam i u, igitur per 6. sexti, triânguli p i u & d p t sunt æquianguli, igitur per 4. sexti illi trigoni sunt similes, et angulus u p i, æqualis est angulo d p t, ergo per 14. primi, lineæ t p i, est lineæ una recta cum angulo o p t, uterq; tñ illos angulos æqualiū, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos per 13. primi, qm̄ ergo lineæ t p i, est lineæ una recta, erit ipsa lineæ incidentiæ formæ puncti t, & anguli t d & d i h sunt æquales, ut patet ex pmissis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad uisum existentē in puncto h, à puncto speculi, quod est i, semper eadem est probatio, siue punctus rei uisæ qui est t, sit extra circulū speculi siue intra, similiter siue punctū h, quod est centrum uisus sit extra circulum speculi siue intra, dum tñ distent inæqualiter à centro speculi, patet ergo, ppositum, sit em̄ reflexio ab uno tantū puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t, non consistunt, & qm̄ à puncto q, impossibile est duci aliā lineā sup̄ lineā i l, diuidentē ipsam secundum proportionem qua diuissit ipsā lineam m c k, ut per 120. primi huius manifestum est, quia non est possibile in pposito arcu inueniri aliud p̄ctum præmissæ reflexionis, patet ergo quod, pponatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphaerici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa non cōsistunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorū paria inæqualiter à centro circuli distantium reflectuntur.

Sit dispositio figuræ præcedentis, seceturq; circulum, qui est communis sectio superficiæ reflexionis & sphaeræ speculi sphaerici concavi duæ diametri, quæ sunt bq & $a g$, super centrum d , diuidatq; diameter $e d$ 3, angulû $b d g$ per æqualia, dico quod quicq; punctus sumat in arcu $a q$, præter punctû 3, ab illo possunt reflecti infinita paria pûcto rum inæqualiter à centro distantî. Sumatur em in arcu $a q$, punctus h , & sumatur in semidiametro $d g$, punctus l , & à semidiametro $b d$, secetur linea $m d$, æqualis lineæ $i d$, & ducantur lineæ $l m$, $l h$, $m h$, $d h$, secabitq; diameter e 3, lineam $m l$, per 29. primi huius, q secat angulum $b d g$, cui subtennditur linea $l m$, sit ergo punctus sectionis i , eritq; per 4. primi, & ex hypothesi linea $m f$, æqualis lineæ $f l$ producatur quocq; $h d$, quousq; cadat $l i$ per lineam $m l$, p 29. primi huius, sitq; punctus sectionis n , eritq; linea $l n$, minor q; linea $n m$, ideoq; linea $d n$, secat angulum $f d l$, quia angulus $h d$ 3, qui per 15. primi, est



per 8. quinti, si uero detur quod angulus d h l, sit maior angulo d h m, ergo per 27. primi huius, secet ex angulo d h l, angulus aequalis angulo d h m, & sequet impossibile ut prius, pducta alia linea secante ad lineam t n. p. 29. primi huius, est igitur angulus d h l, minor angulo d h m, secet igitur ab angulo m d h, angulus aequalis angulo d h l, qui sit angulus t h d, ergo forma puncti t. p. 20. quinti huius, reflectetur ad uisum existentem in puncto l, a puncto speculi quod est h, & linea t d est minor quam linea l d, quam est minor quam linea d m, similiter si sumant in semidiametris b g & g d, alia puncta q l & m, aequaliter distantia a punctis l & t, Similiter probabitur q a puncto h, sit reflexio punctorum inaequaliter distantium a centro adinuicem, & de infinitis punctis in his diametris sumptis semper similis erit proportio, & ad quocunque puncto arcus a q, praeter quod a puncto 3, eadem est demonstratio, a puncto uero 3, non est possibilis reflexio propter angulos t 3 d & d 3 l, inaequalitatem, quae patet p. 4. primi, reflecta per 3. primi, linea l d, in puncto p, ad aequalitatem lineae d t, & copulata linea p 3, patet ergo propositum.

XXIX.

Puncto rei uisæ & centro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni sphaerici concaui existentibus, inæqualiterq; distantibus à centro, si ab aliquo puncto speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt fiat reflexio formarū eiusdem puncti ad eundem uisum, ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti.

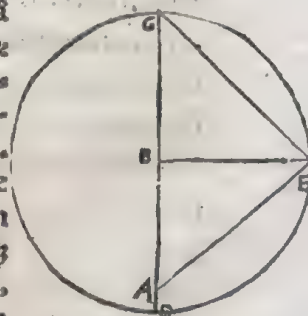
Remaneat omnimoda dispositio theorematum precedentis, & sit ut punctus rei uisæ, qui est t, in semidiametro circuli d b, à puncto arcus a q, quod sit h, reflectat ad uisum existentem in puncto l, semidiametro d g, plus distantem à centro speculi quod est d, & punctus rei uisæ qd' est t, sintq; puncta t & l,ambo intra speculũ dico quod forma puncti t, ad uisum l, possibile est reflecti ab alio puncto arcus a q, & à puncto h. Si enim sit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l, sit illud punctũ k, & ducatur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & lineæ n d h, & producatũr lineæ k d, quousq; cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autẽ p 29. primi huius, ut in pmissa ostendimus, quia itaq; ut patet ex hypothesi, forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto l, à puncto speculi h, palam per 20. quinti huius, qm̃ angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d h. ex.

go per 3. sexti patet, qm est proportio lineæ l h ad lineam t h, sicut lineæ l n ad lineam n
t, & similiter cū angulus t k p, sit æqualis angulo l k p, ex hypothesi, erit per eandem 3.
sexti, proportio lineæ l k ad lineam t k, sicut lineæ l p ad p t, sed lineæ l h, est maior q̃ li
neæ l k, per 7. tertii, & lineæ t h, est minor q̃ lineæ t k, igit per 9. primi huius, maior est p
portio lineæ l h ad lineam t h, q̃ lineæ l k ad lineam t k, maior ergo erit pportio lineæ l
n ad lineam n t, q̃ lineæ l p ad lineam p t, qd' est impossibile, & contra eandē 9. primi hu
ius, quocūq; uero alio puncto ducti arcus h q dato, idem accidit impossibile, palam ergo
qm ab alio puncto arcus a q, q̃ à puncto h, est impossibile formam puncti t ad l centrū
uisus reflecti, ergo nec aliquē punctoꝝ æqualiter distantiu à puncto t, & à puncto l, pos
sibile est ab alio puncto arcus a q, q̃ à puncto h q, reflecti, & hoc est propositum, Ex his
itaq; duobus theorematibus patet uniuersalis passio, quæ accidit uisibilibus, & uisui sic
disposito respectu centri speculi ab omnibus punctis arcus a q, qm à nullo puncto alio
rū arcuū est possibilis reflexio punctoꝝ taliter dispositoꝝ, ut etiā hoc patet p 27. huius.

XXX.

Centro uisus intra circulū qui est cōmunis sectiō superficiē reflexiōis & speculi sphærici concaui in eius diametro existente, à quolibet puncto illius semicirculi reflectuntur ad uisum formæ punctorum æqualis uel inæqualis distantiae à centro speculi cum ipso centro uisus.

Sit a centrum uisus, centrum uero speculi sphaerici conceau sit b, & sit a intra speculum, ducaturq; una diametros quae sit d a b g, & imaginee superficies plana, in qua sunt puncta a & b, quocumq; modo extensa, haec ergo per 69. primi huius, secabit sphaera speculi secundum circulum qui sit d l g, dico quod a quolibet puncto alterius istorum semicirculorum reflectuntur ad uisum a, formae punctorum inaequaliter distantium a centro speculi cum ipso puncto a. Sumatur enim in alicuius semicirculo illorum periferia punctus e, & ducantur lineae e a & e b, palam itaq; quoniam angulus a e b, erit acutus per 42. primi huius, & quia cadit in minorem arcum semicirculi, super punctum itaq; e, tamen lineae b c, fiat p 23. primi, angulus aequalis angulo a e b, qui sit p e b, & producatu linea p e quantum placet, palam itaq; per 20. quinti huius, quoniam quodlibet punctum illius lineae reflectitur ad uisum a, a puncto speculi quod est e, ducta itaq; a centro speculi quod est b, ad lineam p e, perpendiculari per 12. primi, aut illa perpendicularis erit aequalis lineae b a, secundum quam distat centrum uisus a centro speculi, aut maior aut minor, si fuerit aequalis, tunc cum omnes lineae ductae a centro b ad lineam p e, propter illam perpendicularitatem, sint maiores illa perpendiculari per 18. primi, quoniam opponuntur angulo recto in illo triangulo, palam quod omnes lineae erunt maiores quam linea b a, & ita quodlibet punctum lineae p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta a centro b, super lineam p e, inaequaliter distabit a centro b cum puncto a, centro uisus, si uero perpendicularis fuerit maior quam linea b a, tunc patet secundum praemissa quod omnia puncta lineae p e, plus distabunt a centro b, quam punctus a. Si autem illa perpendicularis fuerit minor quam linea b a, tunc possibile est duci a puncto b, duas lineas ex diuersis partibus perpendicularis aequalis lineae b a, quod fiet subtenensis illis angulis rectis, ex utraque parte lineis aequalibus lineae b a, per 16. primi huius, & omnes lineae aliae ductae a centro b, ad lineam p e, aut sunt minores aut maiores, quam linea b a, palam itaq; 28. huius, quoniam a puncto e, reflectuntur omnia puncta lineae p e ad a centrum uisus, quorum distantia a centro speculi inaequalis est distantiae centri uisus, quod est a, ab eodem centro speculi. Sed ut patet ex praemissis, inter haec sunt puncta aequaliter distantia a centro speculi cum puncto a, sumpto quocumque puncto in toto semicirculo illo, in quo sumptum est punctum e, semper est eodem modo demonstrandum, eodem quoque modo potest in alio semicirculo circuli d l g, demonstratio formari, patet ergo propositum.



XXXI.

Centro uisus extra circulum qui est communis sectio superficiei reflexio
nia

nis & speculi sphaerici concaui existente, si à visu ducantur duae lineae circum-
lum contingentes, & diameter circuli à quolibet puncto arcus interiacentis
terminū ultimū diametri & punctum contingentiae præter q̄ ab illis pun-
ctis potest fieri reflexio ad uisum punctorum inaequaliter distantium à cen-
tro circuli cum centro uisus.

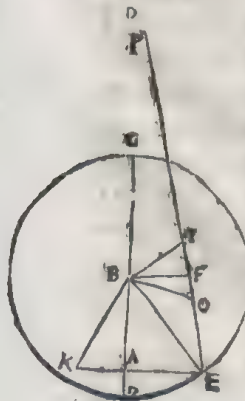
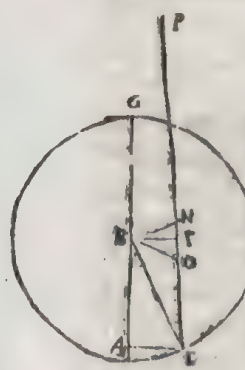
Huius demonstratio euidentis est per p̄missā, sit em̄ centrū uisus h, extra circulū d l g,
cuius centrū est b, ducatur diameter h d b g, patetq; per 6. huius, quod à puncto g, nō sit
aliqua reflexio ad uisum, ducanturq; à puncto h, quod est centrū uisus duae lineae con-
tingentes circulum d l g, per 16. tertij, quae sint, h t & h q, palamq; est per ea quae dicta



sunt in 24. huius, quoniam ab arcu q d t, nulla sit reflexio ad uisum
existente in puncto h, sed nec ab aliquo puncto q; contin-
gentiae quae sunt q & t potest fieri reflexio ad uisum existente
in puncto b, qm̄ angulus contingentiae est indiuisibilis, & li-
neae q h & t h, sint circuli contingentes, & ut patet per 42. pri-
mi huius, omnis angulus contentus sub termino cordae & di-
ametri est acutus, angulus uero b q h est rektus, nō ergo fiet ab
illis punctis reflexio alicuius formae ad uisum in punctum h,
à reliquis uero punctis arcus q g t, excepto puncto g, potest fieri reflexio, demonstratio
ne 6. & 24. huius repetita, patet ergo propositum, seruata hypothese p̄missa.

XXXII.

Centro uisus intra circulum qui est communis sectio superficiei reflexio-
nis & speculi sphaerici concaui existente, factaq; reflexione ab aliquo p̄cto
circumferentiae formae alicuius punctorum inaequaliter distantium à cen-
tro speculi cum centro uisus diameter circuli in qua est punctus reflexus, cū
diametro in qua est centrum uisus facit angulum extrinsecum angulo reflex-
ionis quandoq; maiorem, quandoq; minorem angulo constanti ex angu-
lis incidentiae & reflexionis.



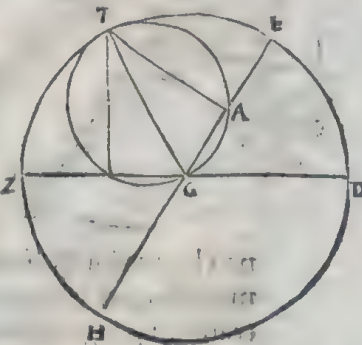
Stante priori dispositione 30. huius, ducatur à centro speculi quod est b
linea b f, perpendicularis super lineam e p, aut ergo linea b a est perpendi-
cularis super lineam e a, aut non, sit primo perpendicularis, & erunt duo an-
guli f b a & f e a, aequales duobus rektis per 32. primi, ideo quod in quadri-
latero f b a e, alij duo anguli sunt rekti ex hypothese, ducatur itaq; linea o,
super lineam e f, & erunt duo anguli o b a & o e a, minores duobus rektis,
ideo quod angulus b o e est obtusus, & angulus b a e rektus, erit ergo angu-
lus o b g, qui per 13. primi, cū angulo o b a, ualeat duos rektos, maior angulo
o e a, qui est angulus constans ex angulo reflexionis & incidentiae, cum tri-
angulus e b f sit aequalis triangulo e b a, qm̄ cum angulus b f e sit aequalis an-
gulo b a e, qm̄ uterq; rektus, & angulus b e f, est aequalis angulo b e a, per 20.
quinti huius, erit per 26. primi, angulus e b a, aequalis angulo e b f, est em̄ b
e latus utriq; illorū trigonorū cōmune, eritq; p 4. sexti, latus f b, aequale la-
teri b a, qm̄ ipsa respiciunt angulos aequales, sed latus o b, per 18. primi, est
maius latere b f, ergo & ipsum est maius latere b a, ducta uero linea b n, su-
per aliquod punctū lineae f p, erunt per p̄missā duo anguli n b a & n e a, ma-
iores duobus rektis, sed per 13. primi, duo anguli n b a & n b g, ualent duos
rektos, ergo angulus n b g, minor est angulo n e a, & linea n b erit per
18. primi, maior q̄ linea b f, erit ipsa maior q̄ linea b a. Itaq; forma puncti
n, reflectitur ad uisum existente in puncto a, à puncto speculi quod est e, &
inaequaliter distat à centro speculi quod est b, cū centro uisus quod est a, &
diameter b n, in qua est punctus rei uisae quod est n, cum diametro a b g, in
qua

qua est centrum uisus quod est a, facit angulum n b g, minorem angulo n e a, qui est an-
gulus constans ex angulis incidentiae & reflexionis, diameter uero o b,
cum diametro a b g, continet angulū o b g, maiorem angulo o e a, patet
ergo propositum. Si uero linea b g, nō sit perpendicularis super lineā
e a, tunc p 12. primi, à puncto b super pductā lineam e a, ducat perpen-
dicularis quae sit b k, quae quidē siue cadat ultra lineam a b, uel citra uer-
sus punctū e, semp eadē p̄batio. Sit em̄ linea b f, perpendicularis super
lineā e p, & sit linea f t, aequalis lineae a k, & ducat linea t b, palam itaq;
qm̄ in trigono f e b, angulus e k b, est rektus aequalis angulo f e b, trigoni
f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, est aequalis angulo f e b, linea
uero e b, est latus cōmune, ergo per 26. primi, illa trigona f b e & k b e,
sunt aequalia, & erit linea b f, aequalis lineae k b, sed linea a k, aequalis est
lineae f t, ex hypothese, ergo p 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea
b t, aequalis lineae b a, & angulus a b k, aequalis angulo f b t, addito er-
go utrobique cōmuni angulo f b a, erit angulus k b f, aequalis angulo
a b t, sed duo anguli k b f & f e a, ualent duos rektos per 32. primi, qm̄
in quadrilatero k b f e, alij duo anguli qui sunt b f e & b k e sunt rekti, ergo duo anguli t
b a & t e a, ualent duos rektos, sed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, ualeat du-
os rektos, ergo angulus t b g, aequalis est angulo t e a, qui est angulus constans ex an-
gulo incidentiae & reflexionis, si igit à centro speculi quod est b, ad lineam t e, ducatur li-
nea ultra punctum t, faciet angulū cum diametro b g, ex parte puncti g, minorem an-
gulo t e a, qm̄ faciet minorem angulum t b g, qui est aequalis angulo t e a, & erit illa li-
nea maior q̄ linea a b, quia erit per 18. primi, maior q̄ linea b t, quae est aequalis lineae
a b, quaelibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineae t e, ad centrum speculi quod est b,
faciet angulū cū diametro b g, maiore angulo t b g, ergo & maiore angulo t e b, & erit
quaelibet illarū linearū minor q̄ linea b t, ergo erit minor q̄ linea b a, patet ergo, p̄positū.

XXXIII.

Centro uisus & puncto rei uisae in diuersis diametris circuli qui est com-
munis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici concaui existentibus
& inaequaliter distantibus à centro speculi, si ab aliquo puncto circumferen-
tiae circuli fiat reflexio, impossibile est diametrum in qua est punctus rei ui-
sae cum diametro in qua est centrum uisus angulum extrinsecū angulo reflex-
ionis aequalem constituere angulo constanti ex angulis incidentiae &
reflexionis.

Sit b centrum uisus, & centrum speculi sphaerici concaui sit g, & ducatur diameter p
puncta b & g, quae sit z d, sitq; a punctus rei uisae, & esto ut aliqua superficies plana se-
cet sphaeram speculi super circulum z e d, per 69. primi huius, dico si forma puncti a, ex-
istens in diametro h g e, reflectitur ad uisum existentem in pun-
cto b, ab aliquo puncto circuli z e d, & si inaequalis est distantia
punctorum a & b, à centro speculi quod est g, quod diameter a g,
cum diametro b g, ex parte p̄cti d, faciet angulum a g d, quē im-
possibile est esse aequalem angulo constanti ex angulis inciden-
tiae & reflexionis, si uero hoc sit possibile ponatur inesse, & sit pun-
ctus reflexionis t, sitq; linea d g, inaequalis lineae b g, & ducantur
lineae t a, t b, t g, b a, & fiat circulus transiens per tria puncta a g b,
trigoni a b g, per 7. quarti, trāibit ergo ille circulus necessario per
punctum t, si enim transeat extra punctum t, tunc ductis lineis à
punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra pun-
ctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas du-
ctas ad illud punctum circumferentiae minoris circuli per 21. primi, minor angulo a t b,
sed



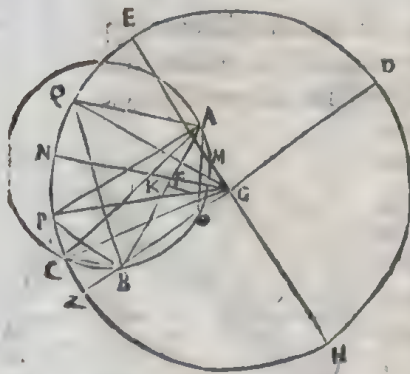
gg sed

sed accidit ipsum esse æquale angulo a t b, palam eñ per 21. tertij, quoniam ille angulus cum angulo a g b, ualet duos rectos, qm̃ omnes duo anguli quadrilateri inscripti circulo ex aduerso collocati, ualent duos rectos, sed angulus a g b, cum angulo a g d, per 13. primi, ualet duos rectos, angulus uero a g d, æqualis est angulo a t b, ex hypothesi, ergo angulus a g b, cum angulo a t b, ualet duos rectos, erit ergo ille angulus constitutus super arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod est contra 21. primi, similiter quoq; accidit idem impossibile, si circulus ille transiens puncta illa tria quæ sunt a g b, non ceciderit in punctum t, sed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius, restat ergo ut circulus transiens per puncta a g b, transiet etiam per punctum t, cum itaq; angulus a t g, sit per 20. quinti huius, æqualis angulo b t g, erit arcus a g, æqualis arcui g a, per 27. tertij, ergo p 28. tertij, erit linea b g, æqualis lineæ g a, pposita aut esse inæqualis, hoc ergo est impossibile, patet itaq; propositum, quoniam angulus a t b, constans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrũ uisus existens in puncto b, semper est inæqualis angulo contento à diametris in quibus sit punctus rei uisæ, & centrũ uisus extrinseco illi angulo incidentiæ & reflexionis quod est propositum.

XXXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphaerici concaui existentibus & inæqualiter distantibus à centro speculi, si à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua est centrum uisus, & aliam in qua est punctus rei uisæ fiet reflexio, non erit uterq; angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

Sit, ut in præmissa proxima centrum uisus b, & punctus rei uisæ a, centrum speculi sphaerici concavi sit g, & ducatur diameter per centra b & g, quæ sit 3 d, secetq; superficies plana speculum secundum diametrum 3 d, eritq; per 69. primi huius, sectio communis circulus qui sit e d h 3, ducaturq; diameter e h, in qua sit punctus rei uisæ, qui est a, sitq; linea b g, quæ est distantia centri uisus, à centro speculi maior q; linea a g, dico qd' si forma puncti a, reflectitur ad uisum existentem in puncto b, à duobus punctis arcus e 3, non erit uterq; angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d, Sint enim duo puncta à quibus sit reflexio formæ puncti a, ad uisum existentem in puncto b, quæ sunt puncta t & q, & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q, sit itaq; angulus b t a, constans ex angulo incidentiæ, qui est a t g, & ex angulo reflexionis qui



E

A

M

K

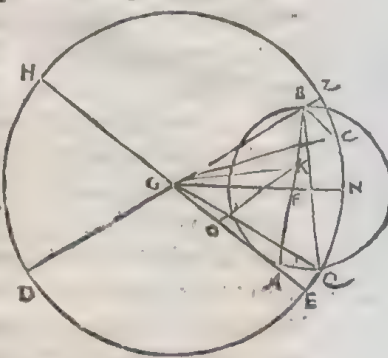
G

B

H

Scripto illi minori circulo, Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypothesis, cum angulus $b\hat{a}z$, sit minor angulo $a\hat{g}d$, qui per 13. primi, cum angulo $a\hat{g}b$, ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non transibit per centrum maioris circuli quod est g , similiter quoque dico quod non transibit ille circulus minor punctum reflexionis secundum quod est q , dato enim quod transeat punctum q , cum non transeat centrum g , sit punctus in quo linea g secat periferiam illius circuli punctus m , quia itaque anguli $a\hat{q}m$ & $m\hat{q}b$, sunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & sunt constituti super illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus $a m$, æqualis erit arcui $m b$, quod est impossibile. Sit enim punctus in quo linea g t, secat circumulum punctus o , eritque palam per eandem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus $a o$, est æqualis arcui $o b$, est autem arcus $a o$ maior arcu $a m$, fiet ergo arcus $o b$, maior arcui $m b$, pars suo toto, quod est impossibile, non ergo transibit ille circulus per punctum q , restat ergo ut ille circulus transeat ultra punctum q , si enim citra punctum q transeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius.

Ducatur item linea a puncto o ad punctum k , quæ sit $o k$, hæc ergo diuidit cordam $b a$, per æqualia, & similiter arcum $b a$, ut patet ex præmissis, ductis ergo cordis $b o$ & $a o$, quæ erunt æquales per 29. tertij, patet per 8. primi, quod linea $o k$, perpendicularis erit super lineam $b a$, sed per 19. primi, angulus $b a g$, maior est angulo $a b g$, est enim linea $b g$, maior quam linea $a g$, ex hypothesi, & per 32. primi, angulus $b f g$, valet duos angulos $f a g$ & $f g a$, & per eandem 32. primi, angulus $a f g$, valet duos angulos $f b g$ & $f g b$, sed ex præmissis angulus $a g f$, est æqualis angulo $f g b$, & angulus $f a g$, maior est angulo $f b g$, ergo angulus $a f g$, minor est angulo $g f b$, est ergo angulus $g f a$, acutus & angulus $g f b$, obtusus per 13. primi, ergo angulus $n f k$ est acutus per eandem 13. primi, sed angulus $o k b$ est rectus, ut patet ex præmissis, ergo per 14. primi huius, linea $o k$, producta concurret cum linea $g n$, ultra lineam $b f$, non autem sub illa, ideoq; si concurret cum linea $g f$, in puncto k , fierent per primam sexti, trigona $a g k$ & $b g k$, æqualia, cum ipsa sint eiusdem altitudinis, & eorum bases quæ sunt $b k$ & $a k$, sint æquales, sed & eorum anguli qui sunt $b g k$ & $a g k$ sunt æquales, angulus enim $a g b$, diuisus est per æqualia per lineam $g f$, in qua cadit punctum k , ergo per 14. sexti, sequitur latus $b g$, fieri æquale lateri $a g$, quod est contra hypothesim, uel sequitur per 3. sexti, lineam $a k$, fieri maiorem quam fuit linea $a k$, quia rectæ, & contra præmissa. Idem quoq; accidit impossibilem si punctus f , cadat inter puncta b & k , fiet enim linea $b k$, maior quam linea $b f$, est autem linea $b f$, per tertiam sexti, maior quam linea $f a$, & ita est linea $b f$, maior quam linea $k a$, quod totum est impossibile, cadet ergo punctus f , inter puncta k & a , fiet ergo linearum $o k$ & $g n$, concursus ultra lineam $b f$. Facto item circulo transeunte per tria puncta quæ sunt $a q b$, transibit ille circulus citra punctum q , quoniam ut prius ostensum est si transferit per punctum g , fieret per 21. tertij, angulus $a q b$, æqualis angulo $a g d$, per 13. primi, quod est contra præmissam proximam, transibit ergo ille circulus citra punctum g , & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea $g q$, diuidet arcum illius circuli, qui est $a b$, per æqualia in puncto qui sit o , quoniam ipsa diuidit angulum $b q a$, per æqualia, ducatur quoq; linea $k o$, quæ ut patet ex præmissis diuidit cordam $b a$, per æqualia, ergo linea $k o$, concurret cum linea $g u$, intra lineam $f b$, & ultra punctum o , quia enim, ut supra ostensum est, linea $o k$, est perpendicularis super lineam $b a$, punctumq; o , cadit in periferiam circuli minoris, qui est $a q b$, a punctis ergo a & b , copulentur ut prius cordæ $b o$ & $a o$, patetq; per 4. primi, quoniam cordæ $b o$ & $a o$, sunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus $a o$, est æqualis arcui $b o$, arcus enim $b a$, diuisus, per æqualia in puncto o , per lineam $g q$, lineæ ergo $o k$ & $g n$, concurrunt in puncto aliquo circa lineam $b f$, & ultra punctum o , quoniam linea $g n$, diuidens per æqualia angulum $a g b$, cadit in-



ter puncta k & o, ut supra patuit, linea ergo k o, concurrens cum linea b a, de necessitate prius concurreret cum linea g a, sub linea b f, cuius contrarium iam patuit in praemissis, ostensum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita, sequeretur duas rectas lineas includere superficiem quod est manifestum impossibile. Restat ergo ut angulus a q b, non sit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad usum in punctum b, a puncto q, quod est contra hypothesim & impossibile, est ergo angulus a q b, non minor angulo a g d, ex quo sequitur propositum quod in hac dispositione non erit uterque angulorum constantium ex angulis incidentiae & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadenti in arcum contentum a duabus diametris circuli, in quarum una est centrum visus, & in altera punctus rei visae, patet ergo propositum, quoniam semper similis erit improbatio sumpto quocunque alio puncto arcus e n, sed neque ab aliquo puncto arcus 3 n, possibile est fieri reflexionem formae puncti a, rei visae ad usum existentem in puncto b, ita ut angulus constans ex angulis incidentiae & reflexionis factae a puncto c, & ab illo alio puncto arcus n 3, sit uterque minor angulo a g d, remanente eadem dispositione figurae prioris quae est anguli a t b, sit ut a puncto arcus n 3, fiat reflexio formae puncti a, ad usum b, sit itaque quod angulus constans ex angulo incidentiae & reflexionis qui sit f r, punctum p, sit minor angulo a g d, sicut & angulus constans ex angulo incidentiae & reflexionis, qui est supra punctum t, minor est eodem angulo a g d ducantur itaque lineae a p, b p, g p, secabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut praemissum est linea g t, dividit arcum a b, minoris circuli per aequalia in puncto o, per 25. tertij, est enim per 20. quinti huius, angulus a t g, aequalis angulo g t b, & eundem arcum dividit linea k o, per aequalia, & quoniam ut praestensum est, patet quod linea k o, concurrat cum linea g n, linea g p, secat angulum n g c, cui subtenditur linea k o, concurrat cum linea n g, ultra lineam b f, ergo per 26. primi huius, linea g p, secabit lineam k o. Sit itaque punctus sectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cum itaque duae lineae g t & g p sint aequales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, aequalis angulo g p t, & uterque acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari a puncto t, super lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens speculi circumferentiam, qui est e d h 3, & producta cadet super terminum diametri minoris circuli per 20. tertij, cum angulus quem efficit illa perpendicularis cum linea t g, respiciat semicirculum minoris, linea enim t o, cadit super lineam k o, sitque angulus t o k, minor recto per 42. primi, linea enim o k, est pars diametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b est rectus, & linea k o, producta secat circumferentiam minoris per eius centrum per primam tertij, ideo quod ipsa secans lineam b a, orthogonaliter & per aequalia secat ipsam necessario, ergo illa perpendicularis producta concurrat cum linea k o, per 14. primi huius, eritque punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in semicirculo sit rectus q sit super punctum t, tantum linea g t, sed linea t p, est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quaecunque linea ducatur a puncto g, centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k, illa cadet necessario in aliquod punctum lineae t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & secet lineam o k, erit punctus p, citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli cui subtenditur illa perpendicularis, facto igitur circulo transeunte per tria puncta, quae sunt a b p, transibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l, secabit illum circumferentiam sicut priorem circumferentiam a b t, secabit linea t o, circulus itaque a b p, secabit circumferentiam a b t, in duobus punctis a & b, & cum exeat a puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum sit citra illum circumferentiam visus punctum t, necessario secabit illum circumferentiam in tertio puncto quod est contra 10. tertij & impossibile. Restat igitur ut forma puncti rei visae qui est a, non reflectatur ad usum existentem in puncto b, a duobus punctis arcus 3 n, ita ut quilibet angulorum illorum sit minor angulo a g d, palam ergo quod impossibile est ut forma puncti a, reflectatur ad usum b, a duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros g est e 3, ita ut uterque angulorum constantiu ex angulis incidentiae & reflexionis sit minor angulo a g d, quod est propositum.

In

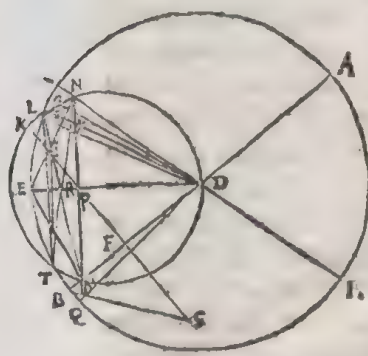
XXXV.

In speculis sphaericis concavis duo puncta qui diuersis diametris, & in aequalis distantiae a centro speculi existentia a duobus punctis speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros in quibus illa puncta consistunt ad se mutuo reflectantur, possibile est inueniri.

Sit circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphaerici concavi, cuius centrum d, & sumantur in ipso duae diametri, quae sint g a & b h, secantes se in centro d, dico quod possibile est fieri quod proponitur, dividatur enim angulus g d b per aequalia, per semidiametrum d e, & in semidiametro b d sumatur punctus m ultra punctum e, in quem cadit perpendicularis ducta a puncto e, super diametrum b d, & sumatur linea n d, in diametro d g aequalis lineae m d, & fiat per 5. quartij, circulus transiens per tria puncta m d n, hoc ergo necessario transibit ultra punctum e, si enim detur, quod ille circulus transeat punctum e, ducantur lineae m e & n e, fietque quadrangulum d m e n, intra circumferentiam, ergo per 21. tertij, duo anguli istius quadranguli ex aduerso collocati, ut quae sunt a puncta m & n, sunt aequales duobus rectis, quod est impossibile, dum duo anguli e m d & e n d, ambo sunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineae m e & n e, cadunt ultra perpendiculares ductas a puncto e, super semidiametros b d & g d, similis quoque fiet deductio, si circulus transeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes super punctum m & n, erunt iterum minores rectis, transit igitur circulus d m n extra punctum e, secabit ergo circumferentiam speculi in duobus punctis per 10. tertij, sint illa duo puncta c & l, & ducantur lineae n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n secans lineam e d in puncto f, & lineam c d in puncto p, cum itaque ut patet ex praemissis linea m d sit aequalis lineae n d, & linea p d, communis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m aequalis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniam triangulus p m d aequalis est triangulo p n d, erit quoque angulus f p d aequalis angulo n p d, & uterque rectus, angulus itaque p f d est acutus per 32. primi, ducatur ergo a puncto f, linea perpendicularis super lineam d c, per 11. primi, quae producta ad circumferentiam minoris circuli sit linea f k, haec itaque secabit lineam l n, uel non secabit, si non secet, erit quilibet punctus lineae l n propinquior puncto n quam punctus k, si secet palam itaque quoniam aliquis punctus lineae l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctum n quam punctum k, sit ille punctus z, & ducatur linea c z, quae producatur usque ad circumferentiam circuli minoris cadatque in punctum o, arcus itaque n o, aut est minor arcu c l, aut non. Si non fuerit minor abscidatur ex eo arcus minor arcu c l, & ducatur ad terminum illius arcus linea a puncto c, & erit idem sicuti si arcus n o sit minor arcu c l, sit ergo arcus n o minor quam sit arcus c l, ergo per ultimam sexti angulus c n l est maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus aequalis angulo o c n, qui sit i n z, cadatque punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & super punctum c, linea m c per 23. primi, fiat angulus aequalis angulo o c n qui sit angulus q c m, cum itaque angulus c m l sit maior angulo m c q, quia arcus c l est maior arcu n o, ut patet ex praemissis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q, qui est aequalis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurrat linea c q, cum linea l m, sit itaque concursus in puncto q, cum igitur angulus l m c sit aequalis duobus angulis m q c & m c q, per 32. primi, & angulus l n c sit aequalis angulo l m c, per 26. tertij, sunt enim constituti super eundem arcum qui est l c, & cum angulus i n z ex praemissis sit aequalis angulo m c q, erit angulus i n c aequalis angulo m q c, est ergo per 32. primi angulus m c q aequiangularis triangulo i n c, cum angulus o c n sit aequalis angulo m c q, & similiter triangulus i n z, est per 32. primi, aequiangularis triangulo c n z, cum angulus c z n, ambobus illis triangulis sit communis, & angulus i n c sit aequalis angulo o c n, est ergo per 4. sexti, proportio lineae n c ad lineam c q, sicut lineae n i ad lineam m q, & similiter est proportio lineae c n ad lineam c z, sicut lineae n i ad lineam n z, sed linea c z est maior quam linea c q, quod patet per hoc, sit enim r, punctus in quo linea c z secat lineam k f, angulus itaque c f r est rectus, cum linea f k sit perpendicularis super lineam c d, ergo

gg 3

ergo p. 3. primi, angulus fcr est acutus, quia uero linea dm , ut patet ex pmissis est aequalis linea dn , erit p. 27. tertij, arcus dm aequalis arcui dn , ergo p. 26. tertij, angulus mcd est aequalis angulo dcn , sed angulus qcm est aequalis angulo ocn , ex pmissis, sit ergo angulus qcf aequalis angulo fcr , quia ex aequalibus angulis constat, angulus ergo qcf est acutus, & linea kf est perpendicularis super lineam cd , angulus quoque cfk est rectus, ergo per 14. primi huius, linea kf producta concurret cum linea cq , sit punctum concursus s , & linea producta a puncto c usque ad punctum s , quod est punctum concursus, cuius pars est linea cq est aequalis lineae cr , quoniam enim illorum trigonorum anguli ad punctum f , sunt recti ad punctum c , ex pmissis sunt aequales per 32. primi, quoniam illi trigoni $cf s$ & $cf r$ sunt aequianguli, & linea cf communis, reliqua ergo latera quae sunt cd & cr , sunt aequalia per 4. sexti, sed linea cs est maior quam linea cq , & linea cz est maior quam linea cr , linea ergo cq est minor quam linea cz , est ergo per 8. quinti, minor proportio lineae nc ad lineam cq , quam lineae nc ad lineam cz , igitur maior est proportio lineae in ad mq , quam lineae in ad lineam nz , quare per 10. quinti, linea mq est minor quam linea nz , secetur ergo ex linea nz linea aequalis, linea

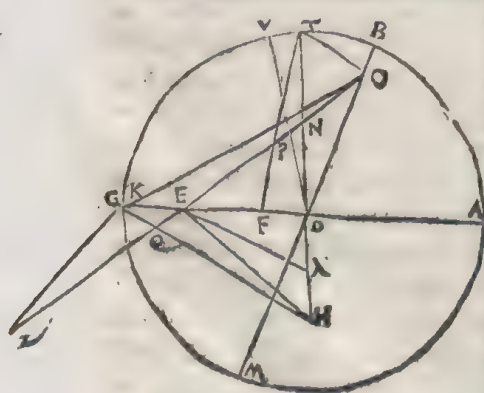


$m q$ quae sit nx , & ducatur linea dx , & quoniam p. 22. tertij, angulus lnd cum angulo lmd , ualet duos rectos, & angulus lnd aequalis angulo qmd , ergo per 4. primi, triangulus xnd est aequalis triangulo $d m q$, & linea dx aequalis lineae $d q$, & angulus xnd est aequalis angulo qdm , & angulus dxn aequalis angulo qdm , sed angulus dxz est maior recto, cum sit maior angulo $d n x$, per 16. primi, & angulus $d n x$ est maior recto per 30. tertij, quoniam cadit in proportionem minorem semicirculo qui est $d n l$, & etiam patet hoc per 21. tertij, quoniam enim angulus lmd est acutus, patet quod angulus $d n l$ est obtusus, ergo per 19. primi, linea $d z$ est maior quam linea dx , ergo linea $z d$ est maior quam linea $q d$, forma ergo puncti q potest reflecti ad punctum z , a duobus punctis speculi quae sunt c & l , & puncta q & z , sunt inaequalis distantiae a centro & in diuersis diametris, quod patet ideo quod angulus xnd est aequalis angulo qdm , addito ergo communi angulo $q d x$, sed angulus ndm est minor duobus rectis, ergo & angulo $q d x$, ergo magis angulus $q d z$ est minor duobus rectis, ergo duo puncta q & z , non sunt in eadem diametro, sed in diuersis, & hoc est propositum.

XXXVI.

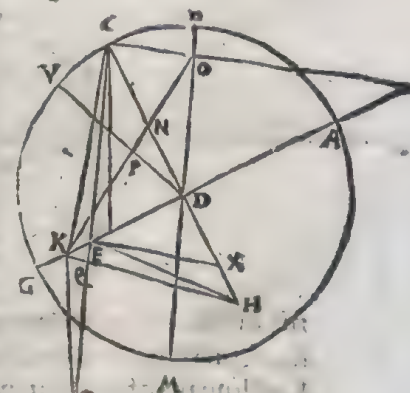
A speculis sphaericis concavis duobus punctis inaequaliter distantibus a centro, & in diuersis diametris existentibus ad se inuicem reflexis a duobus punctis arcus interiacentis illas semidiametros in quibus illa puncta consistunt impossibile est ipsa a puncto alio illius arcus ad se inuicem reflecti.

Sit circulus speculi sphaerici concavi agh , cuius centrum sit d , & sint duo puncta k & o , ad se inuicem reflexa a duobus punctis arcus $h g$, sitque punctum k , remotius a centro



speculi quod est d quam punctus o , & sint lineae gd & bd , duae diametri, in quibus sunt puncta illa k & o , sitque punctum k , in semidiametro gd , & punctus o , in semidiametro bd , reflectanturque formae istorum punctorum ad inuicem a duobus punctis arcus $h g$, ut ostenditur praecedentem, & sit angulus odk maior angulo oda , & sit c unus punctus arcus $h g$, a quo sit reflexio, palam ergo ex 34. huius, quod uterque duorum angulorum constantium ex angulis incidentiae & reflexionis, non erit minor angulo oda , neque est aliquis illorum angulorum aequalis angulo oda , ut patet per ea quae declarata sunt in 33. huius, alter ergo illorum erit maior angulo oda , & ducantur lineae oc , dc , kc , & ex angulo ock , secetur p. 27. primi huius, angulus aequalis angulo oda , qui sit

qui sit cof , ducta linea cf super diametrum gd , & diuidatur angulus fck , per aequalia, p. 9. primi, ducta linea ce super lineam $k f$, & a puncto k , ducatur linea aequidistans lineae cf , per 31. primi, quae sit kz , & quoniam linea cf aequidistans lineae kz , concurret cum linea ce in puncto c , patet quod linea kz concurret cum linea ce , producta per secundam primi huius, sit ergo linea kz concurrens cum linea ce in puncto z , & ducatur linea ok , & per 9. primi, diuidatur angulus odk per aequalia per lineam ko in puncto p , cum ergo sit linea $k d$ maior quam linea $o d$, ut patet ex hypothesi, & quia per 3. sexti, est proportio lineae $k d$ ad lineam $d o$, sicut lineae $k p$ ad lineam $p o$, erit linea $k p$ maior quam linea $p o$. Item sit ut linea $d c$ secet lineam ko in puncto n , palam quod linea $d p$ u cadet inter duo puncta k & n , non autem inter duo puncta n & o , quia enim angulus $k p d$ ualet duos angulos $p o d$ & $p d o$, & angulus $o p d$ ualet duos angulos $p d k$ & $p k d$, sed angulus $p d o$ est aequalis angulo $p d k$, & angulus $k o d$ maior est angulo $o k d$, per 19. primi, ergo angulus $k p d$ maior est angulo $o p d$, est ergo angulus $k p d$ maior recto per 13. primi, & angulus $o p d$ est acutus, sed angulus $k n d$ est acutus, quod patet si fiat circulus transiens per tria puncta $o c k$, per 5. quarti, hic enim transibit infra punctum d , quod est centrum circuli maioris, quoniam cum angulus $o d k$ sit maior angulo $o d a$ ex hypothesi, erunt duo anguli $o d k$ & $o c k$, maiores duobus rectis, quod esset impossibile per 21. tertij, sed si circulus ille transiret punctum d , uel supra punctum d , quoniam eadem est demonstratio, linea uero $n d$ diuidet $k o$, arcum illius circuli per aequalia, per 25. tertij, quoniam diuidit angulum $o c k$ per aequalia ex hypothesi, fiet autem illa diuisio arcus $k o$ infra punctum d . Si uero ab illo puncto diuisionis arcus $o k$, ducatur linea ad medium punctum lineae $o k$, quae est corda illius arcus $o k$, erit linea illa perpendicularis super lineam $o k$, per 8. primi, & cadet illa perpendicularis inter puncta p & k , cum linea $k p$ sit maior quam linea $p o$, & angulus super punctum n , ex parte illius perpendicularis erit acutus, ergo & ex parte p erit acutus, & angulus super punctum p ex parte o erit acutus, hoc enim ostensum est superius. Si ergo detur quod punctus p cadat inter duo puncta n & o , impossibile erit perpendicularem illam cadere inter puncta n & p , quia tunc secaret lineam $d p$, & fieret triangulus cuius unus angulus esset rectus, & alius obtusus, quod cum sit impossibile, necesse est angulum $k n d$ esse acutum, ergo per 13. primi, angulus $o n d$ est obtusus, punctum ergo p non cadet inter puncta n & o , quoniam cum angulus $o n d$ sit obtusus, & ut patet ex pmissis angulo $d p k$ est obtusus, sequeret ergo in trigono $d n p$, duos esse angulos obtusos, quod cum sit impossibile per 32. primi, palam quia punctus p , non cadet inter puncta n & o , non cadit etiam in punctum n , ut est euidentius, cadet ergo inter puncta k & n , quia ergo ut patet ex pmissis angulus $k c d$ est medietas anguli $k c o$, sed & angulus $k c e$ est medietas anguli $k c f$, angulus uero $k c o$ maior est angulo $f c o$, in angulo $k c f$, restat ergo ut angulus $e c d$ sit medietas anguli $f c o$, sed angulus $f c o$ est aequalis angulo $o d a$, igitur angulus $e c d$ est medietas anguli $o d a$, cum angulus $o d f$ ualet duos rectos per 13. primi, & tres anguli trianguli $e c p$ ualent duos rectos per 32. primi, tres ergo anguli trigoni $e c d$ sunt aequales duobus angulis $o d a$ & $o d f$, ablato ergo angulo $e c d$ hinc inde illis angulis communi, & ablato angulo $e c d$, q est medietas anguli $o d a$, restat ut angulus $e c d$ aequalis sit medietati anguli $o d a$, & totus angulus $o d n$, sed angulus $o d p$ qui est medietas anguli $o d k$ cum medietate anguli $o d a$ est rectus, est autem angulus $o d p$ maior angulo $o d n$, quod patet per 29. primi huius, cum sicut patet ex pmissis punctum n lineae $d n$ cadat inter puncta p & o , est ergo angulus $o d p$ cum medietate anguli $o d a$ maior angulo $o d n$, cum medietate anguli $o d a$, patet ergo cum angulus $o d k$ cum medietate anguli $o d a$ sit rectus, quoniam angulus $c e d$ est acutus, quare per 15. primi, ei contra positus, qui est angulus $k e z$, est acutus, igitur si per 12. primi, a puncto k ducatur perpendicularis super lineam cz , illa cadet inter puncta e & z , quia ut patet ex pmissis linea $k e$ non est perpendicularis super lineam cz . Si uero dicatur quod illa perpendicularis



ris ca

ris cadat ultra punctum e, super lineam ce, tunc cum angulus c e k, per 13. sit obtusus, accidit triangulum habere duos angulos unum rectum & alium obtusum, quod est impossibile, per 32. primi, cadet itaq; perpendicularis illa inter puncta e & z, quæ sit linea k q, hoc autem seruat nunc quidem necessarium interponimus, scilicet quod linea k c, se habet ad lineam c f, sicut linea k d ad lineam d o, est em linea c o, aut æquedistans lineæ k o, aut concurrens cum illa. Sit primū æquedistans, erit ergo per 29. primi, angulus o d æqualis angulo c o d, est ergo angulus c o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex præmissis, anguli o c f & o d a sunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & c f, aut æquedistabunt, aut concurrent. Si æquedistarent, cū illi cadent inter lineas k d & c o æquedistantes, palam per 34. primi, quoniam ipsæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f concurrūt facient triangulū, cuius duo latera erunt æqualia, per 6. primi, quoniam duo æquianguli qui sunt f c o & d o c sunt æquales, linea uero f d secat illa duo latera æqualia æquedistanter basi d o, erit ergo per secundam sexti, & 18. quinti, proportio unius illorum laterū ad lineam d o, sicut alterius ad lineam f c, est ergo lineæ c f æqualis lineæ o d, per 9. quinti, sit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt sub lineæ k d, quasi concurrant sub lineæ c o, erit eadem pbatio, quia fiet triangulus cuius unum latus est linea c o, & alia duo latera æqualia per sextā primi, ut prius, quia linea c o est æquedistans lineæ d f, erit per secundam sexti, proportio unius illorum duorū laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam c f, eritq; ut prius p 19. quinti, lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f est æqualis angulo d c o, per 29. primi, ideo qd linea c o data est æquedistans esse lineæ k d, ergo angulus c d f est æqualis angulo d c k, cum anguli d c o & d c k sint æquales ex hypothese, & per 25. quinti huius, ergo per 6. primi, lineæ d k & c k sunt æquales, est ergo per 7. quinti, proportio lineæ c k ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineam d o, ideo qd ante cedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uero linea c o non æquedistat, sed



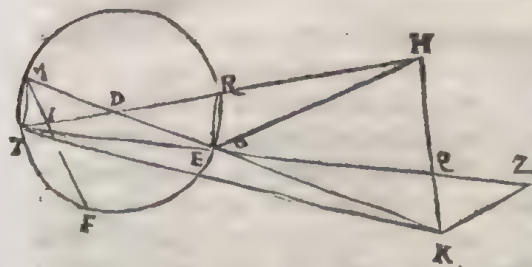
nis c l f & o d l patet per 32. primi, quod tertius angulus est tertio equalis, erit ergo p. 4. sexti, proportio lineæ c l ad lineam c f, sicut lineæ d l ad lineam d o, p. portio itaq; lineæ k ad lineam c f, constat ex proportionibus lineæ k d ad lineam d l, & lineæ d l ad lineam d o, sed proportio lineæ k d ad lineam d o, constat ex eisdem proportionibus posita linea d l media per 13. primi huius, ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat, cum linea k d ex parte g, sit cōcurrent in puncto s, & à puncto d, ducatur linea æquedistans, lineæ k c quæ sit d r cōcurrent in puncto r o producta ultra punctum o, in puncto r, igitur angulus k c d æqualis est angulo c d r, per 29. primi, sed & angulus k c d ex hypothesis æqualis est d c o, ergo angulus c r & d r c sunt æquales, ergo per sextam primi, linea d r est æqualis lineæ c r, sed quoniam tam triangulus s c k æquiangulus est triangulo s r d, per 29. primi, & propter angulum ad cōmunē erit per 4. sexti, proportio lineæ d r ad lineam s r, sicut lineæ k c ad lineam c s, sed linea d r est æqualis lineæ r c, est ergo per 7. quinti, proportio lineæ r c ad lineam c s, sicut lineæ k c ad lineam c s, sed proportio lineæ r c ad lineam r s, est sicut proportio lineæ d k ad lineam d s, per secundam sexti, & per 18. quinti, igitur per 11. quinti, est proportio lineæ k c ad lineam c s, sicut lineæ k d ad d s, sed quoniam angulus f c o æqualis est angulo o d s, erit angulus o d s æqualis angulo f c s, per 13. primi, & angulus ad punctum o est cōmunis, erit ergo triangulus o d s æquiangulus triangulo f c s, p. 32. primi, ergo

ergo p 4. sexti, est, pportio lineæ c s ad c f, sicut lineæ d s ad d o, est aut pportio lineæ k c ad lineæ c s, sicut lineæ k d ad lineam d s, & est pportio lineæ c s ad lineam c f, sicut lineæ d s ad lineam d o, ergo per 22. quinti, erit pportio lineæ k c ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineam d o. Quia uero lineæ k z æquedistat lineæ c f, ut patet ex præmissis, erit p 29. primi, angulus k z e æqualis angulo e c f, sed angulus k e z est æqualis angulo e c f, per 15. primi, ergo trigoni k z e & e c f, sunt æquianguli per 32. primi, ergo per 4. sexti, erit pportio lineæ k e ad lineam e f, sicut lineæ k z ad lineam c f, sed pportio lineæ k e ad lineam e f, est sicut lineæ k c ad lineam c f, p 3. sexti, quia angulus k e f, diuisus per lineam c e, lineæ ergo k z & k c, ad eandem lineam c f, eandem habent proportionem, ergo p 9. quinti, lineæ k z est æqualis lineæ k c, sed ex præmissis patet, quod est pportio lineæ z k ad lineam c f, sicut lineæ z e ad lineam e c, est ergo per 11. quinti, pportio lineæ z e ad lineam e c, sicut lineæ k d ad lineam d o, sed lineæ k d ex hypothesi est maior quam lineæ d o, lineæ ergo z e est maior quam lineæ e c, hoc quidem pro alijs reseruare, nūc ad ppositum redeamus, quia uero ut supra patuit lineæ k q, est perpendicularis super lineam e z, erunt omnes anguli circa punctum q recti, sed angulus e c d est acutus, quoniam est medietas anguli f c o, ut superius ostensum est, ergo per 14. primi huius, lineæ k q concurret cū lineæ c d sit punctus concursus h, & ducatur lineæ e h, & à puncto e, ducatur lineæ æquedistans lineæ k h, producta usq; ad lineam d h quæ sit e x, secans lineam d h in puncto x, si atq; per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta quæ sunt e c x, & immutatur figura si placet, ppter diuersam intricacionē linearū, quia itaq; angulus c q h est rectus, ut patet ex præmissis, erit p 29. primi, angulus c e x rectus, ergo p 30. tertij, lineæ x cerit diameter illius circuli qui est e c x, & pducatur lineæ k e, per triangulū orthogonium c e x, & trans circulum cadens in punctum m, circumferentiæ circuli c e x, & ducatur lineæ m c, & erit angulus c m e æqualis angulo c x e, per 26. tertij, cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum qui est e c, sed angulus c x e æqualis est angulo c h k, per 29. primi, quoniam lineæ e x & k h, ductæ sunt æquedistates, erit ergo angulus c m e æqualis angulo e h k, sed angulus c h k maior est angulo d h e, quod patet per 29. primi huius, secat enim lineæ h e basem k d, ergo angulus c m e maior est eodem angulo d h e, refecetur ergo ab angulo c m e angulus æqualis angulo b h e, per 27. primi huius, qui sit angulus f m d ducta lineæ f m, & punctus in quo lineæ f m secat lineam c x, sit i, palā ergo cū ex præmissis angulus i m d sit æqualis angulo d h e, & per 15. primi, angulus i d m sit æqualis angulo e d h, quoniam per 32. primi, triangulus i m d est æquiangulus triangulo d h e, ergo per 4. sexti, est pportio lineæ h d ad lineam d m, sicut lineæ e h ad lineam i m, & similiter triangulus c m d sit similis triangulo k h d, cū sicut patet ex præmissis angulus d h k sit æqualis angulo c m d, & per 15. primi, angulus c d m sit æqualis angulo k d h, & tertius tertio per 32. primi, erit ergo pportio lineæ k d ad lineam d c, sicut lineæ h d ad lineam d m, est autem pportio lineæ h d ad lineam d m, sicut lineæ e h ad lineam i m, est ergo per 11. quinti, pportio lineæ k d ad lineam d c, sicut lineæ e h ad lineam i m, sed pportio lineæ k d ad lineam d c est nota, qm̄ semper una & eadem permanet, quicunq; punctus reflexionis sit e, in arcu b g, quia semper lineæ d c, quæ est semidiameter est una, & lineæ k d, similiter est semper una, quoniam ipsa est distantia alterius punctoꝝ reflexoꝝ a centro speculi, lineæ etiam e h, una permanet in quacunq; reflexione, & non mutatur eius quantitas, quoniam non mutatur quantitas anguli e c h, qui est medietas anguli o d a, qui nō mutatur, quare lineæ i m, semper erit una & æqualis, erit ergo punctus circumferentiæ in quem cadit lineam i m producta ultra punctum i, qui est punctus f, semper est notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g, possit fieri reflexio, contingat ducere à puncto f, ad circulum c x e tres lineas, quarum cuiuslibet pars interiacens diametru c x, & periferiam circuli sit æqualis lineæ i m, per 9. quinti, quia semper erit pportio lineæ k d ad lineam d c, sicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearum, patet aut hoc esse impossibile, p 133. primi huius, qd ab eodem puncto dato in circumferentiā circuli extra diametru per ipsam diametru ad circumferentiā, ita ut pars lineæ interiacentis diametru ad reliqua partem circumferentiæ sit æqualis data lineæ, nō nisi duæ lineæ æquales duci possunt, quare à duobus tantum punctis illius propositi arcus fiet reflexio, quod est propositum.

hh Secun

Secundum modum datæ lineæ à dato puncto speculi sphaerici concavi ductæ possibile est duo puncta reperiri, quæ in diuersis diametris inæqualiter à centro speculi distantia ab eodem dato puncto speculi, & uno tantum aliò eiusdem arcus interiacentis semidiametros in quibus illa puncta consistunt ad se mutuo reflectantur.

Remaneat dispositio proximæ, sitq; datus quicunq; punctus speculi, qui sit c, proponitur nobis ut inueniantur duo puncta, quæ in diuersis diametris speculi existentia ab illo dato puncto superficiei speculi, & uno tantum aliò propositi arcus puncto ad se mutuo reflectantur, sit enim ut quantacunq; placuerit sumatur lineæ z t, quæ per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut sit proportio lineæ z e ad lineam e c, sicut in præcedenti propositione prima scilicet eius figuratiōe, est proportio lineæ k d ad lineam d o, & quoniam ex hypothesi illius lineæ k d est maior quàm lineam d o, erit lineam z e maior quàm lineam e t, diuidaturq; lineam z t per æqualia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis super lineam z t, per 11. primi, & fiat angulus e c d æqualis medietati anguli o d a per 23. primi, erit quidem ille angulus e c d acutus, ergo p 24. primi huius, lineam t d, concurret cū perpendiculari ducta à puncto q, super lineam z t, sit concursus in puncto h, completum est ergo trigonū orthogonū, quod est t q h, in cuius altero laterū rectum angulū t q h continentū quod est t q, datus est punctus e, possibile est ergo à puncto e, per 137. primi, duci lineam ad basem trigoni t q h quæ est t h, ex alia sui parte concurrentem cū altero laterū rectum angulū continentū, quod est q h, producto ultra punctū q, ita ut tota producta lineam se habeat ad partē abscisam basis, sicut lineam datam ad lineam datam, sic à p m.



cto e, taliter pducta lineam d e k, ita ut sit proportio totius lineæ k d ad lineam d t, sicut lineam k d ad semidiametrum sphaeræ speculi, ergo per 9. quinti, lineam d t æqualis semidiametro, punctū ergo d, est centrum speculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, super punctū t, terminū lineam d t æqualis angulo qui sit o t d, dico qm punctus speculi qui est t, est punctus reflexionis formæ puncti o, ad usum existentem in puncto k, uel e conuerso formæ puncti k, ad punctū o, & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantum aliò propositi arcus puncto, sit illorū punctorū mutua reflexio, & hæc omnia facilius patent repetita priori demonstratione theorematum præcedentis, put hinc, pposito est necesse, patet ergo, ppositū.

XXXVIII.

Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concavi existentibus ambobus extra circulum, uel uno intra circulum, & alio extra illum, & inæqualiter distantibus à centro respicientibus arcum speculi à quo sit reflexio, si reflectantur ab aliquo puncto arcus oppositi illis diametris non est ea possibile reflecti ab alio puncto eiusdem arcus.

Sint duo puncta a & b, in diuersis diametris extra circulum qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi sphaerici concavi, cuius centrū sit g, sintq; illi diametri a e & b d, & sit punctus reflexionis t, & ducant lineam b t, a t, g t, illa itaq; b t secabit arcū circuli, sit punctus sectionis q, sed & lineam a t, secabit periferiā eiusdem circuli, sit punctus sectionis m, & qm angulus b t g æqualis est angulo a t g, palam p 25. tertij, qm cadunt arcus æquales, pducatur ergo diametri t g, ad aliam partē periferiæ in punctū p, & erit arcus q p, arcus m p æqualis, si igitur forma puncti b, reflectitur ad usum existentē à puncto a, ab aliquo alio puncto speculi arcus eiusdem, sit illud aliud punctū h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, & secet lineam b h circulum in puncto l, & lineam a h in puncto n, producantq; semidia-

metræ b g, in punctū circumferentiæ qui sit k, secundū prædicta itaq; erit arcus l k æqualis arcui n k, sed habitū est prius, quod arcus q p est æqualis p m, sed arcus q p maior est arcui l k, & arcus k n maior arcui m p, accidit igitur impossibile, scilicet minus esse maiori æquale, quocunq; uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impossibile. Restat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad usum a, à puncto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppositis diametris in quibus sunt puncta a & b, præter quàm à puncto t. Idem quoq; accidit impossibile, & eodem modo deducendum si unū datorum punctorum sit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propositum.

XXXIX.

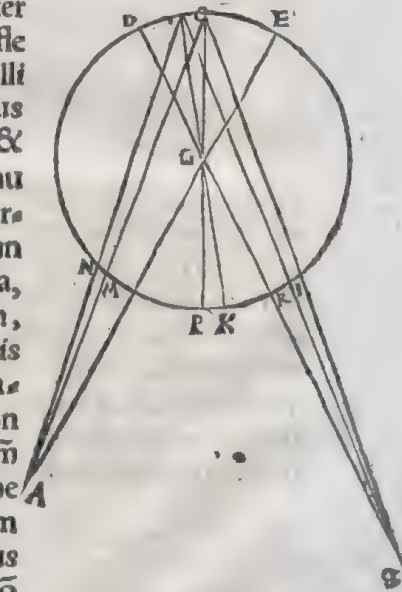
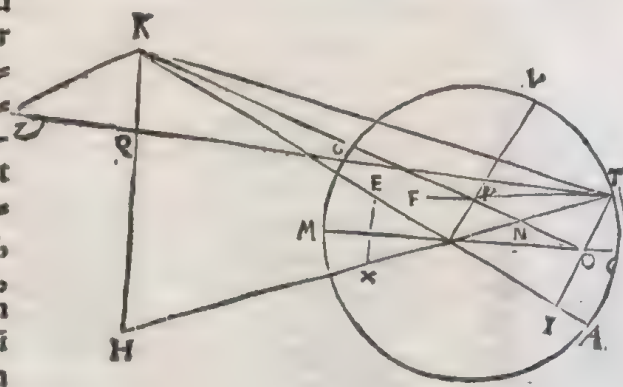
Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici cōcaui existentibus ambobus extra circulum, si lineam continuans illa puncta cōtingat illum circulum, aut tota sit extra circulum, non est possibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti nisi ab uno tantum illius speculi puncto.

Sint ut in præcedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuersis diametris extra circulum, qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi sphaerici concavi, cuius centrū sit g, sintq; illi diametri l d & n m, sitq; punctus a, in semidiametro l g, & punctus b, in semidiametro m g, & ducatur lineam continuans puncta a & b, quæ sit a b, & hæc cōtingat circulum illū, à quo per secundam huius, potest fieri reflexio, sitq; ille cōtractus in arcu circuli qui sit arcus l m, aut si lineam illam sit tota extra speculum, dico qd à nullo puncto arcus l m, interiacentis diametros, in quibus sunt illa puncta, sit reflexio formæ unius punctorum a & b, ad punctum reliquum, sumpto enim quocunq; puncto in arcu l m, ut puncto c, ductisq; lineis a c & b c, si lineam a c cadat intra speculum, lineam b c necessario cadet extra speculum, quoniam hoc requirit talis situs speculi, & e conuerso, si lineam b c cadat in speculo, lineam a c cadat extra, semper em altera linearum ab illis duobus punctis a & b, ad aliud punctū speculi ductarum tota erit extra speculum, et sic idem neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m, similiter quoq; patet idem, si lineam tota sit extra speculum non contingens ipsum, respiciat tamen arcum l m, quia neq; tunc ambæ lineæ a c & b c, cadent intra speculum, sed si una erit intra speculum, reliqua erit tota extra speculum, unde non fiet reflexio secundū illā, ab aliquo tñ puncto arcus d n, potest fieri reflexio per 27. huius, & ab uno tantum puncto illius arcus, ut patet per præcedentem, & ita formarum illorum punctorum reflexio ad inuicem non fiet nisi ab uno solo puncto speculi, quod est propositum.

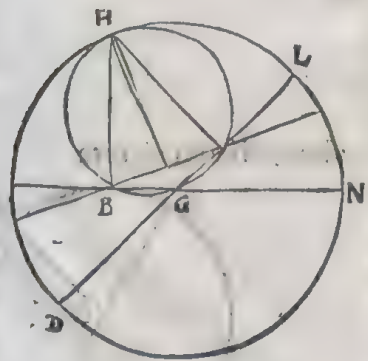
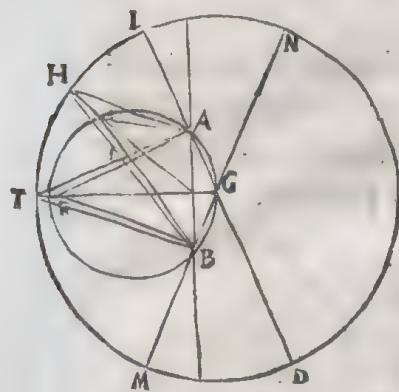
XL.

Existentibus duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici cōcaui inæqualiter distantibus à centro, si lineam continuans illa puncta producta secet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto speculi uel à duobus, aut à tribus, aut à quatuor possibile est reflecti, & secundum hoc loca imaginum numerantur.

hh 2 Sint

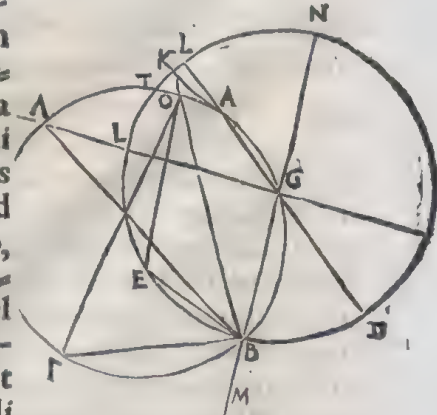
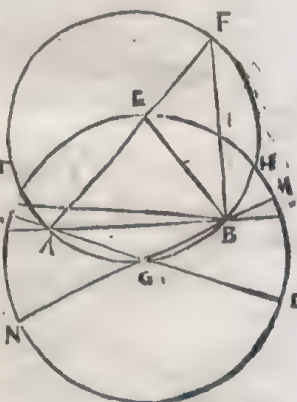
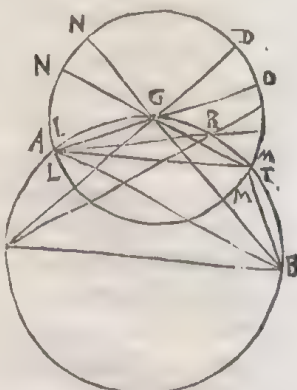


Sint ut supra duo puncta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui, ita ut punctus a, sit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, sintq; illa puncta inaequaliter distantia a centro speculi quod est g, & linea a b, ducta ab uno illorum punctorum ad alterum producta secet circulum, dico quod uerum est quod proponitur, fiat em circulus pertransiens per centrum speculi quod est g, & per illa duo puncta a & b, p 54. circulus itaq; ille a b g, aut totus erit intra circulum speculi, aut contingat ipsum intrinsecus, aut secabit ipsum. Si totus circulus a b g, fuerit intra speculi circulum, palam p 6, huius, quod unum illorum punctorum reflectetur ad alterum ab aliquo puncto speculi & propositi circuli, ut patet p secundam huius, & p 27. quinti huius, sic ergo punctus reflexionis t, palamq; p 20. huius, quod punctus t, est in arcu interiacente diametros in quibus sunt puncta a & b, q sit arcus l m, & ducantur lineae a t, b t, g t, extra quoq; angulus a t b minor angulo b g d, sit em ut semidiameter g t secet circulum a b g in puncto f, & ducantur lineae a f & b f, fientq; duo trigona a t b & a f b, sup una basem, q est a b, palam ergo p 21. primi, qm angulus a f b est maior angulo a t b, sed per 21. tertij, angulus a f b cu angulo a g b, ualet duos rectos, ergo p 13. primi, angulus a f b est aequalis angulo b g d, angulus ergo a t b est minor angulo b g d, quilibet quoq; angulus sic factus super arcum l m, ut super punctum h, erit minor angulo b g d, ac arcu itaq; speculi qui est l m, non fiet reflexio nisi ab uno tantum puncto speculi, qm iam ostensum est p 34. huius, quia non est in huius punctorum reflexorum dispositioe possibile reflexione fieri a duobus punctis speculi, ita ut uterq; angulorum constans ex angulo incidentiae & reflexionis sit minor angulo b g d. In hac ergo dispositioe ab uno tm puncto speculi fiet reflexio quod est unum, ppositorum, Si uero circulus a b g, sit intrinsecus contingens circulum speculi, sit punctum contactus h, & ducantur lineae a h, b h, g h, q itaq; angulus a h b, p 21. tertij, cu angulo a g b ualet duos rectos, patet p 13. primi, qd angulus a h b est aequalis angulo b g d, quare ab illo puncto contactus non fiet reflexio p 33. huius, angulus q; factus super quocumq; aliud punctum arcus circuli speculi erit minor illo angulo, p modum quo iam superius ostensum est, quare a duobus punctis illius arcus non fiet reflexio p 34. huius, sed solum ab uno puncto, si uero circulus a b g, secet circulum speculi, patet qm in duobus punctis secare necesse est p 10. tertij, & illa duo puncta a & b, aut ambo erunt extra speculum circuli, aut ambo intra, aut unum extra circulum, aut aliud intra illud, aut unum illo punctorum in circumferentia circuli & aliud extra illud uel intra illud. Si fuerint ambo extra circulum speculi, tunc patet qd linea a b, non secabit circulum speculi, fietq; reflexio ab uno tm puncto speculi, ut patet p precedentem, tunc em manifeste patet, qd circulus a b g, non secabit circulum speculi secundum arcum l m, qm ille arcus interiacet lineas a g & b g, et arcus b g a cadit extra illas lineas in alia puncta periferiae circuli ipsius speculi, cu ambo puncta a & b sunt extra circulum speculi, si uero punctus b, sit in periferia circuli speculi uel intra, puncto a constituto extra, patet tunc qd arcus l m, in duobus punctis non secabitur, sed arcus b g, transibit punctum aliqd arcus l m, qd sit t, ergo angulus factus super arcum l m, erit maior angulo b g d, qm ductis lineis l t, b t & a t, patet secundum praemissa p 21. tertij, qm angulus l t b est aequalis angulo b g d, angulus uero a t h est maior illo, patet ergo p 24. huius, qm in hac



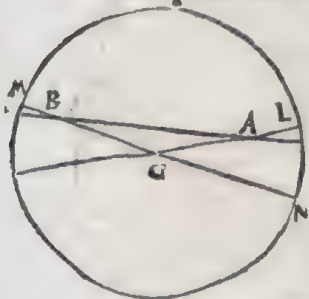
dispositione ab unico puncto, uel a duobus punctis arcus l m, fiet forma illorum punctorum ad inuicem reflexio. Si uero duo puncta a & b, fuerint extra circulum speculi, & circulus a b g, secet circulum speculi, tunc patet qd circulus a b g, secabit arcum l m in duobus punctis, qm duo semidiametri circuli maioris q sunt g l & g m, secant circulum a u g, in punctis a & b, & transeunt reserant ex circulo speculi arcum l m, secant ergo circulus a b g, arcum l m, in duobus punctis quae sint t & h, & restabunt ex ipso arcu l m, duo arcus in diuersis partibus ipsius qui sunt arcus t & h m, omnesq; angulus constitutus super arcum circuli speculi qui est t h,

est t h, erit maior angulo b g d, quod patet si super periferiam speculi fiat angulus a e b, ille em est maior angulo b g d, producta em linea a e, ad periferiam circuli a b g, in punctum f, si copuletur linea b f, erit per 31. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, aequalis angulo b g d, sed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b, est maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandum, ad hoc itaq; arcu t e h, ut patet per 34. huius, poterit fieri reflexio, forsitan ab uno tantum puncto, & forsitan a duobus, quod si fiat reflexio a duobus arcibus l t & h m, qui restant super arcum t e, ex arcu l m, & ex diuersis partibus ipsius circuli a b g, tunc secundum praemissa omnes anguli super illos arcus consistentes contenti sub lineis a punctis a & b, productis, erunt minores angulo b g d, fiat em angulus b k a, super punctum arcus b t, & qm arcus a t, circuli a b g, est intra circulum speculi sub arcu l t, secet linea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur linea a o, patet ergo p 21. tertij, & per 13. primi, qd angulus a o b, est aequalis angulo b g d, sed angulus a o b, est maior angulo a k b, per 16. primi, patet ergo angulus a k b, est minor angulo b g d, & similiter de quolibet puncto arcum l t & h m, est demonstrandum, ergo p 34. huius, ab uno tantum illo arcu puncto fiet reflexio, in hac itaq; situ fiet reflexio a duobus punctis arcus l m, interiacentis diametros, aut forsitan a tribus, palam uero per 27. & 29. huius, qd ab uno tantum puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc situ aliquando a tribus punctis speculi, aliquando uero a quatuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctorum a uel b, fuerit in periferia circuli, aliud uero intra circulum, & circulus a b g, secet circulum speculi, tunc secabit arcum l m in uno tm puncto, qui sit t, qm in loco alterius punctorum l uel m, erit punctum a uel b, existens em in altera diametro n m uel l d, & in puncto circuli periferia erit in puncto qd est communis sectio illarum, & sit i puncto b, existente in puncto m & puncto a, intra speculum, restabit unicuique tantum arcus totius arcus l m, qui sit l t, patet itaq; secundum praemissa ductis, ut prius, lineis a f & b f, super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e, super aliqd punctum arcus l m, qd sit e, qm per 21. primi, omnes anguli consistentes super arcum t b, sunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, potest fieri reflexio a duobus punctis illius arcus uel ab uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut praestensum est prius, & ita cu per 34. huius, ab uno tantum puncto arcus l t, fiet reflexio, sed & per 29. huius, ab uno tantum puncto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaq; in hoc situ reflexio quandoq; a tribus punctis, quandoq; a quatuor, & non a pluribus, quod si puncto b, existente in periferia circuli speculi, punctus a sit extra illud circulum, tunc patet quod circulus a b g, nunq; secabit circulum speculi secundum arcum l m, qm semidiameter g m, & periferia circuli communis sectio est punctus m, in quo est punctus b, semidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulum secant arcum t b, nec secatur ab illo, omnes itaq; anguli arcus l m, sunt maiores angulo b g d, ut patet ex praemissis, ergo per 34. huius, ab uno tantum puncto uel forsitan a duobus punctis arcus l m, potest fieri reflexio punctorum a & b, similiter ad inuicem ab uno puncto arcus n d, fiet itaq; in hoc situ reflexio a duobus aut a tribus punctis speculi & non a pluribus, palam ergo quod puncta inaequaliter distantia a centro speculi aliquid quando ab uno tm puncto, aliquid a duobus, aliquid a tribus, aliquid a quatuor, nunq; a pluribus reflectant, secundum hac quoq; loca imaginum numerant quae admodum patuit iam pluribus in praemissis, & hoc est quod proponebatur declarandum.



Existentibus duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici cōcaui & æqualiter distantibus à centro si linea cōtinuans illa puncta secet circulum, possibile est unum illorum punctorum ad alterum reflecti ab uno tantum puncto speculi, uel à duobus aut à quatuor, sed impossibile est à tribus, & secundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmissa duo puncta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphaerici cōcaui quæ sint l d & m n, ita ut punctus a sit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n, sintq; puncta a & b, æqualiter distantia à centro speculi, & linea a b, ducta ab uno illo puncto ad alterum secundum circulum, qui est cōmunis sectio superficiæ reflexionis & speculi, cuius centrū sit g, dico quod uerū est qd' proponit, quod em ab uno tantum puncto speculi qñq; fiat illo puncto adinuicem mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiam idem ostendi potest per modū 24. huius, linearū em inæqualitas in illo situ naturæ reflexionis nō immutat, ut declaratū est in 20. quinti huius, quandoq; uero sit mutua reflexio istorū punctoꝝ a & b, à duobus tantū punctis speculi, ut patet per 25. huius, quandoq; uero sit reflexio mutua propositoꝝ punctoꝝ quæ sunt a & b, à quatuor punctis circūferentiæ ipsius speculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantū punctis istorū speculoꝝ formas punctoꝝ æqualiter distantium à centro speculi ad se mutuo reflecti est impossibile. Si em ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat ista mutua reflexio diuiso arcu interiacente illa puncta per æqualia, & ductis ad illud punctū lineis, patet p 26. tertij, & per 4. primi, ppter æqualitatē laterū g a & g b, qm anguli constituti super illud punctum sunt æquales, ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius, sed & fiet ab aliquo puncto arcus oppositi illi arcui, palam ergo quod à quatuor punctis speculi fiet reflexio & non à tribus, & qm, ut patet p præmissam & ex pluribus ppositionibus huius libri, nunq; sit à tribus punctis speculi reflexio aliq; duoꝝ punctoꝝ adinuicē nisi fiat à duobus punctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppositi interiacente illos diametros, patet ergo quod in hac dispositiōe reflexio fiet semp à quatuor punctis speculi oppositi, & nunq; à tribus, & hoc proponebatur, & quoniam hæc duo præmissa theorematum disposuimus secundum modum epilogi plurimorum præmissorum theorematum, æstimamus ipsa memoriæ cōmendanda.

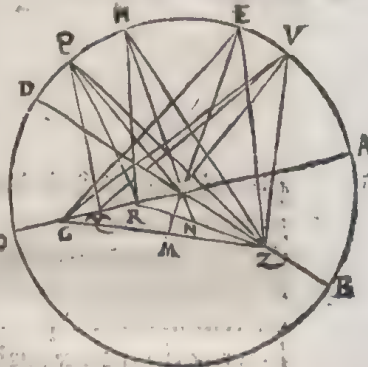


Si ab uno puncto arcus circuli speculi sphaerici cōcaui formæ unius termini lineæ totaliter uisæ, ab alio quoq; puncto eiusdem arcus formæ alterius termini eiusdem lineæ fiat reflexio, necesse est omnia puncta media lineæ uisæ ab illius arcus punctis medijs reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadūt inter imagines punctoꝝ extremorū.

Quod hic proponebatur specialiter, quantū ad primā sui partem uniuersaliter est præmissum in 24. quinti huius, esto ergo arcus speculi sphaerici cōcaui a f h, cuius centrum e, & sit z centrū uisus, sitq; g r linea uisā, cuius unus terminus qui g reflectat à puncto speculi quod sit f, & illud sit alius punctus arcus dati, qui est a f h, & alter terminus lineæ qui est r, reflectat à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media lineæ g r, reflectentur à punctis medijs arcus h f, coaptetur em linea g t, exempli causa diametro speculi quæ sit o a, cadetq; intra semidiametru o e, sitq; punctus z, quod est centrum uisus in alia diametro eiusdem circuli quæ sit d b, cadens in diametro e b, ducant lineæ g f, e f, z f, r h, e h, h e, & copuletur linea g z, producatuꝝq; linea f e, ultra punctum e, ad lineam g z, in punctū m, & signetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, qd' em reflectat forma puncti t, ad uisum existentē in puncto z, palam, cū extremæ lineæ quæ sunt g & r, reflectant ad uisum existentē in puncto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, ostensum em est per

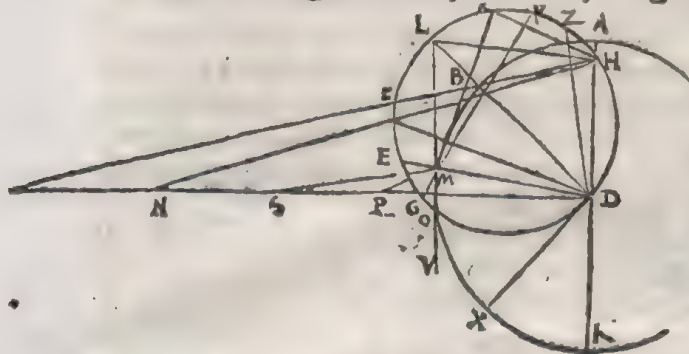
per 10. huius, qd' in hoc situ à duobus arcibus a b & d o, non potest fieri reflexio formæ puncti c, ad uisum existentē in puncto z, oportet ergo qd' fiat reflexio ab aliquo puncto arcus a d, qm patet solum offerri uisui arcū speculi b a d o, per 72. quarti huius, ideo qd' centrū uisus est in puncto z, diametri d b, ostensum etiā est per eandē 20. huius, qd' forma cuiuscūq; puncti semidiametri e o, reflectit ab aliquo puncto arcus a d, sit autē p 27. huius, formæ cuiuslibet puncti lineæ g r, reflexio ad uisum ab uno tm puncto arcus a d cadente inter semidiametros, in quibus non consistunt puncta reflexa & ipsum centrū uisus, forma ergo puncti c, reflectit ab uno tm puncto arcus a d, ad uisum existentem in puncto z, si ergo illud punctū sit in arcu f h, habemus, ppositū. Si uero non, esto primo qd' ipsum sit in aliquo puncto arcus a f, sitq; punctū u, & ducant lineæ z n, t n, e u, g u, est ergo per 7. tertij, linea g u, maior q; linea g f, sed per eandē 7. tertij, linea z u, est minor q; linea z f, ergo p 9. primi huius, linea pportio g u, ad lineam z u, est maior proportionē lineæ g f, ad lineam f z, sed per 3. sexti, & ex hypothesi, pportio lineæ g f, ad lineam f z, est sicut proportio lineæ g m, ad lineam m z, pportio ergo lineæ g u, ad lineam z u, est maior q; pportio g m, ad lineam m z, linea ergo quæ diuidit angulum g u z, per æqualia, secat lineam z m, secat ergo lineam z e, p 22. primi huius, angulus ergo g b u, est minor angulo e u 3, sed angulus t u e, est minor angulo e u 3, non ergo fiet reflexio formæ puncti t, ad uisum 3, in puncto speculi u, ut patet per 20. huius, similiter q; potest fieri deductio de quolibet puncto arcus a f, forma ergo puncti c, non reflectitur ad uisum existentē in puncto 3, ab aliquo puncto arcus a f, sed neq; ab aliquo puncto arcus h d, sit em si possibile est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, ut reflectat à puncto eius quod sit q, & ducant lineæ 3 q, e q, c q, r q, i r, & pducatur linea o e h, ultra punctū e, ad lineam r 3, incidatq; in punctum n, ergo per 7. tertij, linea 3 q, est maior q; linea 3 h, & linea q r, est minor q; linea r h, est ergo per 9. primi huius, proportio lineæ r q, ad lineam q r, maior pportione lineæ 3 h, ad lineam h r, sed per 3. sexti, quæ est pportio lineæ 3 h, ad lineam h 3, eadem est lineæ 3 n, ad lineam n r, est ergo proportio lineæ 3 q, ad lineam q r, maior pportione lineæ 3 n, ad lineam n r, linea ergo diuidens angulum 3 q r, per æqualia secat lineam n r, ergo p 32. primi huius, secat lineam r e, angulus ergo r q e, est maior angulo e r q, angulus ergo t q e, est multo maior angulo e q 3, nō ergo fiet reflexio formæ puncti c, ad uisum in punctum 3, à puncto speculi quod est q, arcus h d, eodemq; modo deducendū quocūq; puncto arcus h d, dato, forma ergo puncti c, non reflectit ad uisum existentē in puncto 3, ex arcu h d, sed neq; ex arcu a f, neq; ab aliquo puncto h uel f, ut per 29. quinti huius, omnia ergo puncta media lineæ g r, reflectuntur à punctis medijs arcus h f, nec possunt à punctis alijs reflecti, nisi forte ab alio arcu reflectant puncta g & r, & ex hoc patet, quia tam lineæ reflexionum punctoꝝ medioꝝ q; katheti suæ incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctoꝝ extremorū, & quia illarum lineæ cōmunis sectio est locus imaginis per 27. quinti huius, patet ergo quod loca imaginum punctoꝝ medioꝝ cadunt inter loca imaginū punctoꝝ extremorū, & hoc est ppositum. Idem em accidit, si res uisā uel centrum uisus extra illos speculi diametros collocentur, quoniam semper trans illa puncta diametri alia duci possunt, patet ergo ppositum.

Si duorum punctorum in speculo sphaerico cōcauo à duobus punctis ad unum uisum fiat reflexio, sit quod loca imaginum sint in eadem speculo diametro, maior erit proportio lineæ interiacentis centrum speculi & locū imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro speculi remotiorem q; lineæ interiacentis idem centrum & locū



& locum imaginis propinquorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquorem.

Sit speculum sphaericum concavum, per cuius centrum transeat superficies plana, secabit ergo illa superficiem speculi secundum circulum magnum illius sphaerae per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrum sit d, & extrahat à centro d, linea quocumque modo placuerit q sit d g, & transeat à centro ad circumferentiam in punctum g, & ducatur à centro d, in superficie illius circuli linea perpendicularis super lineam d g, quae sit d a, & abscindat ab angulo a d g, recto parva particula quocumque modo contingat, & sit angulus g d e, ita quod inter angulum rectum, qui est a d g, & inter angulum a d e, sit proportio multipliciter relata ad angulum e d g, hoc autem potest fieri, si angulus rectus qui est a d g, dividat per aequalia,



& item eius medietas per aequalia, & sic deinceps quousque fiat angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut si angulus a d e, sit septuplus angulo e d g, erit rectus a d g sequi septuplus angulo a d e, & dividat angulus a d e, in duo aequalia per lineam d b, per 9. primi, à puncto quoque d centro speculi extrahat linea continens cum linea b d, angulum rectum, per 23. primi, qui sit angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctum d, ad periferiam, ut compleat diametrum, & sit linea d k, & à puncto d, ducat linea d 3, continens cum linea a d, angulum aequalem angulo e d g, qui sit angulus a d 3, & à puncto 3, ducatur super lineam d 3, constituens angulum aequalem angulo k d x, qui sit h 3 d, ducta linea h 3, ad diametrum h d k, hoc autem est possibile, quia eum anguli k d x & a d z, sunt minores duobus rectis, concurrent illae lineae quae sunt a d & h, per 14. primi huius, sit concursus punctus h, angulus ergo d 3 h, est aequalis angulo k d x, & quia anguli trianguli valent duos rectos per 32. primi, & angulus a d 3 & d x, & x d k, valent duos rectos per 13. primi, angulus vero h 3 d, est aequalis angulo x d k, & angulus a d 3 communis, relinquunt angulus h 3 d, & aequalis angulo d x, & extrahat à puncto 3, linea 3 l, per 23. primi, continentes cum linea 3 h, angulum aequalem angulo h d k obtuso, qui sit angulus h 3 l, duo ergo anguli l 3 d & b d 3, sunt minores duobus rectis, deficiunt enim à duobus rectis in angulo 3 d a, linea ergo 3 l, per 14. primi huius, concurrat cum linea d b, sit concursus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circumscribat per 5. quarti, qui sit circulus d h l, transibit ergo ille circulus per punctum 3, per 31. tertij, quia duo anguli l r h & l d h, sunt aequales duobus rectis, sunt autem illi anguli in quadrilatero d h 3 b, est ergo illud quadrilaterum in circulo, anguli ergo l h 3 & l d 3, sunt aequales per 26. tertij, cadunt enim in arcum eundem circuli d h l, q est arcus 3 l, sed ut supra ostendimus angulus 3 h d, est aequalis angulo 3 d h, aequalibus ergo angulis qui sunt l h 3 & l d 3, hinc inde ablati, remanet angulus l h d, aequalis angulo l d x, sed angulus l d x, est rectus, angulus ergo l h d, est rectus, abscindatur quoque ex linea d e, linea d m, aequalis lineae d h, & ducat linea l m, angulus l m d est rectus, quia enim angulus b d e, est aequalis angulo b d h, quoniam angulus a d e, divisus fuit per aequalia per lineam d b, linea quoque d m, est aequalis lineae d h, sed latus h d, est commune ambobus triangulis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea h l, est aequalis lineae l m, & angulus l m d, est aequalis angulo l h d, sed angulus l b d, ostensus est rectus esse, ergo angulus l m d est rectus, ergo per 21. tertij, circulus l h d, transibit per punctum m, & secat arcum b e, circuli a b g in puncto compari puncto 3, qui sit punctus f, eritque linea l d, diameter circuli l h d, per 20. tertij, & ducat linea d f, quia itaque circuli l h d, arcus d m, est aequalis arcui d h, per 27. tertij, quoniam linea d m & d h sunt aequales, sed & arcus d f est aequalis arcui d 3, per 64. primi, relinquunt ergo arcus m f aequalis arcui h 3, & arcus l 3, aequalis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit aequalis angulo l d 3, ducant ergo lineae h b, h f, f m, f b, m b, b f, & quia

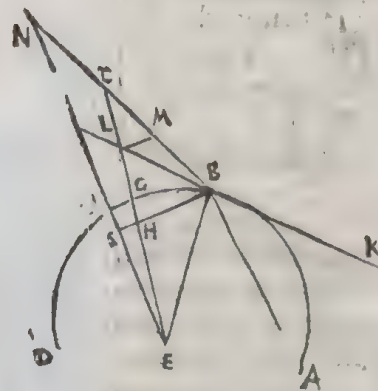
quod angulus l h d est rectus, patet quod angulus b h d est acutus, & angulus g d h est rectus, ergo per 14. primi huius, linea h b concurret cum linea d g, extra circulum a b g, concurrat ergo in puncto q, similiter quoque per eandem 10. primi huius, linea h f, concurret cum linea d g, extra circulum, sit concursus punctus n, & producat linea f b, ultra punctum b, quousque secet arcum l 3, secet ergo ipsum in puncto r, & ducatur linea r m, angulus ergo f r m, qui est in circumferentia respicit arcum f m, & angulus f b m, est maior angulo f r m, per 16. primi, est enim extrinsecus in triangulo r b m, & angulus f b m est in circumferentia circuli a b g, ergo si linea b m, protrahatur ex parte puncti m, abscindet de circulo a b g, arcum maiorem quodam arcu simili arcui f m, circuli l h d, per ultimam sexti, sed arcus f m, in suo circulo l h d, est similis duplo arcus f e, in circulo a b g, quoniam duplum arcus f e, correspondet duplo anguli f d e, super periferiam sui circuli constituti per ultimam sexti, & per 29. tertij, est autem arcus f e, aequalis arcui e g, per 25. tertij, ideo quod angulus e d g, est aequalis angulo f d e, cum uterque ipsorum sit aequalis angulo a d 3, ut patet ex praemissis, arcus ergo g f, est duplus arcui f e, est ergo arcus f g, in circulo a b g, similis arcui f m, in circulo l h d, si ergo linea b m, extrahatur recte in partem m, abscindet de circulo a b g, arcum ultra punctum g, maiorem arcui f g, si enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g, aequalis angulo f r g, extrinsecus intrinseco, quod est impossibile, linea ergo b m non cadet in punctum g, sed secabit lineam d g, inter duo puncta g & d, secet ergo in puncto o, producat quoque linea f m ultra punctum m, haec ergo quia secat angulum d m o, patet per 29. primi huius, quia secabit lineam d o, secet illam in puncto u, & producat à linea t n b, ultra punctum b, secabitque arcum l r, secet ipsum in puncto c, & ducat linea c d, à puncto c, ad centrum speculi, quia ergo angulus b f e, est in circumferentia circuli a b g, erit angulus b f 3, medietas anguli b d 3, per 19. tertij, sed angulus b d 3 est multiplex anguli 3 d a, ergo angulus b f 3, multiplex, ergo per ultimam sexti, arcus r 3, est multiplex arcui 3 h, arcus vero c 3, est maior arcui r 3, ut totum sua parte, ergo arcus c 3 est multiplex arcui 3 h, vel maior multiplo, ducatur itaque linea c h, angulus ergo c h d, & angulus c m d sunt aequales duobus rectis per 21. tertij, sed angulus b m d, cum angulo b m e, valet duos rectos per 13. primi, relinquunt ergo ut angulus r h d, sit aequalis angulo b m e, sed angulus 3 h d, addit super angulum c h d, angulus c h 3, qui est per 26. tertij, aequalis angulo c d 3, & angulus c d 3, est multiplex plus anguli 3 d a, per ultimam sexti, quoniam ut supra patet arcus c 3, est multiplex arcui 3 h, ergo angulus c h 3, est multiplex anguli e d g, angulus ergo d h 3, excedit angulum c h d, in multiplo anguli e d g, & quia arcus f m d, est aequalis arcui 3 h d, per 64. primi huius, remanet arcus f 3 d, aequalis arcui 3 f d, ergo erit per 26. tertij, angulus f m d, aequalis angulo 3 h d, sed angulus c h d, est aequalis h m e, ergo angulus f m d, excedit angulum b m e, in multiplo anguli e d g, sed angulus o m d, est aequalis angulo b m e, per 15. primi, ergo angulus f m d, excedit angulum o m d, in multiplo anguli e d g, & quia angulus g o m valet totum angulum o m d, & angulus o d m, per 32. primi, palam quia angulus f m d, excedit angulum m o g, in multiplo anguli e d g, sed angulus f m d, per 32. primi, excedit angulum m u d, in solo angulo e d m, est ergo angulus m u d, maior angulo m o g, ergo angulus m o u, est maior angulo m u o, per 13. primi, bis sumptum, ergo per 18. primi, linea m u est maior quam linea m o, & quia arcus h d, est aequalis arcui m d, per praemissa erunt duo anguli h f d & m f o, aequales per 26. tertij, formae ergo punctorum duarum linearum h f & f u, ad se invicem reflectantur, & similiter formae punctorum linearum h b & b o, ad se invicem reflectantur, quoniam per praemissa angulus d b h, est aequalis angulo d b m, per 4. primi, & per hypothesin praemissas, duo ergo puncta quae sunt o & u, ad usum existentem in puncto h, reflectuntur à duobus punctis speculi quae sunt b & f, est ergo per 37. quinti huius, punctus q imago puncti o, & punctus n, imago puncti u, ducatur ergo ex puncto m, linea aequidistans lineae h q, per 3. primi, quae sit linea m s, & linea aequidistans lineae h n quae sit m p, quia ergo angulus h n d, est maior angulo h q d, per 16. primi, erit angulus m p o, qui per 29. primi, est aequalis angulo h n d, maior angulo m s o, qui per 29. primi, est aequalis h q d, erit ergo punctum p, inter duo puncta s & u, per conuersam per 21. primi, & quia angulus h n d est rectus, erit per 32. primi, angulus h n d acutus, ergo angulus

lus mp est acutus, angulus ergo mps est obtusus per 13. primi, ergo linea ms est maior q linea mp , per 18. primi, sed ex praemissis linea mu est maior q linea mo , ergo p 9. primi huius, maior est proportio lineae ms ad lineam mo q linea pm ad lineam mu , sed proportio lineae sm ad lineam mo , est sicut proportio lineae qb ad bo , per 4. sexti, trigoni enim qbo & $s mo$ sunt aequianguli per 29. primi, cum linea ms sit aequidistans lineae qb , & angulus qob sit communis illis ambobus trigonis, & similiter proportio lineae pm ad lineam mb , est sicut proportio lineae nf ad lineam fu , per eandem ergo quae prius erit proportio lineae qb ad lineam bo , maior proportionem lineae nf ad lineam fu , per 11. quinti, sed proportio lineae qb ad lineam bo , sicut linea qd ad lineam do , & proportio lineae nf ad fu , est sicut linea nd ad dn , per ea quae sunt ostensa in 13. huius, quorum declaratione cum manifesta sit haec obmittimus, propter figurationis multitudinem, palam ergo, quod proportio lineae qd ad lineam do est maior proportionem lineae nd ad lineam do , & hoc est propositum.

XLIIII.

In speculis sphaericis concavis imagine retro speculum occurrente, maior erit distantia imaginis a speculo q rei uisae.

Esto speculi sphaerici concavi circulus qui $abgd$, cuius centrum sit e , sitq; centrum uisus z , & punctus rei uisae h , fiatq; reflexio formae puncti h , ad uisum z , a puncto speculi b , appareatq; imago retro speculū, dico maior erit distantia imaginis a speculi superficie q ipsius rei uisae, ducantur em lineae hb incidentiae, & zb reflexionis, & ducatur kathetus incidentiae qui sit ehg , & pducatur quoq; linea reflexionis, quae zb , donec lineae eh & zh , concurrunt in puncto t , erit ergo per 37. quinti huius, punctus t locus imaginis, dico quod linea tb , quae est distantia imaginis a speculo, est maior q linea bh , quae est distantia rei uisae a puncto reflexionis. Et similiter linea hg est minor q linea gt , ducatur em linea $e b$, & a puncto b , ducatur linea contingens circulum in puncto b , per 16. tertij, quae sit lbk , quia itaq; anguli contingentiae qui sunt abk & $g b$, sunt aequales per 15. tertij, & anguli zba & hbg , aequales per 20. quinti huius, sit ergo angulus $k bz$ aequalis angulo $l b h$, sed angulus $t b l$ est aequalis angulo $k b z$, per 15. primi, angulus ergo $t b l$ est aequalis angulo $l b h$, sed angulus $l b h$ est acutus, qm angulus $l b e$ est rectus, ergo & angulus $t b l$ est acutus, sed angulus $e b l$ est acutus, qm in trigono $e b l$, angulus $e b l$ est rectus, ergo p 13. primi, angulus $b l t$ est obtusus, angulus itaq; $t b l$ est minor angulo $b l t$, refecetur quoq; ab angulo $b l t$, angulus aequalis angulo $b l h$, per 27. primi huius, qui sit $b l m$, quia itaq; angulus $m b l$ est aequalis angulo $l b h$, & angulus $b l m$, aequalis angulo $b l h$, erunt per 32. primi, trigona $l b m$ & $l b h$ aequiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum sunt proportionalia, sed latus $l b$,



cum sit commune ambobus est aequale sibiipso, ergo latus $m b$ est aequale lateri $b h$, sed linea $m b$ est minor q linea $b t$, ergo linea $h b$ est minor q linea $b t$, & quia linea $l b$ diuidit angulum $t b h$ per aequalia, patet per 3. sexti, qm est proportio lineae $l h$ ad lineam $l t$, sicut linea $b h$ ad lineam $b t$, sed linea $b h$ est maior q linea $b t$, ut patet ex praemissis, ergo & linea $h l$ est minor q linea $l t$, linea ergo $g h$, est multo maior q linea $g t$, patet ergo, ppositum. & ex his patet quod uerum quod distantia ab eodem uisu maior est, uel augetur & distantia imaginum retro speculum uisorum maior est uel augetur. Si em protrahatur linea $b h$ ultra punctum h ad punctum s , & pducatur kathetus $e s$, quousq; concurrat cum linea reflexionis $z b$, in puncto n , erit punctum n locus imaginis formae puncti s , & erit linea $h n$, maior q linea $b s$, ut prius patuit, & erunt lineae $b s$ & $b n$, maiores q lineae $b h$ & $b t$.

XLV.

In concavis speculis sphaericis inter uisum & speculum imagine occurrente, nonnunq; minor erit distantia imaginis a uisu q sit ipsius rei uisae, a superficie

perficie uero speculi quandoq; erit minor, quandoq; maior, qnq; aequalis.

Esto in speculo sphaerico concavo circulus magnus abg , cuius centrum sit d , & sit semidiameter db , sitq; centrū uisus in puncto e , & linea rei uisae sit $z t m$, quae reflectatur ad uisum a puncto speculi b , sitq; linea incidentiae $z b$, & linea reflexionis $b e$, dico quod uerum est qd proponit, ducatur em per centrum d ad lineam reflexionis $e b$, linea quae sit $t d h$, & esto ut ipsa sit perpendicularis sup semidiametru db , ducatur quoq; similiter a puncto rei uisae quod est z , linea $z d$, quae producta ultra punctum d , ad lineam reflexionis quae est $e b$, secet ipsam in puncto k , & similiter a puncto uiso quod est m , ducatur linea $m d$, quae producta ad lineam reflexionis, quae est $e b$, secet ipsam in puncto l , est ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis formae puncti z , & punctus h locus imaginis puncti t , & punctus l locus imaginis puncti m , & palam quia puncta k & h cadunt inter puncta a & h , palam quia cum loca imaginū approximent uisui, qui est in puncto e , quia multo minor erit distantia ipsarū imaginum a uisu q sit ipsius rei uisae, qm em linea db , semper diuidit angulū reflexionis per aequalia, patet quod centrum uisus & punctum rei uisae semper collocantur ex diuersis partibus centri, ducanturq; linea $e z$, eritq; in trigono $k e z$, angulus $e k z$, nonnunq; maior angulus $k z e$, ergo p 19. primi, erit tunc linea $e z$, quae est distantia rei uisae a centro uisus maior q linea $e k$, quae est distantia imaginis k , a centro uisus, minus autē distant a uisu loca imaginum quae sunt h & l , quia uero in trigonis $b d t$ & $b d h$, duo anguli, qui sunt $b d t$ & $b d h$ sunt aequales, quia recti ex hypothesi, & duo anguli $h b d$ & $t b d$ sunt aequales per 20. quinti huius, cū sint anguli incidentiae & reflexionis, aequales erunt per 32. primi, illi trigoni aequianguli, ergo per 4. sexti, cū linea $b d$, sit aequalis sibi ipsi, erit linea $b t$ aequalis lineae $b h$, aequaliter ergo distabunt imago & res uisa a superficie speculi, sed linea $b k$ est minor q linea $b h$, & linea $b z$ est maior q linea $b e$, erit ergo linea $b z$ maior q linea $b k$, erit ergo tunc locus imaginis, & imago propinquior superficie speculi q res uisa cuius illa est imago, & quia linea $b m$ est minor q linea $b l$, est autē punctus l locus imaginis puncti m , patet quod res uisa propinquior est speculo q eius imago, patet itaq; propositum, & ex his patet, qm res quae magis elongatae sunt a speculis, & quae formae reflectuntur ad uisum, ita quod loca imaginum sint inter uisum & speculi superficiem, sunt imagines ipsarum propinquiores superficiei speculi, & elongatae plus a cetro uisus. Rerum quoq; quae sunt propinquiores speculis, & quae formae reflectuntur ad uisum, & loca imaginum sunt inter speculum & uisum, imagines plus elongantur a superficie speculi, & sunt propinquiores ad uisum.

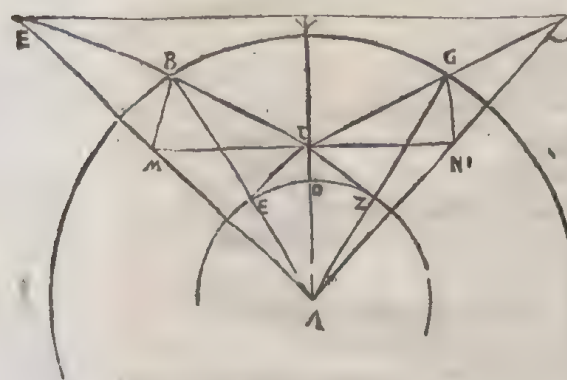
XLVI.

Centro uisus & rei uisae existentibus intra speculum sphaericum concuum in eadem linea recta aequaliter a cetro speculi secundum sui extrema distantie, imago rei uisae uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit speculū sphaericum concuum, cuius centrum sit a , dico quod si centrum uisus fuerit intra speculū & similiter linea uisa, sitq; illorū dispositio modo quo proponitur, uerū esse qd pponit, secet em speculū p superficie planā transeuntē per centrū speculi, erit ergo p 69. primi huius, communis sectio illius superficie planae & superficie speculi circulus q sit $b g$, & ducatur in hoc circulo linea a cetro speculi, ad circūferentiā quocūq; modo cōtingat, & sit linea $a u$, quae diuidatur per aequalia in puncto o , & a centro a secundum quantitatē lineae $a o$, describatur circulus qui sit $e z$, & in linea $o u$ signetur punctus t , utcūq; cōtingat, & a puncto t ducantur lineae $t n$ & $t m$, perpendiculariter super lineam $a u$ per 11. primi, & ducatur a puncto t linea $t e$ & $t z$, contingentes circulū $e z$, per 16. tertij, & sint puncta contactuū e & z , ducantur quoq; a centro speculi puncto a , ad puncta contactuū lineae $a e$ & $a z$, quae productae secant speculum in punctis b & g , copulentur quoq; lineae $t b$ & $t g$, & a puncto t , ducatur linea $b m$, aequidistans lineae $a u$, per 31. primi, & linea $g a$, ducatur aequidistans eisdem lineis $a b$ & $b m$, & ducantur a centro speculi ad puncta m & n , lineae $a m$ & $a n$, quae producant ulterius extra circulū $g b$, quia itaq; linea $a e$ est aequalis

11 2

æqualis lineæ o u. palā p eandē, qm̄ lineā a e est æq̄lis lineæ e b, & lineā a z, æqualis lineæ 3 g
oēs em̄ diametri circuli e 3, sunt medietates diametrorū circuli b g, ergo illa q̄ interiacet
circulos existēs à cētro a, est æq̄lis semidiametro circuli e 3, & q̄a lineā t e cōtingit circuli
minorem qui est e 3, erit per 17. tertij, lineā t e ppendicularis super lineam b a, & similis
ter erit lineā t 3 perpendicularis super lineam g a, ergo per 4. primi, lineā t e existente cō
muni ambobus trigonis b e t & t e a, erit lineā b t, æqualis lineæ t a, & similiter erit lineā
g t, æqualis lineæ t a, ergo per 5. primi, in trigono t b a, erit angulus t a b, æqualis angu
lo t b a, & in trigono t g a, erit angulus t g a, æqualis angulo t a g, & quia lineā b m est
æquedistans lineæ a t, erit per 29. primi, angulus m b a, æqualis angulo t a b, quoniam
sunt coalterni, angulus ergo m b a, æqualis est angulo a b t, & similiter angulus n g a, æ
qualis est angulo a g t, cū ergo uisus fuerit in puncto t, & in lineā m b, fuerit aliquod uis
ibile ut punctū m, tunc forma puncti m, à puncto speculi quod est b, reflectet ad uisum
existentē in puncto t, & forma puncti n, reflectet à puncto speculi g, ad uisum existen
tem in puncto t: uisus itaq; existens in puncto t, cōprehendet formas punctorū n & m,
reflexas ad se à punctis speculi g & b, cōprehendet ergo eadē ratione & totū lineam n m
reflexam ad se ex toto arcu g b, ut patet per 42. huius, & quia lineā m t, est perpendicu
laris super lineam at, erit angulus m t b acutus, quia em̄ angulus m t u est rectus, ergo per
29. primi, angulus b m t est rectus, ergo angulus m t b est acutus p 32. primi, ergo per
19. primi erit lineā c b, maior q̄ lineā b m, sed ut pmissum & lineā c b est æqualis lineā a
t, ergo lineā at est maior q̄ lineā b m, sed lineā a t & b m sunt æquedistantes, ergo per 16
primi huius, lineā t b, cōcurrat cū lineā a m, concurrant ergo in puncto f, est itaq; per 37



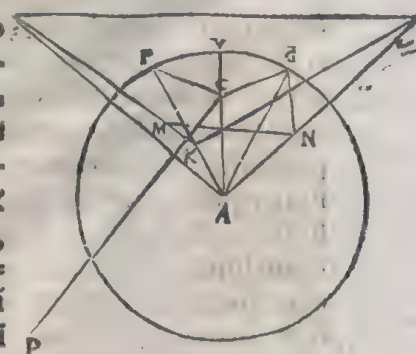
quinti huius, punctus f locus imaginis formæ pū
cti m, eodem quoq; modo lineā t g concurrat cū li
neā a n in puncto qui sit q, & erit punctus q locus
imaginis formæ puncti n, qm̄ kathetus incidentiæ
formæ puncti m, est lineā a m, & kathetus inciden
tiæ formæ puncti n, est lineā a n, lineæ quoq; refle
xionis sunt lineæ t b & t g, continentur itaq; pun
cta f & q, per lineam f q, & erit lineā t q, diameter
imaginis formæ totius lineæ n m, & quia lineā t e
& t 3 sunt æquales per 58. primi huius, erūt angu
li t a e & t a 3 æquales, anguli em̄ t 3 a & t e a sunt
recti p 17. tertij, & lineæ 3 a & e a sunt æquales, q̄a
semidiameter eiusdē circuli, lineā q̄q; t a est cōmu

nis ambobus trigonis t 3 a & t e a, ergo p 8. primi, anguli 3 t a & t e a sunt æquales, & si
militer anguli t a e & t a 3 sunt æquales, ergo & angulus t a b, æqualis angulo t a g, ergo
per 4. primi, erūt lineæ t b & t g æquales, & q̄a angulus t e a est æqualis angulo 3 t a, erit
angulus u t b, æqualis angulo u t g, relinquit ergo angulus b t m, æqualis angulo g t n,
qm̄ anguli u t m & u t n sunt æquales, q̄a recti, sed & anguli b m t & g n t sunt recti, er
go trigona g t n & b t m sunt p 32. primi, æq̄angula, ergo p 4. sexti, cū lineā t g, sit æqua
lis lineæ t b, erūt lineæ b m & g n æquales, & lineā t m æqualis lineæ t n, ergo p 4. primi,
cū anguli n t a & m t a sunt recti & æq̄les, erūt lineæ a m & a n æq̄les, & sit pūcta m & n
æqualiter distabūt à cētro speculi qd̄ est a, eritq; p 2. sexti, & p 18. qnti, pportio lineæ a
f ad lineā f m, sicut lineā a t ad lineā b m, & erit pportio lineæ a q ad lineā q n, sicut lineæ
a t ad lineā g n, sed p 7. qnti, eadē est pportio lineæ a t ad lineam b m, & ad g n, qm̄ illæ
duæ sunt æquales, & eadē ergo est pportio lineæ a f ad lineā f m, q̄ est lineā a q ad lineā
q n, ergo p 7. primi huius, erit euerlim eadē pportio lineæ a f ad lineā a m, q̄ est lineā a q
ad lineā a n, ergo p 16. qnti, erit pmutatim pportio lineæ a q ad lineā a f, sicut lineæ a m
ad lineā a n, sed lineā a m est æq̄lis lineæ a n, ergo lineā a f est æq̄lis lineæ a q, lineā itaq; f
q, æq̄distat lineæ n m, p 2. sexti, ergo lineā f q est maior q̄ lineā n m, si itaq; cētrū uisus fue
rit in pūcto t, & in lineā n m, fuerit aliqd̄ uisibile, tūc uisus cōprehēdet imaginē illius uis
ibilis maiorem q̄ sit secundum ueritatem, & hoc est p̄positum, et si arcus cuiuscunq;
circuli copulentur ad has cordas n m & q f, patet idem de arcubus quod de lineis rectis

Centro

Centro uisus & re uisa oppositis speculo sphærico concauo taliter ut uisus
sit altior re uisa secundum sui extrema æqualiter distante à centro speculi, i
mago lineæ uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit circulus speculi sphærici concaui sicut in præmissa qui est b g, cuius centrum a,
& ducantur lineæ à centro circuli a, ad periferiam quæ sunt a b, a g, a u, sitq; lineā a u, di
uidens per æqualia arcum g b, quæ diuidatur, ut in præcedente secundū punctum t, ultra
sui medium uersus circumferentiam g b, & ducantur lineæ g t & t b, & erigatur à puncto
t, lineā perpendicularis super superficiem circuli per 12. undecimi, quæ sit lineā t k, & du
cantur lineæ a k, b k & g k, superficies itaq; trigonorum k b a, sunt secantes sphæra spe
culi super centrum a, & sunt erectæ super superficiem circuli b g, per 18. undecimi, & su
per omnes superficies contingentes sphæram in punctis b & g, uel quibuscunq; punctis
alijs circulorum qui sunt communis sectio illarum superficialium & speculi per secundā
huius, quoniam enim communes sectiones circuli b g, & superficies illorum trigonorū
sunt semidiametri a b & a g, qui sunt erecti super superficiē in illis punctis b & g, specu
lum contingentes, patet quod ille superficies, per 18. undecimi, sunt erectæ super superfi
cies in illis punctis contingentes, & similiter patet hoc de alijs superficialibus secundum
puncta illorum circulorū contingentibus. In illis itaq; superficialibus sit reflexio à pūctis
circumferentiæ circulorum communi eis & speculo, ducatur itaq; lineā lineā b m in sup
ficie b k a æquedistans lineæ a k, sitq; lineā b m minor quā lineā a k, fiatq; taliter ut li
neā b m, tota penetret superficiem circuli b g, ad partem aliā quā lineā t k, ita ut lineæ
t k & b m, sint in diuersis partibus speculi reflectos per sphæram speculi b g, ducantur i
taq; lineā a m, & extrahantur lineæ b k & a m, donec concurrant in puncto f, cōcurrent
autem per 16. primi huius, cū lineā b m, sit minor quā sua æquedistans lineā a k, & in su
perficie g n k, ducatur lineā g a æquedistans lineæ a k, sitq; lineā g n æqualis lineæ b m,
& ad eandem partem superficiali circuli producta, & ducatur lineā a n, producanturq;
lineā a n & k g, donec per 16. primi huius, concurrant in puncto q, ducaturq; lineā f q,
& lineā m n, quia ergo ut in præcedente proxima ostēdimus, lineā b t est æqualis lineæ
t a, & lineā t k, est cōmunis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad punctum t, sunt re
cti per diffinitionem lineæ super superficiem erectā, palam p 4. primi, quia lineā b k est
æqualis lineæ k a, & per eadē erit lineā g k æqualis lineæ a k, ergo per 5. primi, anguli
k a b & k b a sunt æquales, & similiter sunt anguli k a g & k g a æquales, Item quia lineā
g k est æqualis lineæ a k, igitur lineā g k æqualis est lineæ b k, sed & lineā a g est æqualis
lineæ a b, quia sunt semidiametri eiusdē circuli, & lineā a k est communis, trigona itaq;
a k b & a k g sunt æquilatera, ergo per 8. primi, angulus k b a est æqualis angulo k g a,
& angulus k a b æqualis angulo k a g, & quoniam per 29. pri
mi, angulus a b m est æqualis angulo k a b, ergo & angulo k b
a, & quia lineæ a k & b m æquedistant, & isti anguli sunt coal
terni, & similiter angulus a g n, est propter eadē æqualis an
gulo k a g, quoniam lineæ a k & g n æquedistant, ergo et angu
lo k g a, & quoniam anguli k a g & k a b sunt æquales, ut præ
ostensum est, erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, &
lineā b m ex hypothesi est æqualis lineæ g n, ergo per 4. primi,
lineā a m est æqualis lineæ a n, ergo ut in præmissa lineā a f, e
rit æqualis lineæ a q, ergo per secundam sexti, lineā q f æquedi
stat lineæ m n, & lineā f q est maior quā lineā m n, cū itaq; ui
sus fuerit in pūcto k, uel super punctū k, in lineā c k, & fuerit li
neā m n, in aliquo uisibili inferiore puncto uisū, tunc forma puncti m, incidat speculo se
cundam lineam m b, & reflectetur à puncto speculi b, ad uisum secundum lineam b k, in
superficie circuli transeuntis per puncta b a k, & forma puncti n, incidet speculo secun
dum lineam n g, & à puncto speculi g, reflectetur ad uisum secundum lineā g k, in superfi
cie circuli transeuntis per pūcta g a k, & erit per 37. quinti huius, imago puncti m, pun
ctum f,



ii 3 ctum f,

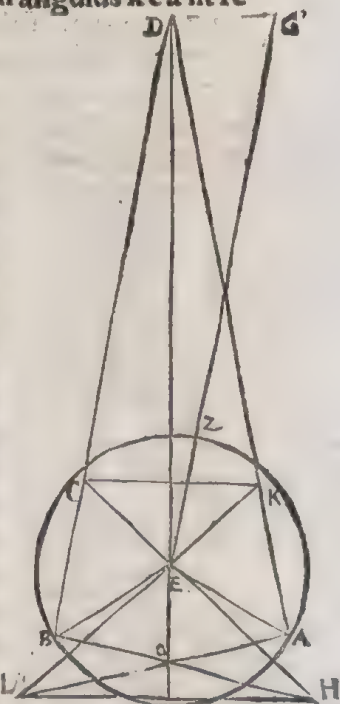
Etum f, & imago puncti n punctum q, & erit linea q f, diameter imaginis lineæ n m, & linea f q erit maior quàm linea m n, imago itaq; rei uisæ apparebit maior ipsa re uisæ, & ultra speculum, in hoc ergo situ uisus est uisibilis, patet propositum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineæ a u, ipsa linea a u, permanente immobili, tunc punctum k, describet motu suo quendam circulū, super quem erecta est linea a u, transiens ad utramq; partem superficiei illius circuli, & omne punctū illius circuli habebit sitū respectu lineæ comparis lineæ m n. Si itaq; uisus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ m n, fuerit in superficie alicuius rei uisæ respiciētis centrum uisus secundum illum situm, ut res uisæ in qua est linea m n, respiciebat uisum existentem in puncto k, tunc uisus comprehendet formā illius lineæ maiorem sua propria quantitate, & similiter si extrahatur linea c k, in continuū & directū, & signetur in ea punctum aliud præter punctum k, ut punctum p, & ducantur lineæ ad illud punctum p, sicut ad punctū k, sunt prius ductæ, erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k, pluries itaq; ut patet per præsens theorema, & per proxime præmissum in speculis sphericis concauis uidetur imago rei uisæ maior ipsa re uisæ, quod est notandum.

XLVIII.

In speculis sphaericis concavis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipsi rei uisæ, quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum, retro uisum uero conformem habet situm rei uisæ.

Sit speculum sphaericum concavum a b, cuius centrū sit e, secetq; ipsum superficies plana transiens centrum e, cuius communis sectio & superficiei speculi erit circulus per 69. primi huius, qui sit a b, & ducatur à centro linea e z, utcūq; contingit, non in ipsa superficie circuli a b, sed oblique super illam sicut placet, quæ producatul ultra circuli periferiam ad punctum g, & à puncto g, extrahatur linea perpendicularis super superficiem circuli a b, per 12. undecimi, & in illa perpendiculari signetur punctū d, & ducatur linea d e, quæ protrahatur ultra centrum e, ad punctum o, & ducatur linea e b, cōtinens cum linea d e, angulū obtusum, & ducatur linea e a continens cū linea e d, angulū obtusum, æqualem angulo d e b, per 23. primi, & ducatur lineæ d a, d b, erūtq; per 4. primi, in trigona d e a & d e b æquiangula, Superficies itaq; duorum trigonorū d e a & d e b, secant se super lineam d e, & duo anguli d b e & d a e, sunt acuti & æquales, per 4. primi, linea e o nīm e b est æqualis lineæ e a, & linea d e est communis ambobus trigonis d e a & d e b, & anguli d e b & d e a sunt æquales, à puncto quoq; b, in superficie trianguli d e b, ducatur per 23. primi, linea continens cum linea e b, angulum æqualem angulo d b e, quæ sit linea b o, hæc igitur linea concurret cum linea d e, per 14. primi huius, ideo quod angulus b e d est obtusus, & angulus e b o, qui est apud punctum b, est acutus, non ualens cū angulo d e b duos rectos, cum angulus o b e sit æqualis angulo d b e, qui cum angulo b e d & angulo b d e, ualet duos rectos, p 32. primi, sit itaq; lineæ d e & b o, cōcurrentes in pūcto o, & à puncto a, ducatur linea in superficie trianguli d e a continens cum linea a e, angulum æqualem angulo d a e, concurret ergo illa ut prius cū linea e o in pūcto o, quoniam anguli a e o & b e o, per 13. primi, & ex præmissis sunt æquales, & anguli e b o & e a o, ex præmissis inter se sunt æquales; ergo per 32. primi, anguli reliqui qui sunt e o b & e o a, sunt æquales, ergo per 4. sexti, latera ipforum sunt proportionalia, sed linea a e est æqualis lineæ e b, ergo linea e o est æqualis libi ipsi, cadunt ergo lineæ b o & a o, in unum punctum lineæ d e productæ, qui est o, ducatur etiam linea e c ad lineam b d, ita q; cōtineat cum linea e b angulum rectum per 11. primi, & protrahatur linea c e ultra punctum e, & linea b o ultra punctum o, concurrentq; lineæ c e & b o, per 14. primi huius, quia cum angulus b e c sit rectus, angulus e b o est acutus, sit ergo concursus pūctus h, eritq; linea c e æqualis lineæ e h, & linea c b æqualis lineæ b h, per 4. sexti, trigona enim e c b & e b h, p 13. primi, & ex præmissis sunt æquiangula, & quibus latus e b est cōmune, & similiter producatul linea e k ad lineam a d ita q; contineat cum linea a e, angulum rectū per 11. primi, & producatul linea a o ultra punctū o, concurrentq; lineæ k e & a o, per 14. primi huius, quia cū angulus k e a sit rectus, angulus e a d est acutus,

tus, sit concursus pñctus l, & erit linea k a equalis lineæ a l, quia cōm angulus k e a sit re-
ctus, erit angulus e a l rectus, sed & angulus e a l est equalis angu-
lo k a c, ut patet ex pñmissis, ergo per 3. 2. primi, trigona k e a & e a l
sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cū lineæ a e, sit ambobus illis tri-
gonis communis, erit lineæ k a equalis lineæ a l, & lineæ k e aqua-
lis lineæ e l, & hoc etiam potest concludi per 3. sexti, & per eundem
modū ostensum, sunt lineæ d e & e h, ad inuicem, & lineæ c h & b h,
ad inuicem æquales, ducātur ergo lineæ c h & l h, quia itaq; duo la-
tera d e & k e sunt æqualia, duobus lateribus e h & e l, & per 15. pri-
mi, angulus c e k est equalis angulo l e h, patet per 4. primi, quoniam
am lineæ c h & l h erunt æquales inter se. Si ergo uisus fuerit in pun-
cto d, & lineæ l h, fuerit in aliquo uisibili, tunc uisus existens in pun-
cto d, comprehendet formā puncti h, in speculo a b, reflexam ā pun-
cto b, & erit forma puncti h, imago punctum c, per 37. quinti huius,
quoniam kathetus suæ incidentiæ qui est lineæ h e, concurrat cū
lineæ reflexionis quæ est d b, in puncto c, similiter quia forma pñcti
l, reflectetur ad uisum in punctum d, ā puncto speculi quod est a, &
quia kathetus suæ incidentiæ qui est l e, cōcurrat cum lineæ reflexio-
nis quæ est d a in pñcto k, erit per 37. quinti huius, punctum k, ima-
go puncti formæ puncti l, & erit lineæ c k, diameter imaginis lineæ
l h, & erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura speculi, & lineæ
productarū lineæ h l immobili existente, tunc punctus d, describet
circulum, in cuius circumferentiæ puncto aliquo centro uisus existente poterit compre-
hendere aliquod uisibile comparare habens sitū ad uisum, sicut tunc habet lineæ l h ad ui-
sum d, & erit imago illius uisibilis æqualis ei, & similiter si uisus fuerit intra circulum spe-
culi in puncto o, et res uisa fuerit disposita secundum lineam c k, erit imago lineæ c k, li-
neæ l h æqualis rei uisæ, sed tñ res uisa existente in lineæ l h, et uisus existente in puncto d,
cum imago rei uisæ fuerit lineæ c k, erit forma imaginis, conuersa respectu situs rei. Si e-
nim punctus h, fuerit in dextra, erit punctus c in sinistra, et si pñctus h fuerit supra lineā
aliquam eleuatus, erit pñctus c infra illam lineam depressus et inclinatus, et similiter est
de puncto l, respectu pñcti k, sed cum res uisa fuerit in lineæ c k, et uisus fuerit in puncto
o, et imago lineæ c k fuerit lineæ l h, erit forma non cōuersa sed directā, nam imago quæ
est lineæ l h, erit retro uisum, ut ostensum est in 11. huius, et uisus comprehendet punctū
h, quod est imago puncti c, retro se in lineæ h o, et punctum l, quod est imago pñcti k, in
lineæ l o retro se, et pars formæ uisibilis quæ reflectitur ad uisum, erit respiciens uisum in
ipsa imagine, sicut et in ipsa superficie rei uisæ, patet ergo propositum.

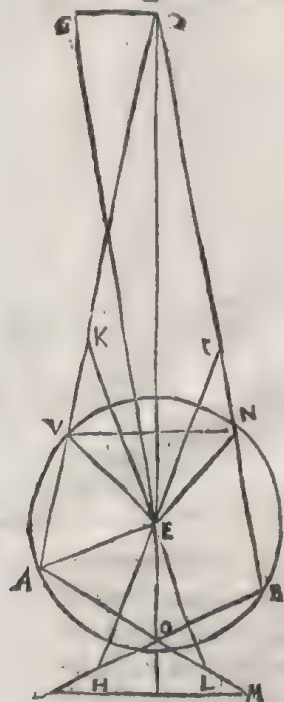


XLIX.

In speculis sphaericis concavis imago quandoq; comprehenditur minor re uisa, quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum habet situm rei uisæ, quandoq; uero uidetur maior re uisa, quæ occurrens retro uisum conformem habet situm rei uisæ.

Sit dispositio totius figuræ omnino eadem quæ in præcedente theoremate, et producat^{ur} linea $b h$, in continuum et directū, et in ipsa signetur punctus r , et ducatur linea $r e$, ad centrū speculī, quoniam angulus $t e b$ est rectus, patet per 13. primi, quod angulus $h e b$ est rectus, palā ergo quia angulus $r e b$ erit obtusus, producat^{ur}q; linea $r e$ ultra punctū e , ad lineā $b d$, incidatq; in punctū n , cadetq; n inter pūcta t & b , cū em̄ angulus $b e r$ sit obtusus, patet per 13. primi, quod angulus $b e n$ est acutus, linea itaq; $e n$, dividit angulum $r e b$ qui est rectus, ergo per 29. primi huius, ipsa secabit basem $t b$, erit ergo linea $n b$ minor quā linea $t b$, sed linea $t b$, ut patet in præcedenti est æqualis lineæ $b h$, et linea $b r$ est maior q̄ linea $b h$, erit ergo linea $r b$ maior q̄ linea $b n$, et quia ut patet ex præmissis in proxima præcedente angulus $n b e$ est æqualis angulo $e b r$, palam quod linea $e b$ di-

e b diuidit angulum n b r per aequalia, erūt ergo per 3. sexti, proportio lineæ r b ad lineā b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n, sed lineæ r b est maior quā lineæ b n, ergo lineæ r e est maior quā e n, producaturq; similiter lineæ a l, in continuum & directum, donec sit lineæ a m aequalis lineæ b r, & ducatur lineæ m e, quæ producta concurrat cum lineæ d a in pūcto u n, concurrat autem ut prius demonstratū est per 29. primi huius, & quia duo angulī e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cōmento præmissæ ppositiōis, & duo



lateraliter a e & a m, trigoni e a m, sunt aequalia duobus lateribus trigoni b e r, quae sunt b e & b r, erit per 4. primi, linea m e aequalis lineae r e, & angulus m e a aequalis angulo r e b, sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus, erit ergo angulus m e a obtusus, ergo per 3. primi, angulus u e a est acutus, quia ergo in trigono a e u, angulus u a e est aequalis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a, erit angulus e u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a est maius latere u a, sed linea a e diuidit angulum u a m per aequalia, ergo per 3. sexti, linea m e est maior quam linea e u, & similiter est linea r e maior quam linea e n, ducatur itaque linea n u & m r, & quia per 26. primi, linea n e est aequalis lineae e u, quoniam ex praemissis angulus u a e est aequalis angulo n b e, et angulus a e n est aequalis angulo b e n, cum uterque punctorum super angulum aequalem obtusum sit complementum duorum recto: per 13. primi, et latus a e est aequale lateri b e, sunt igitur per 15. primi, et per 7. quinti, et per 6. sexti, trigoni m e r & n e u aequianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineae m e ad lineam e u, sicut lineae m r ad lineam n u, sed ut patet ex praemissis linea m e est maior quam linea e u, ergo linea m r est maior quam linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in puncto d, erit linea n u diameter imaginis lineae m r minor quam linea r m.

& si uisus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uisibili, erit linea m r imago li-
nea n u, & est maior q̃ linea n u. Sed cum in linea m r, fuerit aliquod uisibile, & uisus in
puncto d, imago n u, erit inter uisum & speculum, & uidebitur imago reuera habens sitū
aliū quam res uisa, prout declarauimus in theoremate precedente, cū uero res uisa fue-
rit in linea n u, & uisus in puncto o, imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma
conformis situi rei uisæ, ut in præmissa patuit, nam imago si fuerit ultra uisum uidebitur
anterior ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea suæ reflexionis, patet ergo
manifeste totum quod proponebatur.

In speculis sphaericis concavis imago quandoq; comprehenditur maior re uisa, & conuersa secundum situm formæ rei uisæ ipsa imagine inter uisum & speculum occurrente retro uisum non uidetur minor, sed habens situm conformem rei uisæ.

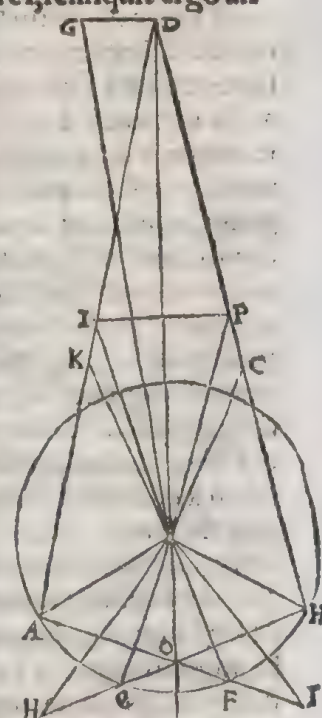
Remaneat dispolitio quæ prius in 48. huius, & signetur in linea o h, punctû q, & ducatur linea e q, & producta ultra centrum e, transeat ad punctum p, lineæ d b, sitq; ut à li-
nea o l, abscindat lineæ o f æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur linea f e, quæ pro-
ducatur ultra punctum e, ad lineam d a in punctû i, erit itaq; secundum prædictû in præ-
missis probandi modû duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim li-
nea l e est maior quàm lineæ f e, per 3. primi, & lineæ l e est maior quàm lineæ e q, linea
uero p e est maior quàm lineæ c e, & lineæ l e maior quàm lineæ e k, linea uero l e est æqua-
lis lineæ k e, & lineæ h e est æqualis lineæ e t, patet quod duæ lineæ p e & i e, sunt maiores
duabus lineis f e & e q, & quia ex præmissis in præcedentibus duobus theorematibus an-
guli e h q & e l f, sunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, ac-
ceptæ sunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & e q, sunt æquales, & angulus f e o æqua-
lis an-

In angulo q e o. ergo p 15. primi, angulus p e d est æqualis angulo d e i, relinquit ergo an-
 gulus p e b æqualis angulo i e a, ergo per 32. primi, trigona p e b &
 i e a sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cū linea e b sit æqualis lineæ
 e a, erit linea p e æqualis lineæ e i, ducantur ergo lineæ p i & p q, e-
 rit per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. & 4. sexti, linea p i ma-
 ior quàm linea f q, si ergo uisus fuerit in puncto o, & linea p i sit in
 aliquo uisibili, erit linea f q imago lineæ p i, & est linea f q maior q̃
 linea p i, & imago f' q, uidebitur super duas lineas reflexionis quæ
 sunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uisum minor quàm
 res uisa, & erit directa habens situm cōformem situi rei uisæ. Si ue-
 ro uisus fuerit in pūcto d, & linea f q in aliquo uisibili, tūc erit linea
 p i imago lineæ f q, & erit maioris quātitatis quàm linea f q, & e-
 rit forma ante uisum conuersum & contrariū habens sitū respectu
 situs formæ uisæ rei uisæ, & hoc est propositum.

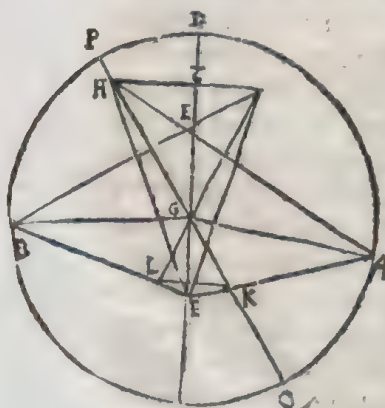
LI.

Centro uilus exsistente in aliquo puncto inter quod & superficiem speculi sphærici cōcaui fuerit centrum speculi formæ uisæ exsistentis ultra centrum speculi imago conuerfa uidetur, & minor forma rei uisæ, in hac quoq; situ uisus cōprehendet propriā imaginem minorē & cōuerfam.

Sit speculum sphaericum concavum a b d, cūsus centrum g, se. HZ
 cetq; ipsum superficies plana per centrum g, erit ergo per 69. primi huius, communis se
 ctio circulus qui sit a b d, & ducatur linea g d, utcuq; contingit, & producatu linea g d
 ultra punctum g, ad punctum e, in quo sit centrum uisus in superficie circuli a b d sitq;
 punctus c, in eadem linea e d ultra centrum speculi, quod est punctum g, & ducatur linea
 c h, per i. i. primi, perpendiculariter super lineam e d, & producat linea h c ultra punctum
 c, ad punctum z, donec sit linea z c æqualis lineæ c b, comprehendatq; uisus existens in
 puncto e, formā puncti h, per reflexionem factam à puncto speculi quod sit a, erunt itaq;
 duo puncta a & h, à duobus lateribus puncti g, sitq; ita ut si linea g h, producatu ad peri
 feriam circuli in punctū p, fietq; arcus a p maior quarta circuli, & erit angulus a g p ob
 tusus per ultimam sexti, non est autem possibile, ut puncta a & h, consistent in eodem la
 tere puncti g, inter diametros g d & g q, producta semidiametro g p in punctum q, nō es
 nim posset fieri reflexio, ut patet per 20. huius, nisi linea producta à puncto g, centro spe
 culi ad punctū a, divideret angulum h e per æqualia, ducantur itaq; lineæ e a & a h, & p
 ducta linea h g ad lineam a e, incidat ipsum in punctū k, angulus itaq; h a g est æqualis
 angulo g a e, per 20. quinti huius, & est punctus k imaginis puncti h, per 27. quinti hui
 us, sit quoq; arcus b d æqualis arcui d a, quod fiat per 25. tertij, Si angulus d g b fiat æq
 ualis angulo d g a, & ducantur lineæ e b, z b, g b, & producatu linea z g ad lineam b e, in
 cidatq; in punctū l, secetq; linea z u semidiametru d g in puncto f, quia ut patet ex præ
 missis duæ lineæ z c & c h sunt æquales, & puncta z & h, æqualem habent dispositionem
 respectu cētri, & respectu periferiæ circuli, pater quod lineæ h a, & z b interfecabūt semi
 diametrum d g, in eodem puncto f, quia itaq; in trigonis c e f & h c f, duo latera h c & c z
 sunt æqualia, & latus c f est commune, & anguli a d c recti, palam per 4. primi, quoniam
 linea z f est æqualis lineæ h f, sed & in trigonis a g f & b g f, accidit per eandē 4. primi,
 angulum f a g æqualem esse angulo f b g, & lineam a f æqualem fieri lineæ f b, est enim
 ex præmissis angulus a g f æqualis angulo b g f, & lineæ a g & b g sunt semidiametri,
 communis uero ambobus trigonis a f g & b f g, est linea f g, ergo per 4. primi, angulus
 f a g inæqualis est angulo f b g, similiterq; per eandē 4. primi, linea e a æqualis sit lineæ
 e b, & angulus g b e æqualis angulo g a e, sed anguli f a g & g a e sunt æquales, ergo &
 anguli f b g & g b e sunt æquales, ergo angulus z b g æqualis est angulo e b g, ergo per
 20. quinti huius, forma puncti z reflectetur à puncto speculi quod est b, ad uisum exi
 stentē



fistent in puncto e, & erit punctus l, locus imaginis forme puncti z, ducatur quoq; li-
 nea k l, quæ erit diameter imaginis lineæ z h, & quia lineæ z h est perpendicularis super li-
 neâ d e, & lineæ z c est æqualis lineæ c h, ex hypothesi, & quia ut patet ex præmissis, duæ
 lineæ z f & h f sunt æquales, & duæ lineæ a f & b f sunt æquales, tota ergo lineæ z b, est
 æq̃lis toti lineæ h a, sed & duæ lineæ a e & c b sunt æquales, ducant̃ q̃q; lineæ e h & e z,
 in trigonis itaq; e a h & e z b, duo latera uniusquæ sunt e a & h a sunt æqualia duobus al-
 ternis lateribus, quæ sunt e b & b z, & angulus h a e est æqualis angulo z b e, ergo per 4.
 primī, basis z e est æqualis basi h e, similiterq; in trigonis z c g & h c g, duo anguli ad pū-
 ctum c sunt recti, et latus z c æquale lateri h c, latus quoq; c g est cōmune, ergo per 4. pri-
 mī, lineæ g h est æq̃lis lineæ z g, lineæ uero a g & g b, sunt semidiametri circuli a b d,
 & æquales, ergo duæ lineæ a g & g h sunt æq̃les duabus lineis b g & g z, & basis a h est æ-
 qualis basi b g, ergo per 8. primī, erit angulus a h k æqualis angulo b z l, & angulus h a k
 æqualis angulo z b l, erit ergo per 3 2. primī, angulus h k a æqualis angulo z l h, trigona
 itaq; h a k & z b l sunt æquiangula, ergo p 4. sexti, erit pportio lineæ h k ad lineam r l, si-
 cut lineæ z b ad lineâ h a, sed lineæ z b est æqualis lineæ h a, ut patet ex præmissis, ergo li-
 nea h k est æqualis lineæ z l, sed & lineæ h g est æqualis lineæ z g, ut supra patuit, erit ergo
 reliquum æquale reliquo, ergo lineæ g k est æqualis lineæ g l, quia itaq; duæ lineæ z g
 et h g, inter se sunt æquales, & duæ lineæ g k & k l, inter se sunt æquales, patet p 7. quinti,
 qm̃ est proportio lineæ z g ad lineâ g b, sicut lineæ h g ad lineam g k. Sed angulus z g h
 & k g l sunt æquales, per 17. primī, ergo p 6. sexti, erūt trigona z g h & k g h æquiangu-
 la, angulus ergo z h k est æqualis angulo l k h, ergo p 27. primī, lineæ z h & k l sunt æque-
 distantes, quod etiam patere potest per 14. primī huius. Item angulus h g a, ut patet ex p-
 missis est obtusus, ergo per 13. primī, angulus a g k est acutus, duo uero anguli h a g & g
 a k sunt æquales, relinquit̃ ergo per 3 2. primī, angulus a k g maior angulo a h g, ergo p
 19. primī, in trigono a h k, latus a h est maius latere a k, & duo anguli apud a sunt æqua-
 les, ergo per 3. sexti, lineæ h g est maior quàm lineæ g k, & similiter lineæ z g est maior q̃
 lineæ g l, ergo lineæ z h est maior q̃ lineæ k l, per 4. sexti, sed lineæ k l est diameter imagi-
 num lineæ z h, lineæ ergo z h uidebitur minor quàm sit secundū ueritatem. Si ergo re-
 uoluerimus circuli a b d, lineæ e d immobili existente ex duobus punctis a & b, describe-
 tur circulus in superficie speculi, & sicut se habet uisus existens in pūcto e, ad rem uisam
 in qua est lineæ z h, sic se habebit respectu cuiuslibet cōparis lineæ cadentis inter illū cir-
 culum quem signant puncta z & h reflexæ ex arcu compari arcui a b, ex pportione spec-
 uli quem diuidit circulus quē signant duo puncta a & b, & similiter potest declarari, si li-
 nea z h, ponatur maior uel minor quàm nūc est posita, uniuersaliter enim in hoc situ di-
 ametri imaginis uel faciei aspicientis comprehenditur in speculo sphaerico concauo mi-



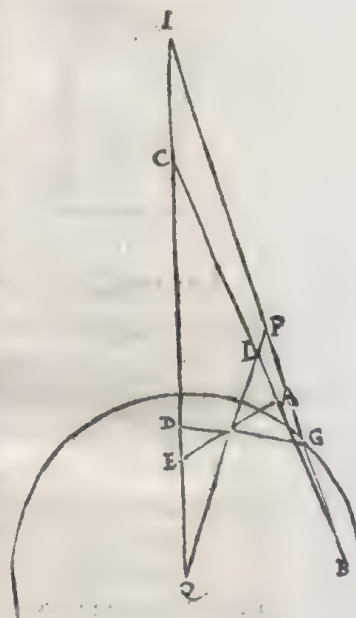
doq; maior quandoq; minor quandoq; aequalis rei uisæ, & nūc conformē habens situm
ipsi rei uisæ, & nūc conuersum, & quonā sicut ostendimus per 40. huius, quandoq; unius
rei una uidetur imago, quandoq; duæ, quandoq; tres, & quadoq; quatuor, illud ergo qđ
habet unā imaginem maiorem se, forsan habebit alias minores, & quod habet unā cuius
situs est directus compar rei uisæ, forsan uidebitur sub alijs imaginibus habentibus con
uersum

uerfum situm in contrarium rei uisæ, & hæc omnia in diuerſitate ſitus rei uisæ, & ipsius uisus reſpectu punctorum reflexionis patere poteſt, patet ergo propoſitum.

LII.

Lineis incidentiæ se interfecantibus in speculis sphaericis concavis, altitudines & profunditates erectæ super superficiem speculi citra punctû sectionis existentes reuerfæ, quæ uero sunt in eisdem lineis ultra sectionem quem admodum sunt sic apparent.

Estlo speculum ipharicum concavum a g, cuius centrum q, sintq; duæ altitudines
 de & h n, erectæ super superficiem speculi, sitq; communis sectio superficiei reflexionis
 & speculi circulus a g, reflectaturq; forma puncti e ad uisum, cuius centrum sit b, à pñcto
 speculi quod sit a, & forma puncti d, à puncto g, interfecerentq; se lineæ incidentiæ d g, &
 e a in puncto z, citra quem punctum sectionis sit altitudo h n, cuius punctum h, sit in li-
 nea e a, & eius punctū n, sit in linea d g, cum ergo omnia puncta
 lineæ e a reflectantur ad uisum b, à puncto speculi a, & omnia pun-
 cta lineæ d g, à puncto speculi g, palam quod forma puncti h, re-
 flectetur à puncto speculi a, & forma pñcti n, à puncto speculi g,
 quia uero lineæ h n & d n, sunt erectæ sup superficiem speculi, pa-
 tet per 72. primi huius, quoniā quælibet ipsarū transiit pñctum q,
 centrum speculi, producatu ergo à centro speculi quod est q, per
 lineam h n, linea q n h, producatuq; ab eodem cētro q, p lineam
 e d, linea quæ, pducatur extra speculū, & quia linea q e a, est ppen-
 dicularis super superficiem speculi, & linea b g obliqua, patet per
 14. primi huius, quod lineæ e d & b g, cōcurrent ultra speculum,
 & sit concurfus pñctus i, palam etiā per eandem 14. primi huius,
 quoniā linea q n h producta concurret cū linea b g i, sit concur-
 sus punctus p, & linea b a concurret cum linea q h in puncto l, &
 cum linea q i in puncto c, manifestū aut per 37. quinti huius, quo-
 niā locus imaginis formæ pñcti h, erit in pñcto l, & locus ima-
 ginis formæ puncti n erit in pñcto p, erit ergo linea l p imago. to-
 tius lineæ h n, habet aut imago l p, situm reuersum respectu situs,
 lineæ h n, quoniā punctus h est altior puncto n, & punctum l,
 quod est imago puncti h, est bassius puncto b, quod est imago puncti n, punctus uero i
 est locus imaginis pñcti d, & punctus c est locus imaginis puncti e, & quia punctus i est
 altior pñcto c, sicut pñctus d est altior ipso pñcto e, palam quoniā imago lineæ d e est
 linea i t, conformem situationem habet ipsi lineæ d e, cuius ipsa est imago, quoniā ima-
 go situata apparet sicut se habet ipsa res uisa, & hoc est, ppositum de altitudinibus sphæ-
 ræ, de profunditatibus uero idē patet, ut si lineæ h n & d e, quædā profunditates ponan-
 tur esse, tunc enim eadem est demonstratio, apparet enim profunditas h n reuerfa, & p-
 funditas d s quædam modum est disposita sic apparet, hoc itaq; est propositū. Si uero am-
 bæ lineæ d e & h n essent ex una quacuncq; parte sectionis linearum incidentiæ, fieret sua-
 rum imaginum conformis situatio, ut patet p præmissa.

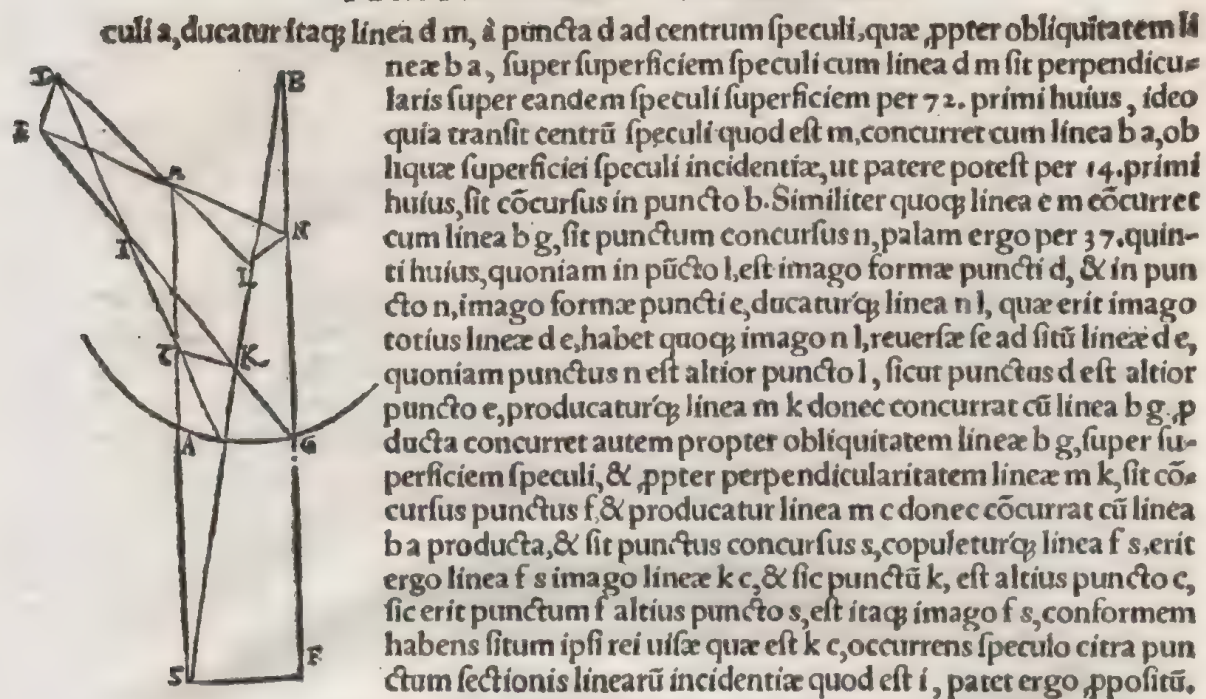


LIII.

Lineis incidentiæ se interfecantibus in speculis sphaericis concavis obli-
quæ lōgitudines citra punctū sectionis existentes quemadmodū sunt sic ap-
parent, earum uero quæ sunt ultra sectionem in eisdem lineis uidentur ima-
gines reuersæ.

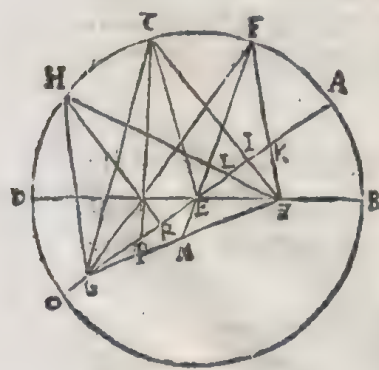
Sit speculum sphaericum concavum a g, etius centrum m, & sit centrum uisus b, & sit linea d e, obliqua super superficiem speculi, cuius puncti d, forma reflectatur ad uisum b, a puncto speculi quod est a, forma & puncti e, a puncto g, & lineae incidentiae quae sunt d a & e g, intersecant se in puncto i, sitq; citra punctu i, linea obliq; incidens superficiei speculi quae sit k c, cuius punctus k, reflectatur a puncto speculi g, & punctus c, a puncto spe-

kk a culi



In speculis sphaericis concavis uisus in quibusdam sitibus comprehendit lineae rectae uisae imaginem plene rectam.

Sit speculū sphaericū concavum a b, cuius centrū e, seceturq; p superficiē planā p centrū, erit ergo p 69. primi huius, cōmunis sectio circulus magnus q sit a b, & eius centrū e, ducanturq; duae diametri huius circuli quae sunt a e o & b e d, & speculū nō excedat arcum b a d o, assumaturq; in semidiametro b e, quicūq; punctus placuerit, & sit z, in quo ponat centrū uisus, & sumat in semidiametro a e, punctus k, taliter ut linea a k sit maior q; linea k e, & ducat lineā z h, et ptra hatur ad circūferentiā incidatq; in punctū f, & ducatur lineā e f, & sup f t m lineā e f, cōstituā angulus aequalis angulo z f e, p 23. primi, q sit angulus g f e, ducta lineā g f, cuius pūctus g, cadet in semidiametro d e, quia em lineā f k est maior q; lineā k a, p 7. tertij, & lineā k a est maior q; lineā k e ex hypothesi, erit lineā f k maior q; lineā k e, ergo p 18. primi, angulus f e k maior est angulo e f k, est ergo angulus f e k maior angulo e f g, lineā ergo f g p 14. primi huius, cōcurrat cū lineā g e, cōcurrat ergo in pūcto g, duae ergo lineārū z g & f g, pūcta reflectunt ad se inuicē ā pūcto speculi qd' est f, ppter angulorū aequalitatē p 20. quinti huius, est ergo pūctus k imago pūcti g, cētro uisus existēte in pūcto z, ducat itaq; lineā l h secās diametrū o a in pūcto l, & periferiā circuli in pūcto h, utcūq; cōtingit, ducaturq; lineā e h, h g, z g, & ptra hatur lineā f e, sup lineā z g, incidatq; punctū m, ergo p 3. sexti, erit pportio lineā z m ad lineā m g, sicut lineā z f ad lineā f g, sed p 7. tertij, lineā z h est maior q; lineā z f, & lineā g h est minor q; lineā g f, p eandē 7. tertij, ergo p 9. primi huius, maior est pportio lineā z h ad lineā g h, q; lineā z f ad f g, est ergo pportio lineā z h ad lineā g h, maior q; lineā z m ad lineā m g, ergo p 3. sexti, lineā q diuidit angulū z h g, p aequalia secat lineā m g, secat ergo prius lineā e g, p 32. primi huius, qm lineā e g est uicinior ad punctū h q; lineā m g, & maior erit angulus g h e angulo e b z, argumento 29. primi huius, & ex pmissis, ponamus ergo angulū e h r aequalē angulo e h z, lineā ergo h r secat lineā g f, & secat lineā g e p 29. primi huius, secet ergo g e in pūcto r, & secet lineā



h r, semidiametrū e a in pūcto l, pūcta ergo duae lineae z h & h r, reflectunt ad inuicē ppter aequalitatē angulorū r h e, e h z, fietq; reflexio ā pūcto speculi qd' est h, p 20. quinti huius, & erit l pūctus imago pūcti r, palā uero qm forma cuiuslibet pūcti lineā g r, reflectitur

Atq; ad uisum in punctū z, ex aliq; pūcto arcus f h, & nō ex alio, p 42. huius. Sumat itaq; aliq; pūctus lineā g r q sit p, & hic reflectat ab aliq; pūcto arcus f h qd' sit c, & ducant lineā p c & r c, qā ergo pūctus t, est inter duo pūcta f & h, arcus f h, palā quia lineā 3 t, cadet inter duas lineas 3 f & 3 h, lineā ergo 3 t, p 29. primi huius, secat lineā k l, secet ergo in puncto i, est ergo per 37. quinti huius, punctus i, imago formae puncti p, & pūctus p, non habet aliam imaginem nisi punctum i, qm tm ab uno puncto arcus f h, sit reflexio formae puncti p, ad uisum existentem in puncto 3, ut patet per 19. uel per 29. huius, imago itaq; cuiuslibet puncti lineā g r, erit in aliquo puncto lineā k l, est ergo tota lineā k l imago formae totius lineā g r, & est recta, quia est pars semidiametri circuli a e, uisus ergo existens in puncto 3, comprehendit formam lineae rectae quae est g r, imaginem h k, rectam existentem in speculo sphaerico concavo a b, & hoc est propositum.

L V.

In speculis sphaericis concavis comprehendit uisus ex quibusdam sitibus imaginem lineae conuexam, & concavae concavam, eritq; lineae cuius conuexitas respicit speculum imago conuexa respiciens uisum, & lineae cuius concauitas respicit speculum imago concava respiciens uisum.

Sit dispositio quae in proxima praecedente, constituaturq; super lineam g r, ā duo bus suis lateribus duo arcus utcūq; cōtingit, quae sint g n r & g q r, & sit arcus g n r, nō secans lineā g h, & ponat in lineā rectā g r, pūctū m, quomodo cūq; sit illud, forma itaq; puncti m, reflectitur ad uisum 3, ex aliquo puncto arcus f h, per 42. huius, sit itaq; ut reflectatur ex puncto t, & ducantur lineae 3 t & m t, duo itaq; anguli 3 t e & e t m sunt aequales per 20. quinti huius, lineā ergo m t secabit arcū g n r, sit ut secet ipsum in puncto n, & producat lineā t m uersus arcū g q r, secetq; illum in puncto q, & ducat lineā n e, producatq; ultra punctum e, secabit ergo lineam 3 t sub lineā k l, per 29. primi huius, qm secat angulū k e 3, cui subtendit pars lineae t 3, secet ergo lineā illam in puncto i, qā ergo duo anguli 3 t e & n t e sunt aequales, patet per 20. quinti huius, quod forma puncti n reflectitur ad uisum 3, ā puncto speculi t, est ergo palam p 37. quinti huius, qm punctus i, est locus imaginis formae puncti n, & duo puncta k & l, sunt imagines duorū punctorum g & r, ut patuit per praemissam, imago ergo arcus g n r est lineā transiens p puncta k i l, sed lineā k i l, est conuexa ex parte uisus 3, & arcus g n r, est cōuexus ex parte speculi, uisus itaq; existens in puncto 3, cōprehendet formam lineae g n r, conuexae conuexam lineam, ducatur quoq; lineā q e, & pducatur ultra punctū e, secabit quoq; lineam 3 t, ultra lineam l k, per 29. primi huius, qm secat angulū t e k, secet ergo in puncto p, & quia anguli p t e & q t e sunt aequales, patet per 20. quinti huius, qm ā pūcto speculi qd' est t, reflectetur forma puncti q, ad uisum 3, & locus imaginis formae puncti q, est punctus p, & erit ut supra lineā l p q, ex parte uisus concavae, & ipsa est imago arcus g q r, concavi ex parte speculi, comprehendit ergo uisus in puncto 3, existens formam arcus g q r, concavi lineam concavam, & hoc est propositum.

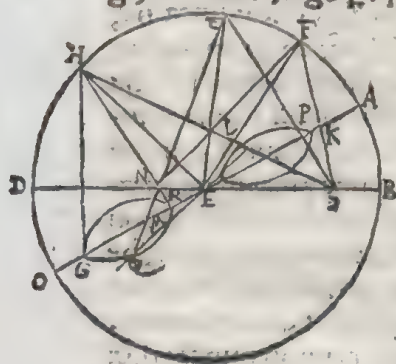
L V I.

In speculis sphaericis concavis comprehendit uisus ex quibusdam sitibus lineae rectae imagines quatuor curuas, lineaeq; curuae, cuius conuexitas est ad speculum imaginem comprehendit curuam, omniumq; linearum imaginum concauitas respiciens est ad uisum.

Sit speculum sphaericum concavū in quo sit circulus maximus qui a b d, cuius centrum g, & extrahatur ā centro g, semidiameter g b, utcūq; cōtingit, quae diuidatur p aequalia in puncto t, taliter ut lineā g t, sit maior medietate lineae b g, & ā puncto t, ducat lineā t 3, perpendiculariter super lineam g b, per 11. primi, & producat lineā 3 t, ultra punctū t, ad pūctū e, hantq; lineae 3 t & e t, utraq; aequales lineae t g, per 73. primi, & ducantur lineae g e & g 3, & trigono e g 3, circūscribat circulus per 5. quartū, eritq; centrū circuli illius circuli punctus r, per 9. tertij, & quia lineā t g, maior est q; lineā t b, palā qm ille circulus secabit circulū a b d, in duobus ergo punctis illum secabit per 10. tertij, sint

k k 3 itaq;

itaq; illa duo puncta a & d, ducantur quoq; lineae g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duae lineae e t & t 3 sunt aequales, & anguli ad punctum t sunt recti, & linea t g communis, erunt per 4. primi, duae lineae e g & 3 g aequales, & similiter per eandem 4. primi, duae lineae e b & 3 b sunt aequales, ergo per 27. tertij, duo arcus e g & g 3 sunt aequales, ergo per 26. tertij, angulus e a g est aequalis angulo g a 3, & angulus e d g, aequalis est g d 3, & angulus e b g aequalis angulo g b 3, qm omnes illi anguli cadunt in eodem arcus, forma ergo puncti 3, reflectit ad punctum e, a punctis speculi a & d & b, vel econverso per 20. quinti huius, & quia linea g t, est maior qm linea t b, duae uero lineae e b & 3 e, ad inuicem, & duae lineae e g & 3 g, ad inuicem sunt aequales per 4. primi, palam per penultimam primi, qm linea g e est maior qm linea b e, quadratum em linea g e, ualet ambo quadrata lineae g t & t e, & quadratum lineae e b, ualet ambo quadrata lineae e r & t b, ablato ergo quadrato lineae t o communi, relinquit quadratum lineae g e, maius quadrato lineae e b qm linea g t est maior qm linea t b, ergo linea g e est maior qm linea e b, in trigono g e b, ut patet per 19. primi, angulus g b e est maior angulo e g b, sed angulus e g b est medietas unius recti per 5. & p 3 2. primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, simul sumpti, sunt maiores recto, ergo angulus b e g est minor recto per 3 2. primi. Sed angulus e g 3 est rectus per 10. tertij, & ideo qm anguli e g t & t g 3, sunt duae medietates unius recti, ergo per 10. primi huius, duae lineae e b & g 3 productae concurrent extra circulum, sit earum concursus punctus m, & quia linea e d, est intra triangulum e g, palam qm ipsa producta coeurrat cu linea g m, p 29. primi huius, coeurrat ergo in puncto l, & quia linea g b trahit p punctu t, qd est centru circuli e g 3, & linea uero u g, ducit extraila a centro ad periferiam, palam qd portio a e g e minor semicirculo, ergo p 29. tertij, angulus a e g e obtusus, & angulus e g 3 est rectus, ergo p 14. primi huius, illae duae lineae a e & 3 g, coeurrant in parte lineae e g, coeurrant ergo in puncto f, si itaq; uisus fuerit in puncto e, & punctus 3 in aliquo uisibili, tunc tria puncta m l f, erunt imagines puncti 3, sic ergo punctus 3, comprehendit in tribus locis, qm a tribus punctis speculi quae sunt a b o, sit reflexio formae puncti ipsius 3 ad uisum e. Item protrahat a puncto e, linea super arcum d 3, utcunq; contingat, quae sit linea e k, & ducatur linea g k, quae secet arcum d 3 in puncto k, & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus e g & g 3 sunt aequales, erunt duo anguli e k g & g k 3, aequales per 26. tertij, pducaturq; linea g k ad circumferentiam circuli a b d, incidatq; in punctum r, & producant lineae e r & 3 r, & qm angulus e k g, est aequalis angulo g k 3, erit angulus e k r, aequalis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, si em sit aequalis, tunc per 3 1. primi, & 4. sexti, sequitur lineam e k, aequale esse lineae 3 k, & arcum 3 k aequalem esse arcui e a k, quod est contra pmissa, est em arcus e a, aequalis arcui d 3, quod si angulus e r k, sit minor angulo 3 r k, erit ergo ex praemissis, angulus r e k, maior angulo k 3 r, refecetur ergo angulus r e k, ad aequalitatem anguli r 3 k, per 27. primi huius, & sequitur idem impossibile quod prius, pducta illa linea ad lineam r k, restat ergo ut angulus e r g, sit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, super punctu r terminu lineae g r, angulus g k n, aequalis angulo e r g, cadatq; punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius, duae ergo lineae e r & r n, a puncto speculi quod est t, reflectentur ad se inuicem p 20. quinti huius, propter aequalitatem angulorum ad punctu r, producat quoq; linea e r ad lineam g m, coeurret autem cum illa per 14. primi huius, sitq; punctus concursus q, erit ergo punctus q, imago formae puncti n, respectu uisus e, imaginem ergo superficiem existentem a linea m g f, quae sit perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b d, & extrahatur a puncto 3, linea in hac superficie quae sit perpendicularis super lineam g 3, & transeat in utraq; partem superficiei circuli a b d, sitq; linea t 3 p, & posito itaq; puncto g, centro circuli fiat arcus circuli secundum quantitatem lineae g n, qui sit t n p, secans lineam t 3 p, in duobus punctis t & p, & producantur lineae g t & g p, erunt ergo istae lineae in superficie perpendiculari super superficiem a b d, per 2. undecimi, pducantur item lineae g t & g p, ultra punctu r & p, extra speculum, & super centru g, secundum longitudinem lineae g q



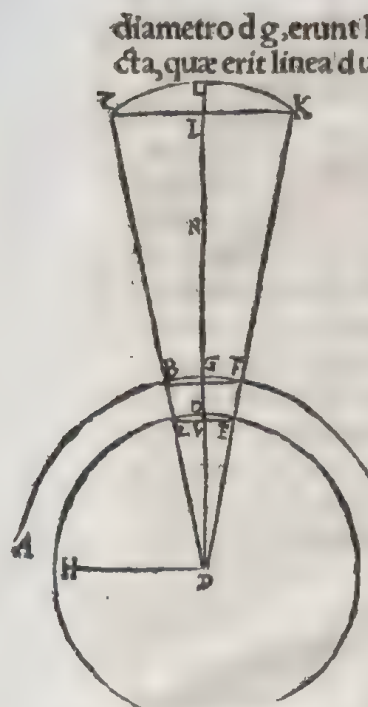
in

in superficie transeunte lineam m g f, secante circulum in qua sunt lineae g t & g p, fiat arcus circuli, hic ergo iterum secabit duas lineas g t & g e, pductas, secet ergo lineam g t in puncto s, & linea g p in puncto o, quia ergo superficies circuli a b d, est perpendicularis erecta super superficiem duarum linearum g t & g p, palam per definitionem, qm duo anguli e g s, & e g o erunt recti, linea ergo e g, erit erecta super superficiem g t p, ergo per 18. undecimi, erit utraq; superficies quae sunt e g s & e g o, perpendicularis super superficiem s g o, & utraq; istarum superficialium facit in speculo circuli magnum coparem circulo a b d, per 69. primi huius, punctum ergo circuli qd' facit superficies e g s, quod est copar puncto circuli a b d, s, puncto k e, eundem habet situm respectu centri ipsius speculi qd' est g, & respectu uisus qui est in puncto e, quae habet punctum r, concurrunt ergo ex ipso secundum angulos aequales duae lineae inter duo puncta e & e, quod similiter accidit inter duo puncta e & p, & lineae g t & g p sunt aequales per definitionem circuli, & similiter lineae g s, g a, g o sunt aequales per definitionem circuli, & punctus q est imago puncti n, & punctus s, est imago puncti c, & punctus o, est imago puncti p, imago ergo arcus t n p, conuexi ex parte speculi est arcus s q o, concavius ex parte uisus, & punctus l est imago formae puncti 3, & duo puncta s & o sunt imagines formae duorum punctorum c & p, imago ergo lineae rectae quae est o & p, est linea curua transiens per tria puncta s l o, haec autem linea s l o, est concava ex parte uisus. Ducatur itaq; linea transiens per puncta s l o, & extrahat linea e g, ad circumferentiam circuli a b d in punctu h. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b & h, sed alter duorum suorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h, & uisus fuerit in puncto e, & duae lineae p 3 t rectae, & p n t conuexae, ex parte speculi fuerint in aliquo uisibili, tunc forma lineae p 3 t rectae apparebit concava, s l o, & forma lineae p n c, conuexae respectu speculi erit concava uisui occurrens, s q o, & forma lineae p 3 t, unam tamen habebit imaginem, & arcus p n c tamen unam. Item, pducatur linea b g, ultra punctu g, ad aliam partem periferiae circuli ad punctu i, & pducantur lineae e i & e 3, erit ergo ex praemissis, & per 4. primi, angulus b i e, aequalis angulo b i 3, ergo per 20. quinti huius, reflectetur forma puncti 3, ad uisum in punctu e, a puncto speculi quod est i, & linea e i, secabit lineam f g, secet ergo in puncto u, eritq; punctus u imago formae puncti 3, reflectae a puncto speculi quod est i, puncta ergo 4. quae sunt m l u f, sunt loca imaginum formae puncti 3, & si speculum excederint duo puncta a & d, & uisus fuerit in puncto e, & dorsum aspicientis fuerit ex parte arcus m, & uisus comprehenderit totum arcum i d a, tunc punctus 3 uidebitur in quatuor locis, s. in punctis m l u f, & uidebuntur duo puncta lineae rectae p 3 c, uel arcus p c in duobus punctis s & o, & sic linea recta p 3 c, habebit 4. imagines concavas, & una transit per puncta s m o, & secunda pertransit puncta s l o, tertia pertransit puncta s u o, & quarta pertransit puncta s f o, s. lineae s f o, in his tamen omnibus imaginibus semp coeuitas imaginis respicit uisum, patet ergo, ppositu. Patet qd; q imaginis eiusdem lineae rectae, ut patet nunc i linea p 3 n sunt diuersae curuitatis maioris & minoris, & sit principiu formae monstruosae.

LVII.

In speculis sphaericis concavis uisus in quibusdam sitibus comprehendet lineae rectae imaginem conuexam conuexitate uisum respiciente.

Sit circulus magnus speculi sphaerici concavi, qui a b g, cuius centrum d, & ducatur semidiameter d g, ut contingit, in qua situetur linea recta quae sit o u, & sit punctu o, remotius a centro speculi d & u, ppropius illi, & super hanc semidiameterum d g, ducatur perpendiculariter linea quae sit d h, in cuius puncto h sit centru uisus, & sit linea h d super superficiem circuli a b g, sitq; linea h d, minor semidiametro circuli secundum dispositionem lineae h d, quae assumpta fuit in 43. huius, ad cuius modum & caetera referunt, reflectanturq; forma puncti o, quod est remotius a centro speculi ad uisum in punctu h, a puncto speculi b, sitq; locus imaginis punctus q, & pducatur semidiameter d g in punctum q, ut sit linea d q, reflectatq; forma puncti u, ad uisum existentem in puncto h, a puncto speculi quod est f, & locus imaginis eius sit punctu n, & quia puncta o & u sunt in semidiametro



diametro d g. erunt loca imaginū quæ sunt puncta q & n. in eadem semidiametri pduc-
ta, quæ erit linea d u o, n q, sitq; quantitas lineæ d q, d u, d n, d o, illis omnino æqualis,
quæ sunt assumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicularis
super lineam d q, ut patet ex pmissis; est em ipse perpendicularis
super superficiē circuli, estq; linea h d æqualis illi lineæ o h, quæ in
figura 43. huius, angulus ergo h d q est rectus, eritq; cōmunis se-
ctio superficiē planæ in qua sunt lineæ h d & d q, & superficiē spe-
culi circuli cuius arcus interiācens lineas d h & d q, per 20. hui-
us, est arcus ex quo fit reflexio formæ, quarum imagines sunt in
punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, assumpto in 43.
huius, & ex duobus punctis illius arcus similibus duobus punctis
b & f, in 43. huius, sit ab hoc arcu illa reflexio formæ, duorū pun-
ctorū, quæ sunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago pun-
cti u, ducatur ergo a puncto u, in superficie circuli a b g, recta p-
pendicularis super lineam d u, quæ sit z u e, & a centro d secundū
longitudinē semidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus se-
cabit lineā z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, secet ergo in pun-
ctis z & e, fiatq; arcus circuli secundū quantitātē lineæ d q, a cen-
tro d, & ducatur a centro speculi d, lineæ d z, d e, & pducatur ex
tra speculū ad arcum circuli descripti, a centro d, secundū quanti-
tatem semidiametri d q, & sint d e, d k, & ducatur lineæ t k, secetq;

lineam d q in puncto l, quia ergo linea h d est perpendicularis super superficiē circuli,
palam per diffinitionē lineæ erectæ, qm uterq; angulus h d t, h d k est rectus, & utraq;
superficies h d t & h d k in superficie circuli speculi continet arcum interiācentē lineas h
d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcuum quilibet est æqualis arcui qui
est inter duas lineas h d & d q, & utraq; lineæ d z & d e est æqualis lineæ d o, qm omnes
sunt semidiametri eiusdem circuli, illi ergo duo arcus sunt huiusmodi, quod ex illis pos-
sibile est fieri reflexionē formæ duorum punctorum quæ sunt z & e, ab aliquibus pun-
ctis illorum arcuū, ut patet per 20. huius, interiācent em illi arcus semidiametros specu-
li, in quibus consistunt centrū uisus quod est in puncto h, & puncta quorū formæ refle-
ctuntur quæ sunt e & z. Incidentq; formæ eorum illis punctis illorū arcuū, & reflecten-
tur ad uisum in punctum h, secundū angulos æquales a duobus punctis speculi, & duæ
lineæ d t & d k sunt æquales lineæ d q, ergo punctū t est locus imaginis puncti z, & pū-
ctū k est locus imaginis puncti e, & qā lineæ d t, d q, d k sunt æquales, & lineæ d z, d o, d e
æquales erit p 7. quinti, pportio lineæ d c ad d z, sicut lineæ d q ad d o, & sicut lineæ k d ad
lineā d e, sed p 43. huius, pportio lineæ d q ad lineā d o, est maior pportione lineæ d n ad li-
neā d u, ergo similiter pportio lineæ k d ad lineā d e, est maior pportione lineæ d n ad li-
neam d u, & similiter pportio lineæ d t ad lineam d z, est maior pportione lineæ d n,
ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d sunt æquales, & duæ lineæ d e & d k sunt æq-
les, erit per 7. qnti, pportio lineæ d t ad lineā d z, sicut lineæ d k ad lineā d e, ergo p 17.
quinti, erit pportio lineæ t z ad lineam d z, sicut lineæ k e ad lineā d e, ergo per 2. sexti,
linea t k est æquedistans lineæ e z, erit ergo per eandem 2. sexti, & per 18. quinti, ppor-
tio lineæ l d ad lineam d u, sicut d k ad lineam d e, & sicut lineæ d t ad lineam d z, propor-
tio ergo lineæ l d ad lineam d u, est maior pportione lineæ n d ad lineam d u, ergo per
10. quinti, lineā l d est maior q̄ lineā n d, ergo punctus n est inter punctū l & u, sed pun-
ctum n est imago puncti u, & duo puncta t & k sunt imagines duorū punctorū z & e, er-
go imago lineæ z u e rectæ, est linea transiens p tria puncta t n k, linea uero ptransiens h
e t puncta est conuexa, patet ergo qd imago lineæ z e rectæ uidebitur in hoc situ con-
uexa, & hoc est propositum.

LVIII.

In quibusdam sitibus reflexione facta a speculis sphaericis concavis uisus
comprehendet imaginem concavam reflexam ex linea concava uel cōuexa.

Sit

Sit dispositio omnia quæ in præcedēte, quia itaq; ut patet in pmissa imago formæ
puncti o, est punctum q, & imago formæ puncti z, est punctum t, & imago formæ pun-
cti e est punctū k, erit ergo linea concava respectu uisus quæ est t q k, imago lineæ con-
uæ respectu uisus conuexæ cum respectu speculi quæ est linea z o e, similiter quoq; si in
linea z u signetur punctū m, qualitercunq; hæc contingunt, & citra centrū m secun-
dum longitudinē semidiametri m u, describatur arcus parui circuli, qui sit r u f, hic ergo
arcus secabit circulū z o e in duobus pūctis per 10. tertij, sint illa duo puncta f & r, & du-
cantur lineæ d r, & d f, quæ protrahantur usq; ad arcum t q k eductum, incidatq; linea d f
in punctū i, & linea d r in punctum p, superficies ergo duarum lineæ h d & t p, secabit
speculum secundū circulū, a cuius circumferentiæ puncto aliquo du-
ci poterunt secundū angulos æquales & æqualiter se habentes li-
neæ ad punctū h, in quo est centrū uisus, & ad punctū r, qui est
punctus lineæ uisæ, & similiter superficies duarū lineæ h d & d i, fa-
ciat in speculo circulū, a cuius circumferentiā reflectent ad uisum
forma puncti f, arcus r u f, est ergo punctus p imago formæ pun-
cti r, & punctus i, imago formæ puncti f i, & punctus n, est ima-
go formæ puncti t u, imago itaq; arcus r u f, est linea transiens p
puncta i p n, sed hæc linea i p n, est concava respectu uisus, & ar-
cus r u f, est concavus ex parte superficiē speculi, & conuexus ex
parte uisus; cū ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f, conuexa
cū fuerit in aliquo uisibili, cōprehendetur imago eius concava, &
linea z o e conuexa cōprehenditur similiter imaginis concavæ. Si
ergo unaquaq; duarū lineæ quæ sunt z o e & r n f, habuerit unā
imaginem, erit forma illarum imaginū secundum motum decla-
ratum, & si aliqua ipsarū plures habuerit imagines, forte accidet
diversitas situs in illis imaginibus, ut supra diximus, patet ergo, p-
positum. Palam itaq; ex his præmissis 5. theorematibus quod li-
neæ rectæ imago in speculis sphaericis concavis, quandoq; com-
prehendit recta, quandoq; conuexa, & quandoq; concava, & imago lineæ cōuexæ quā-
doq; uidetur conuexa, quandoq; concava, & lineæ concavæ imago quandoq; uidetur cō-
uexa, quandoq; concava, forma ergo superficierum uisibilium comprehenduntur ali-
ter q̄ sint in his speculis, nam lineæ rectæ nō sunt nisi in superficiebus planis, cum ergo li-
neæ rectæ comprehenduntur conuexæ uel concavæ, tunc superficies plana comprehendit
conuexa uel concava, cū itaq; uisus comprehendit lineas rectas cōuexas uel concavas
aliter q̄ sint, comprehendit superficies in quibus sunt illæ lineæ aliter q̄ sint, & simili-
ter est de lineis conuexis & concavis respectu illarū superficierum, & per hoc patet ratio
& causa illorum multorum errorū, qui ex modis talium uisibilium accidunt in uisū.

LIX.

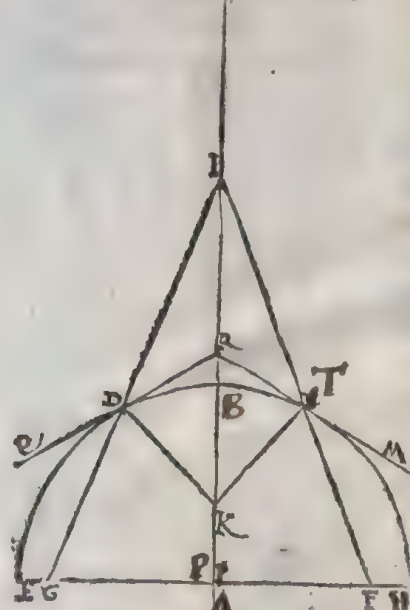
In concavis sphaericis speculis a duobus uidentibus secundum aliquem
situs res una uisa, unum habebit idolum, secundum alium uero plura.

Sit speculum sphaericum concavum, cuius communis sectio cum superficie reflexi-
onis sit circulus e u h, cuius diameter sit e h, centrū uero p, & ducatur linea a b, perpen-
diculariter super superficiē speculi, palam ergo per 72. primi huius, qm ipsa transit p
centrū speculi quod est punctum p, & pducatur ultra speculum, sitq; a b l, secans dia-
metrum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, signentur duo puncta æq-
liter distantia a centro p, quæ sint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & a punctis
g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiā æqualis, quæ angulos acutos contineāt
cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, si ex utraq; par-
te puncti b arcus æquales abscindantur parui, quorum cordæ sint minores q̄ lineæ g p
& p f, qui sunt arcus d b t h, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ sunt g d & f e, & quia
arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanēt arcus t h & d e æquales,
eruntq; anguli portionis qui sunt g d e & f t h, inter se æquales per 43. primi huius, &

II

a puncto

In puncto d ducatur linea contingens circum per 16. tertij, quæ sit d q. & similiter a pun-
 cto t ducatur linea circum contingens quæ sit t m, producanturq; lineæ contingen-
 tes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59. primi huius, sit concursus pū-
 ctus f, & qm per 15. tertij, anguli contingentia qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & an-
 guli portiois qui sunt g d e & f t h sunt æquales, erit totus angulus q d g, æqualis toti
 angulo m t f, super punctum itaq; d terminum lineæ r d, constituator angulus æqualis
 angulo q d g per 23. primi, qui sit r d k, linea quoq; d k producta concurrat cum lineâ a
 b, per 14. primi huius, sit concursus punctus k, & super punctum t, terminum lineæ t r,
 constituator angulus æqualis angulo r d k: qui sit r t k: concu-



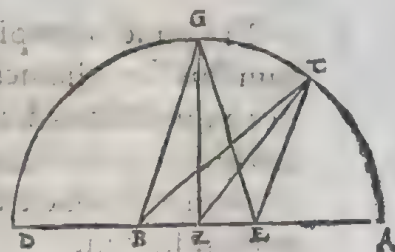
his angulo f t m, erit angulus r d l, æqualis angulo g d q, per 15. primi, & angulus r t l, æqua-
lor d, per 59. primi huius, ergo per 13. primi, angulus t r l, est æqualis angulo
32. primi, trigoni t r l & d r l sunt æquianguli, ergo cum linea t r l, æqualis linea r d l, in
58. primi huius, erit per 4. sexti, linea r l, æqualis sibi ipsi, & linea t l, æqualis linea d l, in
uno ergo puncto diametri a b l, concurrent linea t l & d l, & hoc est punctum l, pater er-
go cum per 37. quinti huius, punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est
k, quod amobus uisibus uni existenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantū occur-
rit imago, uisibus uero permutatis ad hoc situm plures occurrunt imagines, & hoc est p-
positum. Quondocunq; tñ aliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si linea reflex-
ionis æquedistans fuerit katheto incidentiæ, erit locus imaginis ipse punctus reflexio-
nis per 11. huius, & cum distat à se puncta reflexionis quæ sunt respectu amborum ui-
suum, apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusq; imaginis est
in puncto suæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non sit æquedistans katheto inciden-
tiæ, & punctus rei uisæ tantum distet ab uno uisu quantum ab altero, uel sit modica dif-
ferentia distantia, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus, duæ adhuc imagines ui-
debuntur, alias autē ut plurimū locus imaginis respectu utriusq; uisus erit idem, aut mo-
dicum distans, unde aut tantum una uidebitur imago, aut pene una.

LX.

In una diametro speculi sphaerici concaui positis ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit speculum concavum sphaericum a t, g d, cuius centrum z, & diameter a d, sin'q; duo oculi b & e, constituti in diametro a d, æqualiter distantes à centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur, ducatur em' semidiameter z g, perpendiculariter super diametrum a d, & ducantur lineæ b g & e g, & quia ergo in trigonis e z g & b z g, latus e z, est æquale

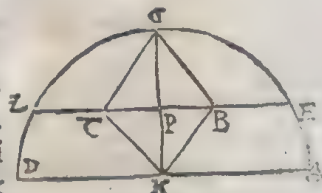
æquale lateri b , ex hypothesi, & latus z commune, anguli quoque z & b z sunt æquales, quia sunt ambo recti, erit per 4. primi, angulus b g z , æqualis angulo e g z , forma ergo puncti b , reflectitur ad punctum e , à puncto g speculi, & e converso per 20. quinti huius, sed neque possibile est ab alio puncto speculi formam puncti b , ad punctum e reflecti, si tamen ut fuerit hic datum esse possibile ut forma puncti b , reflectatur ad punctum e , à puncto alio speculi quam sit t , & ducantur lineæ b t , & t z , linea ergo t z , diuidit angulum b t e , per duo æqualia per 20. quinti huius, erit ergo per 3. sexti, proportio lineæ h t , ad lineam t e , sicut lineæ b z ad lineam e z . Sed linea b t est maior quam linea b g , per 7. tertij, linea uero b g , est æqualis lineæ e g , ut patet superius, linea uero e g est maior quam linea t e per 7. tertij, erit ergo linea b t , maior quam linea e t , ergo linea b z , maior erit quam linea e z , quod est contra hypothesim & impossibile, & eodem modo de quolibet puncto semicirculi a g d potest demonstrari, non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e , ab alio speculi puncto quam à puncto g , non ergo uidebit oculus b , oculum e , ideo quia linea reflexionis quæ est b g , non cõcurrit cum katheto e z , ducto à puncto e , per centrũ speculi z , in puncto b , & linea reflexionis quæ est e g , non cõcurrit cum katheto b z , nisi in puncto e ; locus itaque imaginis e , est punctus b , sed b est simile ipsi e in forma, & ipsi b , non comprehenditur aliqua distantia quæ sit tam diuersitatis inter illos uisus, non ergo unus uisus percipiet formam alterius in seipso existente, sed æstimabit formam propriam se uidere, non ergo unus oculus taliter dispositus uisibus alium oculum uidebit, & hoc est propositum, alia tamen partes corporis circumstantes centrum uisus poterunt uideri, quorum katheti incidentiæ cum lineis suarum reflexionum concurrunt, siue ille concursus sit in superficie uisus uel in alijs punctis quibuscunque, & circa hæc multa diuersitas uisibus occurrit.



LXI.

Si linea à puncto medio semidiametri super diametrum speculi sphaerici cō
caui perpendiculariter erecta ducta æquedistanter diametro, ambo ponan
tur oculi æqualiter distantes à centro speculi, imago una tantum oculi appa
rebit in puncto reflexionis.

Sit speculum sphaericum concavum a g d, cuius centrum k, & diameter a d, ducaturq; semidiameter k g, perpendiculariter super diametrum a d, & à medio puncto semi-diametri k g, ducatur linea æquedistans diametro a d, & in hac positi sint uisus ambo æqualiter distantes à centro k, dico quod amborum oculor; una tantum imago in uno scilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit em ur' à puncto p, quod sit medius punctus lineæ k g, per 10. primi, ducatur linea æquedistans diametro a d, per 31. primi, quæ sit e 3, & sint in illa perpēdiculari e 3, positi ambo oculi, qui sint b & t, æqualiter distantes à centro k, & à linea k g, erūt ergo lineæ b q & t a æquales, ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k, ergo per 4. primi, linea p g existēte communī ambobus trigōis b p g & t p g, cū anguli b p g & t p g sint recti, erit angul' b g p æq̃lis angulo t g p, reflectet ergo forma puncti b, ad punctū t, à puncto speculi g, & e cōuerso, & quia linea k p est æqualis lineæ p g, qm̃ pūctus p, est medius pūctus lineæ k g, & lineæ b p & t p sunt æquales, angulus quoq; k p t est æqualis angulo k p g, per 15. primi, ergo per 4. primi, angulus t k p est æqualis angulo b g p, ergo per 27. primi, linea t k æquedistat lineæ b g, sed linea t k est kathetus puncti t, & linea b g est linea reflexionis, nunc ergo concurrent per 11. huius, non uidebitur forma puncti t, qui est unus oculorum ab alio oculo, qui est b, nec e cōuerso per eandem rationem nisi in puncto g, qui est punctus reflexionis, linea em̃ b g, quæ est linea reflexionis formæ puncti t, ad uisum b, non cōcurrat cum katheto incidentiæ formæ puncti t, quæ est linea t k, quilibet ergo

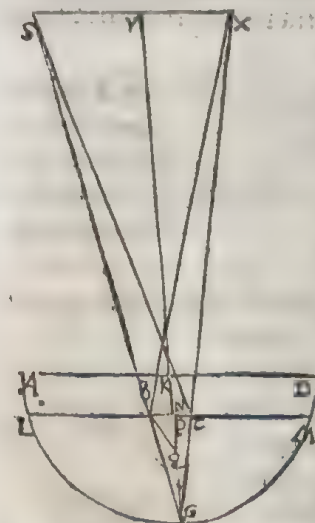


oculorum videbit alterum in uno tantum puncto reflexionis, imago ergo amborum oculorum erit tantum una, & sic unus tantum oculus apparebit, & quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uisibus retro uisus, quia ad illam partem katheti incidentia cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet in uenti, si enim linea b k & t g, cadent inter lineas concurrentes tunc & ipsae concurrent, quod est impossibile, cum sint aequedistantes, concurrent ergo retro ambos uisus illae lineae, ergo per 37. quinti huius, apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturae cyclopi, eritque oculus ultra faciem prominens, quoniam non uidetur nisi in puncto reflexionis per 11. huius, patet ergo propositum.

LXII.

Si à puncto propinquiori diametro speculi sphaerici concavi quam medius punctus semidiametri super illam diametrum orthogonaliter producta linea aequedistans diametro producat in illa uisus in aequedistantia à centro speculi positi retro se apparebunt dextra pars dextra, & sinistra sinistra, idolum maius facie, & imago plus distabit à uisu quam facies uidentis à superficie speculi.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici concavi circulus a g d, cuius diameter sit a d, & ducatur semidiameter k g, perpendiculariter super diametrum a d, cuius semidiameter k g, medius punctus sit p, sintque centra amborum uisuum puncta b & t, si ergo ab aliquo puncto linea p k, quae sit n, ducatur linea aequedistans diametro a d, quae sit l m, & uisus b & t positi in linea l m, aequaliter distent à puncto n, uel à centro speculi quod est k, dico quod accidet, ut proponitur, ducantur enim lineae b g, t g, b k, t k, eruntque ex hypothesi per 4. primi, anguli b g n & t g n aequales, ergo à puncto g reflectentur uisus ad inuicem mutuo per 26. quinti huius, sed linea n g est maior quam linea n k, reflectetur ergo per 3. primi, linea n g ad aequalitatem lineae n k, in puncto q, & ducatur linea b q, erit ergo per 4. primi, angulus b q n, aequalis angulo t k n, sed angulus b k n est maior angulo b g q, per 16. primi, ergo angulus t k n est maior angulo b g k, ergo per 14. primi huius, lineae t k & g b, concurrent retro uisum b, concurrant ergo in puncto s, est autem linea t h kathetus puncti t, & linea g b, linea reflexionis, uidebitur ergo forma puncti g, retro uisum b, & similiter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uisum t, quia lineae b k & g t concurrent ut praestensum est per 14. primi huius, sit ut concurrant in puncto x, & ducatur linea s x, & quoniam linea s x est maior quam linea b t, ideo quod in triangulo s g t, angulus s t g, ut patet ex praemissis, est aequalis angulo x b g, trigoni x g b, & angulus s g x, cois, erunt ergo per 32. primi, trianguli illi s t g & x b g, aequianguli, est ergo per 4. sexti, proportio lineae x g ad lineam g s, sicut linea b g ad lineam g t, sed linea b g, est aequalis lineae g t, ergo linea x g, est aequalis lineae g s, & linea x b, aequalis lineae s t, ergo per 7. quinti, erit proportio lineae x g ad lineam g t, sicut lineae s g ad lineam g b, ergo per 17. quinti, erit, proportio lineae x t ad lineam t g, sicut lineae g d ad lineam b g, in trigono g x, ergo per 2. sexti, linea h t aequedistat lineae s x, est igitur per 4. sexti, proportio lineae s x ad lineam b c, sicut lineae x g ad lineam g c, sed linea x g maior est quam linea g c, ergo linea s x maior est quam linea b c, imago



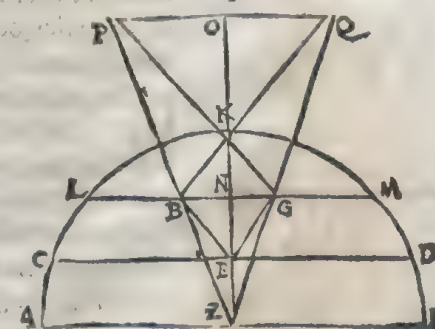
c, imago

& imago erit ergo facie maior quam linea s x, quae est diameter imaginis, & linea b c, ps diametri faciei, scilicet linea continens distantiam oculorum, quia itaque in trigono s u g, linea b n aequedistat basi s u, patet per secundam sexti, quia est proportio lineae u n ad lineam n g, sicut lineae s u ad lineam b n, sed linea s u est maior quam linea b n per 4. sexti, quoniam linea s g est maior quam linea b g, erit ergo linea u n maior quam linea n g, sed linea u n est distantia imaginis à uisu, & linea n g est distantia uisus à speculi superficie, patet ergo propositum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro speculi sphaerici concavi quam medius punctus semidiametri orthogonaliter super illam semidiametrum producta linea aequedistans diametro producat in illa uisus in aequedistantia à centro speculi in linea illa positis dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago uidentis maior facie, maiorque erit distantia imaginis à speculo quam faciei uidentis.

Esto speculum sphaericum concavum, cuius superficiei, & superficiei reflexionis communis sectio sit circulus a k f, cuius centrum z, & diameter a f, & à centro z, ducatur perpendicularis super diametrum a f, semidiameter z h, quae diuidatur per aequalia in puncto e, & à puncto e ducatur aequedistans diametro a f, linea c d, diuidatur quoque linea e k in puncto n, & à puncto n, linea e k ducatur linea aequedistans lineae a f quae sit l m, in hac itaque linea l m, ponantur uisus aequaliter distantes à centro z, dico quod uerum est quod proponitur. Sint enim uisus b & g dispositi in linea l m, ut proponitur, erit ergo ut in praemissa propositione anguli b k n & g k n aequales, per 4. primi, reflectentur ergo uisus b & g, ad se inuicem mutuo à puncto k, sed linea n z maior est quam linea n k, reflectetur ergo linea n z ad aequalitatem lineae n k, per 3. primi, & sit n e aequalis n k, ducantur quoque lineae l e & g e, & erit per 4. primi, angulus b e n aequalis angulo b k n, sed angulus b e n, per 16. primi, est maior angulo b z e, ergo angulus b k z maior est angulo b z k, ergo maior est angulo b z g, ergo per 14. primi huius, lineae b k & z g concurrent, sit concursus punctus q, sed & per eandem lineam g k & z b, concurrent, sit concursus punctus p, cum itaque linea g k, sit linea reflexionis formae puncti b, à puncto speculi k, & linea z b, sit kathetus incidentiae, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p imago formae puncti b, & similiter erit punctus q imago formae puncti g, ducatur ergo linea p q, & hoc erit imago lineae b g, uidebitur ergo dextrum sinistrum, & sinistrum dextrum, propter intersectionem linearum reflexionis b q & g p, ut patet per 53. huius, item per 4. primi, linea z b est aequalis lineae z g, ergo per 5. primi, angulus z b n est aequalis angulo z g n, & angulus p b g est aequalis angulo q g b, sed angulus n b k aequalis est angulo n g k, relinquatur ergo angulus k b p aequalis angulo k g q, sed angulus b k p est aequalis angulo k g q, per 15. primi, ergo per 32. primi, trigoni b k p et g k q sunt aequianguli, sunt ergo anguli b p k & g q k aequales, & quia anguli p b g & q g b, ut patet ex praemissis sunt aequales, ergo per 32. primi, trigoni p b g & q g b sunt aequianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineae b p ad lineam g q, sicut lineae b g ad seipsam, erit ergo linea b p aequalis lineae g q, erit ergo linea z p aequalis lineae z q, quae est ergo proportio lineae p z ad lineam z b, eadem est linea q z ad lineam z g, ergo per 17. quinti, & per secundam sexti, linea b g aequedistat lineae p q, ergo per 29. primi, trigoni p z q & b z g sunt aequianguli, erit ergo per 4. sexti, proportio lineae p z ad lineam z b, sicut lineae b q ad lineam b g, sed linea p z est maior quam linea b z, ergo linea p q est maior quam linea b g, est ergo idolum maius re uisa. Item linea z k, producta secet lineam

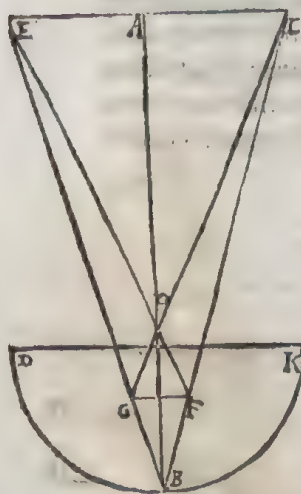


lineam p q per 29. primi huius, secant enim angulum p z q, secet ergo ipsum in puncto o, erit ergo per præmissa, & per 29. primi, angulus p d k, trigoni k p o æqualis angulo g o k, trigoni k g n, sed & angulus p k o æqualis est angulo g k n, per 15. primi, ergo p 32. primi, trigoni p k o & g n k sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ p o ad lineam g n, eadem est lineæ o k ad lineam k n, est autem ut patet ex præmissis, lineæ b n æqualis lineæ g n, sed lineæ p o est maior quam lineæ b n, ideo quod tota lineæ p q est maior quam lineæ b g, & lineæ p o est medietas lineæ p q, sicut lineæ b n medietas lineæ b g, cum enim lineæ b q & g p sint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit lineæ k q æqualis lineæ k p, & anguli p k o & q k o sunt æquales, per 15. primi, & per præmissa, erit ergo lineæ p o æqualis lineæ q o, si ergo lineæ p o est maior quam lineæ b n, patet quod lineæ o k est maior quam lineæ k n, & lineæ o k est distantia imaginis sub speculo, & lineæ n k est distantia rei reflexæ à superficie speculi, palam ergo propositum.

LXIII.

Circa diametrum speculi sphaerici concavi extra speculum productæ ambobus positis oculis secundum æqualem distantia à diametro, & centro speculi, dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago minor facie apparent inter uisus & superficiem speculi.

Sit communis sectio superficiæ reflexionis, & superficiæ speculi sphaerici concavi circulus d b k, cuius centrum o, & diameter d k, & orthogonaliter super diametrum d k, producat diametrum b o a, extra speculum, sintque duo oculi in punctis e & c, lineæ c e perpendicularis super lineam b a, & sint ambo oculi æqualiter distantes ab ipsa diametro b a, & à puncto a, erit ergo lineæ e a æqualis lineæ c a, & ducantur lineæ e b & c b, erit ergo p 4. primi, angulus e b a æqualis angulo a b c, ergo per 20. quinti huius, uisus ambo e & c ad se inuicem reflectuntur à puncto b, producat itaque lineæ à puncto e ad centrum o, hæc ergo producta concurrat cum lineæ c b, per 29. primi huius, sit concursus punctus f, & si similiter à puncto c, ducatur lineæ per centrum o, concurrans cum lineæ e k in puncto g, apparet ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti e in puncto f, & imago formæ puncti c, in puncto g, apparent ergo dextra sinistra, & sinistra dextra, sed & per 5. primi, angulus b e c est æqualis angulo b c e, quoniam lineæ b e & b c sunt æquales, sed cum trigonorum e a o & c a o, duo latera e a & c a sint æqualia, & latus a o commune, anguli q c a o & e a o sint æquales, quia recti, erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a, trianguli ergo e f c & c g sunt æquianguli, per 32. primi, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e g ad lineam e f, & lineæ e f ad lineam c g, sicut lineæ e c ad seipsam, sunt ergo lineæ e g & c f æquales, & lineæ e f & c g æquales. Sed totalis lineæ b e est æqualis totali lineæ b c, ergo relinquitur lineæ h g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi, angulus b g f æqualis est angulo b f g, sed illi anguli cum angulo g b f, ualent duos rectos, per 32. primi, sunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem est proportio lineæ g f ad lineam e c, sed lineæ b g est minor quam lineæ b e, ergo lineæ g f est minor quam lineæ e c, imago ergo faciei uidentis est minor facie conspecta, apparet autem inter oculos & speculi superficiem, quoniam lineæ g f, quæ est diameter imaginis cadit inter lineam



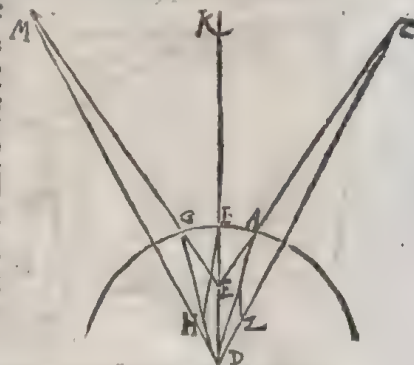
e c, in qua sunt ambo uisus, & inter superficiem speculi, palam ergo propositum.

LXV.

Imagines rerum retro specula sphaerica concava apparentes motis rebus quarum sunt, ad eandem partem moueri uidentur.

Sit in speculo sphaerico concavo circulus a b g, cuius centrum sit d, & sit centrum uisus punctum e, sintque duo puncta rei uisæ ex utraque parte puncti e, quæ sint 3 & h, ducanturque duo katheti incidentiæ quæ sint d 3 c & d h k, reflectaturque forma puncti 3, ad uisum

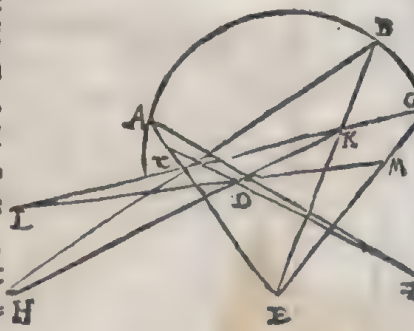
sum e, à puncto speculi a, & forma puncti h, à puncto speculi b, & ducantur reflectionum lineæ quæ sint a e & b e, concurratque lineæ a e, cum katheto d 3 in puncto c, & lineæ b e, cum katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginum intra speculum ita quod punctum c, sit locus imaginis formæ puncti 3, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus sentiuntur, & res quarum sunt ille imagines, transferatur itaque punctus rei uisæ qui est h ad punctum l, & reflectatur ad uisum e, à puncto g, & ducatur kathetus d l, cōcurrans cum lineæ reflexionis q est e g in puncto m, eritque locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipsum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata est ipsa res, cuius in puncto m, est imago, quod si puncta rei uisæ fuerint h & l, & sint sup uisum, erunt loca imaginum quæ sunt k & m, super uisum, & apparet bunt supra res, quarum sunt formæ, & si puncta h & l, fuerint à dextris ipsis uisus, & loca imaginum suarum quæ sunt k & m erunt à dextris, sed non putabuntur esse dextra, ut patet supra per 5. huius, quoniam propter reuerberationem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, patet itaque propositum.



LXVI.

Imagines rerum inter specula sphaerica concava & uisus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit speculi sphaerici concavi circulus a b g, cuius centrum sit punctus d, sitque centrum uisus e, extra centrum speculi quod est d, & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ, quæ sint z & h, quæ reflectantur ad uisum, à duobus punctis a & b, sintque lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h, ducanturque katheti incidentiæ z d c & h d k, secantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum c puncti z, & k puncti h, uidebuntur itaque formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs quam sint res ipsæ, p 49. huius, quod si punctus h, rei uisæ transferatur ad punctum l, & reflectatur à puncto speculi g ad uisum e, ducaturque lineæ reflexionis quæ sit e g, & kathetus l d m, secans lineam reflexionis quæ est e g in puncto m, eritque per 37. quinti huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaque puncti h, quæ est k, erit translata ad partem diuersam illi ad quam res uera translata est, & si punctus h & l, fuerint sursum mota supra uisum, tunc imagines ipsorum quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum, & si puncta h & l, fuerint mota ad dextram partem uisus, formæ imaginum uidebuntur moueri ad sinistram, & ita semper mouentur imagines ad partem contrariam rebus, patet ergo propositum.

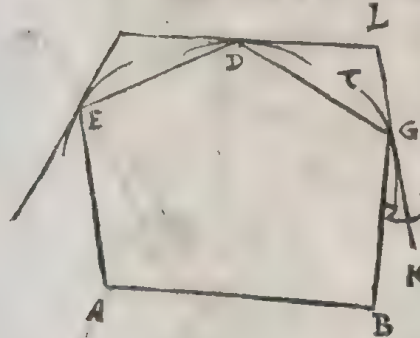


LXVII.

Per specula sphaerica concava quotlibuerit possibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat dispositio, quæ in planis et conuexis sphaericis speculis, & sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ sit b, & secundum distantiam centri uisus quod est a, & à puncto rei uisæ quod est b, describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum, quocumque angulorum placuerit, sitque exempli causa pentagonum, quod sit a b g d e, fiatque circulus circumscribens illud polygonum pentagonum per 12. quarti, & sup illius pentagoni angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circumscribentis polygonum productas ad circumferentiam secundum ipsorum puncta media statuatur specula sphaerica concava, quæ sint partes eiusdem sphaeræ & æquales proportionales, patet itaque quoniam superficies plana penta

plana, pentagoni a b g d e, secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69. primi huius, unus itaq; arcus unus illorum circulorum sit z g e, dueanturq; lineae contingentes quolibet illo; arcum in punctis g d e, contingatq; arcum z g c, in puncto g, linea l k, q; itaq; per 43. primi huius, angulus portionis qui est b g z est aequalis angulo d g c, anguli quoq; contingentiae qui sunt b g z & l g c sunt aequales, palam ergo per 20. quinti huius, qm sit reflexio formae puncti b, a puncto speculi g, ad punctum speculi alterius quod est d, & similiter per eandem demonstrationem fiet reflexio a puncto d, ad punctum speculi alterius quod est e, & a puncto e, ad centrum visus quod est a, palam ergo ppositum, & sic quotcunq; fuerint anguli polygoni, tot assumantur specula, semper accidet illud quod praemissum est.



LXVIII.

A speculis sphaericis concavis soli oppositis ignem possibile est accendi.

Esto speculum sphaericum concavum soli oppositum, in quo signetur circulus k a b g x, cuius centrum sit c, sitq; ut superficies plana secans speculum, sed huc circulum secet etiam corpus solis transcentrum, ergo per 69. primi huius, communis sectio illius superficiei planae & solis, erit circulus magnus qui sit d e z, & ab aliquo puncto illius circuli solaris ut a puncto d, ducatur linea secundum quam praecedens radius ad centrum speculi qd



est c, incidat in punctum speculi quod sit g, & a puncto circuli solis qd sit g, procedens radius ad centrum speculi quod est c, incidat in punctum speculi b, & a puncto solis quod sit z, incidens radius per centrum speculi c, cadat in punctum speculi a, quia ergo oēs radij transeuntes p centrū c, sunt perpendicularares super superficiē speculi a b g x, p 72. primi huius, patet p 21. quinti huius, qm oēs reflectunt in seipsos, concurrant ergo tā incidētes q̄ reflexiones in puncto c, quod est centrum speculi, omnes em illi radij sunt diametri ipsius speculi, et omnes anguli semicirculi sunt aequales, per 43. primi huius, reflexio aut omnis sit secundū angulos aequales, ut patet per 20. quinti huius, quicunq; itaq; radiorum solarium pertransierunt p centrum speculi quod est c, & pervenerint ad quacūq; puncta superficiei speculi, illi omnes reflectuntur in seipsos, & cōcurrent in centrō ipsius radij, non aequedistantes illis radijs, non concurrunt: sit enim radius perpendicularis super superficiem speculi qui est e b, hic ergo ut praemissum est transibit centrum speculi quod est c, & reflectitur in seipsum, hinc ergo ducatur per 31. primi, aliquis radius aequedistans qui sit l n, & alius qui o s, sitq; arcus n b inaequalis arcui b s, secetq; linea l n, circulum a b g in puncto y, & in arcu y n signetur punctum k, & ducatur linea c n, quia itaq; angulus l n k est maior angulo c n k, ut pars suo toto, patet quod angulus l n k est minor angulo c n b, quoniam anguli c n b & c n k sunt aequales, per 43. primi huius, patet ergo per 20. quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in punctum c, fiat itaq; angulus b n f aequalis l n k, cadetq; punctum f, extra punctum c, in punctum aliquod semidiametri c b, & in corpore solari continuetur linea e l, si itaq; quadrangulum n f e l, fixo permanente suo latere e f, imaginetur moveri quousq; linea l n, incidat ad locum unde exiuit, tunc punctus n, motu suo describet quendam circulum in superficie speculi, & in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet aequalis, ergo angulus l n k est aequalis angulo b n f, fiet ergo per 20. quinti huius, a tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f, similiter quoq; si a puncto solis quod est o, ducatur per 31. primi, radius aequedistans radio perpendiculari qui est e b, & sit ille radius aequedistans o s secans circulum a b g in puncto x, & in arcu x s, signetur punctum q, in linea n f producta,

ducta, sitq; ut perpendicularis e b secet circulum a b g in puncto p, & sit arcus b s minor arcu n b, ergo & arcus x p qui est aequalis arcui b s, per 53. primi huius, minor est arcui p y aequalis b n, ergo arcus x q s, remanet maior arcu y k n, ergo per 43. primi huius, angulus x s q est maior angulo y n k, radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, sed ad aliquod punctum lineae f c, quod sit h, portio enim circuli y k n, quae est aequalis portioni n b q, est minor portione x q s, quae est aequalis portioni s b h, copulentur quoq; linea o e, si itaq; fixo latere e h, quadrangulum o e h s, intelligatur moveri quousq; linea o s, redeat ad locum unde exiuit, tunc punctum s motu suo describet in superficie speculi circulum a cuius totali periferia, fiet reflexio ad punctum diametri speculi qui est h, & similiter de quibuscunq; alijs radijs incidentibus superficiei speculi aequedistanter radio e b, semper enim fiet reflexio omnium sibi similium radiorum a periferia unius circuli totius speculi ad unum punctum diametri ipsius speculi, & lineae radiales propinquiores diametro reflectuntur ad punctum propinquius centro c, & lineae radiales remotiores diametro, & aequedistantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod est c, in quocunq; autem illorum punctorum ponatur aliquod corpus combustibile, per radios reflexos incendet, sed quia radij sunt pauci & debiles, oportet ut combustibile diutius in puncto collectio- nis radiorum moram trahat, patet ergo propositum, et hoc speculum quantum ad actum combustionis efficacius est speculo composito ex planis speculis, de quo locuti sumus in fine quinti libri huius scientiae, possit quoq; per diligentiam artificis aliquod speculum ex pluribus huiusmodi speculis componi, qd esset maioris efficacie ad comburendum, hoc autem relinquimus industriae pquirentis, qd sufficit nobis in ppositum, hoc modo demonstratum.

LIBER NONVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



N praemisso libro passiones speculorum sphaericorum concavorum p nostro posse pertractavimus, sup est nunc ut speculorum columnarum & pyramidalium concavorum proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium praemissorum speculorum proprietates concurrunt, planorum quidem, cum in illis a linea longitudinis speculi sit reflexio, columnarum quoq; & pyramidalium convexorum plurimae passiones in hac concava specula descendunt, qm istorum & illo; cōformis est generatio secundū figuras, a quibus in utrisq; provenit quaedam conformitas passionum, nisi quod hinc & inde secundū naturā convexi & concavi passiones quodammodo secundū sitū contrarie disponunt, ex quo accidit, ut quandoq; lineae reflexae in convexis speculis fiat locus imaginis in concavis, & e converso, & ob haec eadem principia in his speculis & in illis sunt (praemissis figuris) cōformiter assumenda. Sic itaq; omnium speculorum regularium pro nostrarum virium & experientiae possibilitatem passionibus aequaliter pertractatis ad aliqua specula figurarum irregularium & compositarum mentem conuertimus, videntesq; quod antiquorum Geometrarum diligentia & sollicitudo circa speculorum comburentium, aliquorum totali superficie ad unum punctum naturalem vel mathematicum sit reflexio luminis & formarum incidentium plurimū est versata, ut circa rem scientiae Geometriae plurimam subtilitatem rebus naturalibus applicantem, actionem quoq; naturalium formarum accelerantem in productione effectuum mirandorum, huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei ad quam sicut ad finem nobilissimum omne quod de natura quorumlibet speculorum praemissimus aequaliter ordinatur. Ex praemissis vero libris satis patet, quod figura talium speculorum comburentium in una superficierum planarum, ut patet per ultimā 5. huius, non est possibilis, sicut nec ab aliqua una superficierum convexarum quacūq; siue illa convexa superficies fuerit sphaerica, ut patet per ultimā 6. huius, siue fuerit columnaris vel pyramidalis, ut patet p penultimā 7. huius, possibile est radios aliquos aggregari

gati ad punctum unū mathematicū uel etiā naturālē, à concavis quoq; speculis sphaericis non sit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à periferia unius tantū circuli, & à tota superficie unius hemisphaerii ad totam semidiāmetrū siue axem speculi, ut ostensum est per ultimam 8. huius. Non sit autē omnium radorū aequidistanter axe speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctū unum. Sed neq; ab aliqua superficierum speculorum columnarium uel pyramidalium concavorū est hoc possibile fieri, prout infra in praesenti libro demonstrabimus. Restat ergo ut superficies alias huic nostro proposito competentes cū demonstrationis diligentia perquiramus, quoniam illud quod ex pluriū speculorum regularium compositione ad hunc effectū possibile prius fore diximus, unius superficiei à qua totali ad unū punctum fiat reflexio certitudinem nō attingit, neq; ad illorum peruenit comoditatem, neq; in illis adeo relict humani bonitas ingenij & utilitas figurarū. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibuscq; speculis, & in ipsis comburentibus speculis supponimus principia quae in libris praecedentibus sunt praemissa, ut patet in 7. & 8. libro huius scientiae, quae uero ex praesuppositis principijs & conclusionibus demonstranda de his speculis praenominatis uidimus sunt ista.

THEOREMA I.

In speculis columnaribus concavis communis sectio superficiei reflexionis & speculi quādoq; est linea longitudinis speculi, quādoq; circulus, quādoq; oxigonia sectio.

Quod hic pponitur, patet ex praemissis in libro septimo istius de speculis columnaribus concavis, & quia speculum columnare concavum non minus participat formā & proprietatem columnae quā concavum, patet quod proposita passio eodem penitus modo demonstranda est de speculis columnaribus concavis ut de columnaribus concavis, patet ergo propositū, nec em̄ necessarium talibus amplius immorari, & quando fuerit communis illa sectio linea longitudinis speculi, erunt modi reflexionū & loca imaginū sicut in speculis planis, quando uero illa sectio communis fuerit circulus, erunt modi reflexionis & loca reflexionū sicut in speculis sphaericis concavis. Eruntq; loca imaginum quādoq; ultra speculū, quādoq; in ipsa superficie speculi, quādoq; inter uisum & speculū, quādoq; in ipsa superficie uisus, & omnium istorum idem est demonstrandi modus qui in illis sphaericis concavis speculis patuit per undecimam octauū huius.

II.

In speculis pyramidalibus concavis communem sectionem superficiei reflexionis & speculi, lineā longitudinis speculi aut sectionem oxigoniā possibile est esse, circulum uero impossibile.

Passiones ppositae de praesentibus speculis eodē penitus modo demonstrabiles sunt, quo & de speculis pyramidalibus concavis sunt ostensae per diuersas propositiones 7. huius, patet ergo propositum, & quando communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflexionum & loca imaginum, quae & in speculis planis ostensa sunt per 49. quinti huius.

III.

In omni superficie reflexionis à speculis columnaribus uel pyramidalibus concavis centrum uisus & punctum rei uisae, punctum reflexionis, & punctū axis in quē cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficie speculi in puncto reflexionis contingentem consistere est necesse.

Sit speculum columnare concavum cuius axis sit a b, sitq; centrū uisus o, & punctum rei uisae d, reflectaturq; forma puncti rei uisae quod est d ad uisum c, in puncto speculi e, & in puncto e contingat superficiei speculi superficies plana, super quam superficiei à puncto e, ducatur linea perpendicularis p. 12. undecimi, q̄ secet lineā a b axem speculi in puncto f, & sit linea e f, dico quod puncta c d e f, necessario erunt semp in eadem superficie reflexionis

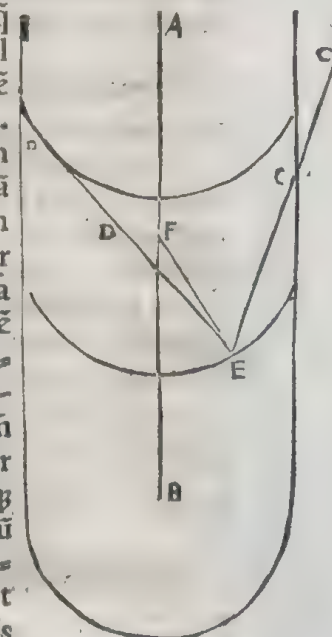
xionis, aut em̄ hac superficies reflexionis aequidistabit basibus colūnae aut non, si sic, patet per 100. primi huius, quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi erit circulus aequidistans basibus colūnae, & linea ducta à puncto reflexionis quod est e, transiens per centrum illius circuli est perpendicularis super superficiem colūnae, ut patet per 96. & per 100. primi huius, & si centrum uisus quod est c, & punctum rei uisae quod est d, fuerint in illa linea, fiet reflexio formarū punctorum uisorum tantū secundum illam lineam per 21. quinti huius, eruntq; illa quatuor puncta q̄ sunt c d e f, omnia in superficie reflexionis, quod sit centrum uisus uel punctum rei uisae, dum fuerit in hac linea perpendiculari, semper tamē linea e f, perpendiculariter à puncto e, ducta cadet in axem a b, p. 96. primi huius, & linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum, quoniam cadet inter perpendicularem e f, & inter lineā circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi in puncto e contingentem, & quoniam hac linea reflexionis cadit semper intra speculum, quia secundum sui partem qua incidit speculo necessario cadet inter superficies planas per centrum uisus ductas, portionē apparentem speculi contingentes, & qm̄ per 20. quinti huius, semp angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis, patet quod si unus illorum punctorum est in superficie reflexionis quod & reliquus, quia em̄ angulus d e f erit aequalis angulo f e c, cadet huiusmodi anguli ex diuersis partibus perpendicularis lineae quae est e f ultra speculum, in eadem itaq; superficie cadent omnia puncta c d e f, & eodem modo demonstrandū est à quocunq; puncto circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, fiat reflexio, semper enim illa quatuor puncta erunt in superficie reflexionis, quod si communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit linea longitudinis speculi, tūc iterū à quocunq; puncto illius lineae fiat reflexio, semp pposita quatuor puncta erūt in superficie reflexionis, ut patet p. 27. quinti huius. Similiter quoq; patet idem si communis sectio superficiei reflexionis & horū speculorum fuerit sectio oxigonia, qm̄ illa sectio secabit speculū trans axem p. 103. primi huius, & linea à puncto reflexionis perpendiculariter ducta sup superficiē speculi in puncto reflexionis continget, semp cadet in axe, ut hac in speculis columnaribus et pyramidalibus concavis sunt amplius declarata: est ille modus demonstrandi uniuocus & in istis speculis. Quod si speculum ppositum fuerit pyramidale concavū, tūc ut supra ostensum est p. praemissam impossibile est communem sectionē superficiei reflexionis & superficiei speculi circulū esse, q̄ sectio si fuerit linea longitudinis uel sectio oxigonia, tūc eadem erit declaratio qd̄ quatuor praedicta puncta c d e f, consistūt in superficie reflexionis, quae prius in speculis columnaribus concavis, patet ergo illud qd̄ pponebat.

IIII.

Centro uisus existente intra speculū columnare uel pyramidale concavum à quolibet puncto speculi fiet reflexio ad uisum.

Sit speculū colūnare concavū, cuius axis sit a b, & sit centrū uisus c, sitq; punctū c, intra speculū, dico qd̄ ab omni puncto speculi fiet reflexio ad uisū. Siue em̄ communis sectio superficiei reflexionis & huius speculi fuerit linea longitudinis colūnae speculi, ut cū superficies reflexionis secat superficiei speculi secundū axis longitudinē, ut patet p. 93. primi huius, siue fuerit circulus aequidistans basibus colūnae ipsius speculi, siue fuerit sectio oxigonia, semp patet p. praemissam qd̄ punctus reflexionis & centrū circuli siue punctus axis in quē cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis sup superficiē speculi sunt in eadē superficie. Est ergo semp possibile ut ab illo puncto fiat reflexio ad uisum, qm̄ in concavitate taliū speculorum non est corpus aliqd̄ densum resistēs multiplicationi formarū p. mediū, à quolibet puncto ergo superficiei taliū speculorum fiet formarū reflexio ad uisum. Idē quoq; patet in speculis pyramidalibus concavis, qm̄ centrū uisus semp est intra talia specula, nō refert à quo eonq; puncto superficiei speculi fiat reflexio, qm̄ semp possibile erit formā ad uisum peruenire, nisi forte densitas occipitis in quibusdā sitibus impediat reflectionē, patet ergo p. praemissam

mm 2 positū



positum, resumptafiguratione præmissæ, positoq; puncto c, intra superficiem speculi in linea c e, quicūq; eius punctus in utroq; speculorū fuerit datus, sit ille punctus e, & ab eo extrahatur perpendicularis super superficiem planam in illo puncto speculum cōtingentem per 12. undecimi, & quoniam illa cadet in axem speculi per 96. primi huius, sic ut cadat in punctum f, & super punctū e, tantū lineæ e f, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo c e f, qui f e d, palam ergo quod forma puncti d, reflectetur ad uisum in puncto c, existentem per 20. quinti huius, & hoc proponebatur.

V.

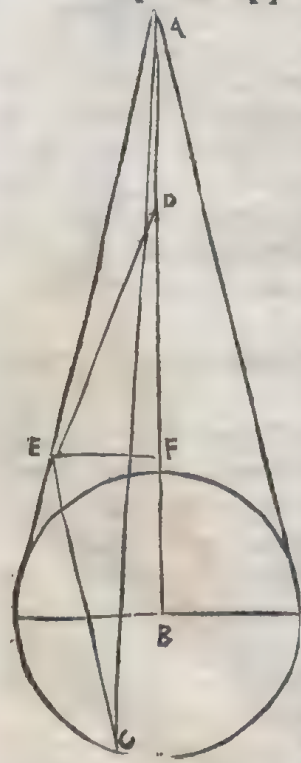
Centro uisus existente extra speculum columnare uel pyramidale concauum non integrum à maiore parte superficiei speculi fiet reflexio ad uisum.

Esto speculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis sit a b, & sit centrū uisus punctum c, sitq; extra speculum, dico quod à maiore parte superficiei concauæ speculi fiet reflexio ad uisum: imaginentur enim superficies contingentes columnam uel pyramidalem à uisu pductæ ad speculum, palamq; per primā septimi huius, quoniam solum pars superficiei speculi interiacens illas superficies contingentes est illa, à qua speculo existente conuexo sit reflexio ad uisum. Est autem illa pars minor pars superficiei speculi, ut patet de speculis columnaribus per 78. quarti huius, & de pyramidalibus per 84. quarti huius, ablata itaq; illa parte remanet maior pars superficiei speculi, sit autem à tota illa superficie reflexio ad uisum, quoniam omnis linea ducta sub lineis contingentibus speculum in aliqua illarum superficierum producta secat superficiem speculi p 4. septimi huius, secundum illam ergo potest fieri reflexio ad uisum, patet ergo propositū.

V I.

Speculo pyramidali concauo integro existente oppositoq; ipso uisui ex parte suæ basis existenti nullius puncti forma uidebitur nisi intra speculum existentis.

Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit a b, sitq; eius conica superficies tota integra, basis uero eius quæ est superficies plana sit submotā ab ipso speculo, sitq; centrū uisus c, ex parte basis submotæ, dico quod uisus non percipiet formam alicuius puncti rei uisæ nisi illius quæ fuerit inter ipsum speculum. Si enim centrū uisus c, in aliqua consistat linea longitudinis speculi, fiatq; reflexio ab illa linea longitudinis ad uisum, tunc patet, quia punctum rei uisæ oportebit consistere intra speculum, quoniam ex hypothesi centrū uisus est ex parte basis speculi, oportebitq; punctum rei uisæ in eadem linea longitudinis existere, aliās enim non fieret reflexio, ppter inæqualitatem angulorū, quod si centrū uisus c, sit sub aliqua linearū longitudinis speculi, tunc adhuc patet propositum, quoniam enim omnis perpendicularis ducta à quocūq; puncto reflexionis quæ fieri possit ad uisum c, in hoc situ, tenet angulū acutum cū linea reflexionis, patet per 33. quinti huius, cum semper fiat reflexio ex parte anguli maioris, qd semper fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis speculi, oportet ergo de necessitate, ut puncta rei uisæ quorū formæ reflectuntur ad uisum à quibuscūq; punctis superficiei totius speculi semper sint intra ipsum speculum, patet ergo propositum. Si uero auferatur à speculo tali portio aliqua secundū longitudinem speculi, tunc poterit comprehendī exteriora q̄ sunt extra speculū, qm̄ patebūt liberi introitus lineis incidentiæ formatū extrinsecarū quæ reflectunt ad uisum. Similiter quoq; accidit si seceſſet pyramis speculi ad modū annuli secundū aliquē circulū æquedistantē basi, uel etiā secundū oxigonā sectionē taliter ut auferat uertex pyramidis speculi tunc em̄ incident-



incidit si seceſſet pyramis speculi ad modū annuli secundū aliquē circulū æquedistantē basi, uel etiā secundū oxigonā sectionē taliter ut auferat uertex pyramidis speculi tunc em̄ incident-

incidentiæ liberum habebunt ingressum, plures tamen formæ reflectentur ad uisum si centrū uisus fuerit ex parte superficiei concauitatis speculi q̄ si fuerit ex parte suæ basis, quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

VII.

A quocūq; puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti.

Esto ut in præmissa speculum columnare uel pyramidale concauū, cuius axis a b, ab eius quoq; puncto e, reflectatur ad uisum c, forma puncti d, dico quod ab eodem puncto e, forma alterius puncti q̄ d, ad uisum existentem in puncto c, impossibile est reflecti, ducatur em̄ à puncto reflexionis quæ est e, linea perpendicularis super superficiem speculi in puncto e contingentem, quæ secabit axem speculi per 96. primi huius, secet ergo in puncto f, palam itaq; per 3. huius, qm̄ puncta c d e f, sunt in eadem superficie, & qm̄ una sola linea recta à centro uisus quod est e, ducibilis est ad punctū reflexionis qd est e, patet quod angulus s e f, non potest uariari, ergo nec angulus d e f, quæ per 20. quinti huius, est æq̄lis angulo t e f, linea ergo e d est tñ unica linea, cuius alterius puncti forma potest reflecti ad uisum c, sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipsum reflectet, cū em̄ aliqua linea incidentiæ peruenit ad aliquod punctū corporis, non potest forma alterius puncti per illam lineā incidere speculo, qm̄ punctus altior occultat posteriore, nec præstat transitū formæ illius, patet ergo ppositū, qm̄ in his speculis à quocūq; puncto facta reflexione forma unius puncti nō potest ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum, sed à duobus uisibus possunt in eodem puncto speculi duorū punctorū formæ comprehendī, sicut à pluribus uisibus plures formæ diuersorū punctorū, qm̄ ut patet per 18. septimi huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularē e f, se secantes, in quarum qualibet ex utraq; parte perpendicularis e f, sumi possunt duo anguli acuti æquales, licet autē illud quod hic proponitur satis patuit per 29. quinti huius, hic tñ idem declarauimus, ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

VIII.

Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi unus est tantum punctus reflexionis & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum, & uidetur unica imago.

Non oportet huc ppositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis, quod ab uno tñ puncto sit reflexio, & una tñ occurrat uisui imago, ut patet per 46. & 48. quinti huius, linea em̄ recta est cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi hinc inde, unicus ergo tñ est punctus reflexionis, unica tñ erit imago sub superficie speculi semper apparens, ut in planis speculis, eritq; per 49. quinti huius, distantia imaginis sub speculo æqualis distantia rei uisæ super speculum, patet ergo propositum.

IX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonā existente à pluribus punctis illius sectionis potest fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus.

Sit speculum columnare uel pyramidale concauū, cuius axis a b, sitq; centrū uisus c & punctū rei uisæ sit d, ut patet in figura 6. huius. Si itaq; cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit sectio oxigonā, dico quod forma puncti d, ad centrū uisus c, à pluribus punctis illius sectionis reflecti potest. Iam em̄ ostendimus supra per 22. septimi huius, quod à speculis columnaribus conuexis ab uno tñ puncto sectionis oxigonæ, sit formæ eiusdē puncti reflexio ad uisum eundem, & diximus quod si diameter columnæ fuerit æqualis distantia oculorū, quod à duobus punctis sectionis oxigonæ pos-

mm 3 test

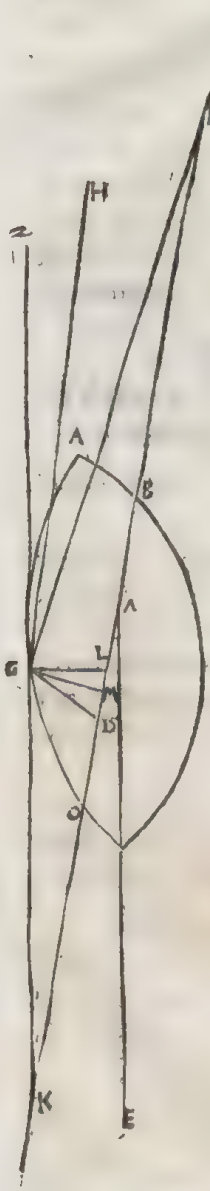
test fieri reflexio ad uisum, aliā em latebunt uisum puncta reflexionis se respicientia, s. illa per quā transit circulus columnar ductus per punctū reflexionis æquedistanter basi bus, unde uiso uno illo puncto; alius punctus latebit propter minoris portiois colū nar ipsius apparentiam. In his uero speculis columnaribus concavis apparet uisui ma- ior portio columnar, ut patet per quintā huius, unde ab unico uisu possunt percipi ambo puncta, quæ sunt extremitates diametri circuli æquedistantis basibus columnar, eodem modo penitus de speculis pyramidalibus concavis declarandū, eius em superficiei plus medietate uni uisui occurrit, & duo puncta per diametrum circuli æquedistantis basi py- ramidis opposita uideri possunt, patet ergo propositum.

X.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyra- midalis concavi oxigonia existente, erit locus imaginis quandoq; ultra spe- culum, quandoq; citra uisum, quandoq; in centro uisus, quandoq; in super- ficie speculi, quandoq; inter uisum & speculum.

Esto speculū columnare concavū, cuius pars axis sit d k, & eius supficiei columnaris & superficiei reflexionis cōmunis sectio sit oxigonia, quæ a b g, dico quod possibile est totū, quod hic pponitur, ducatur em in hac sectione perpendicularis super superficiei speculum contingentem in puncto reflexionis quæ sit d g, hoc itaq; per 112. & per 104. primi huius, erit semidiameter cu- iusdam circuli secundū illum punctū secantis columnā speculi æque- distanter basibus, secabitq; axem speculi q̄ est d k, sitq; ut secet ipsū in puncto d, eritq; illa perpendicularis tm̄ una, cum a nullo alio pun- cto sectionis a b g, possit duci linea perpendicularis super superficiei contingentē speculū in puncto reflexionis q̄ ab uno puncto reflexi- onis, cū omnes aliæ lineæ a quibuscūq; punctis sectionis a b g, ductæ ad axem d h, sunt oblique super superficiei illam speculū contingentem ut patet per prænominatas ppositiones primi huius. Sumatur item alius punctus sectionis a b g, qui sit b, & ducatur ab illo puncto b, li- nea perpendicularis sup lineam rectam contingentē sectionē a b g, in puncto b, & hæc quidē linea per 114. primi huius, necessario cōcur- ret cū ppendiculi g d, Sit ergo exempli causa, concursus in puncto d, qm̄ si concurrant sub puncto d, eadē est demonstratio, sitq; pūctus b, taliter sumptū in sectione a b g, circa punctū g, ut angulus b d g, sit acutus. Deinde a puncto g ducatur in superficie sectionis a b g, li- nea æquedistans lineæ b d, per 31. primi, quæ sit g h, & hæc linea ca- det inter pyramidalē sectionem, ideo quia cū angulus g d b sit acu- tus ex hypothesi, erit suus coalternus qui est angulus h g d, similiter acutus p 29. primi, cū lineæ b g & g h, adinuicem æquedistant. Item inter puncta d & h, ducatur a puncto g, linea in superficie sectionis q̄ per 2. primi huius, necessario cōcurrat cū lineæ b d, qm̄ ipsa concurrēt cum lineæ b g, æquedistante lineæ b d, sit ergo punctus cōcursus n, ca- det itaq; linea g n, inter lineas g h & b n. In hac itaq; lineæ g n, sumat punctus quicūq; qui sit o, inter duo puncta g & n, & ultra punctū n, sumatur punctū t, in lineæ g n. Item a puncto g, ducatur extra ambas lineas g h & b d, & alia linea inter sectionē a b g, quæ sit g 3, hæc itaq; linea g 3, quia concurrat cū lineæ h g, in puncto g, necessario concu- ret cum lineæ d b, pducta ultra punctū b, per 2. primi huius, sit cōcur- sus in puncto e, & sup g, tm̄ lineæ g d, fiat angulus æqualis angulo 3 g d, p 23. primi, quæ sit angulus d g q, cadatq; punctū q in lineæ b d. Similiter quoq; fiat angulus l g d, æqualis angulo h g d, & fiat angu- lus m g d, æqualis angulo n g d, sitq; omnia puncta q b & m, in li-

nea

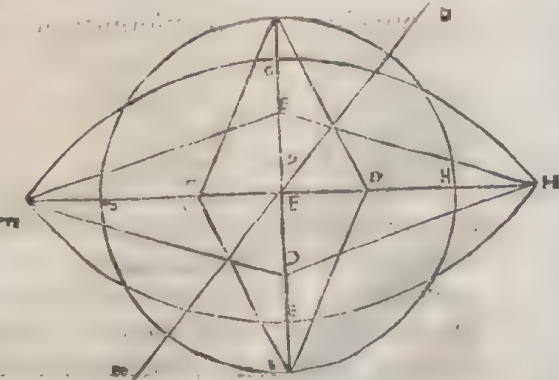


nea b d, palam itaq; per 20. quinti huius, quod si centrū uisus fuerit in puncto 3, reflectet ad ipsum forma puncti q, a puncto speculi g, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctū e, & si fuerit centrū uisus in puncto h, reflectet ad ipsum forma puncti b, a pun- cto speculi g, & qm̄ kathetus incidentiæ quæ est l d, æquedistat lineæ reflexionis quæ est g h, palam qd̄ lineæ l d & g h nunq; concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto su- perficiei speculi a quo sit reflexio quod est punctū g, qui locus est primus & p̄prius ipsi us imaginis propter concuitatē totius formæ reflexæ, prout diximus in 22. octauī hu- ius. Si uero centrū uisus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipsum forma puncti m, a pun- cto speculi quod est g, & locus imaginis erit punctū n. Si uero centrū uisus fuerit in pū- cto n, erit locus imaginis formæ puncti m, in ipso centro uisus qd̄ est in puncto n, quod si centrū uisus fuerit in puncto t, erit iterum locus imaginis formæ puncti m, in puncto n, quod erit inter uisum & superficiem speculi, patet ergo propositū, qm̄ in speculis pyra- midalibus cōcavis poterit secundū præmissa cooperante p 113. primi huius, demonstra- tio faciliter coaptari, hoc itaq; proponebatur.

XI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in eadem linea perpendicu- lari super superficiem speculi columnaris uel pyramidalis concavi quādoq; ab uno puncto speculi, quādoq; a duobus sit reflexio, & locus imaginis sem- per erit centrum uisus.

Sit speculum columnare concavū, cuius axis sit a b, sitq; centrum uisus c, & punctū rei uisæ d, sitq; puncta c & d in una linea perpendiculari super superficiei speculi quæ sit e f, uel in alia linea perpendiculari super lineam e f, quæ sit h p, ita qd̄ punctus e sit pūctus superficiei speculi, & punctus f sit punctus axis a b, & pducatur linea e f, ad aliam par- tem speculi in punctū g, dico quandoq; ab uno puncto speculi, ut a puncto e, quādoq; a duobus, ut a punctis e & g, potest forma puncti d reflecti ad uisum t, palam em p 21. quinti huius, quod linea t e, in qua est pūctus rei uisæ quæ est d, reflectitur in seipsam, tunc em̄ infinitæ possunt intelligi supficies secan- tes se super lineā e f, quæ quælibet est erecta super superficiei contingentē speculū p 18. undecimi, cū lineæ e f, quæ est cōmunis sectio illarū superficierū sit erecta super superficiem speculum in puncto e contingentem, quando ergo quarundā illarū superficierū & superficiei ipsius speculi cōmunis sectio est linea re- cta, quæ est linea longitudinis speculi æque- distans axi a b, tunc sicut per 21. quinti huius in speculis quibuscūq; ostendimus, non fiet reflexio nisi super eandem lineam perpendi- cularem, quæ est e c, & ut patet per 32. & 36. quinti huius, locus imaginis est centrū ui- sus, qui est punctus t, nec uidebit aliq; punctus rei uisæ nisi solus ille qui fuerit in super- ficie ipsius uisus, qm̄ uero aliqua illarū superficierū ppendiculiū super superficiem spe- culum in puncto e contingentē, secant superficiem concavā ipsius speculi, ita quod cō- munis sectio illarū superficierū est circulus æquedistans basibus columnar, cuius cen- trum est f, punctū axis, & tunc si punctum f fuerit in diametro p h, inter punctū c, quod est centrum uisus, & punctum d, quod est pūctum rei uisæ, ita quod æqualiter distet ab utroq; sitq; lineæ c f, æqualis lineæ f d, poterit forma pūcti d, ad uisum c, reflecti a duob; pūctis speculi, q̄ sunt e & g, & sunt pūcta terminantia diametrum illius circuli, a q̄libet em̄ illo pūctore sit reflexio formæ pūcti d, ad uisum c, ideo qd̄ angulus d e f est æqlis angulo f e c, & similiter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4. primi, duorū em̄ trigonorū d f e & f e c, duo latera d f & f c sunt æqualia ex hypothesi, & latus f e est cōmune, angulusq; d e f, est æqlis angulo c f e, quia uterq; est rectus, & similiter est i trigonis d f g & c f e, an- gulum



gulum itaq; d e c, per æqualia diuidit perpendicularis e f, & angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g, ducta à puncto reflexionis ad centrū illius circuli, & qm̄ ka-
thetus incidentiæ qui est d f, cum linea reflexionis e c uel g c, non concurrat nisi in cen-
tro uisus, quod est c, patet per 37. quinti huius. qm̄ centrum uisus est locus imaginis for-
mæ puncti d, alia uero puncta lineæ perpendicularis quæ est c d h, non reflectunt ad ui-
sum c, à puncto speculi h, nisi solus ille punctus qui est in superficie ipsius uisus, ut supra
patuit, ideo qd' non reflectitur nisi per eandem perpendicularem, cū uero alicuius illa
superficies perpendiculari super superficiem speculū propositum in puncto e cōtingen-
tem, & superficiē speculi fuerit oxigonia sectio, non poterunt puncta lineæ reflexionis
reflecti ad uisum ab aliquibus alijs punctis sectionis. tñ sicut patet per 112. primi huius,
duæ lineæ ppendiculares sup superficiem in superficie sectionis se intrinsecare non pos-
sint, sicut in superficie circuli æquedistantis basibus speculi se tales duæ diametri secant
super centrū f, ut iam patuit, quæ sunt p h, & e g, nō em̄ est diameter sectionis quæ est p
h, perpendicularis super superficiem contingentē speculū in puncto h, sed oblique inci-
dit super illam, quando diameter e g, perpendicularis est super superficiē cōtingentē spe-
culum in punctis e & g, in eadē superficie ipsius sectionis, patet ergo qd' fiet ab illis duo-
bus punctis reflexio formæ puncti d, ad uisum c, per lineam e d h, sed si puncta d 3 c, æqualiter di-
stent à pñcto f, ita ut linea d f, sit æqualis lineæ f c, tunc à punctis speculū e & g, quæ sunt
termini lineæ ppendicularis super superficiē speculi, quæ est linea e f g, potest fieri reflexio
formæ puncti d, ad uisum c, per 20. quinti huius, & per 4. primi, ut supra patuit, qm̄ an-
guli d e f, & f e c sunt æquales, & itē anguli d g f & f g c sunt æquales, & pñctū rei uisæ qd
est d, & centrū uisus qd' est c, sunt cū ambobus punctis reflexionis, qui sunt e & g, & cū
puncto axis f, cui incidit linea e f g, quæ est ppendicularis sup superficiē cōtingentē spe-
culum in punctis e & g, in eadē superficie ipsius sectionis, patet ergo qd' fiet ab illis duo-
bus punctis reflexio formæ puncti d, ad uisum c, & erit locus imaginis in utriscq; centrū
uisus qd' est c, sed si puncta d & c, fuerint in ppendiculari e f, tunc nō fiet reflexio ab ali-
quo puncto sectionis oxigoniæ nisi solū à puncto e, qm̄ forma incidens superficiē spe-
culi secundū lineā ppendicularē reflectit secundū eandē perpendicularē, & in sectione
oxigonia est unica linea ppendicularis sup superficiē speculū cōtingentē, qre ut prius di-
ctū est per illā solā fit reflexio solius pñcti lineæ ppendicularis, q est i superficie uisus, & si
aut prius erit locus imaginis in cetro uisus. Eodē q; mō deducēdū, patet idē, ppositū
in speculis pyramidalibus cōcauis, ducta em̄ à centro uisus ad superficiē cōtingentē specu-
lū pyramidale lineā rectā ppendiculari sup illā superficiē, si i illa ppendiculari sumat pñctus
corporeus iter uisum & speculū, patet qd' nō reflectet formæ eius ad uisum secundū illā
ppēdiculārē, qm̄ pñctus ille occultabit tm̄ ppendicularis, & nō reflectet ab ipso, si aut nū-
lus pñctus corporeus fuerit in illa perpēdiculari, reflectet ad uisum secundū hanc perpē-
diculārē forma solius puncti superficiē uisus, qd' punctū ex illa superficie uisus secat ipsa
perpendicularis, si cōmunis sectio superficiē reflexionis & speculi fuerit linea longitu-
dinis speculi, ab uno tm̄ pñcto speculi fit reflexio, sicut & in alio speculo colūnari postē-
sum est, qd' si sectio fuerit oxigonia, qñq; ab uno puncto, qñq; à duobus potest fieri refle-
xio secundū diuersitatē situs rei uisæ & cetri uisus, qm̄ punctis c & d existentib; in linea
f p, fiet reflexio à puncto h, & si puncto t, existēte in linea f g, punctus d, sit in linea f e, fiet
reflexio forte à punctis h & p, & semp locus imaginis est centrū uisus, uniuersaliter em̄
tam in speculis pyramidalib; q; colūnarib; cōcauis existēte axe speculi iter uisum &
speculū nō fiet reflexio p lineā ad uisum ppendicularē nisi ab uno tm̄ pñcto speculi quē
secat illa ppendicularis, & solum illius puncti superficiē uisus, quē secat illa ppendicula-
ris ducta à centro uisus, hoc quoq; qd' pmissimus, tunc demum uerum est, si linea f h fue-
rit ppendicularis super lineam longitudinis speculi, quod est possibile fieri in speculis py-
ramidalibus, non aut in speculis colūnaribus, quia tūc semp sectio est obliqua super
superficiem speculi, & similiter est de lineā f p, patet ergo, ppositum, qm̄ sectionem pyra-
midalē possibile est sic disponi, ut linea p h, sit perpendicularis super speculi superficiem,
& ut ordinetur reflexio secundum illud.

Centro

XII.

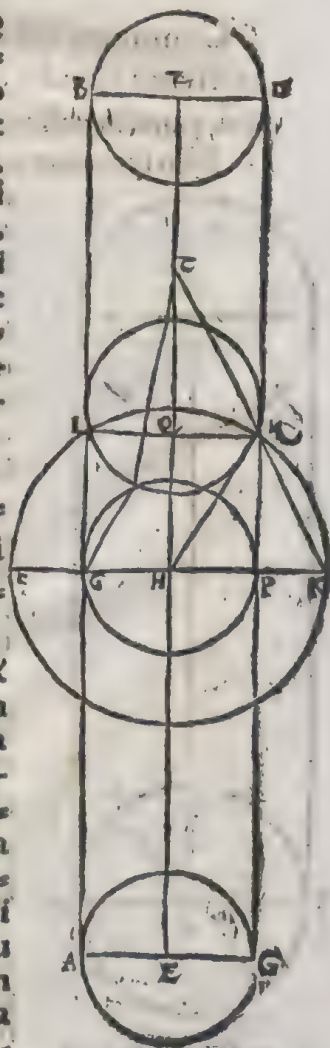
Centro uisus existente in centro basis speculi columnaris concaui, aut circuli æquedistantis basi fiet reflexio formæ ipsius oculi ab arcu circuli speculi simili arcui circuli magni qui est in superficie oculi, eritq; locus imaginis centrum uisus.

Sit speculum columnare concavum, cuius axis sit a b, sitq; centrū uisus in puncto b, quod per 92. primi huius, est centrum circuli quæ est basis speculi, dico quod forma ipsius circuli uidentis reflectetur ad ipsum uisum ab arcu circuli basis speculi, simili arcui circuli magni qui est totius sphaeræ oculi transiens per centrum foraminis unæ & per centrum oculi, hoc est arcui qui interiacet extremas perpendiculares, quæ à centro uisus secantes periferiâ foraminis unæ duci possunt ad periferiam circuli speculi, imaginentur em̃ illæ lineæ à centro oculi per centrū foraminis unæ & per totam periferiam cuiusdam arcus circuli magni sphaeræ ipsius oculi secantis portionem sphaeræ oculi, cui correspondet foramen unæ per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares super superficiē sphaeræ oculi per 72. primi huius, qm̃ ducantur à cetro, sed eadem lineæ ad periferiam circuli basis speculi pductæ sunt ppendiculares super superficiē speculi p eandem rationem, qm̃ exeunt à centro illius circuli quod est b. Istæ ergo lineæ sunt ppendiculares super utraq; istas superficies, per 21. quinti huius, ipse reflectunt in se ipsas, formæ ergo punctoꝝ superficiei oculi in illis perpendicularibus cadentes reflectuntur ad uisum per easdē, & qm̃ circulus sphaeræ oculi & circulus basis speculi cū idem centrum habeant sunt circuli æquedistantes, patet p diffinitionem similium arcuū, quod arcus quasq; duas ipsæ semidiāmetros interiacentes sunt similes, arcus itaq; circuli speculi à quo sit reflexio, est similis arcui oculi qui reflectit̃, & forte ille arcus hinc inde est quantitas circuli, quia sicut in 4. theoremate tertij huius, diximus, latus rectum subtrēsūm arcui circuli magni, & sphaeræ ipsius oculi transcunt per centrū unæ & trans totum foramen unæ, est quasi æquale lateri quadrati inscriptibilis ipsi sphaeræ oculi, illi aut̃ corrunder in centro angulus rectus, & in superficie ipsius sphaeræ 4. circuli per ultimā sexti, locus aut̃ imaginis omniū punctoꝝ superficiei oculi taliter reflexoꝝ est in centro ipsius uisus, ut patet p præmissam, & qm̃ de quocunq; circulo speculi æquedistante basi, est eadem demonstratio, patet ergo propositum.

XIII.

In speculis columnaribus cōcavis sumptis duobus punctis in axe speculi possibile est unum reflecti ad alterum à toto uno circulo speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra superficiem speculi.

Esto speculum columnare concavum, cuius axis sit e , sintq; t & h , duo puncta signata in axe, dico quod est possibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum, ut proponit. Sint em circuli $a g$ & $b d$ bases speculi, & dividat linea $t h$, per aequalia in puncto q , per 10. primai, & super centrum q , describatur circulus in superficie speculi aeq; distantibus basibus speculi per 102. primi huius, cuius diameter sit linea $l q n$, ducantur quoq; linea longitudinis speculi per 101. primi huius, quae sint $b l a$, & $d m g$, fiat quoq; circa centrum h circulus, cuius diameter sit linea $k h p$, & ducant linea $t l$, $t m$, $h l$, $h m$, quia axis speculi qui est e , p. 92. primi huius, erectus est sup superficiem circuli $l m$ patet quia anguli $t q l$ & $t q m$, & $h q l$ & $h q m$ sunt recti, sed & linea $p q$ est aequalis linea $q h$, ex hypothesi, & linea $q m$ & $q l$ sunt aequa-



les per diffinitionem circuli, ergo per 4. primi, trigona 4. quæ sunt $t q m$ & $h q m$, & $t q l$ & $h q l$, sunt æquiangula, angulus itaq; $t l q$, est æqualis angulo $q l h$, & angulus $t m q$, æqualis angulo $q m h$. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto c , & alicuius rei uisæ punctus fuerit h , reflectet forma puncti h , ad uisum existentem in puncto speculi quod est l , & similiter à puncto m , si itaq; triangulus $t l h$, fixo manente latere $t l$, quod est part axis speculi imaginetur moveri quousq; redeat ad locū ubi sumpsit motus principium, tunc punctus l , motu suo describet circulū, & semper duo anguli $t l q$ & $q l h$, manebunt æquales, & semper in hoc motu reflectet forma puncti h , ad uisum existentem in puncto t , quæ uero diameter $p h k$, est perpendicularis super superficiē speculi, palā quia ipse est kathetus incidentiæ formæ puncti h , pducatur itaq; idem kathetus $p h k$, ultra punctū k , extra superficiē speculi, donec concurrat cū lineā reflexionis quæ $t l$, pducta, concurrat autem per 14. primi huius, qm fiet cum angulus $t h k$, sit rectus, angulus $h t l$ est acutus, sit punctus cōcursus f , similiter quoq; pducto katheto $h p$, ultra punctū p , concurrat ipse cum lineā reflexionis quæ est $t m$, sit punctus cōcursus r , eruntq; per 37. quinti huius, puncta f & e loca imaginū formæ puncti h , motusq; triangulo $t l h$, mouebit simul cū illo triangulus $t f h$, & in hoc motu punctus f describet circulū extra columnā speculi, totusq; ille circulus erit locus imaginis, & idem erit pbandi modus sumptis quibuscūq; duobus punctis in axe speculi, oportebit tñ hoc modo uisum taliter sisti, ut cētū eius sit directe i axe speculi, & punctus rei uisæ sit in aliquo centro circuli speculi, aut circuli basis, aut æque distantis et alijs em locus imaginis nō occurrerit uisui extra speculū, patet ergo ppositū.

XIII.

Communi sectione superficiē reflexionis & speculi columnaris concavi, existente circulo, quandoq; unum, quandoq; duo, qñq; tres, qñq; quatuor erūt puncta reflexionis & nō plura, & secūdu hæc loca imaginū numerātur.

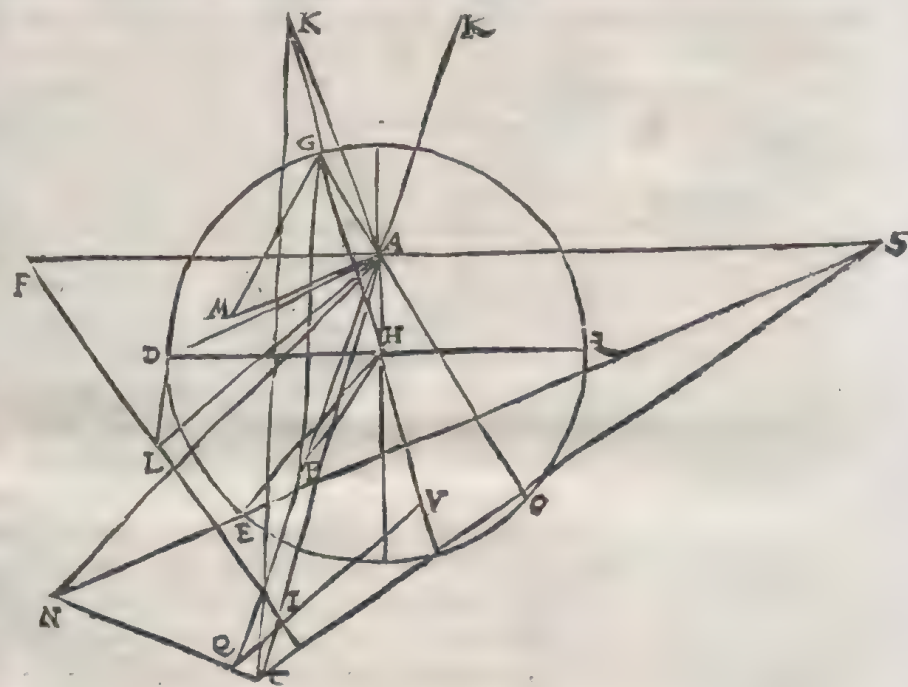
Est speculum colūnare concavum, cuius axis $a b$, sitq; communis sectio superficiē reflexionis & speculi circulus qui $c d e f$, cuius centrū sit b , sitq; centrum uisus g , & punctū rei uisæ h , quæ sint inter illum circulū æqualiter uel inæqualiter distantia à centro b , sintq; ambo ab una parte centri b , dico qd uerum quod proponitur, ducantur em diametri $g b$ & $h b$, quæ pducantur ad periferiam circuli, patetq; per 40. octauū huius, qm possibile est qñq; formæ puncti h , reflecti ad uisum existentem in puncto g , ab uno tñ puncto circuli $c d e f$, qñq; à duobus, quandoq; uero à tribus, quandoq; uero à quatuor, non autē à pluribus, & qm in pposito cum reflexio fiat à circulo speculi nō est alia qua differentia quo ad illud, patet ergo primū ppositum, patet ergo etiā prout ostensum est in 11. octauū huius, lineæ katheti incidentiæ cōcurrant cum lineis reflexionis siue æquedistant, qd secundū nōmerum lineæ reflexionis imagines numerant, & hoc est totū qd pponebat.

XV.

In columnaribus concavis speculis cōmuni sectione superficiē reflexionis & speculi existente oxigonia formarum punctorum rei uisæ, quarundam sit ab uno tñ puncto speculi reflexio ad uisum, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autē à pluribus, & secūdu hæc loca imaginū numerantur.

Est speculū colūnare concavū, cuius axis sit lineā $x h$, sitq; punctus rei uisæ obliq; incidens speculo, ita qd nō sit in aliqua lineæ perpendiculari sup superficiē speculi, quæ sit punctus a , taliter ut cōmuni sectio superficiē reflexionis & speculi, sit sectio oxigonia, dico qd possibile est ut ab uno puncto uel à duobus, uel à tribus, uel 4. punctis alicuius oxigoniæ sectionis

sectionis fiat reflexio ad uisum, & qñq; unica appareat imago, qñq; duæ, qñq; tres, qñq; 4. & nō plures imagines, qm totidē sunt puncta reflexionis tñ possibilia, imagine itaq; superficies plana transiens per punctū a , æquedistans basibus speculi ppositi, eritq; cōmunis sectio huius superficiē & superficiē speculi circulus per 100. primi huius, cuius circuli centrū sit h , sumaturq; in superficie illius circuli aliud punctū qd sit b , inæqualiter distans à centro h , in puncto a , & ducant à punctis a & b , ad centrū circuli h , lineæ $a h$ & $b h$, & cōpleant diametri illius circuli eisdē lineis ad periferiā circuli hinc inde pductis, palā ergo per ea quæ dicta sunt in theoremate pcedente, & in 40. huius, qd ab uno puncto arcus interiacentis duas semidiametros $a h$ & $b h$, potest forma puncti a , reflecti ad uisum existentem in puncto h , uel forsitan à duobus uel à tribus, sed nō à pluribus, ab arcu uero opposito isti arcui utpote ab illo arcui q cadet inter eadē semidiametros pductas



ad aliam partē periferiæ circuli nō potest fieri reflexio formæ puncti a , ad uisum h , nisi ab uno tñ puncto. Esto itaq; qd forma puncti a , reflectatur ad uisum h , à tribus punctis speculi ppositi arcus, scilicet unius interiacentis semidiametros $a h$ & $b h$, quæ sint puncta $g d e$, & ducantur lineæ $a g$ $h g$, $a d$, $h d$, $b d$, $a e$, $h e$, $b e$, & à puncto a , rei uisæ, ducant in eadem superficie tres lineæ æquedistantes tribus semidiametris, quæ sunt $h g$, $h d$, $h e$, quæ lineæ æquedistantes sint $a k$, $a f$, $a n$, ita quod lineæ $a k$, sit æq; distans semidiametro $h g$, & lineæ $a f$, semidiametro $h d$, & lineæ $a n$, semidiametro $h e$, cū itaq; lineæ $a k$, sit æq; distans semidiametro $h g$, & lineæ $b g$, cōcurrat cū eadē semidiametro in puncto g , palā p 2. primi huius, qm lineæ $b g$, cōcurrat cū lineæ $a k$, sit ergo punctus cōcursus k . Similiter qñq; per eandē rationē lineæ $b d$, cōcurrat cū lineæ $a f$, sit cōcursus punctus f , similiter qñq; lineæ $b e$, cōcurrat cū lineæ $a n$, sit punctus cōcursus n , de inde à puncto h , erigat perpendicularis sup superficiē illius circuli, erit per 6. undecimi, q sit t , & qm axis $x h$, est perpendicularis sup superficiē illius circuli, erit per 6. undecimi, lineæ $b t$, æquedistans axi $x h$. Sumatq; in lineæ $b t$ punctū quodecūq; qd sit t , & ab illo ducant tres lineæ ad tria puncta $k f n$, q sint lineæ $t k$, $t f$, $t n$, & à tribus punctis $g d e$, erigant p 12. undecimi, tres ppediculares sup superficiē circuli, cuius centrū sit h , q sint $g m$, $d l$, $e q$, erūt ergo p 6. undecimi, lineæ $b t$ & $e q$ æquedistantes, & qm, ut patet p 1. primi huius, oēs lineæ æquedistantes sunt in eadē superficie, palā p 1. undecimi, qm lineæ $b t$ & $e q$, sunt in superficie trianguli $b t n$, igitur lineæ $e q$, secabit lineā $t n$, sit ut secet ipsam in puncto q , & penitus per eundē modū sit ut lineæ $d l$, secet lineā $t f$ in puncto l , & lineæ $g m$, secet lineā $t k$ in puncto m . Erūtq; per 92. primi huius, hæc 3. lineæ, scilicet $e q$ & $d l$, & $g m$, partes lineæ longitudinis speculi, cū sint in superficie colūnæ speculi ppēdiculariter pductæ sup superficiē circuli, cuius centrū sit h , & per cōsequēs sint erectæ super bases speculi per 23. primi huius, & à puncto q , ducat per 31. primi, lineæ æq; distantis lineæ $a n$, q sit lineæ $q u$, hæc itaq; per 30. primi, erit æquedistans lineæ $h e$, qm ipsa $h e$, æq; distat lineæ $a n$, ut patet ex pmissis, q itaq; axis $x h$, cōcurrat cū lineæ $h e$ in puncto h , palā per 2. primi huius

nn 2 ius

ius, qm ipse axis cōcurrat cū eius æquidistante ducta à pūcto q, sit cōcursus in pūcto u, & sit illa æquidistans linea q u, & ducat linea t a, hæc itaq; secabit lineā q u, qm linea q u, ducitur à latere trianguli t b n, & alterius lineæ e q æquidistantis basi t b, & omnes illæ lineæ sunt in eadem superficie, lineæq; t a, pducta est inter lineā t u, æquidistantē axi h u, & inter ipsum axē, patet qd' linea t a, secabit lineā q u, sunt em ambæ in eadē superficie, sit itaq; lineæ t a & q u, punctus sectionis i, & ducat linea q a, q a itaq; lineæ h e & a n, sunt æquedistantes, ut supra patuit, palā p 29. primi, q a angulus b e h extrinsecus est æqualis angulo e n a intrinseco, & anguli h e a & e a n sunt ægles, q a coalterni, sed angulus reflexionis quæ est h e b, est æqualis angulo incidentiæ, quæ est a e h, p 20. qnti huius. Erit ergo angulus e a n, æqualis angulo a n e, ergo per 6. primi in trigono e a n, duo latera e a & e n, sunt æqualia, sed lineæ e q est ppendicularis sup superficiē trigoni a e n, q a & sup superficiē circuli, cuius centrū est h, est erecta, ut supra patuit, cū itaq; lineæ a e, sit cōis duobus trigonis q e a & q e n, patet per 4. primi, qm illa trigona sunt æqlia, eritq; lineæ q n, æqualis lineæ q a, ergo p 5. primi, q a trigoni q a n, duo latera q a & q n sunt æqualia, erit angulus q a n, æqualis angulo q n a, q a itaq; lineæ q i, æquidistant lineæ a n, patet p 29. primi, qm angulus t q i extrinsecus, æqualis est angulo t n a intrinseco, & angulus i q a, æqualis est angulo q a n, q a sunt coalterni, erit ergo angulus i q t, æqualis angulo i q a, forma itaq; puncti a, p 20. qnti huius, reflectet ad uisum existentē in pūcto t, à pūcto speculi qd' est q, & eodē mō demonstrandū, qm forma pūcti a, reflectit ad uisum existentē in puncto t, ab alijs duob; punctis speculi similib; pūcto a, quæ sunt pūcta l & m, sit ergo formæ pūcti a, ad uisum in punctū t, fiet reflexio à trib; pūctis speculi colūnaris cōcaui, quæ sunt q l m, & ex eadē parte colūnæ speculi nec est possibile ut fiat eiusmodi reflexio à plurib; punctis speculi ex illa parte. Si em de qd'cūq; punctū superficiē speculi colūnaris cōcaui aliud ab istis trib;, à quo dicat posse fieri reflexio formæ pūcti a, ad uisum in pūctū t, ducat ab illo puncto dato lineā lōgitudinis speculi sup circulū, cuius centrū h, & ostēdit mō pmissio, quod à puncto periferiæ illius circuli, cui incidit illa lineā lōgitudinis, potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentē in pūcto b, & sic à 4. pūctis arcus interiaccntis diametros circuli, in qb; sunt centrū uisus & pūctū rei uisæ, fiet reflexio ad uisum, s. à trib; punctis g d e, & à 4. dato qd est cōtra 40. octauū huius, & impossibile, nō ergo fiet reflexio formæ pūcti a, ad uisum existentē in pūcto t, nisi à trib; pūctis speculi colūnaris cōcaui, quæ sunt q l m ex una parte ipsius speculi, si itaq; alia pars colūnaris speculi absca fuerit, patet qd' tñ fiet reflexio à trib; pūctis speculi, qd' si totū speculū integrū fuerit, possibile est fieri reflexionē à pūctis 4. lam em patuit p 27. octauū huius, qd' ex arcu circuli, cuius centrū h, oppposito arcui g t d e c, potest forma puncti a reflecti ad uisum existentē in puncto b, ab uno tñ pūcto. Sit ergo illud pūctū 3, & ducat semidiameter h 3, à pūcto a, p 3. primi, ducat lineā æquidistans, q sit a s, & ducat lineā reflexionis quæ sit b 3 cōcurrēs cū lineā a s i pūcto s, cōcurrat aut p 2. primi huius, qm cōcurrat cū lineā h 3, æquedistatē ipsi a s, & à pūcto 3. erigat sup superficiē circuli, cuius centrū h, lineā 3 o ppendiculariter p 12. undecimi, hæc ergo p 6. undecimi, æquedistabit lineæ b c, ducat itaq; lineā t s, q sicut prius in alijs declarauimus, secabit lineā 3 o, qm sunt in eadē superficie, sit ergo punctus sectionis o, patebitq; secūdū pmissos prius modos, qm forma pūcti s, reflectit ad uisum existentē in pūcto t, & à pūcto speculi qd' est o, nec erit possibilis reflexio ab aliquo puncto superficiē speculi ex illa prepter qd' à pūcto o. Si em de qd' ab aliq alio pūcto hoc sit possibile, sequer ut prius deduximus, qd' similiter ab alio pūcto illius arcus circuli, cuius centrū h, qd' à pūcto 3, possit forma pūcti a, reflecti ad uisum existentē in pūcto b, qd' est impossibile, & cōtra 29. octauū huius. Si itaq; forma pūcti a, ab uno pūcto circuli, cuius centrū h, reflectit ad uisum existentē in pūcto b, reflectet eadē forma pūcti a, ad eandē speculi colūnaris cōcaui ad uisum existentē in pūcto t, ab uno tñ speculi pūcto, et si à duob; punctis speculi fiat reflexio formæ pūcti a ad b, & à duob; pūctis speculi reflectet a ad t. Si uero una hæc reflexionū à trib; fiat pūctis, fiet etiā reliq; à trib;, & ab illa pre circuli uel speculi nō est possibile fieri plures reflexiōes, sicut aut ab uno tñ pūcto arcus oppositi in circulo sit reflexio formæ pūcti a ad punctū b, sic etiā ex illa pre speculi ab uno tñ pūcto sit reflexio formæ pūcti a, ad uisum existentē in pūcto t. Itē lineā t b æquedistat axi x b.

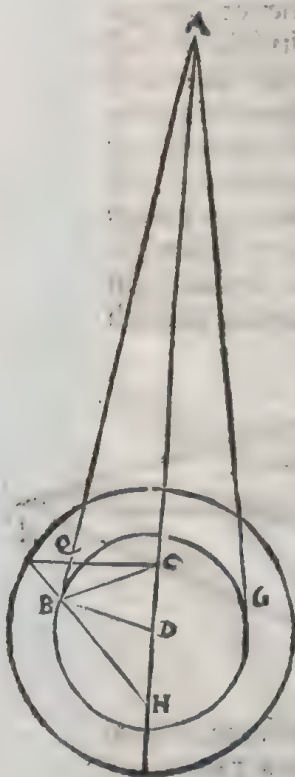
x h. Sūt ergo in eadē superficie p 1. primi huius, q est superficies b h u, nec em potest alia summi plana superficies in qua sint illæ lineæ t b & h x, per 1. undecimi. Itē nec potest summi aliqua plana superficies in qua sit punctus a, & axis x h, præter superficiem a u h, per 18. undecimi, est erecta perpendiculariter supersuperficiem circuli cuius centrum est punctū h, cū per 92. primi huius, axis h u, sit perpendicularis super ipsam, punctus ergo c, nō est in eadem superficie cum puncto a, erecta super superficiem ducti circuli, sed neq; illa puncta c & a, sunt in eodem circulo, sed neq; sunt in axe speculi, quoniā lineā b c est æquidistans axi speculi qui est x h. Superficies ergo in qua forma puncti a, reflectitur ad uisum existentē in pūcto c, est oxigonia sectio, uerū pducta lineā c a, ex utraq; parte ultra puncta c & a, ut fiat lineā p r, cum quatuor sint superficies reflexionis, quia à quatuor punctis sit reflexio quæ sunt q l m o, & in qualibet illarum quatuor superficies necesse est esse duo puncta quæ sunt a & c, patet quod lineā p r, est cōmunis illis quatuor superficiesibus per primam undecimi, quoniā lineæ p r, sunt centrū uisus quæ est punctum c, & punctum rei uisæ quod est punctum a, quæ necesse est esse in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis, ut patet per 3. huius, quælibet aut illarum superficiesum secat speculum super superficiem contingentem speculum in puncto suæ reflexionis, & cuilibet istarum superficiesum reflexionis, & superficiē in illo puncto speculū contingentis cōmunis sectio est lineā recta, per 3. undecimi, & sicut puncta reflexionis non sunt eadem, sicut lineæ cōmunes illarum sectionū sunt eadem, lineā itaq; p r, est perpendicularis sup unam tantum illarū quatuor cōmuniū linearū non super duas, quoniā si esset perpendicularis super duas illarum linearum, esset perpendicularis super duas superficies speculū secundum puncta illarum linearū contingentes, lineā itaq; p r, necessario transiret axem, cum tamen ostensum sit prius quod lineā c a, quia est pars lineæ c p r, cadat citra axem speculi quæ est x h, necessario ergo oportet duci quatuor diuersas lineas perpendiculares ad illas quatuor lineas cōmunes à pūcto rei uisæ quod est a, quæ erūt quatuor katheti incidentiæ perpendiculares super oxigonias sectiones cōmunes illis superficiesibus reflexionum & speculi. Quælibet itaq; istarum perpendicularium aut erit æquedistans lineæ reflexionis, aut concurrerit cum illa siue intra speculum siue extra, si fuerit æquedistans, erit locus imaginis ipse pūctus reflexionis ut supra patuit in undecima huius, & cum quatuor sint huius perpendiculares, erūt quatuor loca imaginū, & quatuor imagines, ideo quod quatuor sunt loca reflexionum. Si uero omnes ille quatuor perpendiculares concurrunt cum lineis suarum reflexionum, erunt item quatuor imagines, q a quatuor sunt concursus illarum linearum, sic ergo loca imaginum numerantur secundū numerum punctorum reflexionis, & hoc est propositum.

XVI.

In speculis columnaribus concauis dato centro uisus in puncto rei uisæ punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum columnare concauum, cuius axis sit d h, sitq; punctū rei uisæ a, & centrum uisus b, quæ sūt in locis datis, dico quod est possibile punctum reflexionis inueniri. Si enim pūctum rei uisæ quod est a, & centrum uisus quod est b, fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante, tunc patet per 93. primi huius, quia cōmunis sectio superficiē reflexionis, & speculi est lineā longitudinis, potest itaq; inueniri punctū reflexionis sicut in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta a & b, non fuerint in tali superficie, imaginetur superficies transiens per punctum a, secans speculum æquedistanter basibus, erit ergo per 100. primi, cōmunis sectio superficiē illius & superficiē ei speculi circulus, centrum itaq; uisus quod est punctum b, aut est in superficie illius circuli aut non, si sic, potest reflexionis punctum inueniri in periferiā illius circuli, sicut supra in 27. octauū huius, docuimus in speculis sphericis concauis. Si uero centrum uisus b, non fuerit in superficie illius circuli, tunc cū punctum rei uisæ, & centrum uisus semper sit in superficie reflexionis, per 3. huius, patet quod cōmunis sectio superficiē reflexionis, & speculi in hoc situ est sectio oxigonia: ducatur ergo à puncto b, centro uisus perpendicularis super superficiem illius circuli per 11. undecimi, & replicetur tota p batio proximæ præcedentis, est palam, quia inuenitur pūctus reflexionis, quod est propositum.

& à puncto z, quod est punctum rei uisae ducatur in superficie illius circuli linea æquidistans lineæ q h, q sit z l, quia itaq; lineæ e h concurrunt cū lineæ q h in puncto h, patet per 2. primi huius, qm lineæ e h pducta ultra punctum h, cōcurrerit cū lineæ z l, sit cōcursus punctus l, & à puncto h, ducatur lineæ ppendicularis super lineā l z, q sit h p, deinde in superficie e m z, ducatur à puncto z, lineæ æquidistans lineæ q m, q sit lineæ z o, quia itaq; lineæ e m cōcurrerit cū lineæ m q, patet per 2. primi huius, quod ipsa cōcurrerit cū lineæ z o ipsius æquidistans. Sit ergo cōcursus in puncto o, & ducatur lineæ l o, & à puncto p, ducatur lineæ æquidistans lineæ l o, quæ sit lineæ p n secans lineā z o in puncto n, & ducatur lineæ m n, palā itaq; ex pmissis, & p 20. quinti huius, qd' angulus e h q est æqualis angulo q h z, sed quia lineæ e h & l z æquidistant, patet per 29. quod anguli q h z & h z l sunt æquales, quia coalterni, sed & angulus q h e extrinsecus est æqualis angulo h l z intrinsecus, anguli ergo h l z & h z l sunt æquales, ergo p 6. primi, latera h l & h z sunt æqualia, sed lineæ h p est perpendicularis super lineā l z, basem ysochelis h l z, erūt ergo per 3. 1. primi huius, trigona h l p & h p z similia, ergo per 4. sexti, cū lineæ h p, sit ambobus illis trigonis cōmunis, erit lineæ l p æq̃lis lineæ p z, sed in trigono l o z, lineæ p n est æquidistans lineæ l o, ergo per 2. sexti, erit pportio lineæ z n ad lineā o n, sicut lineæ z p ad lineā p l. Est ergo lineæ z n æq̃lis lineæ n o, itē cū sicut patet ex pmissis lineæ o z sit æquidistans q m, & lineæ h q sit æquidistans l z, ergo p 15. undecimi, erit superficies z l o æquidistans superficiei q m h, & superficies e o l, secant illas duas superficies, superficiei quidē q h m secundū lineā h m, & superficiei l o z secundū lineā l o, ergo p 16. undecimi, cōmunes sectiones superficiei e o l, cū illis duabus superficibus æquidistantibus sunt æquidistantes, lineæ ergo h m æquidistabit lineæ l o, sed lineæ p n æquidistat lineæ l o, ergo per 30. primi, lineæ h m & p n æquidistant, quia itaq; lineæ h p, cadit in lineas h e & l z æquidistantes, patet per 29. primi, quia anguli h p l & p h e sunt æq̃les, quia coalterni, sed angulus h p l est rectus, ergo angulus p h e est rectus, ergo per 15. tertij, lineæ p h cōtingit circuli, igitur superficies a h p est cōtingens pyramidem speculi, ergo per 95. primi huius, cōtingit lineā illā secundū lineā longitudinis q est a h, & in hac superficie erūt ambæ lineæ p n & n m, lineæ quidē m h, qm est pars lineæ longitudinis quæ est a h, lineæ uero p n, per 2. primi huius, Omnes enim lineæ æquidistantes necessario sunt in eadem superficie, & lineæ p n & h m æquidistant, lineæ uero n m est in eadem superficie per primā undecimi, qm puncta n & m, sunt in illa superficie, est aut lineæ d m ppendicularis sup superficiē a h p, speculū cōtingentē, ergo lineæ d m est perpendicularis sup lineā n m, p diffinitionē lineæ perpendicularis super superficiē, sed lineæ d m & o z æquidistant, ut prius patuit, ergo p 29. primi, lineæ n m q est ppendicularis sup lineā d m, erit perpendicularis sup p e us æquidistantē q est z o, sed lineæ o n est æq̃lis z n, ergo p 4. primi, erit lineæ m o æq̃lis m z, ergo p 7. quinti, erit pportio lineæ e m ad lineā m o sicut eiusdē ad lineā m z. Est aut pportio lineæ e m ad lineā m o, sicut lineæ e q ad lineā q z, per 2. sexti, cū lineæ m q & o z sunt æquidistantes, in trigono o z e, uel sic, est aut pportio lineæ e m ad lineā m o, sicut lineæ e h ad lineā h l, sed lineæ l h & h z sunt æquales pmissa, ergo per 7. quinti, est pportio lineæ e h ad lineā h z, sicut ad lineā h l, est aut p 3. sexti, cū lineæ h q, diuidat angulū e h z p æqualia, pportio lineæ e h ad h z, sicut e q ad q z. Est ergo p 11. quinti, pportio lineæ e m ad lineā m z, sicut lineæ e q ad lineā q z, ergo m q diuidit angulū e m z per æqualia, p 3. sexti, est ergo angulus e m q æqualis angulo q m z, ergo per 16. quinti huius, forma puncti z reflectit ad uisum existentē in puncto e, à puncto speculi quod est m, sicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uisum existentē in puncto e, à solo puncto circuli quod est h, ita similiter reflectet eadē forma puncti z ad uisum e, à solo puncto speculi quod est m h, si fiat in hoc situ reflexio à duobus punctis circuli, erit etiā reflexio à duobus punctis speculi, & per eandē demonstrandū, & si à tribus punctis circuli fiat reflexio, fiet etiā à tribus punctis speculi, & si fiat à quatuor punctis huius, fiet etiā à quatuor punctis alterius & ab alia parte circuli, ita fiet etiā reflexio



reflexio ab uno puncto speculi ex eadem parte, patet ergo propositum.

XX.

In speculis pyramidalibus concavis, cōmuni sectione superficiei reflexiōis & speculi oxigonia existente, & centro uisus punctoq; rei uisae existentibus intra speculū, non in axe, nec in eadē superficie basis speculi, aut ei æquidistantē, formarū punctorū rei uisae quarundā reflexio sit ab uno tantū puncto speculi, quarundā à duobus, quarundā à tribus, quarundā à quatuor, non aut à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

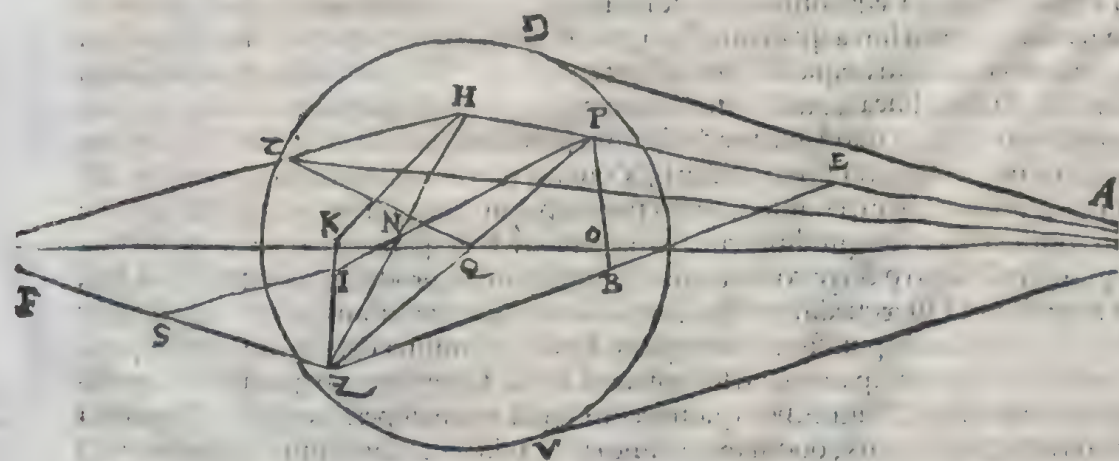
Sit ut in propositione præcedenti speculi pyramidalis concavi, quod sit a g u, uertex a, & axis a d, sitq; punctus rei uisae z, & centrum uisus e, ductaq; per punctum z, superficie secante speculū æquidistanter basi speculi, non sit punctum e, in illa superficie, sed sub illa, uel super illam. Sit autem nunc exempli causa super illam, quia si ponatur esse sub illa, eadem erit demonstratio, dico itaq; quod uerum est id quod proponitur, quia enim ut patet per 100. primi huius, communis sectio illius superficiei & speculi est circulus, ducatur à uertice speculi quod est a, lineæ per centrum uisus e, secans superficiem præmissi circuli extra ipsius centrum in puncto h, quæ sit a e h, hoc est impossibile, ideo quia centrū uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi est intra speculum, non in axe, sitq; centrum illius circuli punctum q, palam itaq; per 20. octauij huius, quia forma puncti z, potest reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circuli, sit illud punctum c, & ducantur lineæ h c & z c & h z, & semidiameter q e, qui cum sit perpendicularis super lineam contingentem circulum in puncto c, per 17. tertij, ergo per 26. quinti huius, palam quod lineæ q c, diuidit angulū h c z per æqualia, ergo per 29. primi huius, patet quod lineæ q c secabit lineam h z, sit punctus sectionis n, & ducatur lineæ z e, à puncto rei uisae ad centrum uisus in punctum e, et lineæ longitudinis speculi quæ sit a c, palam itaq; ex præmissis cum punctus z, sit ex illa parte diametri q c, & ex illa parte eiusdem sit punctum e, quod est centrum uisus, quoniam punctū h, quod est in lineā a e, est in eadem parte semidiametri q c, in qua est & punctum e, patet ergo quod lineæ e z, secabit superficiem a q c, sit ut secet ipsam in puncto o, & ab illo puncto o, primo ducatur perpendicularis super lineam a c, scilicet lineam longitudinis speculi, quæ perpendicularis sit o p, hæc itaq; pducta ultra punctum o, necessario cadet super axem speculi qui est a d, ut patet p 96. primi huius, sit ut cadat in punctum d, & ducantur lineæ e p & z p, dico quod forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est p, ducatur enim à puncto z, lineæ æquidistans semidiametro q c, p 31. primi, quæ sit z f, & quoniam lineæ h c concurrunt cū lineæ q c in puncto q, palam per secundam primi huius, quoniam ipsa concurrerit cum eius æquidistante scilicet cum lineæ z f, sit punctus concursus f, item à puncto z ducatur lineæ æquidistans lineæ o p, quæ sit z k, & quoniam lineæ e p concurrunt cum lineæ o p, patet quod ipsa pducta ultra punctum p, cōcurrerit cū illa z h, sit punctus cōcursus k, & ducatur lineæ k f & k h, & quia ut patet ex præmissis angulus o p c est rectus, angulus uero p c q est minor recto, per 89. primi huius, quoniam ipse est angulus quem continet lineæ longitudinis cum semidiametro basis, patet ergo per 14. primi huius, quoniam lineæ o p & q c, concurrunt in aliquo puncto pducto ultra puncta d & q, cum itaq; lineæ z f sit æquidistans lineæ q c, & lineæ z k æquidistans lineæ o p, & lineæ z f & z k concurrant in puncto z, lineæ quæq; d p & q c, similiter concurrunt in aliq puncto ut præostensum est, patet quod superficies f k z, & superficies o p q c, quæ est superficies a q c sunt æquidistantes, per 15. undecimi, quod autem superficies o p q c, sit pars superficiei a q c, patet ex his, quoniam em lineæ p o, pducta cadat in punctum axis quod est d, patet per primam undecimi, quod lineæ p o est in superficie a q c, sed & lineæ q c est in illa superficie, tota ergo superficies o p q c est pars superficiei a q c, & quia superficies z k f & a c q, sup duas lineas c p & k f, patet quod illæ duæ lineæ c p & k f sunt æquidistantes per 16. undecimi, ducatur itaq; à puncto c, lineæ perpendicularis super lineā z f, per 12. primi, quæ sit lineæ c s, erit ergo angulus c s f rectus, ergo p 29. primi, angulus a c q est

solon

oo

rectus,

rectus, quoniam linea $z f$ & $c q$ aequidistant, ergo per 15. tertij, linea $c s$ cōtingit in puncto c circuli, cuius centrum est punctum q , superficies itaq; $a c s$ est contingens pyramidem speculi, continget ergo illam per 95. primi huius, secundum lineam longitudinis quae est $a c$, sed linea $o p$ est perpendicularis super lineam $a c$, est ergo linea $o p$, erecta super superficiem $a c s$ cōtingentem pyramidem, quoniam linea $o p$ est in superficie $a q c$, transeuntē per axem $a d$, & per lineam longitudinis $a c$, talis autem superficies ut patet p 97. primi huius, erecta est super superficiē contingentem speculum in linea longitudinis quae est $a c$, quia ergo superficies $a c s$ secat duas superficies $o p q c$ & $z k f$, quae sunt aequidistantes, patet per 16. undecimi, quoniam duae lineae quae sunt illarum superficierum communes sectiones sunt aequidistantes, quarum linearum una est linea $p c$, & altera sit linea $s l$, secans lineam $z k$ in puncto l , patet quoq; quia punctus l , cadit inter puncta k & z , lineae itaq; $p c$ & $s l$ aequidistant, sed linea $p c$ & $f k$ aequidistant ad invicem, quoniam sunt in superficieribus aequidistantibus, ergo per 30. primi, lineae $s l$ & $f k$ sunt aequidistantes, & quoniam linea $q c$ & $z f$ aequidistant, patet per 29. primi, quod angulus $n c z$ est aequalis angulo $c z f$, quia sunt coalterni, & angulus $h c n$ extrinsecus est aequalis angulo $c f z$ intrinseco, sed anguli $h c n$ & $n c z$ sunt aequales, ergo anguli $c f z$ & $c z f$ sunt aequales, ergo per 6. primi, lineae $c f$ & $c z$ sunt aequales, & linea $c s$ est perpendicularis super basem yfochelis $c f z$, trigona itaq; partialia quae sunt $c s f$ & $c s z$, sunt similia per 3. primi huius, ergo per 4. sexti, cum linea $c s$, ambobus illis trigonis sit communis, erit linea $s f$ aequalis lineae $s z$ sed cum linea $s z$ aequidistet lineae $f k$, in trigono $f k z$, erit per secundam sexti, proportio lineae $f s$ ad lineam $s z$, sicut lineae $k l$ ad lineam $l z$, erit ergo linea $k l$ aequalis lineae $l z$, ducaturq; linea $p l$, cum ergo superficies $a c s l$, in qua ducta est linea $p l$, sit erecta super superficiem $z k f$, in qua cadit linea $z k$, erit per definitionem superficierum super superficiem erecta linea $p l$ erecta super lineam $z k$, ergo per 4. primi, cum linea $k l$ sit aequalis lineae $l z$, lineaq; $p l$ sit communis, & anguli ad punctum l sint aequales, quia recti, erit angulus $p k z$ aequalis angulo $p z k$, sed per 29. primi, angulus $e p o$ extrinsecus aequalis est angulo $p k z$ intrinseco, quoniam lineae $o p$ & $z k$ aequidistant, & angulus $o p z$ est aequalis angulo $p z k$, quia sunt coalterni, anguli ergo $e p d$ & $d p z$ sunt aequales, cum angulus $p k z$ & $p z k$ sunt aequales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z , reflectitur ad visum existentem in puncto e , a puncto superficierum speculi quod est p , quod est unum propositorum. Si autem sumatur aliud punctum in circulo, cuius centrum est punctum q , a quo forma puncti z , reflectatur ad visum existentem in puncto h , praemisso modo potest declarari, quod ab alio puncto speculi reflecte-



tur forma puncti z , ad visum existentem in puncto e , ab alio puncto quam a puncto p . Similiter quoq; si forma puncti z , reflectitur ad visum existentem in puncto h , a tribus punctis circuli, reflectetur forma puncti z ad visum e , a tribus punctis speculi, & si a quatuor punctis reflexio fiat in circulo, & a quatuor punctis reflectio erit in speculo, & secundum

hac lo

hac loca imaginum numerantur, patet ergo propositum. Quod si dicatur quod a pluribus punctis speculi quam a quatuor possit fieri reflexio formae puncti z , ad visum existentem in puncto e , ducta ab illo puncto linea longitudinis super periferiam circuli, cuius centrum est punctum q , poterit per conversionē praemissae demonstrationis ostendi, quod forma puncti z , reflectetur ad visum existentem in puncto h , a pluribus punctis circuli quam a quatuor, quod est impossibile, & cōtra 49. octavi huius, semper enim ut patuit ex praemissis a quocunq; punctis circuli reflectitur forma puncti z ad punctum h , a totidem punctis speculi reflectetur eadem forma puncti z ad punctum e , & econverso, & dicenti contrariū accidit impossibile modo praedicto, patet itaq; quod punctorum rei visae in his speculis quaedam habent unicam imaginem, quaedam duas, quaedam tres, quaedam quatuor, & quod non est possibile causari plures imagines in speculis columnaribus vel pyramidalibus concavis, sicut neq; in sphaericis concavis, quod est notandum.

XXI.

Dato centro visus & puncto rei visae in speculis pyramidalibus concavis, punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum pyramidalis concavum, cuius axis sit linea $a d$, sitq; punctus rei visae 3 , & centrum visus sit punctum e , quae sint in locis datis, dico quod est possibile punctum reflexionis inueniri. Si enim punctum rei visae quod est 3 , & centrum visus quod est e , fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante, tunc patet per 90. primi huius, quia communis sectio superficierum reflexionis & speculi est linea longitudinis pyramidis speculi, potest itaq; punctum reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta 3 & h , non fuerint in illa totali superficie, imaginetur superficies transiens per punctum z , secans speculum aequidistans suae basi, erit ergo p 100. primi huius, communis sectio illius superficierum & speculi circuli, centrum itaq; visus quod est punctum e , aut erit in illa superficie circuli aut non, quomocunq; autem sit, quia ut patet per 12. septimi huius, impossibile est communem sectionem superficierum reflexionis & huius speculi circulum esse, sed erit semper tunc illa communis sectio octogona, repleta ergo demonstratione 19. huius, vel proximae praemissae, patebit faciliter inuentio puncti reflexionis, forma enim puncti 3 , reflectetur ad visum existentem in puncto h , ab aliquo puncto circūferentiae circuli, cuius centrum est q , vel forte a duobus, vel a tribus, vel a quatuor, & quocunq; fuerint, semper modo praemisso inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correspondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in periferia circuli per ea quae declarauimus in diuersis propositionibus octavi huius, patet ergo propositum.

XXII.

Ambobus visibus a speculis columnaribus vel pyramidalibus concavis quasi unica occurrit imago.

In his enim speculis puncta reflexionis eiusdem puncti formae rei visae ad diuersos visus eiusdem uidentis non habent multā diuersitatē distantiae, ppter visuum approximationem ad se invicem, ut si puncti unius formae imago sit aequaliter ambobus visibus occurrens duplicata, sunt tamen illae imagines cōtiguae & admixtae, unde uidebuntur quasi una imago, diuersitas enim locorum illarum imaginum propter sui imperceptibilitatem nō inducit aliquā distantiam in visu, nec aliquem efficit errorem, uidebunt ergo imago quasi una, & similiter per modū quo in 59. octavi huius ostendimus, possibile est quod diuersorum uidentium visibus distantibus & diuersis, unica quandoq; in his speculis, sicut & in alijs, occurrat imago, cui propter identitatem illius situs hic non duximus immorandum, patet ergo propositum.

XXIII.

Lineae rectae aequedistantis axi speculi columnaris cōcaui cetro visus existente in eadē superficie uel in alia, reflexio sit a linea longitudinis speculi ad visum.

Esto axis speculi columnaris concavi linea quae $z h$, sitq; linea uisa axi, speculi aequedistans $t p h$, sitq; centrum visus punctum e , dico quod forma lineae $t q h$, reflectitur ad visum e , a linea longitudinis speculi $a b g$, quae est cōmunis sectio superficierum $t h z k$, & superficierum

oo 2

perfecti speculi, & hoc quidem si centrū uisus quod est e, non fuerit in superficie t h z k, de-
monstrari potest omni modo sicut in 30. septimi huius. Si uero centrum uisus fuerit in ea
dem superficie, demonstrabitur idem ppositum, sicut in 50. septimi huius, reflecteturq;
forma puncti t, a puncto speculi g, & forma puncti q, a puncto speculi b, & forma puncti
h, a puncto speculi a, erit itaq; angulus t g n aequalis angulo n g e, & angulus q b m aequa-
lis angulo m b e, & angulus h a r aequalis angulo r a e, patet etiam per 30. septimi huius,
quod linea e k, h a, q b, t g, concurrunt in puncto o, patet etiam idem quod linea a b g, est
linea recta extensa in longitudine speculi, & quod linea g z. b l & a d, sunt perpendiculara
res super superficiem contingentem speculum, quæ contingit ipsum secundum lineam a
b g, & quod linea a b g, est perpendicularis super superficiem in qua est triangulus e b o.
& quod linea t q est aequalis lineæ q h, & linea a b aequalis lineæ b g, palam itaq; cum in
his & in illis speculis hinc inde eadem sit demonstratio, quoniam formæ lineæ t q h, re-
flectitur ab his speculis a linea longitudinis ipsorum, patet ergo ppositum, quoniam siue
linea longitudinis q est a b g, sit in conuexo uel in cōcavo ipsius speculi, quantū ad hoc
nulla est diuersitas in pposito.

X X I I I.

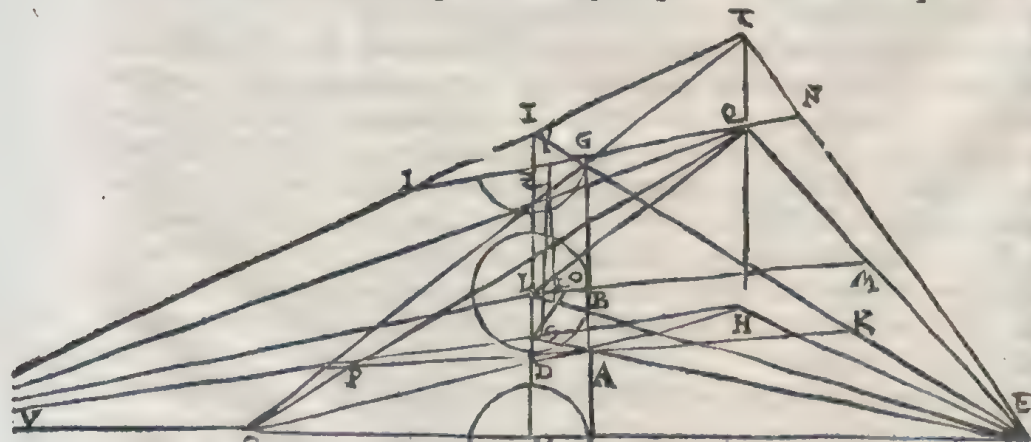
Imago lineæ æquedistantis axi speculi columnaris cōcaui centro uisus ex
istente in eadem superficie, uidebitur recta æqualis & conformis rei uisæ.

Sit dispositio q̄ in præcedenti, reflectaturq; forma lineæ t q h, à superficie speculi secundum lineam longitudinis quæ est a g, & sit centrū uisus e, in ipsa superficie t h z k, dico quod imago lineæ t q h, uidebitur recta æqualis ipsi lineæ t q h, quælibet em̄ perpendicularis ducta ab aliquo puncto lineæ t q h, erit semper in eadem superficie cū centro uisus & axe, & p̄buntur loca imaginū punctoꝝ lineæ t q h, situari secundū lineā rectā sicut in speculis planis p. 52. quinti huius, ostensum est de lineis rectis uis, ut si aliqua linea recta rei uisæ imaginetur in his speculis collocari in loco imaginis, & uisus sit, p̄por-tionalit̄ ad illū, sicut nūc situatus est ad lineā t h, erit locus imaginis illius lineæ, linea t h, & apparebit recta & æqlis rei uisæ. Similiter quoq; illud qd' est in linea rei uisæ superius, erit in imagine superius, et quod in re uisæ est inferius, erit in imagine inferius. Erit itaq; imago cōformis rei uisæ, latitudo uero taliū uisōꝝ erit maior q̄ latitudo suæ imaginū, qm̄ imagines secundū latitudinē constringunt̄, p̄pter puncta reflexionū q̄ angustantur, et puncta latitudinis diuersant̄, qm̄ sinistrū rei sit dextrū imaginis, & dextrū rei sit imaginis sinistrū, patet ergo p̄positum.

X X V.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi colūmaris cōcaui centro uisus non
existente in eadem superficie imago quādoq; uidebitur recta maior re uisa,
quandocq; cōcaua, quandocq; cōuexa, quandocq; unica, quandocq; plures.

Remaneat dispositio precedentis, nisi quod centrum uisus quod est e, non sit in su.



lineæ t q h est in puncto s, & locus imaginis formæ q est in puncto c, & locus ima-
ginis formæ puncti c est in puncto i. Sic ergo in lineâ s c i, sunt imaginæ
formarum omnium punctorum lineæ h q c, & patet quod punctus c, est propin-
quior

quor centro uisus quod est c, quàm linea recta s i, & quod linea s i, est in superficie tri-
goni u h t, & quod duæ lineæ u h & u t sunt æquales, & quod duæ lineæ u s & u i sunt æ-
quales, relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h s sint æquales, est ergo pportio lineæ t i ad
lineam i u, sicut lineæ h s ad lineam s u, ergo per 2. sexti, linea s i, æquedistat lineæ t h, pa-
tet etiā ex eadem 5. septimi, quia duæ lineæ 3, e i sunt æquales, ducāt ergo linea e u, quæ
secet lineam s i in puncto f, diuidat ergo ipsam per æqualia, nam linea t h, diuisa est in
duo æqualia in pñcto q, & erit linea t u, in superficie trigoni q u e, quæ est superficies tri-
culi b f, æquedistans basibus speculi, punctus itaq; c, erit in superficie trigoni t u e, & simi-
liter punctū t, in superficie trigoni t e i, est ergo punctū c, in linea quæ est communis sec-
tio illarū duarū superficialium. i. trigonorū q u e & t e i, sed hæc cōmunis sectio est linea e
b, per 19. primi huius, punctus ergo c, cadit in rectitudinē lineæ e b, linea ergo q t, secat
lineā e b, in rectitudinē ipsius, & duæ lineæ h u & t u, sub duobus punctis d & 3, nā duæ li-
neæ h u & t u sunt duo katheti incidētīæ, i. duæ lineæ ppendiculares existētes à duobus ter-
minis lineæ t h, super duas lineas cōtingentes duas portiones duarū sectionū columnarū
speculi, in quæ circūferentia sunt duo puncta a & g, à quibus sit reflexio punctoꝝ
t & h, ad uisum in puncto e, superficies ergo trianguli u h t, est sub axe speculi, quæ est 3 k,
sed nullum punctū ipsius axis, etsi ptrahatur in infinitū, erit unq; in superficie trianguli u
h t, nam si hoc esset possibile, tunc si axis k 3 continuaretur cū aliquo puncto, lineæ h t
secundū lineam rectam, tunc illa superficies in qua esset illa linea recta, & linea u h t, es-
set superficies trianguli u h t, & illa superficies esset illa in qua sunt duæ lineæ æquedi-
stantes, quæ sunt h t, & axis 3 k, & sic superficies in qua sunt duæ lineæ h t & k 3, esset su-
perfacies trianguli h u t, & sic totus axis 3 k, erit in superficie trianguli h u t, sed ex hypo-
thesi axis est æquedistans lineæ h t, & secundū istum modū accideret quod axis k 3, seca-
ret duas lineas h u & t u, sed & linea t h, secundū eius punctū h, est in superficie trianguli
u e h, quæ est superficies reflexionis, & sectio cōmunis huic superficiei & superficiei colum-
naris speculi & sectio oxigonia, superficies ergo e u h, secat axem columnarē speculi in
uno puncto. i. in puncto d, ut totū præostensum est in cōmento 5. septimi. Si ergo axis
k 3, secat lineam h u, punctus sectionis cū linea h u, erit in superficie trianguli u e h, sed
in hac superficie non est punctū per quod axis transeat nisi punctū d, secabit ergo axis
k 3, lineam h u in puncto d, sed per 111. primi huius, uel per 44. septimi huius, ostensum
est quod linea h u, secat axem sub puncto d, in duobus punctis, secabit linea h u axem k
3, quod est impossibile, axis ergo k 3, totus est extra superficiem h u t, & propinquior uis-
ui existēte in puncto e, q̄ superficies h u t, superficies ergo in qua sunt lineæ h t, & axis k
3, p̄p̄nquior est centro uisus puncto e, q̄ superficies u h t, & punctū f t est in superficie
in qua sunt lineæ q l, per 7. undecimi, & in eadem superficie cū lineis æq̄distantibus quas co-
pulat, quæ sunt h t & 3 k, punctū ergo t, est p̄p̄nquius puncto e centro uisus q̄ sit linea
s 3. Sed punctū t cum sit cōmunis sectio lineæ e b & q l, ut in 5. septimi huius, præostē-
dimus, palam quod est in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea e b, ducāt ultra punctum b,
ipsa perueniet ad punctū t, supponat itaq; peruenisse ad punctū c, his itaq; sic præmissis
pater quod si linea s i, q̄ est ostensa per 5. septimi huius, in speculis columnaribus con-
uexit esse imago lineæ t h, & esse æquedistās lineæ t h, & axi 3 k, & si in aliq corpore uis-
bili uisus fuerit in puncto o, ex parte concauitatis speculi columnaris, tunc forma li-
neæ, si reflectetur ad uisum in puncto o, à linea longitudinis speculi, quæ est a b g, &
diuersabuntur imagines eius secundum diuersitatem distantīæ suæ ab axe speculi, quæ
est 3 k, quia em̄ angulus e l m est acutus, ergo per 15. primi, angulus l b c est acutus, &
liea e b c, est in superficie circuli b f, & linea l b est semidiameter illius circuli per 21. septi-
mi huius, linea ergo e b c secat circulū, & eius pars quæ est b t, est intra circulum & intra
concauitatē speculi, & similiter est de linea o b, qm̄ ipsa cadit intra concauitatē speculi,
ideo qd̄ angulus o b l est acutus, & duo anguli o b l & t b l sunt æquales, qm̄ ipsi per 25.
primi, sunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus, & semidiameter l b est p̄-
pendicularis super superficiē contingentem columnam speculi secundū lineam longitu-
dinis speculi transeuntem per punctum b, forma itaq; puncti t, incidit speculo per lineā

eb, & a puncto speculi b, reflectitur per lineam bo, & comprehenditur a visu existente in puncto o. Item patet per 5. septimi huius, & ibi declaratum est, quod superficies contingens speculum columnare in puncto g est sub puncto e centro visus, linea ergo eg, secat illam superficiem contingentem, secat ergo in puncto g, qui est punctus reflexionis, lineam in eodem puncto g, contingentem periferiam sectionis columnaris, quae est communis sectio superficiei reflexionis formae puncti t, lineae th, & speculi columnaris conuexi, & quia secat illam lineam contingentem in puncto ipsius speculi, quod est g, secat ergo sectionem oxigoniam, & cadit intra ipsam, cadit ergo intra concavitatem speculi, & est linea gl, duae ergo lineae og & g l, cadunt intra concavitatem speculi, & linea 3 g, est perpendicularis super superficiem contingentem columnam speculi per 96. primi huius, quoniam ducit ab axe perpendiculariter super lineam longitudinis speculi transeuntem per punctum m g, & duo anguli og 3 & 3 g i sunt aequales per 15. primi, ut prius, forma ergo puncti i, incidit superficiei concavae ipsius speculi secundum lineam ig, & a puncto speculi g, reflectitur ad visum existentem in puncto o, secundum lineam reflexionis, quae est go, & eodem modo patet, quod forma puncti o incidit speculo secundum lineam sa, & reflectitur a puncto speculi ad visum existentem in puncto d, secundum lineam reflexionis, quae est ao, & etiam patuit in commento 5. septimi huius, quoniam duae lineae hu & tu sunt perpendiculares super duas lineas contingentes sectiones oxigonias transeuntes per duo puncta h & g, imago ergo formae puncti s, est in linea hu, per 26. quinti huius, sed linea ao est linea reflexionis formae puncti s, quoniam a puncto reflexionis qd est a, producit ad visum existentem in puncto o, imago itaque formae puncti s, est in linea so, per 37. quinti huius, punctum ergo h, quod est communis sectio lineae hd & ao, est locus imaginis formae puncti s, similiter quoque patet quod punctum t est locus imaginis formae puncti i. Ducatur quoque linea tl, a puncto t, ad punctum centrum circuli b, eritque linea a, producta ultra punctum c perpendicularis super lineam contingentem circumulum per 17. tertij, est ergo linea tl cathetus incidentiae formae puncti c, per definitionem illius catheti, quia ergo forma puncti c, reflectit ad visum in punctum o, a puncto speculi b, erit imago formae puncti c, in linea qcl, quae est cathetus suae incidentiae, sed & in linea reflexionis quae est bo, necesse est esse eandem imaginem per 37. quinti huius, imago itaque formae puncti c necessario est in puncto qd est communis sectio lineae lt & ob, hoc autem potest esse in partibus diuersis, patuit enim per 11. octauum huius, quod imago formae puncti quae reflectit a concavitate circuli speculi, quoniam occurrit visui inter visum & speculum, quoniam ultra speculum quondocumque in centro visus, quoniam ultra visum, quoniam in ipsa superficie speculi, & ut patet per 40. octauum huius, quoniam apparet una imago, quondocumque duae, quoniam 3. quoniam 4. imago ergo puncti c, cum formae ipsius reflexio fiat a puncto periferiae circuli aequedistantis basibus speculi erit forte in linea hq, ultra speculum, & forte erit ultra lineam bq, & forte ultra lineam bo, retro visum, & forte erit in linea bo, inter visum & speculum, & forte erit in puncto o, scilicet in ipso centro visus, & forte erit unica imago, forte 2. forte 3. forte 4. si itaque locus imaginis formae puncti c, uel alicuius puncti formae lineae s i, utpote illius secundum quam lineam b c, producta ultra punctum c, secat lineam i s, quia & illud punctum reflectit a puncto speculi colunare concavi, quod est b, ad visum existentem in puncto o, per 20. quinti huius. Si ergo locus imaginis formae puncti c, uel illius puncti lineae s i, fuerit punctum q, tunc linea hq t erit diameter imaginis formae lineae i s, & si omnes imagines omnium punctorum lineae s i fuerint in linea hq t, tunc imago eius erit linea recta, nam medium eius punctum, quod est punctum q, est in rectitudine duarum suarum extremitatum, quae sunt h & t, quod si locus imaginis formae puncti c, fuerit ultra punctum q, tunc imago lineae rectae quae est si, erit concava, eiusque concavitas respiciat visum, & si imago formae puncti c, fuerit in linea bo, uel in puncto o, centro visus, aut inter speculum & visum, tunc uidebitur imago lineae s i conuexa, cuius conuexitas respiciet visum, & si fuerit imago formae puncti c, in linea bo, retro visum, tunc iterum uidebitur imago concava, in cuius concavitate situabitur centrum visus, quod si punctum c plures habuerit imagines, tunc linea s i plures habebit imagines, quarum omnium extremitates coniungentur in punctis h & t, &

& media ipsorum erunt distincta & separata, & linea h t, erit communis diameter omnium illarum imaginum quocumque fuerint imagines, & forte linea h t, quae est diameter imaginis, erit maior quam linea rei uisae, quae s i, in modica quantitate, patet ergo propositum.

XXVI.

Superficie lineae rectae uel curuae uisae, superficiem in qua est axis speculi columnaris concavi orthogonaliter secante, centroque visus existente in utraque superficie, a circumferentia circuli, qui est communis sectio dictae superficiei & speculi fiet reflexio, imagoque lineae uisae quandoque erit recta, uel alioquando conuexa.

Esto sicut in 52. septimi huius, proponitur, linea th in superficie plana orthogonaliter secante superficie in qua sunt centrum visus e, & a punctis dati speculi columnaris qui sit d f, sitque centrum visus quod sit e, in eadem superficie lineae th, facta quoque figuratione 52. septimi huius, compleatur demonstratio ut in illa propositione, eritque imago lineae rectae quae est th curua, si itaque speculum idem quod ibi conuexum accipitur, assumatur concavum, & in loco imaginis collocata intelligatur linea curua secundum cuius terminos extremos ducatur etiam linea recta quae sit in superficie rei uisae, & centrum visus disponatur proportionaliter circa illam lineam in eadem superficie, tunc locus imaginis lineae curuae uel rectae uisae erit linea th recta, patet ergo propositum, & forte linea imaginis erit aequalis rectae uel forte conuexa, sicut ostensum est in 57. octauum huius, & hoc eodem modo est deducendum.

XXVII.

Superficie lineae rectae uisae orthogonaliter axem speculi columnaris concavi secante, centro visus non existente in eadem superficie, reflexionemque facta ad visum aequaliter distantem ab extremis illius lineae eius imago uidebitur concavitatis magnae visum respicientis.

Fiat omnimoda dispositio figurae quae in 53. septimi huius, dico quod uerum est quod proponitur, patet enim per ea quae in commento illius dicta sunt, quod puncta t & h, quae aequaliter distant a centro visus, punctum scilicet, reflectunt ad visum a duobus punctis oxigoniae sectionis, cadentibus cum quodam circulo aequedistante basibus speculi, qui circulus erit medius inter lineam h t, & inter superficiem transeuntem centrum visus e, secantem speculum aequedistanter basibus ipsius speculi, sit ergo ut forma puncti h reflectit in punctum c, a puncto speculi b, q est punctus periferiae cuiusdam sectionis oxigoniae quae est communis superficiei reflexionis & superficiei speculi, cadens in circulo bg, linea ergo hb & be, continet angulos aequales cum linea contingente illi circulo in puncto b, & similiter forma puncti t, reflectit ad visum e, a puncto speculi g, & linea tg & ge, continet angulos aequales cum linea contingente circulo speculi in puncto g, linea qphb & t g, concurrunt in puncto l, & linea hb continet cum linea perpendiculari quae est bo, angulum acutum, linea ergo hb, secat superficiem contingente superficiem colunae in linea longitudinalis, i quae est punctum b, linea itaque bl, cadit intra concavitatem colunae, & super lineam gl. Similiter quoque duae lineae bf & gy, cadunt intra concavitatem colunae, & per 15. primi, duo anguli ab d & d b r sunt aequales, cum ipsorum contrapositi, q sunt ebo & o h b sint aequales per 20. quinti huius. Similiter quoque duo anguli l g d & d g i sunt aequales, si itaque linea fi, quae in speculo columnari conuexo, & imago lineae th, fuerint nunc in aliquo uilibili opposita speculo columnari concavo, & centrum visus fuerit in puncto l, tunc forma puncti r, incidet in speculo secundum lineam r b, & reflectet ad visum in punctum l, a puncto speculi b, & linea hu est perpendicularis super lineam contingentem sectionem, in cuius periferia est punctum l, a quo fit reflexio, imago ergo formae puncti r, erit in catheto rh, per 36. quinti huius, sed & eadem imago necessario est in linea reflexionis quae est bl. Erit ergo in eadem illa sectione in puncto h. Est ergo punctum h imago puncti r, ut haec omnia patent per 37. quinti huius. Similiter quoque declarabit, quod forma puncti y, incidet speculo per lineam yg, & reflectet per lineam gl, a puncto speculi g, & eius imago uidebitur in puncto t, & ducatur linea qu, haec ergo secabit lineam r y, quae est inter duo puncta q & u, puncta quoque hq & u, sunt omnia in superficie circuli bg, ut patet ex praemissis, secet ergo linea qu, lineam r y, in puncto m, punctum itaque

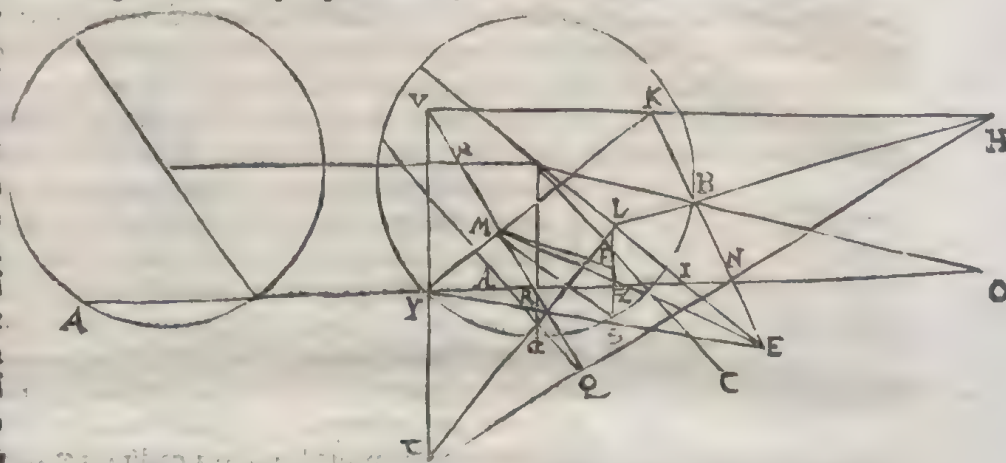
itaq; m, in superficie transeunte per axem speculi, & per centrū uisus punctum l, nam ut in cōmento praeassumptae propositionis 53. septimi huius patuit, puncta l & q, sunt in illa superficie, nam ut ibi acceptū est, patet quod in illa superficie in qua erat centrū uisus e, & axis speculi, in eadem erat linea e l d, sed & illa superficies secabit lineā h t, in puncto q, & linea e o, cadebat in punctū u, ergo per 1. undecimi, linea q u, est in illa superficie, ergo & punctū m, & quia duo puncta m & l sunt in superficie transeunte per axē columnarē, ideo forma puncti m, potest reflecti ad uisum in punctū l, in illa superficie, & linea a 3, est cōmunis sectio superficiei columnarē speculi & superficiei transeuntis per suū axem, & per punctū l, quod est centrum uisus, forma ergo puncti m reflectetur ad uisum in punctū l, quod est centrū uisus ab aliquo puncto speculi lineae, s. a 3, & ducatur linea e m, q̄ erit in illa superficie, & linea e l, etiā erit in illa superficie, & punctū e, ut supra patuit est elongatum à superficie contingente columnā speculi in linea a 3, ut patet per 5. septimi huius. Si ergo linea a 3, ducatur in continuū & directū intra punctū 3, concurreret cū duabus lineis e m & e l, quae sunt in una superficie cum linea a 3, concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l, in puncto n, punctū itaq; n cadet inter duo puncta e & l, quia punctum l, est intra concavitatē columnarē, & punctū n est extra in ipsius concavitatē in superficie columnarē, qm̄ est in linea longitudinis columnarē, quae est a 3, punctum uero e, quod in speculis columnaribus convexis suppositū fuit esse centrū uisus, & elongatum à superficie columnari speculi, patuit quoq; in demonstratione 53. septimi huius, qd̄ circulus b 3 g, est medius inter lineam h t, & inter superficiē exeuntem à puncto e, aequedistantē basibus columnarē speculi, & linea ppendicularis exiens à puncto e, su per lineam a 3, est in superficie transeunte punctū e, & secante speculum aequedistanter basibus columnarē, ergo linea perpendicularis exiens à puncto e, super lineam a 3 n, cadit extra angulū e i n, & uersus partē puncti n, qm̄ linea e n, l d u, est cōmunis sectio superficiorum reflexionis secundū quas reflectunt formae punctoꝝ h & t, quae cū sint oxigonae sectiones, patet per 103. primi huius, qm̄ ipsae sunt obliquae, secantes axem speculi, ergo & ipsae cōmunis sectio oblique incidit illi axi speculi, ergo per 32. primi, angulus e i n est acutus, ergo per 15. primi, angulus m i a est acutus, & angulus m i n erit obtusus per 13. primi, educatur ergo per 12. primi, à puncto m linea perpendicularis super lineā q i, quae sit m k, secans lineam a i in puncto k, punctū ergo k, erit inter puncta i & a, qm̄ si caderet inter puncta i & n, fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtusus, qui est m i n, qd̄ est impossibile, cadet ergo punctū k, inter puncta i & a, pducatur itaq; linea m k, ultra punctū k, ad punctum s, donec linea k s fiat aequalis lineae m k. Erit ergo punctus s extra superficiem speculi, & ultra cōcavitatē eius, & punctus l, in quo est centrum uisus, erit intra ipsius speculi concavitatē, ducatur itaq; linea s l, quae secabit lineā n k, qm̄ cum linea n k, sit pars lineae longitudinis speculi, patet qd̄ ipsa est cadens inter puncta s & l. Secet ergo ipsam in puncto f, & à puncto f, ducatur per 31. primi, linea a q̄a distans lineā k m, quae pducta ad axem speculi secet ipsam in puncto x, sitq; linea f x. Erit ergo per 29. primi, linea f x, ppendicularis super lineam longitudinis speculi, quae est a n, qm̄ linea m k, aequedistans lineae f x, est ppendicularis super ipsam a n, eritq; linea f x, in superficie transeunte per axem speculi, & per punctū l. Est ergo linea f x semidia meter circuli transeuntis per punctū f, aequedistanter basibus columnarē per 21. septimi huius, linea ergo f x, est ppendicularis sup superficiē contingente columnā speculi secundum lineam longitudinis, quae est a 3, ducatur itaq; linea m f, quia ergo duorū trigonoꝝ m k f, & f k s, duo latera m k & k s sunt aequalia ex hypothesi, & latus k f, cōmune ambobus illis trigonis, angulūq; ad punctū k sunt recti, ergo per 4. primi, latus m f est aequale lateri f s, ergo p 5. primi, angulus f m s, aequalis erit angulo f s m, linea uero f x, aequedistat lineae s m, ergo per 29. primi, angulus x f l extrinsecus, aequalis est angulo f s m, intrinsecus, & anguli x f m & f m s sunt aequales, quia coalterni, angulus ergo x f m, est aequalis angulo x f l, forma ergo puncti m, incidens speculo secundū lineam m f, secundum lineam reflexionis, quae est f l, reflectit ad uisum existentē in puncto l, à puncto speculi f, p 20. q̄ uinti huius, & linea x f, est perpendicularis super superficiē contingente speculū in puncto

puncto f, & qm̄ linea m k est perpendicularis super superficiē speculi, quia est perpendicularis super lineam longitudinis, quae est a 3, patet quod linea m k, est kathetus incidentiae formae puncti m, in ipsa ergo locus imaginis formae puncti m, per 26. quinti huius, sed & idē locus est in linea reflexionis quae est l f. In illa ergo lineae cōmuni sectione quae est punctus s, est locus imaginis formae puncti m, per 27. quinti huius, & quia duae lineae f y & h t sunt aequedistantes & ppendiculares super superficiē transeuntē per axē speculi & per centrū uisus qd̄ est nūc punctū l, qm̄ linea h t, taliter fuit disposita in 53. septimi huius, duae igitur superficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r i, erūt aequedistantes & ppendiculares super superficiē transeuntē per axē, per 18. undecimi, & quia linea r i, est ppendicularis super superficiē transeuntē per axem & per punctū l, ideo per 18. undecimi, superficies duarū linearū, quae sunt r m y & m s, erit ppendicularis super superficiem transeuntē per axem, & per punctum l, & erit per 19. primi huius, linea m s cōmunis sectio illarū duarū superficierum, & q̄a linea a k, cū sit pars lineae longitudinis speculi, quae est a 3, est in superficie transeunte per axem, q̄a omnis superficies secans columnam secundum lineam longitudinis per aequalia, transeat per axem illius columnarē, ut patet p 93. primi huius, sed & linea a k, est ppendicularis super lineam m s, quae est cōmunis sectio inter superficiē transeuntē per axem, & inter superficiē duarū linearū, quae sunt r m & m s, ergo linea a k n est erecta super superficiē r m s, & linea a n, est aequedistans axi speculi, ergo per 5. undecimi, erit axis speculi ppendicularis super superficiē in qua sunt duae lineae r m & m s. Illa ergo superficies est perpendicularis super axem columnarē, punctum itaq; s, est in superficie exeunte ex linea r i, perpendicularis super axem columnarē speculi, sed linea h t est in superficie perpendiculari super axem speculi aequedistanti superficiē exeunti ex linea r y, punctū ergo s, est extra lineam h t, est p̄p̄n̄q̄ius puncto l, centro uisus, q̄p̄ sint duo puncta h & t, & duo puncta h & t sunt imagines formarū duorū punctoꝝ r & y, & punctū s est imago formae puncti m, palam ergo, quia imago formae lineae r m y, est linea transiens per puncta h s t, sed talis linea est arcualis, q̄a punctū s est extra rectitudinem lineae h t, transiens itaq; per puncta h s t, linea arcualis quae sit h s t, & quia linea h t, secundū hypothesim 53. septimi huius, fuit elongata à cōuexo columnarē, erit linea h t, ultra superficiē speculi respectu puncti l, qd̄ est nūc centrū uisus, & iam supra ostensum est ultra cōcavitatē speculi respectu puncti l, & punctū l est intra cōcavitatē speculi, punctū ergo l, qd̄ est centrū uisus, est extra superficiem in qua est linea h s t, arcualitas ergo lineae h s t, apparebit uisui manifeste, & q̄a punctū f, est in superficie columnarē speculi extra superficiē circuli b g, & linea t h est ultra speculū in superficie circuli b g, qm̄ est in superficie trigoni l h t, erit linea l f s, altior q̄p̄ superficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & l t, respectu uisus l, punctū ergo s est altius q̄p̄ duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uisui existenti in puncto l, cōcava cōcavitatē uisum respiciēte qd̄ est ppositū.

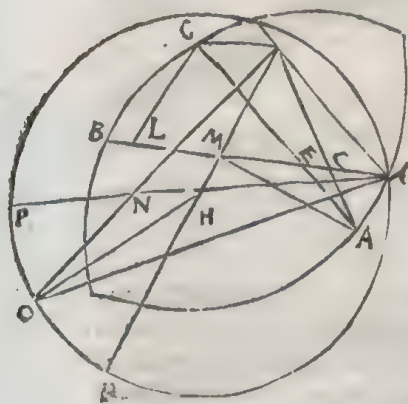
XXVIIII.

Superficie incidentis lineae rectae uisae oblique secantis axem speculi columnaris concavi centro uisus existente in eadem superficie, imago uidetur concava respectu uisus & conuersa secundum situm.

pp Esto



Esto speculum columnare concavum, cuius axis sit $h q$, & secetur per superficiem obliquam super axem, erit ergo communis sectio illius superficiei & superficiei speculi sectio oxigoniam per 103. primi huius, sit autem sectio $a b g$, sed in 11. huius ostensum est, quod quicquid in superficie oxigoniam sectionis a puncto reflexionis erit linea perpendicularis super superficiem contingente speculi columnare, ex cuius duobus terminis. scilicet ex duobus communibus sectionibus sui, & superficiei ipsius speculi sit reflexio formae ad visum, sit ergo in sectione $a b g$, huius perpendicularis, quae sit $g a$, & sit linea $b e k$, perpendicularis super lineam contingente peripheriam sectionis in puncto b , & sit punctum g , itaque linea ducta a puncto b , cum linea perpendiculari ducta super superficiem speculi a puncto reflexionis quae sit g , contineat super axem speculi angulum acutum, patet ergo per 44. septimi huius, quoniam linea $b e k$, secabit lineam perpendicularem, quae est $g a$, sub axe speculi, & continebit cum ipsa angulum acutum, fiat ergo illarum linearum sectio in puncto e , angulus ergo $b e g$ erit acutus per 32. primi, ut patet, cadatque punctum k in peripheriam sectionis, & a puncto g , ducatur per 31. primi, linea aequidistans lineae $b k$, quae sit linea $g d$, erit ergo angulus $d g e$, per 29. primi, aequalis angulo $b e g$, ergo uterque est acutus, linea ergo $g d$, erit intra concavitatem speculi, quoniam linea a puncto g , termino perpendicularis, quae est $g a$, extra sectionem ducta continget sectionem, & continebit angulum rectum cum linea $a g$, aut non continget, & continebit angulum obtusum, fiat itaque per 23. primi, super punctum



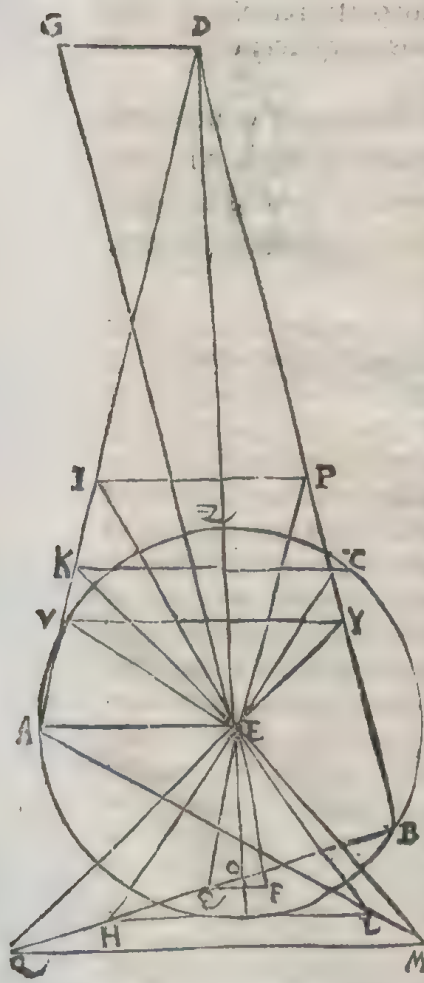
g terminum lineae $e g$, angulus aequalis angulo $e g d$, qui sit $e g l$ linea ergo $g l$ concurret cum linea $b e k$, per 14. primi huius, ideo quod angulus $g e l$ & $l g e$, ambo sunt acuti, sit concursus in puncto l , qui sit punctus lineae $b k$, & in linea $l e$, ut contigerit, signetur punctum m , & ducatur linea $a m$, erit ergo angulus $m a g$ acutus per 32. primi, ideo ut prius ostendimus, quia angulus $m o g$, qui est maior angulo $m a g$, cum sit ei extrinsecus & acutus, ut patet ex praemissis, linea $m a$, cadit intra sectionem, fiat itaque super punctum a , terminum lineae $a g$, angulus aequalis angulo $g a m$, qui sit angulus $g a d$, linea enim $a d$, concurret cum linea $g d$, per 14. primi huius, ideo quia anguli $d g a$ & $d a g$ sunt acuti, sit ergo concursus in puncto d , linea itaque $a d$, secabit lineam $b k$, concurrens cum ipsa per 2. primi huius, quoniam concurret cum eius aequidistante quae est $d g$, secet ergo ipsam $b k$ in puncto t , cum itaque $l k$ fuerit in aliquo corpore visibili, & centrum visus fuerit in puncto d , tunc forma puncti l , videbitur in puncto speculi g , quod est punctum reflexionis, & hoc accidit per 10. huius, ideo quia forma puncti l , reflectitur ad visum existentem in puncto d , a puncto speculi g , & linea $k l b$, quae est kathetus incidentiae formae puncti l , aequidistat lineae $g d$, quae est linea reflexionis, nunquam ergo concurrent, & sit locus imaginis formae puncti l , erit in puncto reflexionis quod est g . Similiter itaque forma puncti m , reflectetur ad visum existentem in puncto d , a puncto speculi quod est a , & kathetus incidentiae quae est linea $b m k$, secet lineam reflexionis quae est $a d$ in puncto t , ergo punctum t est locus imaginis formae puncti m , per 37. quinti huius, transeat itaque per punctum d , quod est centrum visus, superficies plana aequidistans basibus columnae, haec ergo superficies secabit columnam speculi secundum circum per 100. primi huius, qui circulus sit $p o r$, & quoniam centrum visus d , est in superficie sectionis $a b g$, palam quod ille circulus $p o r$, secabit sectionem oxigoniam $a b g$, in duobus punctis per 104. primi huius, superficies ergo illius circuli secabit lineam $b k$, quoniam secat lineam $g d$ aequidistantem lineae $b k$, ducitur enim per punctum d , sit ergo ut secet lineam $b k$ in puncto k , sitque centrum circuli $p o r$ punctum h , & ducatur linea $k h$, quae ducta per circum secet ipsius peripheriam in puncto p , & ducatur linea $d h$, quae producta ad peripheriam circuli incidat ipsi in puncto k , forma ergo puncti k , reflectetur ad visum existentem in puncto d , ab aliquo puncto arcus $r p$, ut patet per 27. octavi huius, verum hoc ostensum est de reflexione formae visibili ad visum secundum tale situm ab aliquo puncto peripheriae circuli, sit ergo $n f$, fiat illa reflexio a puncto speculi, scilicet arcus $p r$, quod sit punctum o , & ducantur lineae $k o$, $d o$, $h o$, angulus $k o h$, est aequalis

his angulo $h o d$, per 20. quinti huius, & quoniam linea reflexionis quae est $d o$, secat diametrum $h p$, ideo quia linea $d h r$, transit per centrum circuli, citra quae respectu puncti o , ducitur linea $d o$, haec ergo secat diametrum $h p$, sit ut secet ipsam in puncto n . Est autem linea $k h p$, kathetus incidentiae formae puncti k , ergo per 37. tertii huius, punctum n , est locus imaginis formae puncti k , ducatur itaque linea $k d$, quae per 19. primi huius, erit communis sectio superficiei circuli $p o r$, & sectionis $a b g$, vel pars illius communis sectionis, nam duo puncta k & d , sunt in utraque illarum superficiei, & nihil de superficie sectionis oxigoniam, quae est $a b g$, est in superficie circuli $p o r$, nisi in linea $k d$, vel linea cuius pars est linea $k d$, punctum ergo g , est intra circum, & similiter punctum b , & sunt in superficie sectionis, & punctum n , est in superficie circuli $p o r$, & forma imaginis lineae $l m k$, transit per puncta g & n , linea vero per transiens haec puncta est arcualis, quia superficies sectionis est declivis super superficiem columnae per 103. primi huius, longior ergo diameter ipsius sectionis non transit per totum axem columnae, neque est superficies sectionis aequidistans basi columnae, linea ergo $t n g$, quae est imago lineae rectae $k m l$, cuius superficies secat axem speculi oblique, est curva maxima curvaturae, & eius concavitas respicit visum existentem in puncto d , & quia punctum t , est imago formae puncti m , & punctum n , imago formae puncti k , & punctum g , est imago formae puncti l , patet quod imago lineae $l m k$ est conuersa, ita quod superficiei punctus imaginis respectu visus, qui est g , corrumpet in limbo puncto lineae visae, qui est l , & infimus punctus imaginis qui est n , corrumpet supremo puncto lineae visae, qui est k . Sic ergo situs partium imaginis non est conformis situi partium rei visae, sed conuersus & difformis, patet ergo propositum, patet itaque ex hac propositione, & duabus praemissis, quod lineae rectae aequidistantes axi speculi columnaris concavum, & aequidistantes basi eius, & etiam quae sunt obliquae super superficiem eius, quicquid videbunt arcuales, quicquid rectae, quicquid conuersae, formae ergo eorum quae comprehenduntur in speculis columnaribus concavis, quicquid erit directa conformis suo situi situi partium rei visae, & quicquid erit difformis conuersum habens situm suum partium respectu visus partium rei visae, & in respectu ad visum.

Imago lineae rectae existentis in superficie speculi columnare concavum transaxem orthogonaliter secante, centroque visus existente in eadem superficie videbitur recta, quandoque maior, quandoque aequalis, quandoque minor reuisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoque una, quandoque plures imagines visui occurrent.

Sit secundum dispositionem 48. octavi huius, circulus $a b 3$, cuius centrum in superficie speculi columnaris concavum aequidistans basibus speculi, & sit centrum visus in puncto d , erit ergo linea $d g$, ut in praedicta 48. praemissum est perpendiculariter erecta super superficiem circuli, & sint duae lineae $e a$ & $e b$ perpendiculares super superficies contingentes superficiem columnae speculi, & erit superficies trianguli $d e g$, perpendiculariter erecta super superficiem circuli $a b 3$, per 18. undecimi, quia linea $g d$ est perpendicularis super superficiem circuli, hoc est super eam superficiem, cuius sectio efficit circum $a b 3$, superficies ergo trigoni $d e g$, ut patet per 19. undecimi, & per 92. primi huius, transit per totum axem speculi, & per centrum visus quod est punctum d , & neutra superficies earum quae sunt $d b o$ & $d a o$, quae secant se in linea $d o$, ut patet per 19. primi huius, transit per totum axem, & in neutra illarum superficiei est aliquid de axe nisi punctum e , quod est centrum circuli $a b 3$, utraque ergo superficies quae sunt $d b o$ & $d a o$, secat superficiem columnarem speculi secundum oxigoniam sectionem, & sit reflexio formae ad visum a duobus punctis illarum sectionum, quae sunt a & b , ut patet per praemissam 48. octavi huius, formae ergo puncti r , reflectetur ad visum existentem in puncto d , a puncto speculi quod est b , & forma puncti m reflectetur ad visum in punctum d , a puncto speculi quod est a , & quoniam kathetus incidentiae formae puncti r , est linea $r e n$, secans lineam $b d$, quae est linea reflexionis in puncto n , & kathetus incidentiae formae puncti m , est linea $m e u$, secans lineam reflexionis quae est $a d$, in puncto u , patet quod puncta n & u sunt loca imaginum formarum punctorum r & m , & erit linea $n u$, diameter imaginis formae lineae $m r$, & est minor quam linea $m r$, ut patet in 49. octavi huius, & similiter formae duorum punctorum h & l , reflectentur ad visum in punctum d , a duobus punctis speculi quae sunt $p p$ & $a b$

a & b, & erit p modū prius dictū cū linea t k, diameter imaginis formae linea l h, & sectū dū pmissa in 48. octavi huius, erit diameter imaginis t k, aequalis diametro rei uisae quae est linea l h. Similiter q q, linea p i, erit diameter imaginis formae linea f q, & est maior q̄ diameter rei uisae quae est linea f q, & oēs istae imagines erūt cōuersae, ut ostensum est in 50. octavi huius. Si uero centrū uisus fuerit in pūcto o, & formae lineae quae sunt p i, t k & n u, reflectant ad uisum in pūcto o, a pūctis speculi quae sunt a & b, tunc erit econuerso. Erīt em diameter imaginis linea p i, quae est linea f q, minor diametro t k rei uisae & erit linea l h, diameter imaginis linea t k, & aequalis ei, & erit linea m r, diameter imaginis linea n u, & maior q̄ illa. Omnesq; imagines lineae istae rectae erunt rectae, sed cōuersae secundū sitū & ordinē priū quē habent ipsae res, nam dextrū rei sit sinistrū imaginis, & sinistrū rei sit dextrū imaginis, & similiter est de p̄tibz quae sunt sursum & deorsum. Item cū utraq; extremitatū hae lineae unicā habuerit imaginē, & aliquid aliud pūctum in medio plures habuerit imagines, tunc forma illius lineae tot habebit imagines, quot pūctū mediū ipsius, & oēs istae imagines copulabunt ad pūcta extrema illius imaginis, & erit illa linea unica diameter oīm illae imaginū, & si utraq; extremitas illius lineae uel altior ipsae plures habuerit imagines, pūctū nō mediū habuerit tū unā. Iterum illa linea tot habebit imagines quoreius pūcta extrema ambo, uel saltem alteri suū pūctū extremū, & si utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter pūctū mediū multas habuerit imagines, tunc tota linea habebit imagines secundū numerū maiore, & hoc patebit, sicut patuit supra de imaginibus speculorū sphaericoꝝ concuorū. In speculis em colūnaribus cōcauis accidit fallacia in omnibus quae in eis cōprehendunt, sicut accidit in speculis sphaericis cōcauis, s. de formis specieꝝ uisibiliū, & de quantitatibus, & de numero suarū imaginū, & de conformitate ipsarū ad res, quae ipsae sunt imagines, & de difformitate situs ipsarū secundū cōuersionē formarū partialiū cum omnibus fallacijs quae appropriant cōuersioni, & oēs fallaciae sunt in his ut in speculis praedictis sphaericis cōcauis, patet ergo illud quod pponebatur. XXX.



pūctorum b m k, patebit ppositum ut prius, & hoc proponebatur.

Forma

Forma alicuius lineae curuae incidentis uertici speculi pyramidalis concuui oblique super axem reflectitur ad centrū uisus inter illam lineam & superficiem speculi constitutam a linea longitudinis speculi, imagoq; ipsius uidetur recta, & si illa linea incidēs fuerit recta, eius imago uidebitur curua modica curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas est ad uisum.

Fiat dispositio omnimoda quae in 55. septimi huius, inuenieturq; in speculis pyramidalibus conuexis lineae rectae quae est a n, proposito modo illud speculum respicientis imago curua inter concauitatem speculi quae est a p y, pūctū quoq; quod est sub superficie speculi contingentem secundum lineam longitudinis speculi quae est a u e, a qua fit reflexio formae lineae rectae uisae quae est a n, ad uisum existentem in pūcto r, erit illic pūctū k, in quo pūcto f, si fuerit centrū uisus erunt omnia pūcta quae sunt in illa curua imagine, uel quae sunt in linea recta scilicet in diametro imaginis reflexa ad pūctum f, & imago lineae curuae quae a p y, erit linea recta, quae est a n, uel imagines duarū extremitatum lineae a p y, erunt in linea a n, & in extremitatibus illius, & loca imaginis pūcti p, quod est in medio lineae a y, diuersabuntur, & hoc potest eodem modo declarari sicut sibi simile declaratum est in 55. septimi huius, quoniam enim ut ibi declaratum est, angulus z r f est aequalis angulo z f r. Est autem angulus p z h aequalis angulo z r, per 15. primi, & angulus t z r est aequalis angulo z f r, per 29. primi, sed per eandem 29. primi, angulus h z f est aequalis angulo z f r. Est ergo angulus p z h aequalis angulo h z f, patet ergo per 20. quinti huius, quoniam fiet reflexio formae pūcti p, ad uisum existentē in pūcto f, a pūcto speculi pyramidalis concuui quod est z, & quoniam linea h p o est kathetus incidentiae formae pūcti p, & linea f z o est linea suae reflexionis ad uisum existentem in pūcto f, patet per 37. quinti huius, quoniam pūctum o, est locus imaginis formae pūcti p, similiter quoq; angulus y e d est aequalis angulo h e r, quae per 29. primi, est aequalis angulo e r f, & per eandem 29. primi, angulus d e f est aequalis angulo e r f, sed ut in cōmento 55. septimi huius, ostensum est angulus e f r est aequalis angulo e r f, est igitur angulus y e d aequalis angulo d e f, ergo per 20. quinti huius, reflectitur ad uisum existentem in pūcto f, a pūcto speculi concuui quod est e, & quoniam linea y n, est kathetus incidentiae formae pūcti y, & linea f e n est linea suae reflexionis, patet per 37. quinti huius, quod locus imaginis formae pūcti y, & pūctum n, & pūctum a, sicut reflectitur a uertice speculi, sic locus imaginis suae est ibidem, per ea quae dicta sunt in 11. et 12. octavi huius, & in 10. huius, erit ergo imago totius lineae a p y, curuae, linea a o n recta, quoniam de alijs pūctis est eodem modo demonstrandum, quod si aliquid uisibile statuatur in loco lineae rectae a y, quae est diameter illius curuae imaginis lineae a p y, tūc duae extremitates lineae a y, quae sunt a & y, habebunt ut prius loca suarū imaginū in pūctis a & n, loca uero imaginis pūcti medijs correspondentis pūcto p, quae cadit in producta linea z p, & aliorum pūctorum mediorum diuersabuntur, & secundum diuersitatem cōcursus kathetorum incidentiae formarū illorum pūctorum cum lineis suarū reflexionum secundum quas a pūctis lineae longitudinis quae est a u e, speculi ppositi concuui reflectuntur ad uisum existentem in pūcto f, uel ultra lineam a o n, uel citra illam, loca imaginum illorum pūctorum diuersabuntur quandoq; ad cōcauitatem, quandoq; ad conuexitatem respicientem centrū uisus, erit tamen illa conuexitas modica, quoniam praedictorum locorum imaginum respectu lineae a o n, modicus est excessus, palam itaq; ex praemissis, quod si linea recta quae est diameter imaginis curuae q̄ est a p y, fuerit in aliquo uisibili, & centrū uisus fuerit in pūcto f, tunc imago lineae rectae praemisso modo dispositae forte uidebitur conuexa, & forte uidebitur cōcaua, quod est propositum. XXXII.

Lineae rectae uisae superficie incidentiae axem speculi pyramidalis concuui orthogonaliter secante, centroq; uisus non existente in eadem superficie imago uidebitur concua mirabilis concuuitatis uisum respicientis.

pp 3 Sit ut

Sit ut in 27. huius libri, centrum uisus punctum l. & linea uisa r m y, cuius extrema puncta quæ sunt r & y, æqualiter distent à centro uisus h. sitq; centrum uisus extra superficiem lineæ r y, quæ producta secat speculum pyramidale cōcauum æquedistanter basi secundum circulum quæ sit b g, cuius centrum sit d, reflectaturq; forma puncti r, ad uisum l, à puncto speculi g, eruntq; puncta b & g, quāuis sint in circulo, ut cum sunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxigonis sectionibus secantibus se secundum lineam dl, ut patet hoc per 7. septimi huius, & p. 19. primi huius, & quoniam quantum ad propositum demonstrandum non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & cōcaua, tunc patet quod reiterata demonstratione 27. huius, erit locus imaginis formæ puncti r, in puncto h, & locus imaginis formæ puncti l, erit in puncto t, locus uero imaginis formæ puncti m, erit punctum s, quod est extra rectitudinem lineæ th, imago itaq; lineæ r m i, est in quadam linea transeunte puncto h s t, sed talis linea est curua. Est ergo lineæ rectæ quæ est r m y imago curua, & quoniam punctus s, est ultra concauitatem speculi respectu puncti l, centrū uisus, & punctum l, est intra illam concauitatem, palam quod punctum l, est extra superficiē in qua est linea h s t, curuitas ergo lineæ h s t, apparebit uisui manifeste, & quia punctus f, cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concavi extra superficiem circuli b g, & linea th est ultra speculum in superficie circuli b g, erit linea lf s altior quā superficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & h t, punctum ergo s respectu uisus l, est altius quā duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uisui existenti in puncto l, cōcaua maxima cōcauitate uisum respiciente, & hoc est, ppositum.

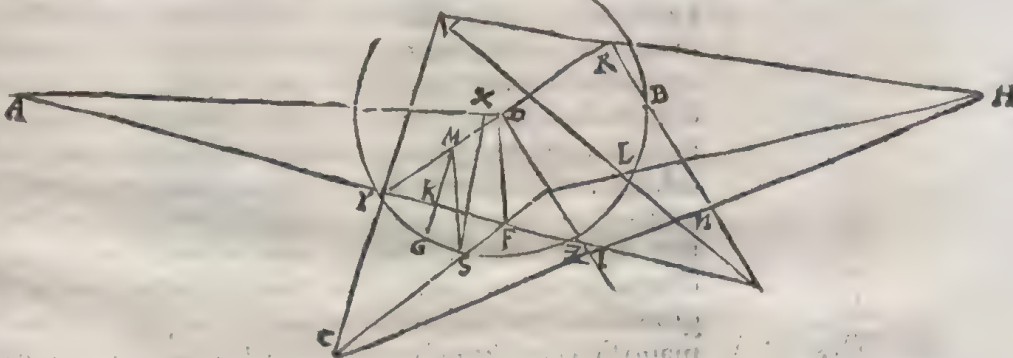
Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi pyramidalis concavi, cuius superficies incidentiæ secat axem speculi oblique, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quoniam enim ut in 31. huius, ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi oblique super axem, imaginem curuam uisui ad quem fit reflexio representat, & per præmissam proximā patet, quod linea recta cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonalis, uidetur mirabilis concauitatis uisum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situeretur linea recta, cuius superficies incidentiæ, ut hic pponitur, oblique secet axem speculi, patet quod imago illius lineæ diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis, qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis, cuius conformis est demonstratio cum præmissis, patet ergo propositum, nec em̄ dignum uidimus talibus immorandum, quæ ex prædemonstratis conclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucide accipiunt, unde talia relinquimus animæ perquirenti.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculi pyramidale trans axem secante, centroq; uisus existente in communi sectione eiusdem superficiē, & superficiē speculi secundum axem secantis, uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoq; una, quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Fiat item ut in 29. huius, eadem dispositio figuræ, quæ facta est in 48. octauo huius, si ergo aliquod punctū cōmune ambabus superficiebus d a o & d b o, fuerit in axe pyramidis, ut punctum o, & si duæ lineæ a e & b e, fuerint ppendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi, hoc autem est possibile, quia lineæ a e & b e sunt æquales, possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales, cum ergo hæ duæ lineæ fuerint ppendiculares super illas superficies, & uisus fuerit in puncto d, tunc superficies trigoni d e g, in qua sunt lineæ g e & d e, transibit per totā axem & per centrum uisus, & utraq; superficies d a o & d b o, erit decliuis super axem speculi, & communes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erūt duæ sectiones oxigonis, & formæ trium punctu quæ sunt r b q, reflectetur ad uisum existentem in puncto d, à puncto speculi quod

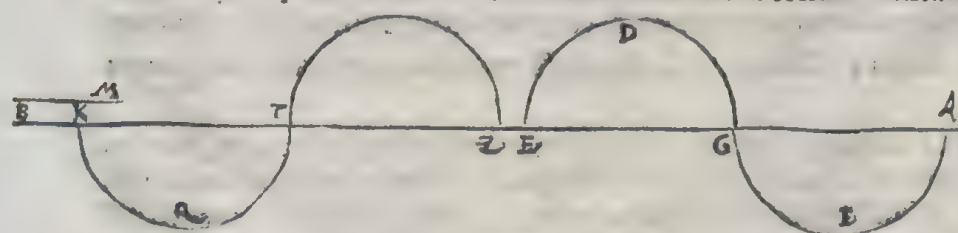
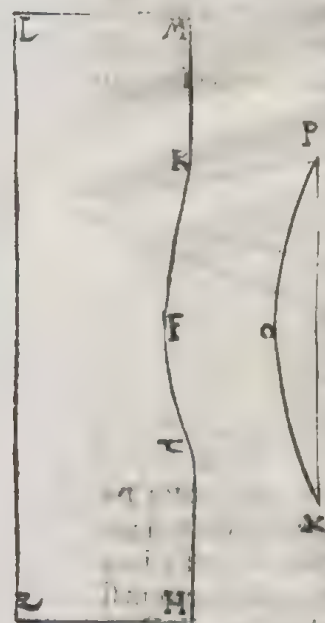
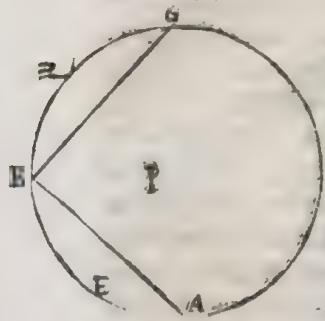
quod est b, formæ quoq; trium punctu quæ sunt, m l f, reflectetur ad uisum in punctum d, à puncto speculi a, cum ergo lineæ m l f & r h q, fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis, & uisus fuerit in puncto d, tunc ut supra in 29. huius patuit, linea n u erit imago lineæ m r, & linea c k erit imago lineæ l h, & linea p i erit imago lineæ f q, erit itaque imago lineæ m r, quæ est linea n u minor quā linea m r, & imago lineæ quæ est p i erit maior quā linea f q, & imago lineæ l h quæ est c k, erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoq; istæ imagines cōuersim habebunt situm respectu rerum quarum ipsæ sunt imagines uisui existente in puncto d, quod si uisus fuerit in puncto o, & lineæ n u, c k & p i quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, uisui existente in puncto o, fuerint in superficiebus corporum uisibilium, tunc per eandem præmissam rationem in 29. huius, imagines illarum linearum n u, c k & p i, erūt lineæ quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, eritq; imago lineæ p i, quæ est linea f q, minor quā linea p i, & imago lineæ c k quæ est linea l h, erit æqualis suæ lineæ, & imago lineæ n u, quæ est linea m r, erit maior ipsa linea n u, & istæ imagines omnes erūt lineæ rectæ, & apparebunt ultra centrum uisus quod est in puncto o, & si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n c p & b k i, erunt loca imaginum illarum linearum, lineæ m l f & k h p, puncta itaq; istarum imaginum quæ sunt m l f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est a o, & puncta r h q, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est b o, et imago puncti remotioris à uisu erit propinquior uisui, & imago puncti propinquioris uisui erit remotior à uisu, conuersum itaq; habebunt situm omnes istæ imagines, quod est propositum, patet itaq; ex his quatuor positionibus, quod lineæ rectæ quandoq; in his speculis pyramidalibus cōcauis uidentur conuexæ, quandoq; concuæ, quandoq; rectæ, & quandoq; maiores, & quandoq; minores, & quandoq; æquales rebus uisibilibus, & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes respectu situs rerum quarum sunt imagines, & accidunt in his speculis sicut in alijs speculis numerari imagines secundū numerum punctu reflexionis, & forte imagines eiusdem rei diuersarū erunt formarum secundum diuersum situm suarū partium, quæ omnia ex præmissis principijs possunt faciliter declarari, hæc itaq; de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uero in sequentibus huius libri ad tractatū quorundam irregularium speculorum comburentium ingenium conuertemus.



Possibile est speculum ex conuexo & concavo compositum fieri in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit.

Assumatur in illa magnitudine qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus qui sit a b g, & inscribatur ei latus pentagoni inscripibilis eidem circulo per undecimā quartū, quod sit a b, & similiter inscribatur eidem circulo latus exagoni p i s. quartū, quod sit b g, eritq; per eandem 15. quartū, linea b g æqualis semidiametro circuli, & abscindatur ab illo circulo portio a e b, cuius arcus a b, per 27. tertij, est æqualis quintæ parti periferiæ circuli, & similiter abscindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g est æqualis sextæ parti circuli, fiant quoq; formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionū, quarum una fiat secundum quantitatem portionis a e b, quæ sit cōcaua, ut est figura quam descripsimus z h c f k m l, altera uero facta ad quantitatem portionis quæ est g z b,

est gzb , sicut conuexa ut est figura xop , & assumatur petra ferri rectangula, cuius longitudo sit maior quam ambae cordae $a b$ & $b g$, latitudo quoque sit maior quam corda $b g$, & incuruetur ferrum taliter, ut eius longitudo sit conuexitatis portionis $a e b$, ita ut superficies concava quae est $k f e$, sibi extrinsecus applicetur, & eius latitudo sit in parte longitudinis residuae concavitate portionis $g z b$, ita ut conuexitas superficiei $x o p$, sibi intrinsecus applicetur taliter, non fiat, ne forma conuexitatis impedimentum accipiat ex forma concavitate, sed in eadem superficie speculi ipsarum qualibet imprimatur, poliaturque speculum ex partibus ambabus, propter quod oportet ut lamina speculanda sit convenienter spissa, ut ex utraque parte salua dispositione reliqua valeat poliri, hoc itaque speculum si super sedem uolubilem ad hanc preparatam componatur, & super ipsam uoluetur, ita quod nunc conuexa nunc concava superficies uisui se offerant, tunc apparebit dextra dextra & sinistra sinistra, & distant quasi duobus cubitis, apparebit imago comensurata & similis uerae formae, magis uero distanti, praeferitur imago in antea, propius uero accedenti ad conuexam superficiem speculi sit imago penitus informis, & magis accedenti informitas plus augetur, & contra ria ei quod uidetur, sit imago magis quam accedenti prolixior apparens, & sit facies uidentis consimilis formae equi, & semper magis inclinato speculo, imago apparet plus inclinata, permutato quoque speculo, imago quandoque habet caput sursum & pedes deorsum, & quandoque pedes sursum & caput deorsum, & plus experientia quam scriptura docebit imaginum diuersitates, Quia si connectantur duo specula sphaerica, quorum unum sit concavum, reliquum conuexum, non moto etiam speculo uariatur dispositio imaginum, propter reuelationem enim formae reflexae ab uno speculo in alterum, dextra apparebunt dextra, & sinistra sinistra, & in parte conuexa non mutabitur situs imaginis secundum sursum & deorsum, sed in parte concava uidebitur imago super capita uel ut antipodes, Causa uero omnium horum in simplicibus speculis dicta est per praemissa, modo quoque tali in praemisso speculo permiscetur imagines, & si in eadem concavitate sit speculum planum ipsis speculis sphaericis conuexis & concavis interpositum, uariabitur imaginum quantitas, quia in planis est imago aequalis rei uisae per 21. quinti huius, in conuexis uero est minor per 39. quinti huius, in concavis uero quandoque aequalis, quandoque maior, & quandoque minor, ut patet per 48. octauum huius, & tale speculum potest taliter componi. Sit superficies aliqua plana, quae $a b$, & fiant in ipsa specula conuexa quae sint $a t g$ & $t r k$, & similiter fiant in ipsa specula concava quae sint $g d e$ & $z i t$, & fiant specula plana quae sint $e z$ & $k b$, ponaturque res uisa in puncto m , quae a speculis illis ad uisum reflectatur, a planis itaque speculis apparent aequalia idola & aequaliter distantia, & a conuexis minora & minus distantia, a concavis uero diuersa & diuersimode uisui occurrentia, sicut in alijs praedemonstratum est. Ingenium uero moderatorum & futurorum addat quod libuerit, quia sufficienter dedimus cogitantibus principia multorum talium adinventionum, et nos quae talia digna memoria inuenimus, posterius describemus.



rum addat quod libuerit, quia sufficienter dedimus cogitantibus principia multorum talium adinventionum, et nos quae talia digna memoria inuenimus, posterius describemus.

XXXVI.

A speculis columnaribus uel pyramidalibus concavis ignem difficile est accendi.

Si enim

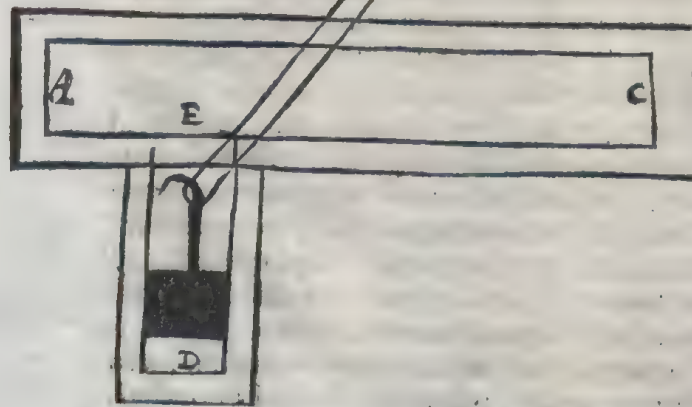
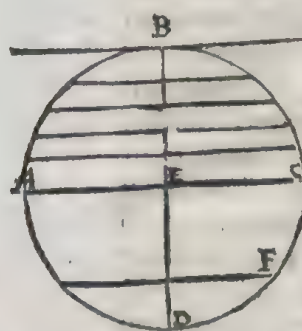
Si enim in speculis pyramidalibus concavis superficiei reflexionis, & speculi communis sectio sit linea longitudinis, non est necessarium ignem ab ipsis accendi, sicut neque a speculis planis, etiam si superficies reflexionis omnes se in axe columnae intersectent, radij enim aequedistanter superficiei speculi incidentes, aequedistanter utique reflectentur, perpendiculares quidem in se ipsos ad diuersa puncta speculi columnaris secundum quae cum ipsi speculo incidebant axem secabant, & ita nunquam in puncto concurrent, sed in tota linea axis distendentur, non perpendiculares uero radij oblique, scilicet superficiei speculi incidentes, quoniam secundum angulos quos faciunt cum perpendiculari ducta ab axe ad lineam longitudinis quae est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei contingentis columnam, ad partem aliam in eadem superficie a dicta perpendiculari reflectuntur, patet ergo, quia secundum quod aequedistantes ad inuicem incidunt, sic quasi aequedistantes ad inuicem reflectuntur, & non in puncto, sed in linea concurrunt per 29. primi. Quod si dicatur quod aliqua superficies reflexionis se in axe columnae non intersectent, sed sint aequedistantes, quod est impossibile ut patet per 7. septimi huius, palam tamen est quod in eis reflexi radij nunquam concurrunt, si uero sectio communis superficiei reflexionis, & superficiei columnae sit circulus, tunc per eius centrum transeuntes radij, quoniam omnes sunt perpendiculares super superficies contingentes in punctis suae incidentiae, ut per 21. septimi huius, ostensum est, tunc patet quod omnes reflectuntur in se ipsos, & concurrent in centro circuli illius siue sit basis columnae speculi siue sit circulus basi aequedistantis, hoc autem centrum erit semper in axe, & sunt tota centra talium circulorum in axe, quoniam sunt circuli in columna, ad unum ergo punctum non reflectuntur radij totius superficiei speculi columnaris, sed ad totam axis lineam, quod si radij reflexi secundum circulum non transeunt centrum circuli, tunc secundum angulorum incidentiae diuersitatem fiet diuersitas reflexionis ad semidiametrum circuli, non fiet concursus in centro circuli radiorum sed in tota semidiametro, et sic ignis difficiliter accendi poterit, sicut etiam prius dictum est in speculo sphaerico concavo, ut patet per ultimam octauum huius, quod si communis sectio dictarum duarum superficierum sit sectio columnaris, tunc radij paucissimi concurrent, patet ergo quod non est possibile omnes radios superficiei speculi columnaris concavi in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari, & ob hoc pauci antiquorum tali speculo pro combustionibus sunt usi. Ex speculis etiam pyramidalibus lumen aggregari & ignem accendere non est necessarium, quamuis ad haec multarum acclinetur imaginatio, cuius causa est, quia in talibus speculis communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi non potest esse circulus alius, nec basis, nec aequedistans basi, propter hoc quod prius dictum est, & patet per secundam huius, in nullo ergo euentu possunt radij a periferia circuli in centro concurrere, sicut aliquando accidit in speculo columnari, quod si sectio communis superficierum dictarum sit linea longitudinis speculi, quoniam superficies speculi contingens contingit in linea longitudinis, tunc accidet in his speculis sicut prius dictum est in planis & columnaribus speculis, radij enim incidentes uel quoscunque angulos fecerint cum linea longitudinis eisdem facient cum eadem reflexi, & sic radij incidentes aequedistant, & aequedistanter reflectuntur, non ergo concurrent etiam si sint in eadem superficiei reflexionis, & si in diuersis sint superficieribus, patet quod non concurrent nisi in axe, quia superficies reflexionis se super axem pyramidis intersectant, & tunc concursus radiorum fiet in linea non in puncto. Si communis sectio superficierum dictarum sit sectio pyramidalis, nec adhuc omnes uel plures radij eiusdem superficiei uel diuersarum aliquando concurrerunt, nullo ergo modo radij incidentes pyramidalis speculo omnes, uel plures ipsorum, uel etiam pauci in puncto uno possunt concurrere, ut aliquid ignitioni resisteris ualeat ignire, nec etiam pluralitas coniunctorum speculorum aliud ualidum respectu laboris supradicti apportabit, patet ergo illud quod proponebatur.



Ex plu

Ex plurium speculorum sphaericorum concavorum intersectione speculorum comburens constitui est possibile.

Verbi gratia. Sit circulus alicuius speculi sphaerici concavi, qui a b c d, & eius centrum e, intersecantur se in ipso duo diametri a c & b d, orthogonaliter, incidentesque radij solares in circulo, palam itaque per ea, quae in ultima octavi huius dicta sunt, quoniam radius incidens circulo secundum aliquam diametrorum, verbi gratia, secundum diametrum a c, reflectitur in seipsum trans centrum radiorum non aequedistantium illi diametro a c, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctum b, per 29. primi, angulus enim quem linea contingens continet cum diametro est rectus p. 17. tertij, & angulus b e a est rectus ex hypothesi, & ille ergo radius contingens circulum non reflectitur, quia nihil inuenit reflectens, praecedit ergo in continuum & directum, alius vero radius aequedistans diametro a c, cum linea in puncto suae incidentiae speculum contingente, continet angulum rectilineum acutissimum, & modicam abscindit portionem circuli, incidens & modicum se reflectens, sed aequaliter. Sic itaque omnes radij aequedistantes diametro a c, incidentes circulo speculi, aequales abscindunt circuli portiones, semper enim angulus reflexionis est aequalis angulo incidentiae, illi autem anguli aequales semper aequales abscindunt portiones p. 43. primi huius, solus autem radius incidens circulo aequedistans diametro a c, abscindens portionem, cuius arcus est sexta pars peripheriae circuli, & cuius corda est aequalis lateri exagoni inscriptibilis eidem circulo reflectit ad punctum c, terminum diametri c a. Est enim diameter a c, aequedistans medio lateri exagoni suo circulo inscripti, quem exagonum dividit illa diameter p. aequalia, ut patet p. 63. primi huius, sitque ut talis radius incidat circulo in puncto f, omnes quoque radij aequedistantes semidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartae circuli, cuius corda est aequalis residuo alteri exagoni, & est arcus f c, reflectuntur ad illam partem circuli portiones aequales abscindentes & omnes illi radij transeunt per aliquod punctum semidiametri c e, & quodcumque punctum reflexionis imaginetur moveri circa axem a c, quousque redeat ad locum a quo exiit, illud punctum motu suo describet circulus cuius polus erit punctum c, et a tota illius circuli peripheria, fiet reflexio ad idem punctum semidiametri speculi quae est c e, fietque in illis punctis diametri combustio opposita aliqua materia combustibilis, sed debilis & cum mora temporis, quod si fieri possit, ut loca plura combustionis vel omnia in unum punctum congregentur fiet fortior combustio. Hoc autem visum est possibile fieri per intersectionem sphaericam plurium speculorum sphaericorum concavorum, non autem inaequalium, quia in illis non convenienter uniformis potest inueniri proportio. Relinquitur ergo quod aequalium speculorum sphaericorum sit illa intersectio, ita ut illud quod variat in locis combustionum diversitas distantiae radiorum aequedistantium axi speculi, & ad ipsam axem reflexae conformet diversificatio centrorum, ut si centra sphaerarum speculorum se intersecantur



reflexae conformet diversificatio centrorum, ut si centra sphaerarum speculorum se intersecantur

etiam secundum omnia puncta unius semidiametri sphaerae uariantur, tunc enim puncta combustionis aut omnia aut plurima in unum punctum colliguntur, & fortificabitur combustio secundum illud. Huius autem rei mechanici artificij tradendum cogitauimus illis, qui per manua lem fabricam intendere uoluerint praemissis, cuius forma talis est. Assumatur regula lignea uel aenea quadrangula planarum superficierum quanta placet, et sic eius latitudo tripla erit suae spissitudini uel circa illud, deinde in medio suae latitudinis cauetur secundum lineam rectam, & planetur foramen, & ordinetur taliter, ut intra ipsam decurrere possit nauicula admodum artificij tornatorum, in qua nauicula uncus ferreus infigatur, & haec regula sic concauata & disposita, taliter situetur ut eius cauata superficies sit erecta super superficiem horizontis, & lineae profunditatis suae concauitatis sint perpendiculares super superficiem horizontis, sitque linea q motu suo describet uncus motae nauiculae aequalis semidiametro oppositi circuli, quae est e d, ita quod punctum e, cadat in intrinseca superficie ipsius unci ferrei, qui motu nauiculae cui infixus est mouetur. Deinde assumatur alia regula lignea uel aenea similiter quadrangula ut prima, & planarum superficierum, & haec similiter in sui superficie latiori cauetur subtiliter secundum lineas rectas, & planetur superficies concauitatis ita ut sine impedimento per illam concauitatem possit alia subtilis regula uel funiculus moveri. Sitque concauitatis illius regulae dupla linea e d, hoc est ut sit aequalis diametro circuli q est a c, & haec regula cum priori regula taliter adaptetur, ut eius superficies non concuata aequedistet horizonti, & eius superficies cauata respiciet cauatam regulae prioris, & ordinetur orthogonaliter super illam, ita ut angulus d e c sit rectus, & sit medius punctus longitudinis suae concauitatis correspondens puncto e, qui est punctus unci ipsius nauiculae, & sint omnia haec in eadem superficie aequedistante superficierum horizontis. Fietque tertia regula aenea longa quadrangulae superficierum planarum & rectarum linearum, q sit e f g. Sitque eius pars e f aequalis semidiametro circuli q est a c, sitque taliter disposita, ut per aliquam armillam uel foramen applicetur unco nauiculae secundum punctum e, & ut ipsa moueri possit per concauitatem lineae a c, sitque in puncto f nodus, cuius diameter sit maior diametro concauitatis regulae a c, fiat quoque reliqua pars lineae e f g quae est f g, longitudinis placitae cuiuscunque, & in puncto g, adhibeatur clauus acutus in fine, qui sit illius quantitatis, ut mota linea e f g, attingere possit pavementum uel illam aliam superficiem substratam. His itaque omnibus sic dispositis immittatur regula e f g, secundum foramen puncti e, in uncum nauiculae, & trahatur nauicula plane per coqueam uel modo alio ut uidebitur, plano tamen & aequali tractu, & sequitur regula e f g, tractum nauiculae, decurretque punctus f, in superficie regulae a c, & semper mutabitur centrum circuli, cuius diameter est linea e f, cum itaque punctus e, peruenit in punctum d, tunc punctus f, erit in medio puncto lineae a c, quod est centrum circuli praemissi, omniumque punctorum reflexionis linearum uel quarumcumque formarum a quarta circuli quae est c b, concursus radiorum uel diffusae uirtutis erit in centro circuli qd est e, quoniam omnia puncta combustionum concurrentia in axe b, reducta sunt ad punctum e, quod est centrum circuli, utpote omnium radiorum incidentium circulo speculi aequedistantes diametro a c. Similiter quoque si placet fiat in alia quarta circuli descendente plane ipsa nauicula reducto punctum f ad punctum a, tunc enim punctum g, linea f g, motu suo describet quandam lineam per clauum sibi affixum in pavimento figuralem, & hanc lineam dicimus lineam eccentricalem, quoniam est intersectio infinitorum circulorum, quilibet enim punctus illius lineae, exceptis punctis extremis correspondentibus punctis a & c, ipsius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis aequaliter distantibus a puncto medio totius lineae eccentricae diuerso correspondet centro, sicut et quaelibet duo puncta aequaliter distantia a puncto sui medio respondent idem centro, & sunt puncta unius circuli alterum circulum secantis, haec ergo linea ad constitutionem propositi speculi utemur secundum ipsam aliquam specularem superficiem concauantes, sicut per modum demonstrationis & artificij inferius dicetur, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Ex intersectione plurium speculorum pyramidalium concavorum ignem est possibile accendi.

Quod hic proponimus primum fuit, quo duobus harum rerum scientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primo animus noster coqueuit, quia & si non

ad unum punctum mathematicum, ad unum tamen punctum naturalem modicam & quasi insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt facilius aggregari, quae nobis uero postea occurrerunt ualidiora sunt. Nihil in istorū duximus p̄mittendū, ut posterioꝝ animi altius exerceat, p̄senti itaq; demonstrationi opus ipsum mechanicū duximus aliter qualiter immiscendū, nihil tamē de demonstrationis substantia obmittentes. Assumatur ergo quaecūq; pyramis quae sit a b c d, cuius uertex sit punctum a, sintq; lineae longitudinis illius pyramidis a b & a c, & sit axis ipsius linea a d, quae sit exempli causa partes 18. secundum quod diametri circuli suae basis quae est f b e c, est partes 6. eritq; per 39. primi huius, punctum d centrū circuli, qui est basis ipsius pyramidis, inscribaturq; circulo basis linea aequalis semidiametro ipsius per primam quarti, quae sit f e. Sintq; aliqua diameter in circulo aequidistans inscriptae lineae, quoniam diuisa linea f e per aequalia ex decimo primi, producat a puncto diuisionis, quae sit g, perpendicularis super illam lineam ex undecima primi, haec quoq; transibit per centrum circuli per tertiam primi, producatq; linea illa ad utranq; partem circumferentiae & sit b c, extrahatur ergo perpendicularis a centro circuli basis quod est d, super diametrum b c, quae sit d h, & producat ad partem aliam circuli, fietq; diameter quae sit h k aequidistans lineae f e, per 28. primi, producanturq; a punctis h & k, duae lineae longitudinis pyramidis ad uerticem quae sint h a & k a, producat quoq; a puncto e, linea aequidistans

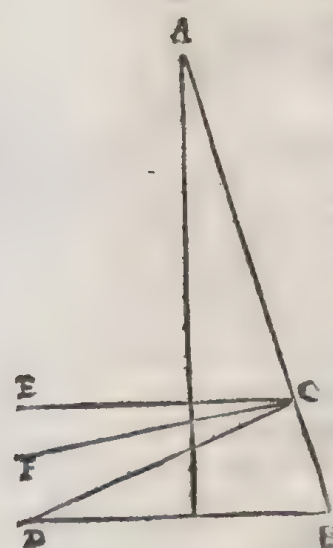
lineae h a, ex 31. primi, & concurrant productae lineae in puncto x, concurrent autem ideo, quia ipsarum aequidistantes quae sunt k a & h a, concurrunt in puncto a, inter duas ergo lineas e x & f x, continuata plana superficies & terminata ad lineam f e, quae sit trigonum f e x, palam quoniam intersectabit pyramidem. Eratq; triangulus x f e, propter aequedistantiam laterum aequidistans triangulo magno in pyramide, quae est a h k, & sicut triangulus a h k, diuidit pyramidem per aequalia, eo quod sit duabus lineis longitudinis & diametro basis contentus. Sic etiam triangulus x f e, aliquam pyramidis refecat portionem, abscindatur ergo haec portio a tota pyramide, quae sit l f b e g, eruntq; lineae l f & l e, per 98. primi huius, partes aequales unius sectionis conicae quae est e l f, diuisa per aequalia in sui supremo puncto quae est l, ducantur ergo lineae rectae quae sint l e & l f, & sint aequales, linea uero l b, quae est pars lineae longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum l e & l f. Eratq; linea b g, linea profunditatis huius portionis, linea uero f e, linea latitudinis, & linea l g, latus portionis erectum aequidistans lineae d a, quae est axis pyramidis.

Expediit ergo ut operi mechanico consulentes noticiam harum linearum omnium perquiramus, supponentes ea quae in cordis & arcibus sunt probata, palam autem ex praemissis quoniam linea f e, quae inscripta circulo, quia est aequalis eius semidiametro, est partes 60. secundum quod diameter circuli est 120. arcus ergo f e, similiter est 60. secundum quod circulus est 360. ducatur quoq; linea b f & b e, & quoniam diameter b c, diuidit cordam f e, per aequalia & orthogonaliter, patet quoniam lineae rectae f b & b e aequales sunt, per 4. primi, ergo arcus f b & b e sunt aequales, per 27. tertij, arcus itaq; f e, diuisus est per aequalia in puncto b, ergo arcus f b est partes 30. corda ergo f b, est 31. partes, tria minuta, & 30. secunda, sed quoniam linea f g, est medietas lineae f e, quae sint 60. patet quod linea f g, est 30. quadrantur ergo ex 45. primi, linea f b, & similiter linea f g, & quia quadratum lineae f b, in triangulo f b g, subtenditur angulo recto, palam ex 46. primi, quia quadratum

quadratum lineae f b, ualeat ambo quadrata linearum f b & b g, ablato ergo ex quadrato f b, quadrato f g, remanet quadratum b g, extrahat ergo radix quadrata illius residui, & ipsa est quantitas lineae b g, & secundum quod est linea f g & 30. partes, & ipsa 8. partes, 2. minuta, 29. secunda, secundum uero quod diameter b c est partes 60. & semidiameter f e, partes 30. & linea f g partes 8. & 30. minuta, erit linea b g 24. minuta, & 6. secunda, prout ex tribus notis quartum ignotum perquirens auxilio 20. propositionis 7. diligens inquisitor facile poterit inuenire, quoniam uero linea g l, erecta aequidistans est axi pyramidis quae est d a, patet ex 29. primi, quoniam trianguli d a b & g l b sunt aequianguli, ergo per 4. sextij, proportio lineae d a ad lineam g l, sicut lineae d b ad lineam g b, ergo per 16. quinti, erit permutatum lineae d a ad lineam d b, sicut lineae l g ad lineam g b, sed linea d a, secupla est ad lineam d b, ex hypothesi, erit ergo linea l g, secupla lineae b g, patet ergo, quoniam linea l g, erit duae partes, 24. minuta, 36. secunda, secundum quod linea d a est partes, 18. secundum quod in triangulo l b g, angulus l b g est rectus, quia latus g l quoadmodum linea d a, orthogonaliter erectum est super superficiem circuli basis pyramidis per 39. primi huius, & per 8. undecimi, patet ergo quia quadratum lineae l b, ualeat quadratum ambarum linearum l g & b g, ex 46. primi huius, componantur ergo quadrata, & aggregati radix quadrata extrahat, & ipsa est quantitas lineae l b, quae secundum propositum numerum quo semidiameter basis est 30. partes, erit duae partes, 26. minuta, 35. secunda, & quia linea l g, erecta est super superficiem basis pyramidis, palam ex diffinitione lineae erectae super superficiem, quoniam ipsam cum lineis g f & g e, angulos rectos facit, sicut etiam cum omnibus lineis in dicta superficie productis, quadratum ergo lineae l b, rectae quae in triangulo rectilineae, quae est e g l, angulo recto opponitur, ualeat quadratum lineae l g & lineae g e. Coincitis ergo illis quadratis ipsius quadrati extrahat radix, & patet quod linea recta quae est l e, est duae partes, 50. minuta, 19. secunda, & quia per eadem quadratum lineae rectae quae est f l, ualeat quadratum lineae f g, quae est aequalis lineae g e, & quadratum lineae l g, patet quia linea l f, est aequalis lineae e l. Erat ergo linea f l duae partes, 50. minuta, 19. secunda, habet itaq; noticia omnium linearum portionis pyramidis assumptae, necessariae operi praesenti. Cum autem difficile sit assumi pyramidem, propositio competente, quoniam oportet ut ipsa tota esset concaua solidi corporis densi & polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illis difficultis fieret abscisio, sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad opus speculi libeat procedere, fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo, bona portio pyramidis concaua, sit ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est basis imaginatae pyramidis, cuius corda sunt medietas diametri imaginati circuli, & est linea f e, eritq; partes tres, sinus uero uersus qui g b, sit secundum illam quantitatem, 24. minuta, 6. secunda, quae est linea profunditatis acceptae sectionis, & forte quoniam prahitur assimilatur sagittae, secundum quod illae lineae cordae & arcui simulantur, & erunt lineae e b & f l rectae aequales, & ipsae quaelibet est duae partes, 50. minuta, 19. secunda, & erit linea l b duae partes, 26. minuta, 35. secunda, secundum dictam quantitatem, quae omnia si bene mensurata fuerint, patet quod habet portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est partes 60. & axis pyramidis partes 18. eritq; tale speculum latius quam sit longum, & in breue spacio eum radios plurimos congregabit, quod si axem pyramidis imaginatus fueris 24. partes, secundum quod diameter est partes 60. tunc erit linea l g 4. partes & longius radij, prout tenduntur, eruntq; ex hae lineae noticia, & ex noticia lineae e g & g f, quarum noticia supponitur, eo quod sunt medietas semidiametri, omnes aliae lineae notae componenti quadrato lineae notae, & radicem lateris oppositi recto angulo extrahenti, & minores

ralium est infinita, eo quod secundum omnem numerum axem pyramidis accipi est possibile, diametro tamen circuli basis non mutata secundum numerum, & si mutetur secundum quantitatem partium numeratam, certitudo ergo numerorum operationi indagatoris solliciti res linquat, sinus enim uersus & medietas semidiametri circulo inscripto semidiametro, secundum quem sit basis portionis abscisso, non poterunt uariari, ex quorum notitia ad alias lineas notitiam poterit pcedi. Quod si radios ad longam distantiam aggregari placuerit ex quo tamen uirtutem ipsorum debilitari patulum est, nisi quantitas aggregationis quantitatem uincat distantiae, illud erit in excessu pyramidis lateris erecti ipsius, si axis pyramidis respectu semidiametri basis, & semidiametri basis respectu sinus uersi, potest ergo si placet circulo basis inscribi medietas semidiametri, hoc autem cum sit partes 30, secundum quod tota diameter est partes 120, si ex notis notum extrahatur, inuenietur arcus sibi correspondens in circulo, 28, partium, 57, minutorum, 21, secundarum, qui ex 29, tertij, si per aequalia diuidatur erit medietas ipsius 14, partes, 28, minuta, 40, secunda, 30, tertia, secundum quod circulus est 360, cuius axis cordam operans inueniet 15, partes, 7, minutarum, 13, secunda, 20, tertia, secundum quod diameter est 120, semidiameter quocumque partes 60, sed quod diameter est partes 3, erit 45, minuta, 21, secunda, 40, tertia, sitque latus f b, sed linea f e inscripta circulo aequalis medietati semidiametri, per diametrum orthogonaliter superstantem ei, ex 3, tertij diuidit per aequalia in puncto g, ergo linea f g est medietas lineae f e, quae est pars & 30, minuta, linea ergo f g est 45, minuta, quadratum itaque f g, auferatur ex quadrato f b & residui extrahatur radix quadrata, & erit linea g b, quae est sinus uersus ipsius arcus f e, 5, minuta, 42, secunda, 44, tertia, cuius immutabili haec posita quantitate numerati axe pyramidis quocumque in numero & quantitate uariata diametri basis 6, partium, cuiuscumque quantitatis existentis, omnes lineae abscissae sectionis, ut prius operanti possunt faciliter inueniri, Fabricata itaque sectione pyramidis si placet ex ferro competentis spissitudinis, mensurationemque facta lineae praemissarum in illa secundum proportionem axis imaginatae pyramidis, & secundum diuersitatem lineae basi inscriptae, quam fieri posse diximus secundum quantitatem semidiametri uel medietatem ipsius, ut secundum haec quantitas sinus uersi & tota proportio uarietur, planetur speculum intrinsecus ne partes partibus multum praemineant quantum est possibile. Quia uero & si hoc speculum secundum ultimum possibilitatis poliretur, tamen quia est pars pyramidis, omnes radij ipsius uel plures ad unum punctum aggregari esset impossibile, ut patet per 26, huius. Oportet ergo ante positionem completam aliam sibi adhibere medelam, sicut in eo fiant diuersarum intersectionum pyramidum quod per tale artificium poterit compleri, quoniam enim in assumpta pyramidis portione, triangulus l b g, qui continetur a lineis intra sectionem assumptis, est notus laterum, aequalis ei triangulus in aliquo plano describatur, quae sit item l b g, qui si duplatus fuerit, praeter latus l g, quousque linea g m, sit aequalis lineae g l, & compleatur triangulus l b m, palam quod siue sit orthogonius siue ampligonius, siue oxigonius, quia ex doctrina 54, quartij, circulus sibi potest circumscribi, circumscribatur ergo, quod ut facilius fiat, assumatur prior dispositio, sicut linea b g, sit 24, minutorum, 6, secundorum, & linea l g, 2, partium, 24, minutorum, 26, secundorum, eritque l g, secupla lineae b g, producat ergo linea b g, in continuum & directum ad punctum p, donec linea g p sit secupla lineae l g, erit ergo proportio lineae p g ad lineam g l, sicut lineae g l ad lineam g b, ergo per 16, sextij, illud quod sit ex ductu lineae g p in lineam b g, erit aequale quadrato lineae g l, sed quadratum lineae g l, aequale est ei quod sit ex ductu lineae g l, in lineam g m, quia linea l g, est aequalis lineae g m. Illud ergo quod sit ex ductu lineae p g in lineam g b, est aequale ei quod sit ex ductu lineae l g in lineam g m, ergo linea p g & l m, in circulo aliquo se intersecant ex conuersa 24, tertij, sed linea p b, secat lineam l m per aequalia, & orthogonaliter ei superstat ex prius datis, transit ergo linea b p, per centrum circuli ex prima tertij, quae diuidatur per doctrinam eiusdem per aequalia, & erit in puncto diuisionis centrum circuli circumscripibilis triangulus l g b, & erit diameter circuli quae est linea b p, 14, partes, 51, minutum, 42, secunda, cuius medietas est 7, partes, 25, minuta, 51, secundum, & est punctus ille post completam fabricam locus aggregationis radiorum speculi secundum dictam

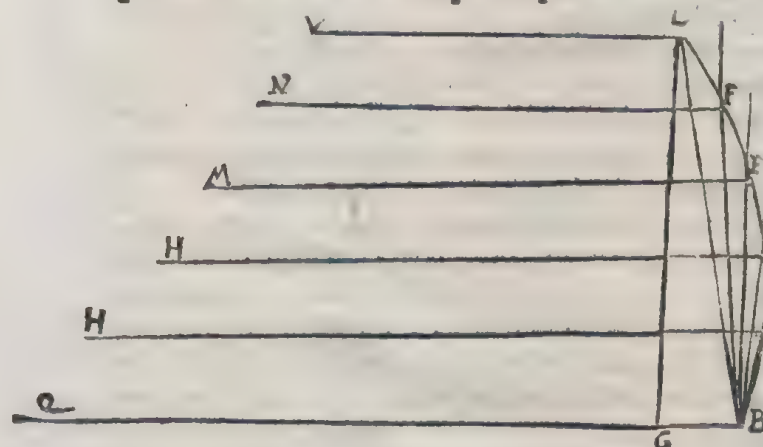
dictam dispositionis quantitatem, praeter quod modicum quod perditur in limando, quod si basi eiusdem pyramidis inscribatur medietas semidiametri axe pyramidis existente 18, erit linea b g, 5, minuta, 42, secunda, 44, tertia, cuius secuplum est latus l g, quod erit 34, minuta, 16, secunda, 24, tertia, cuius item secuplum erit linea g p, & ipsa erit, 3, partes, 25, minuta, 38, secunda, 24, tertia, a ducta ergo linea b g, erit linea b p, 3, partes, 31, minutum, 21, secundum, 8, tertia, cuius medietas est pars una, 45, minuta, 40, secunda, 34, tertia, & est punctus ille locus aggregationis radiorum speculi secundum talem quantitatem dispositi, praeter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam est in reliquis formis speculorum secundum quantitatem uarias acceptorum, & semper secundum proportionem axis pyramidis respectu diametri basis, & semidiametri respectu sinus uersi, sit diuersitas elongationis puncti aggregationis radiorum a speculo, qui secundum eundem modum est in omnibus perquirendus. Assumatur ergo pars circuli circumscribentis triangulum l m b, & refecetur secundum lineam b p, quae est diameter, & deinde ducatur a centro illius circuli quae sit q l, linea q l, & refecetur circulus secundum illam, remaneatque q l b sector, in quo postea fiant intersectiones triangulorum diuersarum pyramidum huiusmodi, quoniam enim angulus l b g, est angulus semicirculi, patet ex 15, tertij, quoniam ipse est maximus omnium angulorum acutorum, ergo est maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis, refecetur ergo ab ipso angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium a centro circuli puncto q, productam rationem angulum contineat cum linea b q, quae est semidiameter circuli, producatque a puncto b, linea secans arcum b l, prout uicinius possit puncto b, & sit arcus refectus b r. Verum adhuc a puncto b, ducatur latera aliorum triangulorum interfecantia arcum b l, & sint loca intersectionum c d e f l, eruntque lineae productae, quoniam angulum acutum continent cum linea b q, omnes concurrentes cum linea a puncto q, orthogonaliter imaginata erigi, quae sit q s, ut patet per 14, primi huius, facientque triangulos, includentes semper altiores ipsis triangulis inclusis ex 21, primi, sintque omnium illorum trigonorum superiora puncta signata per notam s, quorum triangulorum quilibet si moueatur latere erecto fixo manente, describet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli reflecta causabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, sicut pars trianguli ad totum triangulum, & sicut partialis motus ad totum motum, quoniam uero patet per secundam huius, quod in speculo pyramidali concauo secundum lineas longitudinis pyramidis sit reflexio, ita quod angulus quem facit radius incidens cum linea longitudinis speculi, est aequalis angulo reflexionis, scilicet ei quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis speculi, ut si super lineam longitudinis pyramidis alicuius speculi quae sit a b, reflectatur radius e c, aequedistans semidiametro basi incidens quae sit b d, patet quia angulus e c a, aequalis est angulo d c b, quoniam enim ut patet per 20, quintij huius, quouscunque angulos facit radius incidens cum perpendiculari e c, reflecta super superficiem contingentem speculum in puncto incidentiae, eosdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari, uniuersaliter enim angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis. Resumatur ergo q l b sector, & eius trianguli, quia quod demonstratum est in pyramidalibus, uerum etiam est in triangulis causantibus pyramides. Incidit ergo ipsi sectori in puncto t, radius aequedistans lineae q b, quae sit h c. Erat ergo angulus incidentiae, quae est h c s, aequalis angulo reflexionis, sed angulus h c s, aequalis est angulo q b c, quia per 29, primi, est angulus h c s, aequalis angulo q b c, & angulus q b c, est per 5, primi, aequalis angulo q c b, ideo quod latera q b & q c sunt aequalia per diffinitionem circuli, erit ergo angulus reflexionis aequalis angulo q b c, ergo linea reflexionis aequalis erit linea q b, per 6, primi, secundum lineam ergo q t, sit reflexio incidens, ergo radius in puncto b, reflexus a puncto c, concurrat in puncto q, quia a puncto c, aliam lineam aequalem lineae q b, continentem cum linea b c, angulum aequalem angulo q b c duci est impossibile. Similiter etiam angulus incidentiae qui est k d f, aequalis est angulo reflexionis, sed & idem est aequalis angulo q b d, secundum praemissum modum deducendo ex 29, primi, ergo angulus q b d, & angulus reflexionis radij k d incidentis sunt



sunt æquales, ergo secundum lineam qd sit reflexio. Similiter autem est & in alijs demonstrandum, patet ergo quod omnes radij incidentes in puncta sectionum factæ per latera triangulorum productæ a puncto b, uersus axem q s, reflectuntur ad punctum unum, quod est centrum accepti circuli. & quia sectiones illæ fieri possunt quasi infinitæ ab una linea sic ordinata in sectore ad unū punctum mathematicū aggregationes autē radiorum sunt quasi infinitæ, hæc ergo demonstratio patet, quod omnes radij incidentes punctis b c d, e f, reflectuntur ad unum punctum, qui est q, & si portiunculæ præminentes, ut d o c auferantur, regulabunt termini c d & e f, interiacentes lineas, ita quod reflexio ab illis facta, non multum distabit a puncto reflexionis quæ est q. Eritq; aggregatio omnium radiorum totali lineæ b l incidentium ad unum punctum sensibilem naturalem in circuitu puncti q, hæc ergo lineæ b l, motu suo superficiem sectionis præassumptæ pyramidis superius limando & cauando producet, a qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur, patet ergo propositum, faciunt enim isti trianguli motu suo pyramides se inter secantes.

XXXIX.

Si sectionem parabolam lineæ recta contingat, & a puncto contactus ducatur recta perpendiculariter super diametrum sectionis productam ad cōcursum cum cōtingente, erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam sectionis æqualis parti interiacenti sectionem & contingentem.



Sit sectio parabola cuius nomen prius libro primo in cōmento propositionis 98. exposuimus, quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g, & diameter a d, contingatq; hanc sectionem in puncto b, lineæ recta, quæ sit h b k, concurretq; diameter, quæ sit d a, producta extra sectionem cum lineâ contingente, quæ est h b k in puncto h & a puncto contingentis quod est b, ducatur per 12. primi, lineæ perpendicularis super diametrum a d, secans ipsam in puncto 3, & sit b 3, dico

quod lineæ z a pars diametri interiacens punctum sectionis perpendicularis b 3, & periferiam sectionis quæ est l a g, est æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod est punctum concursus diametri cum lineâ contingente, quæ est h b k, & punctum a, quod est terminus diametri cadens inter ipsam periferiam sectionis, & hoc uniuersale est, etiam si lineæ recta sectionis contingat in puncto g, hoc autē demonstratum est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & hic utemur ipso ut demonstrato.

XLI.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto sectionis parabolæ super diametrum sectionis est æquale rectangulo cōtento sub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam sectionis, & sub latere recto ipsius sectionis.

Sit ut in præmissa sectio parabola quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g, & eius dia-

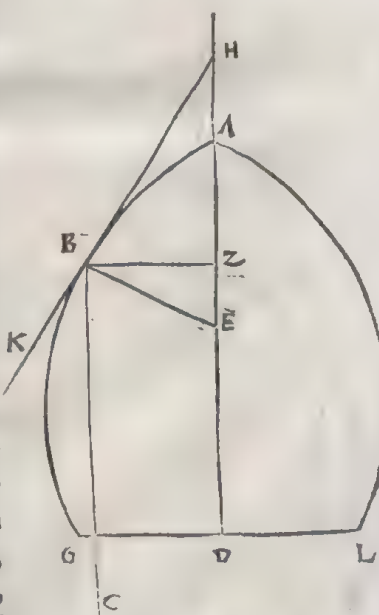
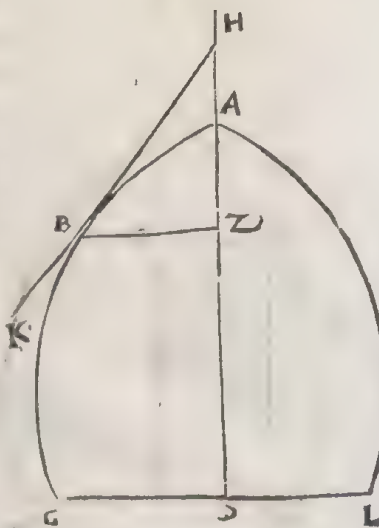
meter

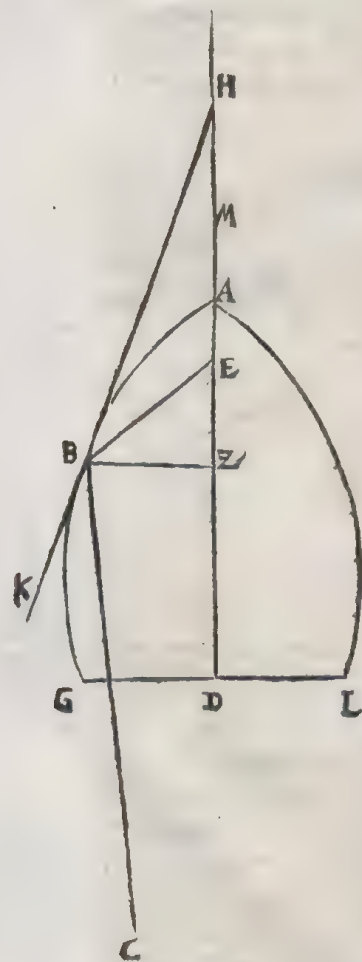
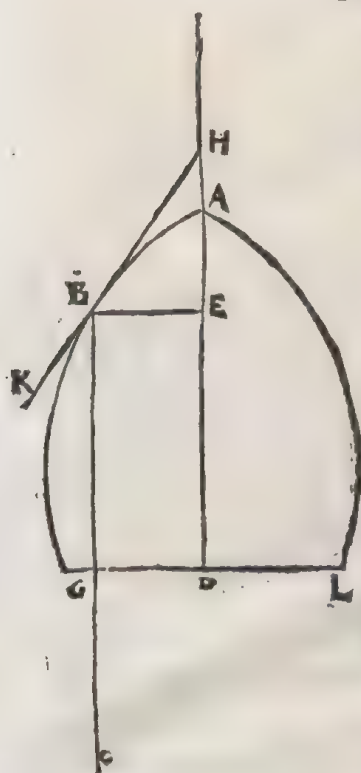
meter sit a d, & a puncto aliquo sectionis quod sit b, ducatur sup diametrum sectionis, quæ est ad, perpendicularis b z, dico quod quadratū lineæ perpendicularis quæ b 3, est æquale ei rectangulo, qui sit ex ductu lineæ 3 7, quæ est pars diametri a d, interiacens ipsam perpendicularem b z, & periferiam sectionis in lineâ l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 16 sexti, pportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineam z a, hoc autē similiter demonstratū est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & nos ipso utemur ut demonstrato. Hæc uero duo theoremata cū alijs Appollonij theorematib. in principio libri non cōnumerauimus, quia solum illis indigemus ad theorema subsequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

XLI.

Si in sectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ sectionis resecetur æquale quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, omnis lineæ æquedistans ter diametro incidens alicui puncto sectionis, & lineæ ab eodem puncto sectionis ad punctum abscissionis diametri producta cum lineâ contingente sectionē super illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut superius sectio parabola quæ l a b g, cuius diameter sit a d, & eius latus rectū sit l g, ab extremitate quoq; diametri a d, ex parte periferiæ sectionis, hoc est a parte puncti a, resecetur per 3. primi, lineæ a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, quod est l g, incidatq; lineæ t b, puncto sectionis quod est b, æquedistans ter diametro a d & cōtinuetur lineæ a puncto b, ad punctum e, quod separat a diametro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur a puncto b, lineæ contingens sectionem, quæ sit h b k, dico quod duæ lineæ t b & b e, cum lineâ sectionem contingente, quæ est h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita q; angulus t b k, est æqualis angulo e b h, angulus em b e h, non potest euadere unam trium conditionum, aut em erit acutus, aut rectus, aut obtusus, sit primo acutus, & a puncto b, ducatur per 12. primi, super diametrum a d, perpendicularis b 3 cadatq; per 32. primi, punctū 3, inter duo puncta a & e, & pducatur diameter a d, ultra punctū a, donec per 2. primi huius, cōcurrat cū lineâ contingente sectionem, quæ est k b h, sitq; concursus in puncto h, eritq; angulus a h b acutus, cadet ergo perpendicularis b 3, inter puncta h & e, & erit p 39. huius, lineæ a 3, æqualis lineæ a h, & itaq; lineæ a e, est diuisa in puncto 3, & ei est æqualis uni parti diuidentiu adiecta, quæ est a h. Erit ergo p 8. secundum quadratum lineæ e h, æquale ei quod sit ex ductu lineæ e a, in lineam h a, uel in lineam a 3 quater, & quadrato lineæ 3 e, sed lineæ e a, est quarta pars lineæ l g, ex hypothesi, ergo per 1. secundi, uel per 1. sexti, illud quod sit ex ductu lineæ a 3, in lineam a e, quater, est æquale ei quod sit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, semel. Illud ergo quod sit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g cū quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed per præmissam patet, quod illud quod sit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ b 3, qm lineæ b 3 est perpendicularis super diametrum a d, duo uero quadrata b 3 & 3 e, sunt per penultimam primi, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & b sunt æqualia, ergo lineæ e b est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, in trigono e b h, angulus e h b, est æqualis angulo e b h, sed lineæ t b & d a sunt æquedistantes, ergo per 29. primi





primi, angulus t b k extrinsecus, est æqualis d h b intrinseco, angulus ergo e b h, est æqualis angulo t b k. Eodē quoq; modo demonstrandum de qualibet linea æquedistante diametro a d & d e, linea copulata ad punctum e, qm̄ illa linea super punctū e cum diametro a d, angulū continet acutum, patet ergo propositū secūdū hunc modū. Quod si angulus b e h, fuerit rectus, adhuc patet, positum, qm̄ angulus c b k est æqualis angulo e b h, qm̄ em̄ angulus b e h est rectus, patet qd linea b e est perpendicularis super diametrum a d, ergo linea e a per 39. huius, est æqualis lineæ a h, sed linea e a ex hypothēsi est quarta pars lineæ l g, ergo linea h e, quæ est dupla lineæ a e, est medietas lineæ l g, ergo per 4. secundū, quadratum lineæ e h, est quarta pars quadrati lineæ l g. Id qd quod sit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quartæ parti quadrati lineæ l g, per 1. sexti, qm̄ linea e a est ex hypothēsi, 4. pars lineæ l g. Illud ergo quod sit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e h, sed id quod sit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e b per pmissam, qm̄ linea e b, est ppendicularis sup̄ diametrū a d, quadratum ergo lineæ e h, est æquale quadrato lineæ e b, ergo & lineæ e h, est æqualis lineæ e b, ergo ut prius p 5. primi, anguli e b h & e h b, sunt æquales, & qm̄ linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per 29. primi, qm̄ angulus t b k, est æqualis angulo e b h, & similiter demonstrandum est de omni linea incidente ipsi sectioni, cum angulus b e h est rectus, & alius iterū, quod proponebatur. Si uero angulus b e h sit obtusus, dico quod adhuc angulus t b k, est æqualis angulo e b h, ducatur em̄ linea perpendicularis, quæ sit b 3, a puncto b, ipsius sectionis, cui incidit linea æquedistās diametro a d, quæ est t b, illa quoq; ppendicularis super diametrū a d, sit b 3, cadetq; hæc perpendicularis b 3, inter puncta diametri, quæ sunt d & e, aliās em̄ duo anguli unius trigoni b e 3 fierent maiores duobus rectis, qm̄ uno existente recto, qui b 3 e, angulus b e 3 esset obtusus, quod est impossibile, cadit ergo punctū 3, inter puncta e & d, linea ergo a 3, est maior q̄ linea a e, & qm̄ linea h b k contingit sectionem, & linea b 3, est perpendicularis super diametrum a d, erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a b, ergo linea b a est maior q̄ linea a e, fiat p 3. primi, linea a m, æq̄lis lineæ a e, remanet ergo linea h m, æqualis lineæ 3 e, linea ergo e m addita, utrobique erit linea 3 m, æqualis lineæ h e, quadratum ergo lineæ 3 m est æquale quadrato lineæ e h, q̄a itaq; linea 3 a, est diuisa in puncto e, & ei est adiecta æqualis unius uidentium, quæ est m a, æqualis ipsi a e, patet per 8. secundū, qd illud quod sit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ 3 m, uel lineæ e h, quæ sunt æquales, sed illud quod sit ex ductu lineæ 3 a, in lineā a e quater, ut patet ex p̄missis, est æquale ei quod sit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, p 1. secundū, uel per 1. sexti, qm̄ linea a e, est æqualis quartæ parti lineæ l g, ex hypothēsi, illud ergo quod sit ex ductu lineæ a 3 in lineam l g, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed illud quod sit ex ductu lineæ 3 a, in lineam l g, est æquale

aequale quadrato lineae b 3, per praecedentē, qm̄ linea b 3, est ppendicularis super diame-
trum a d, quadratum uero lineae b e, per penultimam primi, est aequale quadratis amba-
bus linearum b 3 & e 3, patet ergo quod quadratum lineae b e, est aequale quadrato lineae
e h, ergo linea e b, est aequalis lineae e h, ergo per 5. primi, angulie b h & a h b sunt aequa-
les, sed ut prius t b & d h sunt aequidistantes, angulus ergo t b k, per 29. primi, est aequa-
lis angulo d h b, ergo & angulus e b h, & similiter demonstrandum in omni linea inci-
dente sectioni aequidistans diametro a d, cum angulus b e h, est obtusus, patet itaq;
generaliter propositum, nam omnis linea incidens periferiae sectionis aequidistans di-
ametro, & alia linea quae ab illo eodem puncto ducitur ad punctū abscondens a diame-
tro, ex parte periferiae sectionis partem aequalem quartae parti lateris recti ipsius secti-
onis, cum linea sectionem in alio puncto contingentem, continent angulos aequales, &
hoc proponebatur.

X L I I.

XLII.

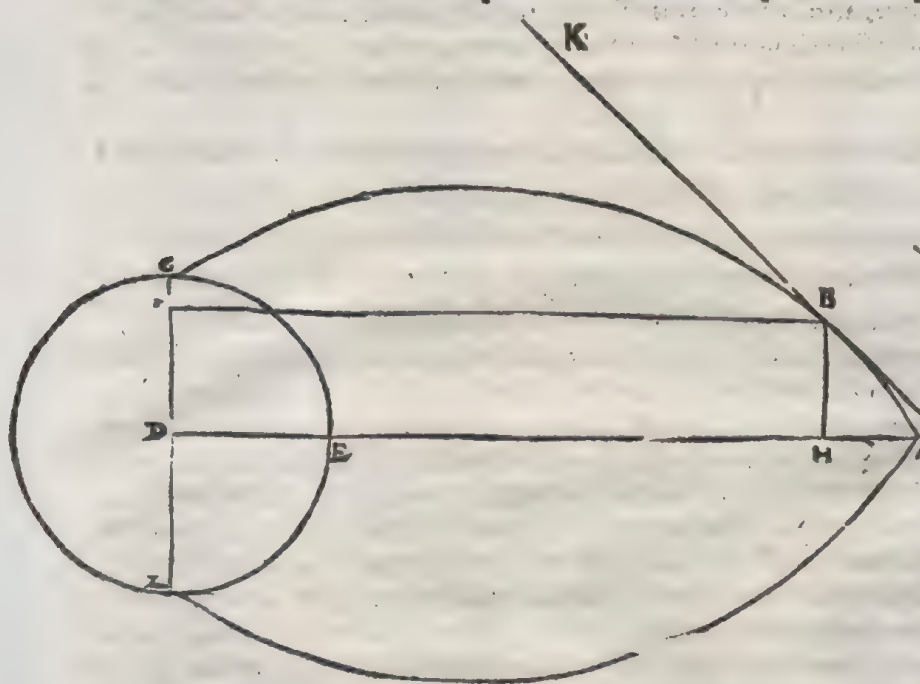
In omni superficie concaua cōcauitatis sectionis parabolæ, si ab extremitate axis cōtingentis sectionem abscidatur pars æqualis quartæ lateris recti ipsius parabolæ, omnis linea æquedistanter axi incidens illi superfici ei, & si nea à puncto incidentiæ ad punctum signatum in axe producta cum linea in illo puncto superficiem contingente continent angulos æquales.

Sit superficies concaua concuaitate sectionis parabola, cuius uertex sit punctum a & hæc est superficies illa, quâ motu suo circa axem fixum efficit ipsa parabola per 1. 7. primi huius, & qm̃ ut idem patuit, huius superficiei basis est circulus, quem circa punctum d, motu suo describit linea g d, sit ille circulus g e 3, & sit huius superficiei concauæ axis linea a d, quæ fuit prius diameter sectionis parabola, & ab extremitate axis à puncto, f a, abscindat ab axe linea h, æqlis. 4. pti lateris recti ipsius sectionis, q̃ sit g z, cuius q̃ritæ pti æqlis sit linea a h, & ducat à pñto superficie b, linea b t, æq̃ distant axi a d, p 3. 1. primi, & ducatur linea b h, dico quod duæ lineæ t h & b h, continent cum linea contingente superficie concauam propositam in puncto b, duos angulos æquales, qm̃ enim linea a d & b e sunt æquedistantes, patet quod ipse sunt in eadem superficie per 1. primi huius, sed linea b h, cader inter illas, ergo per 7. undecimi, ipsa est in eadem superficie cum illis, lineæ ergo t b & b h, & a d, sunt in una superficie, sit itaq̃ ut aliqua superficies plana contingat superficiem propositam super punctum b, superficies itaq̃ b c d a, secabit superficiem concauam, & erit per 19. primi huius, communis sectio ipsarum parabola, quæ sit a b g, cuius diameter erit linea a d, & erit communis sectio superficiei b c d a, & superficiei planæ contingentis istam superficiem concauam linea contingens sectionem a b g in puncto b, quæ sit linea l b k, quia itaq̃ linea l b k, contingit sectionem a b g, in puncto b, & linea a h, est quarta pars lateris recti, & linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per præmissam, qm̃ duæ lineæ t b & b h, continent angulos æquales cum linea l b k, contingente sectionem in puncto b, qm̃ imaginata moueri superficie b c d a, circa axem fixum quæ est a d, patet quod punctū b, motu suo efficit circulum in superficie concaua, a cuius totali periferia lineæ ductæ ad punctum h, continent angulos æquales, & idem accidit in quacunq̃ parte sectionis parabola, quæ est a b g, cadat punctus b, siue angulus b a fiat acutus, rectus uel obtusus, patet itaq̃ quod omnis linea æquedistans axi a d, est incidens superficiei concauæ propositæ, & linea ab illo puncto ad punctum h, ducta continet angulos æquales, & hoc est propositum.

XLIII.

Speculo concauo cōcauitatis sectionis parabolæ soli opposito, ita ut axis ipsius sit in directo corporis solaris, omnes radij incidentes speculo æquedistanter axi reflectuntur ad punctum unum axis distantem à superficie speculi secundum quartam lateris recti ipsius sectionis parabolæ speculi superficiem cauantis, ex quo patet quod à superficie talium specularum ignē est possibile accendi.

Sit speculum concavum concavitate sectionis parabola, cuius uertex sit punctum a, & basis ipsius sit circulus q e z, & eius axis a d, & distantia puncti axis quod sit h, a puncto uerticis speculi quod est a, sit æqualis quartæ parti lineæ q z, s. lateris recti sectionis parabola a b g, causantis motu suo super axem a d, superficiem ipsius speculi concavi quod soli opponatur secundum eam axem a d, sit em corporis solaris centrum k, sit uertex speculi taliter ut eius axis a d, sic producta, pueniat ad centrum solis in punctum k, dico quod omnes radij solares æquedistanter radio k a, superficie speculi propositi incidentes reflectuntur ad punctum h, lineæ a d, quæ est axis speculi, qm em omnes radij egredientes a quocumq puncto corporis solaris super aliquod punctum superficie speculi, egrediuntur secundum lineas rectas, ut patet p 1. secundi huius, tñc palam est, quia lineæ k a, est linea recta. Sit itaq super periferiam alicuius sectionis parabola ipsius speculi, q sit g a 3 q, punctum g, signat utcumq contingit, & a puncto speculi g, per 31. primi, ad aliqd punctum corporis



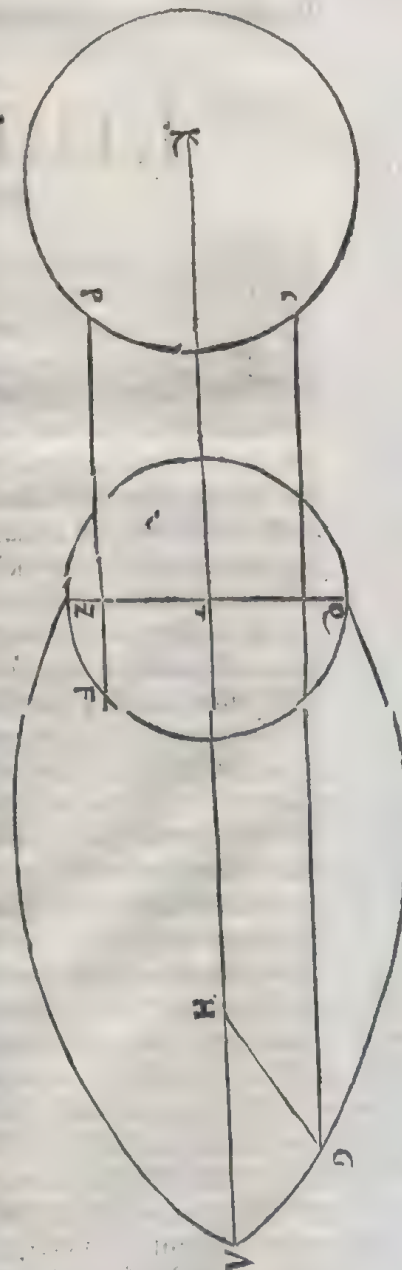
solaris quod sit t, ducat lineæ g t, æquedistanter radio a k, qui incidit superficie speculi secundum axem a d. Est aut necessarium omnem lineam a quocumq puncto speculi æquedistanter radio a k, productam ad superficiem corporis solis incidere, qm superficie speculi ad superficiem solaris aut nulla, aut modica est proportio, sit ergo punctum t, quod est terminus lineæ g t, in ipsa superficie corporis solaris. Omnes itaq lineæ quæ possunt duci a superficie ipsius speculi æquedistanter suæ axi a d, incident corpori solari, & secundum illas lineas sit incidentia superficie speculi respectu radij qui incidit secundum axem omnium æquedistantium axi radij, hoc aut est omnium radij, cuiusq puncto superficie totius speculi incidentium, qm p 31. primi, a qlibet puncto ppe uel remote dato, scimus cuilibet data lineæ ut in pposito est axis a d, ducere lineæ æquedistantem, dico itaq qd oēs illi radij reflectunt a totali superficie speculi ad unū punctū axis speculi q est punctū h, oēs em illi radij cū sint lineæ rectæ, patet per pmissam, quod cum lineis ab oibus punctis suæ incidentiæ ad punctum h, ductis cōtinent angulos æquales, ergo per 20. quinti huius, oēs illi radij reflectunt secundū illas lineas transeuntes punctum h & ex hoc patet, qd oēs radij incidentes periferiæ sectionis æquedistanter radio incidenti secundū lineæ quæ est diameter ipsius sectionis reflectunt ad punctū diametri, q abscindit ex capite diametri a pte periferiæ sectionis partē æqualem qrtæ pti lateris recti ipsius sectionis a b g, qm ois reflexio a qlibet corpore polito regulari sit secundū æqualitatem angulorum, quos cōtinet linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto superficie speculi a qua sit reflexio cōtingente, & qm oēs illæ lineæ secant se in puncto h, patet qd in puncto h, est cōcurfus oim illoj radij. In illo ergo puncto aggregat ois uirtus omnium radij, totali superficie speculi incidentium, & qm quilibet radiolus, defert secum aliqd uirtutis actiue corporis solaris, patet quod in illo puncto tota uirtus est cōcurrentia omnium

omnium scilicet radiorum superficie speculi æquedistanter ipsi axi a d incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto h, posito aliquo combustibili ignem est possibile accendi, & hæc est melior & fortior figura omnium figurarum radios solares ad unum punctum aggregantium, quoniam a tota superficie & a quolibet puncto ipsius radij solares in unū punctum aggregantur, patet ergo propositum.

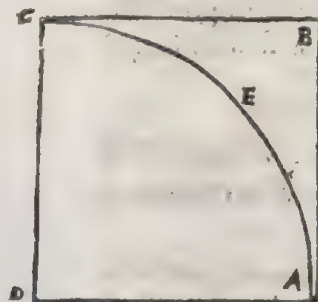
XLIIII.

Speculum secundum formam sectionis parabola uel lineæ eccentricis uel interfectionis pyramidalis uel cuiuscumq alterius regularis uel irregularis data lineæ artificialiter constituere.

Lineam quam dicimus periferiam sectionis inueniat industria operantis, quæ & apud nos multis conatibus artificialiter est inuenta, faciliter tamen est imaginabilis, quoniam ut in 98. primi huius, diximus, ipsa est linea quæ est cōmunis sectio superficie conicæ cuiuscumq pyramidis, maxime uero rectangularæ & superficie pyramidem per diametrum basis secanti, æquedistanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis superficies est erecta super planam superficiem dicto modo pyramidem secantem. Talis itaq sectio parabola sic artificialiter inuenta, sit a e g, & assumatur lamina ferri boni uel calibis, mensuræ & quantitatis cuius placuerit, quæ sit a b g d, & protrahatur in ipsa sectio parabola quæ sit æqualis & similis sectioni a e g, & abscindatur lamina secundum illam sectionem a e g, uel secundum aliquam partem ipsius, siue placeat a parte uerticis quæ est a, siue ex parte unius sui capitis quod est g, siue ex parte alterius sui capitis quod est in latere eius recto oppositum puncto g, sit enim magna diuersitas projectionis radiorum secundū illam partium sectionis diuersitatem, reflecta itaq lamina a d b g, secundum formam & figuram sectionis a e g, acuat extremas laminæ quæ est secundum formam sectionis acuitione bona, scilicet ut uidere ualeat totum illud super quod mouetur, & assumat item alia lamina de calibe forti alicuius competentis spissitudinis, quæ incidatur iterum secundum formam præsumptæ partis illius sectionis, & illa superficies similis parabola secetur contiguae multis sectionibus ad modum limæ, ita ut per ipsa possit limari ferrum. Deinde fiat corpus ferreum conueniens illi figuræ, cuius superficiem secundum formam intentam proponimus concuare & polire ad formam speculi, siue illud fiat secundum formam partis sectionis adiacentem uertice sectionis parabola, siue capitis. In his enim est multa diuersitas & formæ uel figuræ speculi, quoniam forma figuræ speculi concuati secundum partes adiacentes uertici sectionis æqualiter hinc inde distantium a puncto uerticis est figuræ quasi annularis, & forma speculi concuati secundum partes adiacentes capitibus sectionis est figuræ quasi oualis, hoc est ad modū longitudinis oui. Limetur itaq speculū cuiuscumq figuræ fieri debuerit per limam sibi similem in figura, taliter ut superficies limæ quæ est secta ad limandum occurrat toti superficie ipsius speculi. Si ergo speculum limatū fuerit secundum figuram oualem, tñc ordinetur in loco fixo ita ut eius concua superficies quantum ad lineam periferiæ suæ basis sit in periferia illius circuli basis, uel si fuerit figuræ annularis ad periferiam circuli



culi aequidistantis basi, & in loco axis figatur lamina lineae superficiei incidentis uel incidente planantis, moueaturq; ad concavandum speculum, & torquetur sicut tornantur alia instrumenta, donec periferia acuta laminae occurrat toti superficiei speculi, & euacuetur omnis asperitas ipsius, planet quoq; quantum est possibile, eritq; tunc superficies illius speculi secundum totum habens figuram sectionis parabolae, & fiet ab omnibus punctis suae superficiei reflexio in punctum unum, similiterq; modo faciat ingeniosus artifex in alijs lineis quibuscunq; ut in illis lineis quas per 37. & 38. huius docuimus inueniri, quoniam in omnibus his idem est operandi modus, ut secundum fixam diametrum a c, in 37. huius, uel secundum fixum punctum q, in 38. huius, fiat dictarum linearum reuolutio super subiectas sibi, proportionales corporis superficiei superficies, prouenientq; figurae similes illis lineis & quarum superficibus reflecti radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent, patet itaq; propositum.



LIBER DECIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



Vperius duos modos diuisionis, scilicet eum qui fit directe per unum medium diafonum, & eum qui fit per reflexionem a politis corporibus tractauimus, super est nunc ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem factam a pluribus diafonis corporibus medijs inter uisum & rem uisam prosequamur. Quoniam & secundum hunc modum diuersimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatae per refractionem fortius agunt, & plus actionis formae corporibus susceptibilibus imprimunt, unde etiam accenditur ignis ex radijs solis sub corpore sphaerico diafoni densioris aere uel aqua, ut sub glacie uel cristallo, uniuersaliter uero aggregatio uirtutis radiorum stellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali uel circa illud fit fortioris actionis, dispersio uero uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales, disgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus sicut & in alijs modis uidendi superius diximus, uisus cognitio signum est non causa. Non enim quia uisus sic uidet, ideo sic accidit in formis rerum agentium, sed quia sic agunt formae naturales, ideo ipsae sic agentes uidet uisus, nisi forte in quibusdam deceptionibus, quae uisui accidunt per seipsum. Omnis autem passio secundum modos cuiuscunq; refractionis naturae accidens uel uisui, fit semper propter diuersitatem diafoneitatis mediorum corporum inter agens & passum, uel inter uisum & rem uisam. Corpora uero diafona nobis assueta, sunt aer, qui est rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore coeli, quod est rarius aere, ut postmodum demonstrabimus in progressu. Hic autem in tota sequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus, quia licet inter haec sit differentia specifica formalis & diuersa raritas in dispositionibus materiae, non tamen ex hac diuersitate aliqua accidit diuersitas sensibilis in formarum refractione, quoniam ignis qui apud nos est hic inferius, est in materia grossa terrea uel aquea uel aerea, & secundum hoc sequitur passiones corporum aliorum, ignis uero in sphaera sua est secundum sui formalem distinctionem aeri continuus, & secundum naturam diafoneitatis continuus, non habens distinctam superficiem ab aere in qua sit possibile refractionem sensibilem fieri. Aer enim quanto propinquior est coelo, tanto fit rarioris diafoneitatis, si militer et ignis, ita quod infimum ignis & supremum aeris est diafoneitas quasi una, in qua refractionis sensibilis fieri non potest, & itaq; superficies concava ignis non est diuersae diafoneitatis & sensibilibiter determinata a superficie conuexa aeris, ideo non fit refractionis inter illa, & sic ignem in hoc tractatu sub nomine aeris implicamus. Est tamen aliqualis refractionis

indius
transit
per ignem
ad aerem
non uisus
est.

refractionum diuersitas in aere densiori & rariori, quoniam illa diuersitas densitatis fit sensibilis, sicut plurimum accidit in aere condensato prope terram, & maxime in crepusculis serotinis et matutinis temporibus. Diafonum uero aliud diuersum ab istis est aqua continens etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius quod est in illo suo genere, uno tamen nomine nuncupatur. Sunt enim aquae calidae sulphureae & aquae salinae, ut maris, grossioris diafoneitatis, quam aliae aquae frigidae clarae dulces. Aliae uero corpora diafona nobis assueta sunt quaedam lapides, ut cristallus, berillus, & similes ut sunt uitra. Dicitur etiam de quibusdam corporibus animatis quae sunt diafona, ut de istis quae colorantur coloribus corporum quibus superstant, quorum animatorum corporum passionibus non persequimur, quia sunt figurae irregularis. Superficies itaq; coeli quae occurrit uisui est sphaerica concava, quae si secetur ab aliqua plana superficie, erit communis sectio illarum superficierum linea circularis, cuius conuexum est ex parte uisus, ut patet per 69. primi huius, & superficies aeris quae tangit illam est sphaerica conuexa, quae si secetur a plana superficie, communis sectio erit linea circularis, cuius conuexum est ex parte coeli. Superficies uero aquae ex parte uisus superstantis aquae est sphaerica conuexa, quae si secetur a plana superficie, erit communis sectio linea circularis, cuius conuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uero & lapidum diafonorum figurae sunt rotundae, aut planae, aut irregulares, unde si secentur a planis superficibus, fient in illis communes sectiones aut circuli, aut lineae rectae, aut irregulares, secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum quae uisibus occurrunt.

DEFINITIONES.

Linea incidentiae dicitur linea secundum quam forma directe diffunditur per medium unius diafoni, & eadem dicitur linea extensionis formae. Refractio dicitur incuruatio eiusdem lineae ad angulum continendum, ut cum linea per quas una forma rei uisae peruenit ad uisum, non recte prodeunt, sed franguntur in superficie alterius corporis diafoni. Punctus refractionis est punctus superficiei corporis diafoni, in quo fit lineae incidentiae uel lineae extensionis formae refractionis ad uisum. Linea refractionis dicitur linea a puncto reflexionis ad centrum uisus extensa. Linea perpendicularis hic nunc dicitur linea, quae a puncto refractionis erigitur super superficiem corporis, a qua fit refractionis. Kathetus incidentiae, dicitur linea a puncto rei uisae super superficiem corporis in quo est res uisa & a qua fit refractionis perpendiculariter producta. Superficies refractionis dicitur superficies in qua continentur lineae incidentiae & refractionis. Angulus incidentiae dicitur minor angulus quem continet linea incidentiae cum linea perpendiculari ducta a puncto refractionis super superficiem corporis a qua fit illa refractionis. Angulus refractus dicitur minor quae continet linea refracta cum ducta perpendiculari. Angulus refractionis dicitur angulus quem continet linea refractionis cum linea incidentiae trans corpus diafonum, in cuius superficie fit refractionis in continuum protracta. Directe uideri dicitur sicut & superius diffinitum est, quando forma rei uisae sine refractione peruenit ad uisum. Oblique dicitur uideri, cum forma rei uisae ad uisum peruenit refracta. Imago refracta dicitur forma rei uisae oblique perueniens ad uisum. Locus imaginis refractae, dicitur locus in quo imago refracta uisibus occurrat.

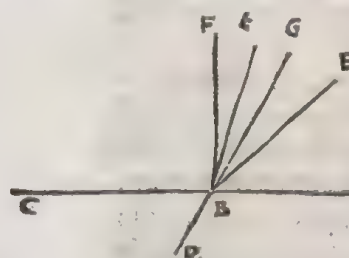
Supponimus autem hic, Lumen Solis aliquantulum in matutinis & serotinis crepusculis uideri. Item itidem secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

THEOREMA I.

In omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refrangitur, & punctum refractionis, & centrum ipsius uisus, & perpendicularis ducta a puncto reflectionis super superficiem in qua fit refractionis, ex quo patet quod unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diafoni densioris uel rarioris primo diafoni, in qua sit linea a b c, & sit punctum cuius forma refrangitur punctum d, sitq; centrum uisus e, fiatq; refractionis in puncto superficiei secundi diafoni quod est b, & a puncto b, super superficiem a b c,

incidentiae
refractionis
refractae



a b c, ducatur perpendicularis b f, dico quod puncta d e b, & linea b f, sunt semper in eadem superficie refractionis, quoniam enim ut patet per definitionem præmissam in principiis libri huius, & per propositionem 46. secundi libri huius, linea radialis incidens quæ est d b, & refracta quæ est b e, sunt in eadem superficie refractionis, punctum ergo d, cuius forma incidit & refrangitur, & punctum refractionis scilicet punctum in quo fit refractionis quod est b, & centrum uisus quod est e, sunt in eadem superficie per primam undecimi, sed & per secundam undecimi, linea b f, quæ est perpendicularis super superficiem est in eadem superficie cum linea b c, ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, est perpendicularis super lineam a b c, & cum illa in eadem superficie, similiter est per refracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, est in eadem superficie, puncta itaque d b e, & linea b f, sunt in eadem superficie per primam & secundam undecimi, omnis enim refractionis aut sit ad ipsam perpendicularem b f, aut ab ipsa, & semper in eadem superficie in qua fiebat incidentia formæ refrangenda, quoniam enim omnis refractionis sit ad omnem differentiam positionis, quia qua ratione sit ad unam partem, eadem ratione sit ad quamlibet aliam, determinatio ergo refractionis ad tertiam differentiam positionis sit tantum per uisum, quia in quacunque superficie centrum uisus fuerit, in illa tantum percipitur fieri refractionis, patet ergo propositum, & ex hoc patet, cum ista puncta refractionis omnia scilicet d e b, & linea b f, superficiem refractionis constituent, quod horum aliquo deficiente non est superficies refractionis, & quod unius refractionis unica tantum est superficies refractionis, quoniam hæc omnia puncta in unica tantum superficie simili concurrere est possibile, & non in pluribus, & hoc est quod proponebatur.

II.

Necesse est enim omnem superficiem refractionis super superficiem corporis à qua fit refractionis, siue illa superficies sit plana conuexa uel concaua, eadem esse.

Hoc quod hic proponitur patet per præmissam, quoniam enim in omni superficie refractionis necessario sunt punctum cuius forma refringitur, & punctum superficiei corporis à quo fit refractionis, & centrum uisus perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis illius, in qua fit refractionis, ergo per 18. undecimi, patet quod omnis superficies refractionis est perpendicularis super superficiem corporis in qua fit refractionis, si enim illa superficies fuerit plana, tunc euidenter patet propositum per 18. undecimi, ut præmissum est. Si uero fuerit illa superficies conuexa uel concaua spherica, tunc patet, quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis super ipsam superficiem corporis in qua fit refractionis, semper transit centrum illius corporis, & est perpendicularis super illud corpus in puncto refractionis contingente, ergo item per 18. undecimi, superficies refractionis est erecta super illam superficiem contingentem, ergo & super ipsam corporis superficiem. Similiter quoque demonstrandum, siue figura corporis in qua fit refractionis fuerit columnaris siue pyramidalis siue alterius figuræ cuiuscunque, semper enim superficies refractionis erit erecta super superficiem corporis in qua fit refractionis, & si accidat ut illa superficies corporis in qua fit refractionis, fuerit æquedistantis horizonti, tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis, super superficiem corporis, in qua fit refractionis, est etiam perpendicularis super superficiem horizontis, per 23. primi huius, ergo & per 18. undecimi, superficies refractionis est perpendicularis, & erecta super superficiem horizontis, sed & hoc patet per declarationem quæ fit in instrumento, quod in prima secundi huius præmissimus, quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua superficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum, ut patet per 46. secundi huius, semper sunt in una plana superficie, quæ est medius circulus illorum trium circulorum signatorum in interiori parte oræ instrumenti æquedistantis superficiei interioris laminæ instrumenti, sed illa superficies laminæ æquedistant superficiei dorsi instrumenti, cui extrin-

extrinsecus supponitur superficies regulæ cubitalis tenentis instrumentum. Superficies itaque medij circuli æquedistant superficiei regulæ longæ quadrangulæ suppositæ dorso laminæ per 24. primi huius, sed illa superficies perpendicularis est super superficiem laterum longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, superficies itaque medij circuli est per 14. undecimi, perpendicularis super superficiem longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, sed illæ duæ superficies regulæ sunt æquedistantes horizonti tempore experimentationis per instrumentum positum in uase ut consuevit. Superficies itaque medij circuli est perpendicularis super superficiem horizontis, & quia superficies medij circuli est superficies refractionis, patet propositum. Idem quoque potest ostendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi, hæc enim linea cum sit semidiameter mundi perpendicularis super superficiem aquæ quæ est in uase. Est autem illa linea in superficie medij circuli quæ est superficies refractionis. Est ergo per 18. undecimi, illa superficies perpendicularis super superficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aëre ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aëre, quæ est linea incidentiæ suæ, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli super superficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam semper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aëre ad aquam, refrangitur in superficie perpendiculari super superficiem aquæ, ergo & super superficiem horizontis. Idem quoque accidit cum ab aëre ad utrum sit refractionis, patet ergo siue superficies corporis à qua fit refractionis sit plana conuexa uel concaua, quod semper superficies refractionis est erecta super illam, & hoc est propositum.

III.

Centro uisus existente ultra medium secundi diafoni, omnes formæ oblique incidentes superficiei secundi diafoni respectu uisus refracte uisui occurrunt, perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertransit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cum radius incidens est perpendicularis super superficiem corporis sibi oppositi, aut oblique, ut cum radius incidit oblique, & ab uno puncto corporis luminosi secundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem sit luminis diffusio, ut patet per 20. secundi huius, & quia forma coloris semper diffundit se cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti cuiuslibet corporis luminosi colorati uel lucidæ existentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerso corpore diafono sibi proximo, & peruenit ad superficiem corporis diafoni sibi oppositi, & si fuerit illud corpus diafonum contingens illud secundum corpus diafonum quod sit alterius diafonitatis ab illo, tunc forma diffusa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, secundum quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringuntur, præter quæ linea incidens perpendiculariter, sola enim illa extenditur secundum rectitudinem in corpore diafono proximo sibi, & in corpore alio diafono proximum corpus diafonum contingente, dum tamen perpendiculariter incidat utriusque, & si forte aliqua lineam radialem perpendiculariter incidit puncto superficiei continuæ cum superficie corporis diafoni corporis proximi, nec sit illius superficiei secundæ corpus diafonum, uel si fuerit diafonum, non sit tamen eius superficies prioris superficiei diafoni æquedistans, tunc à puncto incidentiæ lineæ radialis super superficiem secundi corporis alia perpendicularis duci potest, ergo tunc illa forma quæ superficiei prioris corporis secundum perpendicularem incidebat, delebitur, quoniam ab uno puncto ad unam superficiem duas lineas perpendiculares duci est impossibile per 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius puncti transeuntes in corpus diafonum contingens proximum illi puncto aliud corpus diafonum, erunt reflexæ, & quoniam à quolibet puncto cuiuslibet corporis luminosi uel colorati extenditur lumen & color penetrans totum corpus diafonum obiectum, & refrangitur à superficie alterius corporis diuersæ diafonitatis illi succedentis per 47. secundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua coniuncta, & refrangitur tota continua & coniuncta, superficie corporis diafoni existente continua, & cum forma refracta fuerit continua. Si ergo corpus densioris diafonitatis quam sit primum diafonum, illi formæ occurrerit, tunc

ss

forma

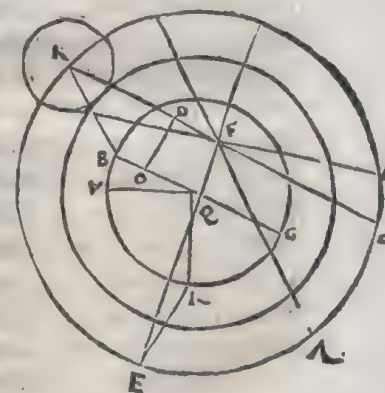
forma cōtinua magis aggregata & unita pueniet ad aliud corpus . & occurrente itemum corpore diafoni rariore . tunc quilibet punctus corporis diafoni rariore per quē extenditur forma puncti . quod est in primo corpore luminoso uel colorato . transmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctū ipsius secūdi uel tertij corporis diafoni per omnem lineam rectā quæ potest extendi ab illo pūcto . Si itaq; aliq; fuerit imaginatus pyramides rectilineas exeuntes à quolibet pūcto aëris ad superficiē corporis diafonitatis aliterius pertingentes . & si in superficie eius corporis secūdi diafoni corporis lineæ obliq; incidentes refringit imaginetur perpendiculari lineæ . quæ est axis illius pyramidis imaginatæ . lineæ refractione transeunte . tunc adhuc sit unum corpus continuū in refractione . licet & una est forma corporis incidens superficiē illius secūdi corporis diafoni . Si ergo in loco imaginatæ pyramidis sistatur secūdū ueritatē in aëre pyramis sensibilibis . cuius corpus sit coloratū uel luminosum densum . miscebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis à quo sit refractionē . & fiet ipsorū multiplicatio per omnem lineam rectā quæ poterit extendi ab illo pūcto cui incidit . & forma puncti incidens alicui puncto densi extendet per quamlibet linearū refractionē ad illud punctū corporis in quo sit refractionē sibi correspondente . & si uisus fuerit ex parte altera illius diafoni . tunc illæ formæ pueniunt ad uisum . sed ppendicularis quia nō refringitur . peruenit ppendiculariter ad centrū uisus . & formæ per lineas obliquas incidentes refracte & oblique perueniunt ad uisum . cū itaq; lineæ secūdū quas forma refrangitur . se in aëre per omnem corpus medium diffundant . quando coniunguntur apud unum punctū aëris . ideo quod ipsarum multa sit intersectio ppter æqualitatem diffusionis formarum illarū ad omnem differentia positionis . tunc si centrū uisus positū sit in illo pūcto . cōprehendet uisus illud uisum secundum refractionem excepto unico pūcto ppendiculariter incidente . quoniā ille non refrangitur . ut in 47 . secūdi huius ostensum est . patet ergo propositum .

IIII.

Omnis formæ per refractionem uisæ si fiat refractionis à medio secundi dia-
foni densioris primo ad uisum, uidetur fieri ad partem perpendicularis du-
ctæ à puncto refractionis super superficiem à qua fit refractionis. Si uero fiat à
diafono rariore uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis.

Quod hic proponitur potest instrumentaliter demonstrari, ita ut demonstratio auxilio instrumenti sensibiliter exprimat. Accipiat itaq; prædictū instrumentū quo in præcedentibus uti sumus, cuius diametrum quam ibi signauimus, p. lineas f.g. nunc dicimus b q g, ita ut punctū q, sit centrum laminæ basis instrumenti, hoc itaq; instrumentum positum in uase æquedistans superficiei horizontis situatur, & infundatur aqua usq; ad centrum laminæ, quod est q, opilentur quoq; foramina instrumenti cū cera uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa mediū ipsorum quod in amebobus foraminibus sit æquale, & hoc potest in æquali colūna illis foraminibus immissa mensurari. Deinde moueatur instrumentū donec diameter b q g, sit perpendicularis super superficiem aquæ. Immittatur quoq; stilus albus subtilis in ipsum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctum z, quod est extremitas diametri circuli medij quæ sit k f z, ponaturq; unus uisum super superius foramen in punctum k, & claudatur reliquus, tunc et im uidebitur extremitas stili secundum rectitudinem perpendicularis exeuntis ab extremitate stili super superficiem aquæ, nam centrum uisus & extremitas stili tūc sunt in linea k f z, perpendiculari super superficiem aquæ secundum quam fit uisio. Est enim linea k f z, perpendicularis super superficiem aquæ per s, undecim, ideo quod ipsa æque distat lineæ b q g, quæ ex hypothese, est perpendicularis super eandē superficiem aquæ. Deinde declinetur instrumentū donec linea b q g, obliquetur super superficiem aquæ, ponaturq; uisus sup superius foramen, & non uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; extremitas stili in circumferentia medij circuli paulatim ad partem oppositam uisui, donec uideatur illa extremitas, & figatur in illo pūcto circuli medi j in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpusculum densum in superficie aquæ in centro medi j circuli qd est f.

est f, tunc uidebitur illa extremitas stili, ablato uero illo corpulculo uidebitur illa extremitas stili, quod si consideretur in numero graduum medij circuli distantia extremitas stili a puncto z, inuenietur distantia sensibilis. Potest aut punctus z, quod est extremitas diametri medij circuli transeuntis per centrum duorum foraminum sic inueniri, scilicet ut regulæ subtilis latior extremitas ponatur super cœtrum laminæ, & media linea ipsius protendatur secundum diametrum laminæ, tunc enim acuum regulæ cadit super punctum z, ut præmissum est prius in propositionibus secundi huius, quod si assumpto uitro quod sit pars alicuius sphaeræ ut in illis propositionibus aliquibus assumptum est, cuius uetri superficies aliqua sit plana & aliqua conuexa sphaerica, & illud uitrum applicetur laminæ, ita ut eius plana superficies sit ex parte foraminum, namque quæ est suarum superficierum planarum communis differentia sit super lineam o d, secantem b q, semidiametrum laminæ perpendicularis. Sic ergo erit diameter k f z, perpendicularis super planam superficiem uetri & super conuexam. Deinde ponatur instrumentum in aqua, ponaturque extremitas stili super punctum z, & centrum uisus super superius foramen, uidebiturque extremitas stili quæ in alio puncto circuli medij non poterit uideri, ex quo patet, quoniam extremitas stili quando est in linea perpendiculari super superficiem corporis, in qua sit refractione uetri, ut nunc est linea k f z, perpendicularis super superficiem uetri, forma ipsius uideatur non per refractionem sed recte, ex quo patet quod forma perpendicularis ter incidens non refrangitur, quod si conuexum uetri ponatur ex parte secunda foraminum, & differentia communis duarum superficierum planarum uetri ponatur super primum locum scilicet lineæ o d, quoniam & tunc linea k f z, est perpendicularis super utraque superficiem uetri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas stili in puncto z, quod si a superficie laminæ instrumenti euulso uitro a centro laminæ quod est q, in superficie laminæ ducatur semidiameter q r, continens cum semidiametro b q, angulum obtusum. Deinde ducatur semidiameter q u, continens cum lineâ q r, angulum rectum, & pertrahatur ad aliam oram instrumenti, erit ergo angulus b q u acutus, & erit semidiameter b q, obliqua super lineam q u. Deinde lineæ quæ est communis differentia superficierum planarum uetri, ponatur super lineam q u, & sit plana uetri superficies ex parte foraminum, & sit medium differentie communis planarum superficierum ipsius uetri super centrum q. Erit itaque tunc centrum uetri super centrum medij circuli ut præostensum est in alijs, & linea k f, transit per centrum uetri & est obliqua super superficiem ipsius planam, quoniam diameter b q æquedistans lineæ e i, quæ est k f oblique cadit super lineam q u, & quoniam linea k f, transit per centrum uetri, palam quoniam ipsa est perpendicularis super conuexam superficiem uetri. Deinde a puncto r super lineam q r, ducatur perpendicularis in ora instrumenti usque ad circumferentiam medij circuli quæ sit r e, & fiat nigra utraq; pillarum linearum q r & r e, ut melius per uisum ualeat notari, & imaginetur ducta linea e f, ita ut itaq; per 73. primi huius, erit perpendicularis super conuexam superficiem uetri, quoniam transit per eius centrum, & est perpendicularis super planam uetri superficiem, quoniam est æquedistans lineæ q r, perpendiculari super lineam q u, cui supposita est illa communis sectio planarum superficierum ipsius uetri, punctus itaque e est punctus medij circuli, in quem cadit perpendicularis exiens a centro uetri super planam superficiem ipsius, ponatur itaque instrumentum sic dispositum, in uas, & ponatur extremitas stili albi ut prius in puncto z, & ponatur uisus super foramen ipsius in puncto k, tunc non uidebitur extremitas stili, moueatur itaque stilus in circumferentia medij circuli ad partem contrariam puncto e, nec tunc uidebitur extremitas stili, moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas stili. Quod si tunc punctum f, quod est centrum medij circuli, cooperiatur aliquo corpulculo, non uidebitur extremitas stili, sed

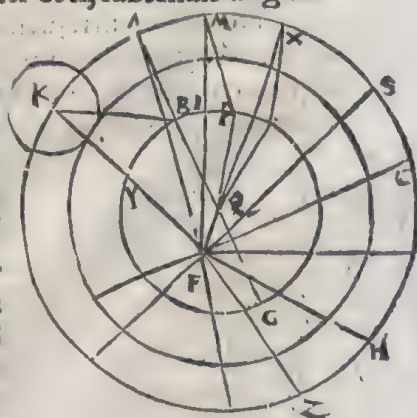


illo corpusculo remoto iterum uidebitur illi extremis stili : Ex hoc itaq; patet, quod forma illius extremitatis stili comprehensio quæ sit a, est secundum refractionem factam à centro uitri, & quod forma refracta est in superficie circuli medij quæ est perpendicularis super superficiem planam uitri, & inuenietur locus formæ extremitatis stili quæ est a, inter punctum e & z, & quoniam refractionis sit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri, quæ media est inter lineas f z & f e, & sit a f, palam quia est perpendicularis super conuexam superficiem uitri, & peruenit eius forma ad uisum per lineam k f, per centra ambarum foraminum transeuntem, quæ magis distat à linea perpendiculari super superficiem planam uitri, quæ est linea f e æquedistans lineæ q r, quoniam linea per quam incidit ipsi uitro forma puncti a, cum itaq; forma puncti a, incidit uitro per lineam a f, & transierit per totum corpus uitri perpendiculariter, quoniam ipsa linea q f, cum transeat centrum uitri est perpendicularis super superficiem uitri. Cumq; pertransito corpore uitri peruenit ad axem, cuius corpus est rarioris diafonitatis quàm sit corpus uitri, & peruenit ad centrum uisus, patet quod est refracta à suo primo progressu lineæ a f, & peruenit ad progressum lineæ z f k, & quoniam lineæ z f, est remotior à perpendiculari ducta à puncto refractionis super planam superficiem uitri quæ est linea e f quàm sit linea a f, quoniam punctum a, cadit in superficie medij circuli inter puncta e & z, patet quod hæc refractionis erit ad partem contrariam perpendicularis e f, ductæ à puncto refractionis super superficiem aeris continentis planam superficiem uitri, nam linea f z, pertransiens centra amborum foraminum magis distat ab illa perpendiculari e f, quàm linea exiens ab extremitate stili ad centrum uitri quæ est a f, producta in continuum & directum, caderet inter perpendicularem e f, productam, & inter lineam f k, quia itaq; peruenit ad punctum k, quoniam in illo uidetur, palam quia fit refractionis ad partem contrariam ipsius perpendicularis quæ est e f, & quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aërem, qui subtilior est uitro, patet quod simili modo fit refractionis ab aqua ad aërem, quoniam enim aër est subtilior quàm aqua. Quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum, & communis differentia suarum planarum superficialium ponatur super lineam q u, sitq; medium punctum illius communis differentie super centrum laminæ quod est q, palam quia linea k f, erit obliqua super planam uitri superficiem, & perpendicularis super eius superficiem conuexam, eritq; linea r q, perpendicularis super planam superficiem uitri, quoniam est perpendicularis super lineam u r q, & erit linea e f, perpendicularis super conuexam superficiem uitri, per 72. primi huius, & super eius planam superficiem per 8. undecimi, quoniam lineæ e f & r q æquedistant, ponaturq; extremitas stili albi quæ sit a, super punctum z, ut prius, statuaturq; uisus super superius foramen instrumenti in puncto k, & tunc non uidebitur extremitas stili quæ est a, moueatur itaq; stilus ad partem puncti e, per circumferentiam medij circuli, & tunc non uidebitur extremitas stili. Deinde moueatur ad partem contrariam puncti e, & tunc uidebitur extremitas stili, cadetq; linea f z intra lineam a f, rectam exeuntem ab extremitate stili ad centrum uitri, secundum quam extenditur illi forma puncti a, & inter perpendicularem f e, refringitur forma puncti a, extremitatis stili à centro uitri ad uisum per lineam f k, transeuntem centra amborum foraminum, propterea quod linea a f, oblique incidit superficiei uitri planæ, à qua fit refractionis. Erit quoq; illa refractionis ad partem perpendicularis lineæ, scilicet f e, exeuntis à loco refractionis super planam superficiem uitri, & hæc forma exit ab aëre & refringitur in uitro quod est grossius aëre, formæ itaq; quæ refranguntur à grossiori corpore ad subtilius, declinant ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem corporis diafoni à qua fit refractionis, & formæ reflexæ à corpore subtiliore ad grossius, declinant ad partem, in qua est perpendicularis producta, & hoc est positum.

Quantitas

V.
Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimentaliter
declarare.

Differentia angulorū refractionis est secundū quantitates angulorū incidentiæ incidentiarum contentorum sub linea incidentiæ uel extensionis radij in primo corpore, & sub perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiē corporis secundi, anguli em̄ refractionum crescunt & decrescunt secundum dispositiones illorū angulorū incidentiæ in corporibus & sitibus diuersis. & quia, ut patuit per pmissam, tunc à corpore subtilioris diaphoni ad corpus grossius sit refractione ad perpendicularē pductam à puncto refractionis super superficiē secundi corporis, & à corpore grossioris diaphoni ad subtilius sit refractione ad partem contrariam perpendicularis sic ductæ, ut patuit per pmissam, tunc patet quia differunt etiam illi anguli secundū diuersitatē diaphonitatis secundi corporis. Et ut hæc differentia angulorū experimentaliter pbetur, diuidatur à circulo medio qui est in periferia instrumenti ex parte centri foraminis, quod est in circūferentia instrumenti circa punctū k, arcus 10. partium ex illis partibus quibus tota periferia medij circuli diuisa est in 360. partes, qui arcus sit k n, & à puncto n, ducatur in ora instrumenti linea perpendicularis super superficiē laminæ quæ sit n l, cadatq; punctus l, in superficie laminæ ducatur quoq; ab hoc puncto l, ad centrum laminæ instrumenti quod est q, linea l q, & à centro medij circuli quod est f, ducatur linea ad punctū n, quod sit f n, sitq; diameter medij circuli ducta à puncto k, per centrum f, linea k f 3, transiens per centra amborum foraminum, quæ sunt k & γ, & per centrum medij circuli. Deinde in circūferentia medij circuli à puncto n, separetur arcus 90. partium sequens arcū k n, qui sit arcus n s, & à centro medij circuli quod est f, ad punctū a, ducat linea quæ sit f s, quæ erit perpendicularis super lineam f n, per ultimā sexti, ideo quia illæ duæ lineæ continent quartā partē circuli, remanebitq; arcus residuus ex medio circulo qui est a 3, partes 80. Deinde ponatur instrumentum in uase, & situetur uas æquedistantē horizonti, & infundatur aqua clara usq; ad punctū q, centrum laminæ, & in ortu solis in mane moueat instrumentum donec linea l q, contingat superficiē aquæ. In hoc ergo situ diameter medij circuli, qui est æquedistans lineæ l q, signata in superficie laminæ similiter cōtinget superficiē aquæ, locus em̄ istarum duarum lineæ non differunt in respectu superficiē aquæ, quo ad sensum, & linea n f, continget cum linea f s, angulum rectū, ut supra patuit, est ergo linea f s, perpendicularis super superficiē aquæ, & semidiameter f 3, continet cū linea f s, angulum, cuius quantitas per ultimā sexti, est 80. partium, qm̄ illi angulo subtenditur arcus partiū 80. qui est arcus s 3, arcus uero interiacens puncta k & n, subtrahit angulū declinationis puncti k à puncto n, & à superficie ipsius aquæ. Deinde mutetur instrumentum in pmissō modo dispositū cū toto uase, donec eleuato sole sup̄ horizonta secundum altitudinem arcus k n, lux transeat per duo foramina, & signet centrum lucis in ora instrumenti quæ est intra aquam, fiatq; supra centrum lucis signum aliquod per aliquā puncturā, eritq; signum illud quod sit h, in circūferentia medij circuli, auferat itaq; instrumentū, & respiciatur punctū h, cadatq; ipsū inter punctū 3, quod est extremitas diametri medij circuli transeuntis per centra duorū foraminū, & inter punctum s, quod est extremitas perpendicularis exeuntis à centro medij circuli erectæ super superficiē aquæ, ut patet per pmissam, patet ergo tunc quod angulus refractionis est ille quē subtendit arcus 3 h, interiacens punctū h, & punctū 3, & ex numero partiū huius arcus patebit quantitas anguli refracti & anguli refractionis, & pportio anguli refractionis ad 80. ptes, quæ sunt tunc quantitas incidentiæ anguli. Deinde signetur in circūferentia medij circuli arcus k m, pertransiens punctum n, qui sit partium 20. & ducatur linea m p, in ora instrumenti perpendiculariter super superficiē laminæ, & ducatur linea p q, in superficie

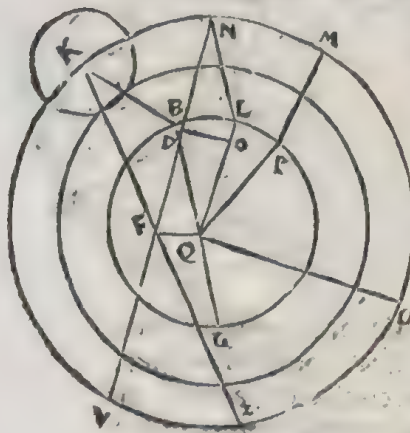


amina ad cētrū q, & ab arcu m 3, refecetur arcus m c, partium 90. & ducatur linea c f, à
 puncto c, ad centrum circuli medij quod est f, relinqueretur ergo arcus t 3, partiū 70. De-
 inde ponat instrumentū in uas, & reuoluat quousq; linea p q, tangat superficiē aquæ, erit
 ergo linea t q, perpendicularis sup superficiem aquæ, & linea k f 3, transiens per centra
 amboꝝ foraminū continet cum linea c f, angulum 70. partiū. Deinde considere altitudi-
 do solis, & moueatur instrumentū quousq; lux transeat per ambo foramina, & signetur
 sup cētrum lucis cadentis intra aquam signum u. Deinde considere arcus u 3, & quia
 ipse subtenditur angulo refractionis, patet quantitas illius anguli per cōputationē ptiū
 arcus, eritq; nota pportio anguli 3 f u, ad angulū incidentiæ qui est 3 f t, quē continet
 diameter transiens per centra amboꝝ foraminum, cū perpendiculari f c, qui angulus in-
 cidentis est partes 70. Similiterq; pcedatur signando arcum k x, quæ sit patium 30. &
 est eadē expimētatio. Deinde sumat arcus partiū 40. deinde 50. deinde 60. deinde 70. de-
 inde 80. & semper p cōputationē partium arcus circuli medij interiacentis punctum 3,
 & centrum lucis, erunt anguli refractionis noti, & ipsoꝝ pportio ad angulos inciden-
 tiæ contentos sub perpendicularibus & diametris transeuntibus centra foraminū semp
 erit nota, nō solū autē per 10. sed etiam per alios quoscunq; numeros integros uel fra-
 ctos pmissa arcuum diuisione potest pcedere, quia semp est idem modus declarandi, &
 ut summaria horū anguloꝝ quantitates & pportiones perstringamus, quicunq; alicui
 ius radij transeuntis per corpus aeris suæ debite dispositionis exprobatū fuerit in super-
 ficie aquæ facta refractionis, fueritq; aqua suæ propriæ dispositionis in diaphanitate cōpe-
 tenti formæ aquæ, si angulus incidentiæ contentus in centro f, sub semidiametro k f, &
 linea radij incidentis fuerit 10. partium, erit angulus contentus in centro f, sub semidia-
 metro f 3, & sub linea radiali refracta quasi duarum partium, & 5. minorum, & sic cō-
 sequenter secundum formam tabulæ quā inferius subiungemus, patet ergo ppositum.

VI.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum
uel conuexum, & econuerso experimentaliter declarare.

Diuidatur arcus medij circuli instrumenti modo illo, ut in præmissa, sitq; arcus k n, s. o. partium, & ducatur linea n l, ppendicularis sup superficiẽ laminæ, copulet quocq; lineæ l q, & supponatur utrum formatũ cubice. superficiẽ ipsius tabulæ, ita ut communis sit & o. duarũ superficiẽ planarũ, quæ est linea recta, ut patet per 3. undecimi, supponat lineæ l q, taliter ut secundũ sui punctum medium supponatur lineæ signatæ in superficie tabulæ ppendiculari sup lineam l q, quæ est æquedistans lineæ s f, ductæ in superficie medij circuli, sitq; medium punctũ illius lineæ utri super punctũ q, centrum laminæ, ponaturq; superficies utri plana ex parte foraminũ, & applicet bene utrum laminæ, & instrumentũ possum in uale moueatur, donec lux transeat p ambo foramina, signeturq; sup centrũ lucis signum, & considerent quantitates angulorũ refractionis ex ære ad utrum per quantitates arcũ, ut in præcedente. Quod si aliqui perscrutari uoluerit angulũ



los refractiōis ex uitro ad aerem uel aquā, accipiat uitrū qd̃
est pars spharæ, ut ipsi superius uisū sumus in p̃positionibus
secundi libri huius scientiæ, & in 4. secundi huius, & ponatur
conuexū uitri ex parte centroꝝ 2. foraminū, ponaturq; medi-
um lineæ quæ est differentia cōmunis superficiē planæ sup̃
centrum laminæ, ita quod illa cōmunis differentia sit super li-
neam. I q. tunc ergo lux quæ transiit centra 2. foraminū, perue-
nit recte ad centrū uitri, & reflectit̃ apud illud de uitro ad æ-
rem, diuidanturq; postmodū arcus successiue, ut in præmissa,
& mutetur uitri positio, ita ut illa cōs planarum superficiū
ipsius uitri sectio, sit sup̃ lineam p q. sitq; iterū medius punctus
illius lineæ uitri sup̃ punctum q. centrū laminæ, & sic factis ul-
terioribus diuisionibus, cūli medij, ductisq; lineis ut prius,
& mutato

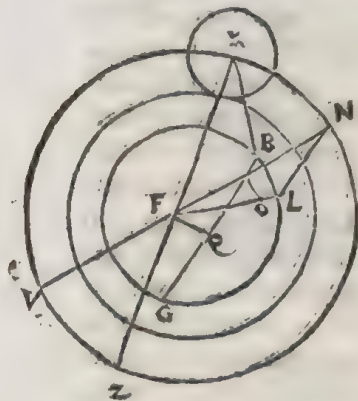
& mutato uitro secundum illas, habebunt anguli refractionū particulares, & ipsos p-
portio ad angulum incidentiæ quæ continet diametrum pertransiens centrū foraminū cū
ppendiculari, pducta à loco refractionis sup superficiē planam ipsam superficiem uitri
conuexam contingentē. In his em dispositionibus uitri respectu laminæ instrumenti,
semp erit centrum uitræ sphaeræ in puncto f, eritq; p 72. primi huius, linea s f, similis il-
li ppendicularis sup superficiē conuexam uitri, & sup superficiē planam ipsius, à cuius
puncto aliquo sit refraction, qm quælibet illarū linearum est perpendicularis sup lineas
æquedistantes lineis l q & p q, & similis, illis quibuscūq; scieturq; ut prius reiterata ope-
ratione cum extremitate stipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à ui-
tro ad centrū uisus existens in puncto k, centro foraminis superioris, & in his duobus si-
tibus cum refraction sit ab aere ad uitrum, uel à uitro ad aerē, semp inuenientur quantita-
tes angulorū refractionis de aere ad uitrum, & de uitro ad aerē æquales, qn angulus conten-
tus à linea, per quē extenditur lux ad locū refractionis, & à linea perpendiculari ducta
à puncto refractionis, cum sit refraction ab aere ad uitrum, æqualis fuerit angulo contento
à linea per quā extendit lux, & à ppendiculari ducta à loco refractionis cū refringitur de
uitro ad aerē, ut patet instrumentaliter operanti. Si uero uoluerit aliq; experiri quanti-
tates angulorū refractionis à conuexo uitri ad aerē, diuidat ut prius de circūferentia me-
diij circuli ex parte puncti k, centri foraminis quod est in ora instrumenti arcū 10. par-
tium, quæ sit k n, & ducant ut prius linea n l, & linea l q, & à linea l q, quæ est semidiame-
ter laminæ ex parte centri q, abscindat linea æqualis semidiametro sphaeræ ipsius uitri,
quæ sit q o, & à puncto o ducat perpendicularis super diametrum laminæ b q g, quæ pro-
tracta ultra diametrum sit o d, secans diametrum b q g in puncto d. Deinde supponat
communis sectionis sit sup punctū o, erit itaq; centrū uitri in superficie mediij circuli &
eiusdem circuli diameter quæ est k f 3. erit perpendicularis sup superficiē uitri planam
per s, undecimi, qm est æquedistans diametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis su-
per illam superficiē, & sup illam differentiā cōmunem illarū duarū planarū superficialium
uitri, erit quoq; centrū circuli mediij in superficie conuexa uitri, ideo quia linea f q, exis-
ens à centro mediij circuli quod est f, ad centrū laminæ quod est q, est æqualis lineæ pro-
ductæ à centro uitri ad medium lineæ quæ est differentia cōmunis superficie planæ ui-
tri, ut patet ex his quæ præmissa sunt in figura huius figuræ uitræ in 45. secūdi hu-
ius, & utraq; istarū linearū est ppendicularis sup superficiē laminæ, ergo per 25. primi hu-
ius, illæ duæ lineæ sunt æquales & æquedistantes, ergo per 33. primi, linea copulans cen-
trum uitri quod est in aliquo puncto planæ superficie ipsius uitri cū centro mediij circu-
li est æqualis lineæ q o, copulanti centrū laminæ quod est q, cū medio puncto differen-
tiæ cōmunis duarū planarū superficie ipsius uitri quod est punctum o, sed linea q o, posi-
ta est æqualis semidiametro uitri, ergo & linea æquedistans ei est æqualis semidiamet-
ro uitri. Centrū ergo mediij circuli est in conuexo uitri, lineæ ergo k f, quæ est semidia-
meter mediij circuli cū nō transeat centrū sphaeræ uitræ, patet quia est obliqua incidēs
sup eius conuexam superficiē, ergo per 47. secūdi huius, cū eadē diameter oblique in-
cidat superficie aeris cōtinētis refrangit ipsa à ppendiculari ducta à puncto refractionis
super ipsam superficiē aeris, imaginent itaq; semidiameter uitri pducī ex utraq; parte
ad circūferentiam circuli mediij, quæ fiat linea n f u, secans diametrum circuli mediij quæ
est k f 3 in puncto f. Erat itaq; per 15. primi, angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit
per 25. tertij, arcus u 3, æqualis arcui k n, qui est positus esse 10. partium. Est ergo arcus
u z 10. partium notus, ergo & angulus u f 3 est notus. Intueatur itaq; aliq; centrum lu-
cis refractæ, & inuenietur remotius à puncto 3, quod est extremitas lineæ transeuntis p
centrū duorū foraminū q; sit punctum u, quod est extremitas lineæ transeuntis per cen-
trum uitri ab eodē puncto 3, quæ est extremitas diametri circuli mediij, hæc ergo refle-
xio facta est ad partē contrariam diametri pductæ à loco refractionis quæ transit cen-
trum uitri, & arcus mediij circuli interfacens punctum 3, & centrū lucis signatū est quan-
titas anguli refractionis, angulus em refractionis est apud centrum circuli mediij, qm ut
patuit

patuit per 44. secundi huius, lux extendit super lineam transeuntē per centrū duorū foraminū recte, donec perueniat ad conuexū vitri, & cum est angulus incidentiæ 10. partium, sit angulus refractus quasi 13. partium, & angulus refractionis quasi partium trium, factisq; ut in præcedentibus diuisionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuersitas angulorū refractionis per instrumentum, & si infundat aqua uasi, tunc erit aqua loco aeris, & pmissio mō inuenietur diuersitas angulorū refractionis à vitro ad aquā, & differētia secundū quod illi refractioni est ppria, & quantitas angulorū refractorū & angulorū refractionis, respectu eorū quæ sunt in ære, qd si à puncto 3. ducere placuerit extremitatē stili, ut prius, tunc secundum illud facta dispositione situs vitri occurrit eadem quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propositum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex ære uel aqua ad uitrum concauū uel econuerso experimentaliter inuenire.

Accipiat clarum uitrum mundū æquedistantiū superficiei omnium, cuius longitudo sit maior in uno grano hordei, q̄ diameter vitri sphaerici cōuexi, quo superius uisum sumus. Sitq; latitudo eius æqualis longitudine, sitq; spissitudo eius dupla diametro foraminis, quod est in ora instrumenti, & fiat una suorum laterū quadratorū concauitas rotunda semicolumnaris, ita quod semidiameter basis columnæ concauæ sit in quantitate semidiametri vitri sphaerici, & sint cōmunes sectiones planarū superficiei huius vitri lineæ rectissimæ. Potest autē hæc forma vitri sic fieri per artificium, ita quod fiat talis forma ex ære uel lapide, & uitrum liquefactū fundat super ipsum, & possit, diuidatur itaq; à centro foraminis oræ instrumenti, qd est k, in circūferentia mediū circuli arcus, cuius



quantitas sit illa secundū quā quis uult experiri quantitates angulorū, q̄ sit arcus k n, & à puncto n, ducat in ora instrumenti lineam l, perpendicularis super superficiē laminæ, & ducatur lineam l q, in superficie laminæ ad centrū eius quod est q, & à semidiametro l q, refecetur ex parte centri q, lineam q o, æqualis semidiametro basis concauitatis columnæ, & à puncto o, extrahatur per 12. primi, ppendicularis super diametrū laminæ b q, & ptrahatur in utramq; partē, & sit o e, secans diametrū b q g in puncto e, & supponatur uitrum laminæ, ita quod dorsum concauitatis, hoc est superficies plana concauitati supposita sit ex parte duorū foraminū, & quod ex concauitate respiciente foramina duæ superfuitates rectilinéæ quæ superfluit sup diametrum columnæ sint directæ & fixæ suppositæ isti lineæ perpendiculari o e, & præseruetur hoc, ut distantia duarū extremitatū diametri basis concauitatis columnaris distent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directæ perpendiculares. Erit ergo tunc centrū basis concauitatis columnaris super punctū o, à quo exiuit lineam o e perpendicularis super lineam q b, & super punctum, cuius distantia à centro laminæ, quod est q, est æqualis semidiametro concauitatis columnaris, secundū hanc ergo dispositionem applicet uitrum firmiter superficiei laminæ, & erit superficies mediū circuli secans concauitatē columnarē & æquedistans basi eius, qm̄ basis eius in hac dispositione est in superficie laminæ instrumenti. Superficies ergo mediū circuli per 100. primi huius, secat superficiem columnarē concauā secundū circulū, cuius semidiameter æquedistat semidiametro basis concauitatis ipsius columnæ, & lineam continuans centra istorū duorū semicirculorū, s. basis, & alterius sibi æquedistantis, erit perpendicularis super superficiem laminæ incidens ad punctum o, qm̄ ipsa per 25. primi huius, est æqualis lineæ ppendiculari f q, exeunti à centro mediū circuli, quod est f, super centrū laminæ, qd est q, sed & lineam e q, est æqualis semidiametro basis columnæ ex hypothesi, ergo p 33. primi, lineam quæ exit à centro mediū circuli quod est f, ad centrū semicirculi, qui sit in superficie columnæ concauæ æquedistans basi, est æqualis semidiametro basis concauitatis concauæ columnæ, centrū itaq; mediū circuli, quod est f, est in circūferentia semicirculi

culi

euli in columnā uitrea facti. Est ergo centrum f, in concava superficie columnæ, & quia terminus planus vitri superponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, super b q, diametrū laminæ, palam quia diameter laminæ quæ est q b, est perpendicularis super planam vitri superficiē, quia etiā planæ superficies sunt super se inuicem perpendiculariter erectæ, erit ergo lineam k f 3. ptransiens centra amboꝝ foraminū ppendicularis super superficiem planam, quæ est in parte conuexa vitri per 8. undecimi, quia illa lineam k f 3. est æquedistans semidiametro laminæ b q g, quæ est ppendicularis super illā superficiē, ut patet ex pmissis, & hæc superficies plana vitri est ex parte foraminū. In hoc ergo situ lux quæ extendit p lineā transeuntē centra duorū foraminū, extendit in corpore vitri recte, donec perueniat ad concauū vitri, & tunc reflectit apud concauam superficiē vitri, cum em̄ non transit per centrū circuli, qui est in concava superficiei vitri, patet per 72. primi huius, qm̄ ipsa nō est perpendicularis super cōcauam superficiē vitri, refrangitur ergo in concava superficie vitri, & cōmunis sectio illius lineæ & concauitatis vitri, est centrū circuli mediū, & in hoc puncto sit refractione ex ære ad uitrum, arcus itaq; cadens inter centrū lucis & punctū 3, qui est terminus diametri transeuntis per centrū amboꝝ foraminū subtendit angulo refractionis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorū arcuū refractione à puncto k, & potest ostendi quantitas omnium angulorū refractionis à concava vitri superficie. Quod si uitrum sic disponat ut cōmuni sectione suarū planarū superficierum posita super lineam o e, conuexitas vitri respiciat centra foraminū, tunc quæ lineam k f 3. ptransiens uitrum puenit ad cōcauū vitri irrefracta, cū sit ppendicularis super planā superficiē ipsius, obliq; uero super concauū eius superficiē, ergo & super cōnexā superficiē aeris cōtingētis uitrum, refringet ergo à concava vitri superficie, & hæc refractione est à concavo vitri ad aerem, & anguli qui sunt ex ære ad uitrum in concavo vitri sunt idem istis, qm̄ semper anguli refractionis à vitro ad aerem, & ab ære ad uitrum sunt idem, cum angulus quem continet lineam per quam primo extenditur lux, est perpendicularis exiens à loco reflexionis, sit idem angulus, & eodem modo possunt sciri anguli refractionis de aqua ad uitrum & de uitro ad aquam in superficie vitri concava, uel in superficie alia quacūq; quod si extremitas stili ducatur à puncto 3, in periferia mediū circuli, ut prius, tunc facta dispositione situs vitri secundum exigentiam illius refractionis, occurrerit notitia angulorum huius refractionis ad uisum sicut prius, patet ergo propositum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Acceptis instrumentaliter prout potuimus propinquius angulis omnium refractionum à quibuscūq; diaphonis notis ad inuicem, ut ab ære ad aquam & uitrum, & ab aqua ad uitrum, & econuerso ab aqua & vitro ad aerem, & à vitro ad aquam, inuenimus quod semper idem sunt anguli refractionum à quocūq; raro diaphono ad diaphonū densius illo, & ab eodem denso ad idem rarum, secundum hoc fecimus has tabulas, quarum hæc est forma. Et præmittimus angulos incidentiæ in primis, deinde alios angulos subiungimus secundum modos suorū circularū quos præmittimus in capitibus suarū linearum. Potest itaq; secundum has tabulas experimentaliter inuentas per instrumentum præmissum, diligens inquisitor scire omnes angulos refractionum à medijs diuersæ diaphonitatis quibuscūq; & patet ex eis, qm̄ anguli incidentiæ formæ eiusdem puncti propinquiores radio à puncto rei uisæ superficiei corporis diaphoni, à qua sit refractione perpendiculariter incidenti sunt minores, & remotiores ab illo sunt maiores, ut patet hoc in subscripta figura per 31. primi, ablato em̄ angulo maiore à suo recto qui relinquatur, sit minor alio angulo quando à recto aufertur angulus minor, eritq; in eodē diaphono densiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiori, maior angulo refractionis ab angulo incidentiæ minori, excessus quoq; anguli refractionis maioris super angulum refractionis minorem erit minor excessu angulorum incidentiæ maioris super maiorem, & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maioris ad illum angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus, s. ille quem addit angulus incidentiæ

et

incidentiæ

Incidentia maior super angulum suae refractionis, est maior angulo refractione quem addit angulus incidentiae minor super angulum suae refractionis, semper itaq; in medio secundi diaphoni densiore primo, erit angulus refractionis minor angulo incidentiae, & proportio istorum angulorum refractione ad aequales angulos incidentiae diversificatur secundum diversitatem densitatis istorum mediorum, cum enim per aerem eundem & secundum aequalitatem anguli incidentiae sit refractione in aqua & vitro, acutiores sunt anguli refracti in vitro quam in aqua, & sic secundum diversitatem diaphonitatis anguli variantur. Si vero medium secundi diaphoni fuerit rarius, tunc semper angulus refractus erit maior angulo incidentiae. Eritque istorum angulorum habitudo ad alios angulos reterse se habens angulis praemissis, ac si promissa tabula modo reuerso ordinentur, & istorum angulorum refractorum & refractionis secundum maiorem & minorem raritatem diaphonitatis secundi medij ad eundem angulum incidentiae proportio variatur, quoniam enim a vitro ad aquam uel ad aerem sit refractione, tunc anguli qui sunt in aere sunt maiores angulis qui sunt in aqua, & secundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidentiae proportio variatur. Haec itaque sunt quae accidunt lucibus & coloribus, & uniuersaliter omnibus formis in diffusionem sui in corporibus diaphonis & in refractione quae accidunt in illis omnibus tam secundum se quam in respectu ad uisum. Patet itaque quod querebatur.

Tabula quantitate angulorum incidentiae omnibus sequentibus cois.

	Anguli re- fracti ab ae- re ad aquam	Anguli re- fractionis eiusdem.	Anguli re- fracti ab ae- re ad uitrum	Anguli re- fractionis eiusdem.	Anguli re- fracti ab aq- ua ad uitrum.	Anguli re- fractionis eiusdem.
	par. minu.	par. minu.	par. minut.	par. minut.	par. minuta.	par. minuta.
10	7 45	2 5	7 0	3 0	9 30	0 30
20	15 30	4 30	13 30	6 30	18 30	1 30
30	22 30	7 30	19 30	10 30	27 0	3 0
40	29 0	11 0	25 0	15 0	35 0	5 0
50	35 0	15 0	30 0	20 0	42 30	7 30
60	40 30	19 30	34 30	25 30	49 30	10 30
70	45 30	24 30	38 30	31 30	56 0	14 0
80	50 0	30 0	42 0	38 0	62 0	18 0

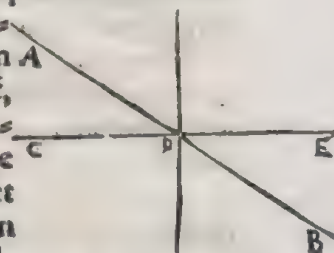
	Anguli re- fracti ab aq- ua ad aerem.	Anguli re- fractionis eiusdem.	Anguli re- fracti a ui- tro ad aerem	Anguli re- fractionis eiusdem.	Anguli re- fracti a ui- tro ad aquam	Anguli re- fractionis eiusdem.
	par. minuta.	par. min.	par. minut.	par. minu.	par. minuta.	par. minuta.
10	12 30	2 5	13 0	3 0	10 30	0 30
20	24 30	4 30	26 30	6 30	21 30	1 30
30	37 30	7 30	40 0	10 30	33 0	3 0
40	51 0	11 0	55 30	15 0	45 0	5 0
50	65 0	15 0	70 30	20 0	57 30	7 30
60	79 30	19 30	85 0	25 30	70 30	10 30
70	94 30	24 30	101 30	31 30	84 0	14 0
80	110 0	30 0	118 0	38 0	99 0	18 0

IX.

Centro uisus & puncto rei per refractionem uisae in diuersis diaphanis loca propria permutantibus, eadem linea incidentiae & refractionis nomina permutant.

Satis iam patuit ex praemissis huius 10. tractatibus, quod formae uisae per refractionem extenduntur directe per lineam rectam, donec perueniant ad superficiem alterius corporis diaphoni in quo est uisus. Deinde refringunt ab illo alio corpore diaphono per aliam lineam rectam, quae continet cum linea incidentiae angulum. Sit itaque centrum uisus a, & punctum rei uisae b. Sitque superficies corporis in quo est punctum b, ad uisum existentem in puncto b, superficies c d e, & refringatur forma puncti b, ad uisum existentem in puncto a, a superficie corporis c d e, puncto d, sitque linea incidentiae quae b d, & linea refractionis quae d a, dico quod si centrum uisus & punctum rei uisae permutent loca, ita ut centrum uisus

uisus positum sit in puncto b, & punctum rei uisae in puncto a, tunc adhuc fiet refractione ab eodem puncto corporis quae est d, & linea a d, sit linea incidentiae, & linea d b, erit linea refractionis, & sic tamen lineae nomina permutantur manentibus eisdem lineis & eodem angulo, hoc autem patet per experientiam, cum enim aliquis existens in aere inspexit aliud corpus contentum sub alio corpore quod est diaphonum, differens in sui diaphonitate ab aeris diaphonitate, tunc uisus comprehendit omnia quae sunt ultra illud corpus, quae cumq; opponuntur uisui, & si cooperuerit alterum uisum, & aspexerit cum reliquo, uidebit illa eadem quae prius, siue illud medium sit aer uel aqua uel uitrum uel cristallus. Quod si uisus ponatur intra aquam aut sub vitro uel cristallo, uidebit omnia corpora uisibilia quae sunt ultra illud aliud corpus diaphonum in ipso aere, siue ergo uisus fuerit in aere uel in vitro semper comprehendit omnia eadem quae prius, patuit autem per 4. huius, quod uisus per medium diaphoni diuersi non comprehendit res quae non sunt in perpendiculari ducta



a centro uisus super superficiem diaphoni corporis nisi per refractionem, omne ergo punctum comprehensum a uisu, praeter illud punctum A quod est in praedicta perpendiculari, comprehenditur per refractionem, & quoniam formae omnium punctorum quae sunt in omnibus uisibus existentibus ultra illud corpus diaphonum, refranguntur in eodem tempore ad centrum unius uisus, patet quod si alicuius rei uisae punctum esset in puncto, in quo tunc est centrum uisus, refrangitur forma illius puncti ad omnia puncta quae sunt in omnibus uisibus existentibus ultra illud corpus diaphonum oppositum uisui in illo tempore, fieretque illa refractione eodem modo, & similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto in quo est centrum uisus, quoniam si centro uisus in eodem puncto remanente moueatur oculus ad omnem differentiam positionis, comprehendit omnia illa uisibilia. Forma itaque cuiuslibet puncti cuius cumq; rei uisae cum fuerit ultra aliquid corpus diaphonum, extenditur ad superficiem corporis diaphoni ultra quod est, & refringitur ad uniuersum eius quod opponitur ei ex corpore aeris uel alterius diaphoni, & illa forma erit apud quodlibet punctum illius secundum diaphoni, & ob hoc forma totius rei uisae coniungitur apud quodlibet punctum aeris uel alterius corporis diaphoni: forma enim cuiuslibet punctorum rei uisae diffundit semper lineam rectam ad unumquodque punctum corporis diaphoni, unde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris, quilibet illos uisuum uidebit totalem formam rei uisibilis, quae est sub altero diaphono, nam semper forma rei uisae tunc erit apud punctum apud quem erit & centrum uisus, unde etiam uisus motus de loco ad locum super idem diaphonum, semper eandem uidet formam quoad forma illa secundum lineas rectas potest pertingere ad uisum, & similiter plures aspicientes comprehendunt unam rem in coelo & in aqua uno & eodem tempore, forma itaque cuiuslibet puncti rei uisae extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphoni in quo est res uisae, & formae omnium punctorum rei uisae congregantur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis diaphoni in quo existit, & apud quodlibet punctum corporis diaphoni diuersi ab illo corpore diaphono in quo existit res uisae, inter quodlibet enim punctum aeris, & quamlibet rem uisibilem existentem in aliquo corpore diaphono diuerso ab aere sit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris, & basis in superficie rei uisae, suntque tot pyramides quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diaphoni in quo sit diffusio formarum, quia itaque totum medium est plenum formis rerum, anguli uero refractionis quae sunt ab aere ad aquam sunt idem cum angulis refractionum quae sunt ab aqua ad aerem, ut patet per praemissam in tabulis. Idem uero anguli semper per easdem lineas continentur, patet ergo quia locus centri uisus & punctum rei uisae de uno diaphono ad alterum permutatis, semper quidem sit formae uniuersalis diffusio, non tamen percipitur quaelibet forma a quolibet uisu in quolibet puncto, sed solum in illo a quo fit directio refractae lineae ad illum uisum, patet itaque quia illae lineae manent eadem secundum substantiam nominibus tantum hinc inde permutatis, ut quae prius fuit linea incidentiae uel extensio eius ipsius formae, postea fiat linea refractionis, & e conuerso, patet ergo propositum.

Omnis refractione formam lucis & coloris quæ sunt in re uisa, debilius uisui repræsentat.

Hoc patet per experientiam, cum enim aliud uisum est in medio secundi diaphoni, ut pote per aerem in aqua, & uisus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntibus à punctis rei uisæ super superficiem aquæ, & deinde uisus moueatur donec fiat positus in perpendiculari aliqua exeunte à re uisa super superficiem aquæ, tunc lux & color rei uisæ fiunt manifestiora quæ essent cum aspiciiebantur oblique, tunc enim figura exiens ad uisum secundum lineas obliquas est refracta, & multum obliqua, in perpendiculari uero forma tota exit recte, & quædam partes eius oblique aut ferè recte secundum quod plus uel minus distant à perpendiculari, patet ergo ex hoc, quoniam reflexio debilitat in formis reflexis lucis & colores, quas formæ rerum uisæ per quodcunque corpus diaphonum secum deferunt ad uisum, nec enim est aliqua alia differentia illarum formarum in esse suo, ergo nec quo ad uisum, nisi sola obliquitas inducens refractionem, & perpendicularitas adiungens directionem uisionis, & secundum illa uisus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaque in corporibus uisibilibus per medium secundi diaphoni propter refractionem fallacia, quæ non accideret in illis, si uiderentur recte, quia etiam ut patet per 33. quarti huius, Omnis linea uel superficies rei uisæ directe uisibus opposita perfectius uidetur quæ obliquata, & secundum quantitatem obliquationis sit imperfectio uisionis, patet ergo propositum.

XI.

Imago refracta rei uisibilis nunquam occurrit uisui in loco rei uisæ, sed semper extra suum locum.

Quod autem hic proponitur, patet ratione & experientia, ratio autem est hæc, nam forma comprehensa à uiso in corpore diaphono alio ab aere non est ipsa res uisa, quoniam uisus non comprehendit rem tunc in sua forma uel in figura, sed in alijs dispositionibus & alio modo, comprehendit enim imaginem refractam in sua oppositione, cum tamen res non sit directe uisui opposita, & quia comprehendit rem refractam, ideo quia uisus est declinatus à perpendicularibus exeuntibus à re uisa super superficiem corporis diaphoni, comprehendit ergo ipsum ut extra suum locum non in suo loco. Per experientiam quoque idem patet. Assumat uas habens oras erectas super basem eius, & in medio fundi uasis ponat denarius argenteus, & elonget se experimentans quousque uideat illum denarium in fundo uasis. Deinde elonget se paulatim ulterius, quousque non uideat ipsum, & in principio occultationis stet in suo loco uisu immoto, & præcipiat infundi aquam in uas, ita ut denarius non mutet locum, & tunc uidebit denarium in eius oppositione ipso non existente in eius oppositione, ex quo patet quod forma quæ experimentans uidet in aqua, non est in loco rei uisæ, nam si forma esset in loco rei uisæ, tunc etiam res uisa comprehendi posset sine infusione aquæ in uas quod non accidit in tanta distantia, ut patuit, imago itaque rei uisæ per refractionem non uidetur in loco ipsius rei, quod est propositum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uisui comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uisum.

Sit enim punctus per refractionem uisus, qui est a, cuius forma refringatur ad uisum ab aliquo puncto superficiei corporis alterius diaphoni, qui sit b, & sit centrum uisus d, dico quod forma puncti a, comprehenditur à uisu secundum rectitudinem lineæ db, hoc autem instrumentaliter declarandum, accipiat itaque instrumentum primum, & ponatur in uase impleto aqua ut prius, & signetur aliquod uidentium per refractionem in ora instrumenti in oppositione uisus, & intueatur experimentans per ambo foramina ita ut uideat illud per refractionem. Deinde claudat secundum foramen instrumenti, & tunc non comprehendet res uisæ, & si claudat primum foramen, si



militer nihil uidebit, quoniam abscessa est linea recta imaginabiliter exiens à centro uisus ad locum refractionis, forma enim puncti uisui per refractionem extenditur in corpore diaphono in quo est res uisa, & refringitur in corpore diaphono quod est inter ipsum & centrum uisus, peruenitque ad uisum per lineam rectam exeuntem à centro uisus ad punctum refractionis, & uisus non comprehendit aliquid nisi in rectitudine linearum radialium per quas forma uisibilium mouetur ad uisum, & si fiat operatio per interpositionem alicuius uisui uisui & rei uisæ, ut supra eodem modo penitus operando, patebit idem, & hoc est propositum. Visus enim nihil comprehendit nisi in rectitudine linearum radialium, non enim patitur in progressionem istarum linearum à punctis rerum uisibilium ad uisum, quoniam non uidet nisi res sibi oppositas, quarum formæ secundum lineas rectas multiplicant se ad uisum ut patuit per secundam tertij huius, & per multas similes, patet ergo quod proponatur.

XIII.

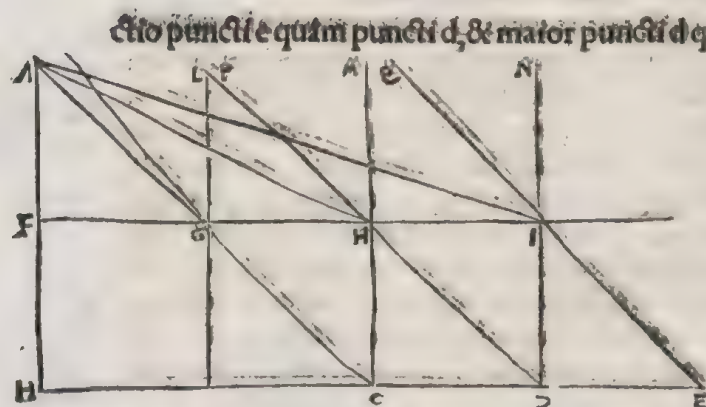
Omnis forma uisa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractione.

Quod hic proponitur, patet ideo, quia lux extenditur in corpore diaphono transitu uel locissimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius exposito, & iam patuit in his quæ dicta sunt in 47. secundi huius, quia transitus lucis in corpore diaphono super lineam decliuem super superficiem illius corporis, est compositus ex motu super lineam perpendiculararem exeunte à puncto à quo extenditur lux super superficiem illius corporis diaphoni, & ex motu super lineam ductam in superficie corporis diaphoni aut lineam æquedistantis ei, quæ est perpendicularis super hanc lineam perpendiculararem ductam à puncto corporis luminosi, forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uisæ ad ipsum punctum refractionis quæ est forma lucis existentis in puncto rei uisæ mixta cum forma coloris, semper extenditur super lineam decliuem super superficiem corporis diaphoni, hæc ergo forma extenditur ad locum suæ refractionis motu composito ex motu super perpendiculararem exeuntem à puncto ipso uiso super superficiem corporis diaphoni, & ex motu super lineam quæ est perpendicularis super hanc perpendiculararem. Est ergo motus forma quæ mouetur ad uisum aut super perpendiculararem ductam ab ipso puncto cuius ipsa est forma super superficiem corporis diaphoni, quamuis postmodum translata sit ab hac perpendiculari alio modo, aut motus eius est super perpendiculararem ductam super illam priorem perpendiculararem, & translata est post motum eius super primam perpendiculararem ductam à puncto rei formæ motæ super superficiem corporis diaphoni, sitque hæc translatio propter compositionem ex prædictis duobus motibus, forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ quæ mouetur super lineam perpendiculararem ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphoni. Deinde multiplicat se ad uisum, palam est quod proponitur per hoc, quia si punctum superficiei corporis diaphoni cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uisæ contingat abscondi à uisu, utpote propter interpositionem alicuius corporis opaci, non fiet uisio illius puncti rei uisæ, forma ergo rei uisæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractione, patet ergo propositum, quod est manifestius, postmodum instrumentaliter studebimus declarare.

XIII.

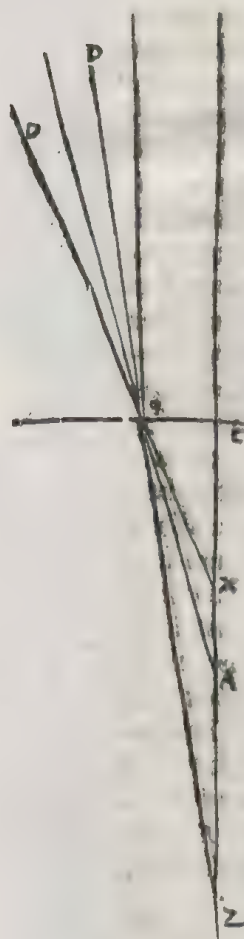
Omnium formarum punctorum rei uisæ plus distantium à linea perpendiculari, ducta à centro uisus super superficiem corporis diaphoni à qua fit refractione, maior est refractione quam punctorum minus distantium ab illa.

Esto centrum uisus a, & linea uisa per refractionem sit b c d e, sitque communis sectio superficiei refractionis & corporis, à cuius superficie fit refractione linea f g h i, sitque perpendicularis ducta à centro uisus super superficiem illius corporis linea a f, quæ incidat in punctum b, rei uisæ & sit a f b. Distetque à puncto b, & à perpendiculari a f b, plus punctum d quam punctum c, & plus punctum e quam punctum d, dico quod maior erit refractione



Etio puncti e quam puncti d, & maior puncti d quam puncti c, forma enim puncti a, cum sit in ipsa linea perpendiculari, patet per tertiā huius, quia non refrangitur, formae uero aliorum punctorum quae sunt c d e, patet quod refranguntur per 4. huius, & quoniam ut patet per 49. huius, nulla refraçtio transmutat situm partium formae refractae, sed solum auget uel minuet figuram, patet quod de necessitate diuersitas formarum punctorum rei uisae refrangitur.

diuersis punctis superficierum ipsius rei uisae, ita quod forma puncti remotioris a uisu refrangitur a puncto superficiei remotiori a centro uisus, alias enim fieret transmutatio formarum uisarum per refractionem. Sit ergo ut forma puncti c, refrangatur a puncto g, et forma puncti d a puncto h, & forma puncti e a puncto i, & educantur a puncto g, linea g l, & a puncto h, linea h m, & a puncto i, linea i n, perpendicularis super superficiem corporis diaconi per 12. undecimā, & producantur lineae incidentiae formarum ultra superficiem corporis linea c g in punctum o, & linea d h in punctum p, & linea e i in punctum q, & copulentur lineae refractae a punctis g h i, ad uisum quae sunt g a, h a, i a, quia itaq; in trigono a f z, ductae sunt lineae a g & a h, patet per 21. primi, quoniam angulus a g f est maior angulo a h f, quia ergo anguli g f & h f, sunt recti & aequales, relinquitur angulus a g l minor angulo a h m, sed angulus o g l & p h m sunt aequales, quaelibet enim linea incidentiae cum sua perpendiculari continet angulos aequales propter aequalem distantiam punctorum b c d e, ab inuicem, & a superficie diaconi a qua fit refraçtio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a, & angulus q i a maior angulo p h a. Est autem eadem dispositio medijs in quo fit refraçtio formarum punctorum c & d, a punctis g & h, patet ergo quod maior sit refraçtio a puncto h, remotiore ad uisum a, quam a puncto g, propinquiore uisui illo puncto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i, respectu puncti h, fit enim secundum praemissa angulus a i n maior angulo a h m, est ergo maior refraçtio puncti i quam puncti h, ergo est maior q̃ puncti g, patet ergo uniuersaliter quod pponeretur. In omnibus em̃ punctis & superficieribus a quibus fit refraçtio est eadem demonstratio.



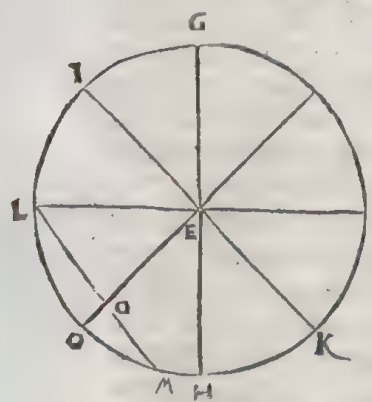
Locus imaginis refractae cuiuslibet puncti rei per refractionem uisae est in communi sectione lineae refractionis per quam peruenit forma ad uisum, & katheti incidentiae exeuntis ab illo puncto rei uisae super superficiem corporis diaconi uisum contingentis, ex quo patet quod locus imaginis formae puncti rei uisae existentis in medio secundi diaconi densioris primo approximat uisui, in ratio

reuerſo elongatur.

Verbi gratia, sit punctus rei uisae per medium secundi diaconi a, & superficies secundi diaconi sit in qua est linea b c, & sit b punctus refractionis, & centrum uisus sit d, perueniatq; forma puncti a ad uisum d, secundum lineam refractionis quae sit b d. Ducatur itaq; a puncto a, perpendicularis super superficiem b c, quae sit a e, dico quod in puncto quae est communis sectio lineae perpendicularis a e, productae d b, est locus imaginis refractae, hoc autem patet, quoniam p̃ undecimā huius, forma refracta occurrit uisui in linea d b, & p̃ 12. huius, occurrit in linea perpendiculari quae est a e, occurrit ergo in communi ipsorum sectione quae sit punctum x, hoc autem for̃ uisus instrumentaliter demonstrandum.

strandum. Accipiat columnna rotunda lignea, cuius basis diameter sit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum, & planentur superficies basium eius, & in uno basium suarum inuenito per primam tertij, centro, quod sit e, ducantur diametri quaecumq; placuerint, & sint duo, quae g h & i k, oblique se secantes, quae profundentur ferro ut appareant uisui, & impleantur profunditates ipsarum cerusa distemperata cum lacte uel cum alio albo liquore aut albo alio colore quocumq; punctum uero centri quod est e, sit nigrum. Deinde accipiat uas magnū profundū habens oras erectas, & ponatur in loco luminoso. Infundaturq; in uas aqua tanta, quod cū immissa fuerit columna in aquam erectam taliter, ut eius superficies planae perpendicularis sint super fundum uasis, tunc ipsa aqua excedit punctum e, centrum circuli basis columnae ad aliquot digitos, expecteturq; donec aqua quiescat in ipso uase, moueatur itaq; columna donec g h, diameter basis sit perpendicularis super superficiem aquae, declinetur quoq; uisus extra ora uasis, quousq; appropinquet aequidistantiae superficiei aquae in tantum, ut possit uideri punctum e, centrum circuli, & diameter g h, & inuenietur centrū circuli e, in rectitudine illius diameter, deinde intueatur uisus diametrum i k, declinem super superficiem aquae, & inuenietur incuruari & frangi apud superficiem aquae. Eritq; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtusum respectu uisus, cum tamen diameter g h, extra aquam & intra aquam remaneat, linea una recta sine refractione uel continentiae anguli, ex quo patet quod forma puncti centralis quod est e, quam uisus comprehendit, non est apud centrū circuli basis, quia tunc esset etiam in rectitudine diameter decliuis quae est i k, quia secundum ueritatem ille est eius situs. Cum ergo uisus comprehendit illud punctum extra rectitudinem diameter decliuis quae est i k, & angulus quem continent partes diameter decliuis i k, sequentur perpendicularem g h, patet quod punctus in quo uidetur forma centri e, est eleuatus a centro basis columnae, & quia uisus hoc punctū comprehendit in rectitudine diameter g h, patet quod forma centri sibi eleuata a uero loco centri secundū rectitudinē diameter perpendiculariter quae est g h, patet etiam ex diameter decliuis i k, incuruatione apud superficiem aquae & ex rectitudine & continuitatis partis suae intra aquam, quod omne punctū partis diameter i k, quod est intra aquam est eleuātū a suo loco. Deinde reuoluatur circulus basis columnae quousq; diameter i k, fiat perpendicularis super superficiem aquae, erit ergo tunc g h, diameter decliuis sup̃ superficiem aquae, & tūc uidebitur forma puncti f, in rectitudine diameter i k, & extra rectitudinē diameter g h, quoniam illa uidebit frangi & incuruari super superficiē aquae, & angulus incuruationis obtusus erit respiciens uisum & diametrum i k, perpendicularem super aquae superficiem. Idem quoq; accidet si plures sint diametri signati in superficie basis columnae, semper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine diameter perpendicularis, & diameter decliuis uidetur incuruari apud superficiem aquae, et continet angulū obtusum cū parte sui q̃ est intra aquam, quae pars intra aquam semper uidebitur continua & recta. Ex hoc itaq; patet quod forma cuiuslibet puncti a, uisi in corpore diaconitatis grossioris, quam sit aeris diaconitas, uidetur extra locū suū eleuata in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo puncto superficiei corporis diaconi, cū linea d b, continuans d, centrum uisus cum puncto refractionis b, non fuerit perpendicularis super superficiem corporis diaconi, & quia sicut instrumentaliter & per rationem ostensum est per 11. huius, omne punctum comprehenditur a uisu in ipsius uisus oppositione & rectitudine lineae per quam extenditur forma ad uisum, puncta ergo q̃ uisus comprehendit per refractionē, quia sunt in oppositione uisus secundū lineam rectam in communi sectione perpendicularis a e, & lineae d a, productae ad perpendicularem, necessario uidentur. Est ergo punctus ille in quo illae lineae duae secant se locus imaginis refractae, qd̃ si fiat refraçtio formae puncti uisi a corpore diacono subtiliori ad grossius, adhuc illud accidet quod in praemissis, quoniam adhuc locus imaginis refractae erit in communi sectione lineae refractionis per quam forma peruenit ad uisum, & lineae perpendicularis ductae a puncto rei uisae super superficiem corporis a qua fit refraçtio. Assumatur enim utrumq; superficierum planarum & aequidistantiū, cuius longitudo sit octo digitorū, latitudo

titudo & spissitudo sit æqualis qualibet quatuor digitorū. Deinde basi columnæ ligneæ prædictæ prius inscribatur linea decē digitorū per primam quartā, quæ sit l m. Eritq; medietas lineæ l m, quinq; digitorum, diuidaturq; in duo æqualia in puncto n, & à centro basis quod est f, ducatur linea f n, & pducatur illa linea ex utraq; parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaq; per 3. tertij, linea f n, perpendicularis super lineam l m, & ducatur linea f l, & compleatur diameter l q, hæ itaq; duæ diametri o p & l q, pfunden-
tur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo, & diametri l q, concauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum super basem columnæ, taliter ut altera extremitas longitudinis superponat medietati lineæ quæ est n l, & quia uitrū est in longitudine octo digitorum, & linea l n, quinq; digitorum, patet quod longitudo uitri excedit quantita-
tem lineæ l n, in tribus digitis, & distinguatur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulū, & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem super lineam l m, sitq; corpus uitri ex parte cen-
tri f, scilicet inter lineam l m, & centrū f, & sic applicetur uitrum tabulæ per glutinum, & erit itaq; perpendicularis p o, erecta super extremitates uitri quæ sunt superficies duæ æ-
quedistantes, & diameter l q, erit obliqua super illas duas superficies. Ponatur itaq; peri-
feria circuli cui supereminet extremitas uitri ex parte uisus experimentantis, & ponat
alter uisum in dicta communi circumferentiæ basis & extremitatis uitri, hoc est in pun-
cto l, quod est extremitas diametri decliuis quæ est l q, & applicetur taliter uitro, ita qd
nihil uideatur cū illo oculo nisi solus punctus l, reliquus uero uisus sit in parte in qua est ui-
trum & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex superficie uitri cum panno
linteo uel bombacæ, applicata taliter superfici ei columnæ, ut non uideatur nisi sola di-
ameter decliuis l q, & per unum uisum contingentem uitrū, diameter uero p o, perpendi-
cularis albā uideatur utroq; uisu. Sic itaq; disposito uisu & instrumento, centrū circuli f,
inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ est erecta super superficiem uitri, & in-
uenietur diameter decliuis quæ est l q, incuruata in superficie uitri, quæ est ex parte cen-
tri f, cadetq; angulus incuruationis ex parte circumferentiæ, sed uisus cōprehendit par-
tem diametri l q, quæ est sub uitro in rectitudine, & quoniam uisus tangit superficiem
uitri, & diametri perpendicularis quæ est p o, aliqua pars est sub uitro, & alia extra uisū.



puncto illo super superficiem uetri, hæc autem est sola ipsa linea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto super unamquamque superficiem unam tantum perpendicularem duci est possibile. Hæc autem linea quæ est p o, à quolibet sui puncto, pcedit perpendiculariter sup superficiem uetri. Omnis ergo refractionis suorū puncto fit super ipsam eandem, forma itaq; centri f, quando uisus tangit uetrū comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, super superficiē uetri & diametri declivis l q, pars extra uetrū existens uersus centrum f, comprehenditur non in suo loco, ideo quia punctus centri f, non comprehenditur à uisu nisi præter suum locum, & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ, tunc forma centri f uidetur sub centro basis colunæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehensū à uisu in secundo medio rarioris diafoni illo diafoni in quo est uisus, est in rectitudine perpendicularis productæ ab illo puncto super superficiem corporis diafoni quod est contingens uisum, & est remotior à superficie eiusdem diafoni quàm ipsum punctū cuius uidetur forma, & quoniam omne punctū comprehensū à uisu per 11. huius, est in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuscunque diafonis taliter situatis cōprehenditur in puncto, qui est communis sectio lineæ per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uisæ super superficiē corporis diafoni qd est contingens uisum, & patet ex præmissis correlariū, locus enim formæ puncti rei uisæ per refractionem quando fit illa refractionis in medio secundi diafoni densiore primo, tunc locus imaginis approximat ipsi uisui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cū ipsum uidetur sub aqua, cū uero fit refractionis à superficie alterius diafoni rarioris primo diafoni contingente uisum, tunc locus imaginis elongat à uisu, ut patet in experimentatione secunda de centro f, uiso sub uetro approximated uisibus, cuius forma per mediū rariū uetro quod est ær diffundit ad uetri superficiem, & per uetrū refringit ad uisum, ut enim exemplariter patet in prima figura præsentis propositionis, punctū x, ppinquius est uisui existenti in puncto d quàm punctū z, patet itaq; propositum.

XVI.

Formæ puncti rei uisæ per refractionem existentis in medio secundi dia-
foni, locus imaginis quandoq; est in ipso secundo corpore diafono, quan-
doq; in eius superficie ut in ipso puncto refractionis, quandoq; est inter ui-
sum, & illud corpus diafonum quandoq; retro uisum, quandoq; in ipsa su-
ficie uisus.

Quia enim ostensum est per præmissam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ est in communi sectione lineæ per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo puncto rei uisæ sup̄ superficiem corporis diaconi uisum contingentis, cum illæ lineæ necessario cōcurrant, aut æquedistant, si concurrunt, patet quod ubicunq; illæ lineæ se interfecauerint, siue hoc sit intra corpus diaconi in quo est punctus rei uisæ, siue fuerit extra illud corpus inter uisum & superficiem illius corporis, siue hoc fuerit in centro uisus siue retro uisum, ibi semper erit locus imaginis formæ puncti rei uisæ. Si uero illa lineæ per quam forma peruenit ad uisum fuerit æquedistans illi perpendiculari, tūc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis nisi solum ipsum punctū refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, si eut etiam accidit idem, quando lineæ refractionis & ducta perpendicularis in ipso puncto refractionis se interfecant, nec indigēt hæc alia demonstratōne nisi illa quā in 12. octauo huius, in speculis sphericis concauis posuimus, hæc enim refractionis ut patet p. 7. huius, quandoq; fit à superficie concaua corporis diaconi, quod corpus est ex parte uisus contingens conuexum corporis diaconi quod est ex parte rei uisæ, unde est omnimoda demonstratōnis similitudo faciendæ hinc & inde, patet ergo propositum, diuersantur enim illæ perpendiculares secundum diuersitatem superficierum corporum à quibus fit refractionis.

In refractione formarum à superficiebus corporum alterius diafonicitatis ad uisum, semper fit deceptio in situ.

Quoniam enim secundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uisum semper fit refraction in superficie corporis alterius diafonitatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in secundo diafono forma peruenit ad uisum, sola uero perpendicularis ducta a puncto uiso super superficiem corporis diafoni non refringitur, & omnis imaginis refractæ locus est in communi sectione lineæ secundæ per quam forma refracta extenditur ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis a puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis per decimam quartam huius, hæc autem sectio semper est extra locum uerum puncti uisi, quoniam sola linea incidentiæ concurrat cum illa perpendiculari in ipso puncto rei uisæ, a quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uisus nunquam uidet formam rei uisæ per refractionem uisi ab alio loco & situ quam sit ipsa res uisæ, erit itaque positio formæ comprehensæ a uisu alia a puncto rei uisæ, & similiter est de remotione, hæc autem sunt quedam situs, punctus enim communis sectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono densiore ad subtilius se eleuat approximando uisui, & in refractione ex diafono rariore ad densius se deprimit, remouendo se a centro uisus, ut patuit per correlarium 14. huius, patet itaque quod locus imaginis semper se uariat, & secundum hoc decipitur uisus secundum situm imaginis alium locum rei uisæ & situationem aliam accipiens secundum illud, patet ergo propositum.

XVIII.

Omnis forma rei uisæ per refractionem comprehēditur ac si res illius formæ sit in loco imaginis constituta.

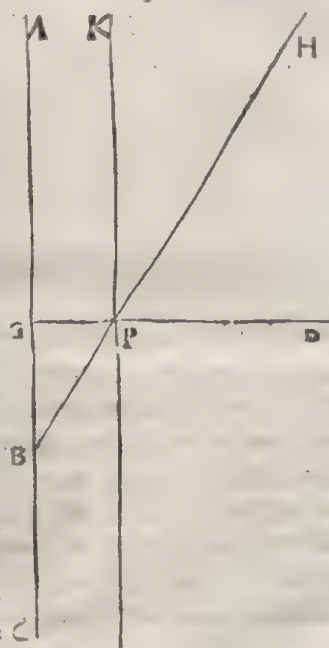
Sicut enim in 12. huius, dictum est, forma existens in puncto refractionis pervenit ad ipsum visum per motum formæ quæ mouetur super lineam perpendicularem super superficiem corporis diafoni ductam à puncto rei visæ. Deinde transfertur ad hanc perpendicularem per motum in rectitudine lineæ per quam forma pervenit ad visum, forma itaq; quæ est super lineam perpendiculariter incidentem superficiem corporis diafoni, & deinde movetur in rectitudine lineæ, p. quam forma extenditur ad visum, est forma quæ extenditur à puncto visio in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipso super superficiem corporis diafoni donec perveniat ad punctum sectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad visum, forma itaq; quam visus comprehendit refracta ultra corpus diafonum est per motum formæ, quæ pervenit ad visum à loco imaginis, comprehendit autem visus hanc formam in loco imaginis sicut alia quæ in suo loco comprehendit sine refractione per medium unius diafoni & directe, videtur itaq; res distans tantum à ventro visus, quantum punctus imaginis distat ab eodem centro visus, quoniam situs loci imaginis in respectu visus, & situs formæ quæ est in loco imaginis, unde propter refractionem forma rei visæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propositum.

XIX.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in qua fit refractione existente linea recta punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem corporis diafoni qualiscunq; à nullo puncto illius superficiei fiet refractione, & una tantum imago uisui concurrent.

Esto centrum uisus a , & punctus rei uisæ b , sitq; g , aliquod punctum superficiæ corporis in quo sit refraction, quod sit grossioris uel rarioris diafonitatis quàm corpus quod est contingens uisum, ducaturq; à puncto a , centro uisus linea ag , quæ sit perpendicularis

ris super superficiem corporis secundi diafoni per undecimam undecimi, sitq; punctus rei uisæ qui est b, in linea g c, palam ergo per tertiam huius, quoniam uisus a, comprehendet formam puncti b, recte sine omni refractione, quia forma puncti b, in rectitudine extenditur per lineam b g, ad superficiem corporis diafoni quod est contingens uisum in puncto a, & quia linea l g est perpendicularis super superficiem corporis diafoni contingentis uisum, comprehendet ergo uisus a punctum b, in suo loco secundum rectitudinem lineæ a g b, non est itaq; possibile ut punctum b, extra lineam b g a, refringatur ad uisum a. Si autē detur hoc esse possibile, sit superficiē illius diafoni in qua est punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui sit p, extra lineam a g b, & refringatur forma puncti b ad a centrum uisus a puncto p, imaginemur itaq; superficiem refractionis in qua sit linea perpendicularis quæ a g b, transire per punctum p, & sit communis sectio huius superficiē, & superficiē corporis diafoni in qua sit refractione linea recta quæ est g p d, per tertiam undecimi, & a puncto p, extrahatur perpendicularis super lineam g d, per undecimā primā, quæ sit k p l, & sit linea k p l, producta secans ipsum corpus diafonum, in cuius superficie sit refractione formæ puncti b ad uisum a. Est ergo linea k l p, perpendicularis super superficiem illius corporis diafoni, ducatur itaq; linea b p, & producatul ultra corpus diafonum usq; ad punctum h. Erit ergo angulus k p h, contentus a linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte a puncto refractionis quod est p, super superficiem corporis diafoni, quia itaq; corpus diafoni quod est ex parte uisus a, est subtilius illo quod est ex parte ipsius b, puncti rei uisæ, tunc enim forma puncti b, peruenit ad p, punctum refractionis, palam per quartam huius, quia refringetur ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq; ad punctum a, quod est centrum uisus, sed datum est ipsum refrangi a puncto p ad punctum a, accidit igitur impossibile contra hypotesim, & quocūq; alio puncto dato idem accidit impossibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uisum a, ex aliquo puncto superficiē illius corporis diafoni dato extra lineam a g b, sed solum forma illa puncti b, secundum rectitudinem peruenit ad uisum a, quod si corpus diafonum contingens superficiem uisus sit densius diafono illo corpore quod est continens punctum rei uisæ, tunc idem linea p h refringetur ad partem perpendicularem p k, propter densitatem diafoni secundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq; cum linea a b æquedistante ipsi p k, per sextā undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, sunt erectæ super superficiem corporis diafoni in qua est linea g p d, quaecūq; ergo fuerit diafonum secundum, scilicet rarius uel densius primo diafono, semper puncto rei uisæ sic disposito a nullo puncto illius superficiē diafoni fiet refractione ad uisum, sed uidebitur res in ipsa linea perpendiculari ducta a centro uisus ad punctum rei uisæ secante superficiem corporis secundi diafoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius puncti non comprehenditur nisi ex uno tantum puncto superficiē illius corporis diafoni, habet ergo tantū unicam imaginem non refractam, quod est propositum.

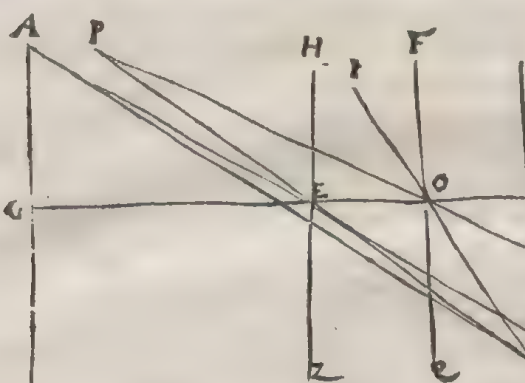


XX'.

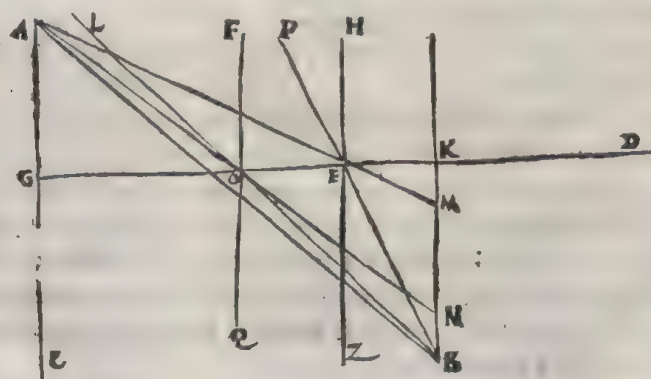
Communi sectione superficiei refractionis, & superficiei corporis dia-
fani in qua fit refractione existente linea recta, punctoq; uiso existente extra
uu 2 perpendi-

perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni
densioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refraction,
& uidebitur unica imago.

Remaneat dispositio quæ est in proxima præcedente, & sit punctus b, extra lineam perpendiculararem ductam à centro uisus a, super superficiem secundi diafoni quæ est a g c, educatur quoq; superficies plana per lineam a g c, & per punctum b, hæc itaq; erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni per decimam octauâ un decimi, & secabit superficiem corporis diafoni secundum lineam rectam per tertiam un decimi, quæ sit g d, non ergo refrangetur per secundam huius, forma puncti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficiei in qua est linea g d, non enim transit per duo puncta a & b, superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni, nisi so-



pendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta est perpendiculariter in superficie erecta super illas ambas superficies, producatu itaq; linea be, in continuum & directum, & sit linea be p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas ch & e a, per quartam huius, nam corpus diafonu quod est ex parte a, centri uisus, est subtilius corpore diafono quod est ex parte b, ergo per eandem quartam huius forma puncti b, quae extenditur per lineam be, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refringatur ad partem contrariam puncti perpendicularis quae est z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaq; a puncto uiso b, linea perpendicularis super lineam g d, per duodecimam primi, quae sit b k, erit ergo linea b k, perpendi-

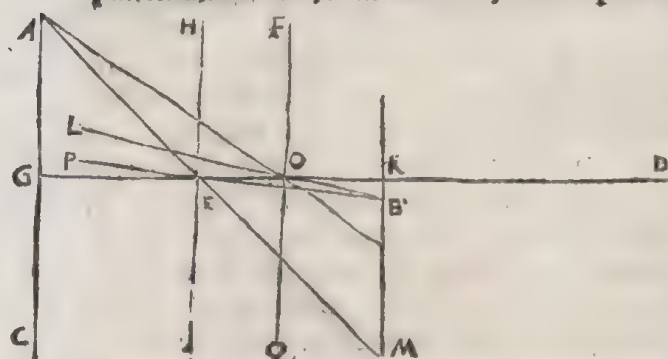


Et o m, palam itaq; per decimam quartam huius, quoniam punctus m, est locus imaginis
formae puncti b, & angulus p e a, est angulus refractionis. Dico itaq; quod punctus b,
non habebit aliam imaginem præter quam illam quæ est in puncto m, nec forma eius
refrangeretur ad uisum in punctum a, ab alio puncto superficie corporis diaphoni, q̃
a puncto e, nec enim potest forma puncti b comprehendi a uisu nisi secundum perpen-
dicularē

diculare p b k, per 12. huius, Si itaq; punctus b, aliam habuerit imaginē q̄ in puncto m, erit ille punctus in linea b k, & inter duo pūcta b & k, per 14. huius, quia corpus quod est ex parte b pūcti uisū est grossioris diaphonitatis illo corpore qd' est ex parte uisus a. Sit itaq; si possibile est illa alia imago formæ puncti b, in puncto lineæ b k, d' sit n, erit itaq; punctus n, aut inter duo puncta m k, aut inter duo puncta m b, ducaſ quoq; lineā a n ā centro uisus ad punctū n, hæc itaq; secabit lineam g d, p 1. undecimi, sunt em puncta a b k, in eadē superficie cū lineā g d, ut patet ex pmissis. Secet ergo lineā a n, lineam g d, in puncto o, ducaturq; lineā b o, quæ pducta ultra punctū o, signet ad punctū b, erit itaq; punctū o, punctū refractionis formæ puncti b, ad uisum in punctū a, quia b o l est lineā p quā extendit formā, & est angulus l o a, angulus refractionis, ducaſ itaq; ā puncto o li neā ppendicularis sup lineam g d, p 1. primi, quæ sit lineā f o q, erit itaq; lineā f o q, ppendicularis sup superficiē corporis diaphoni p 27. primi, & p 8. undecimi, & erit angulus l o f, æqualis angulo o b n, contento ā perpendiculari f q, & ā lineā b o, p quā extenditur forma ad locum refractionis p 29. primi, qm̄ ut patet p 6. undecimi, lineæ b k & f o q sunt æquedistantes, si itaq; punctus n, fuerit inter duo puncta m & k, tunc pūctus o, erit inter duo puncta e & k, secans lineam e k, p 32. primi huius, erit itaq; angulus e b k, maior angulo o b k, p 29. primi huius, q̄a omne totū est maius sua parte, & quia angulus p e h, est æqualis angulo e b k, p 29. primi, & angulus l e f, æqualis angulo o b k, p eandem 29. primi, qm̄ lineæ h 3 & f q, & b k, sunt inter se æquedistantes, erit ergo angulus p e h, maior angulo l o f, & angulus p e a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est p e h, & angulus l o a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est l o f, angulus ergo p e a, est maior angulo l o a, p 8. huius, ostensum est em̄ in corollario quod pcedit tabulas ibi positas, cuius ueritas patet ex pcedenti experimentatione, qm̄ anguli refractionū in medio secundi diaphoni grossioris quibus differunt anguli incidentiæ ab angulis refractionis contentis sub lineā perpendiculari ducta ā puncto refractionis sup superficiem diaphoni, & ā lineis refractionis ad uisum in maioribus angulis incidentiæ sunt maiores, & in minoribus sunt minores, ergo angulus a e h est minor angulo a o f, qd' est impossibile, qm̄ em̄ per 21. primi, angulus a e g, est maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g sunt æquales p 29. primi, & quia sunt recti, patet ergo angulus a o f, est maior angulo a e h, cū ergo sequatur impossibile ex datis, patet quod punctum n, non cadit inter puncta m & k. Similiter quoq; sequit ex illis datis, ut angulus e b, sit maior angulo a o b quod est impossibile, & contra 21. primi, pducta lineā a b, quæ ambobus illis angulis subtendit, & ā cuius punctis terminalibus illæ lineæ pducuntur, Si em̄ angulus p e a, sit maior angulo l o a, ergo per 13. primi, angulus a e b, est maior angulo a o b. Est enim uterq; illoꝝ super angulū suæ refractionis residuū duos punctoꝝ, quod si punctus n, qui datus est esse locus secundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b, lineā b k, tunc punctus e, erit inter duo puncta o & k, p 32. primi huius, quod potest ostendi ut prius, & erit angulus e b k, minor angulo o b k, erit ergo ut prius, angulus p e h, minor angulo l o s, & erit angulus p e a, qui est angulus refractionis minor angulo l o a qui est etiā angulus refractionis, angulus ergo a e b, est maior angulo a o b, quod est impossibile ut prius per 21. primi, ducta lineā a b, Impossibile est ergo quod punctus n, sit locus imaginis formæ puncti b, ergo neq; aliqd aliud punctum lineæ b k, præter punctum m, punctus itaq; b, existens in pposito situ non habebit aliū locū, in irraginis respectu uisus a, nisi solum punctum m, nec refrangitur ab alio puncto superficiē corporis diaphoni ad uisum a, nisi ā solo puncto e, quod est propositum.

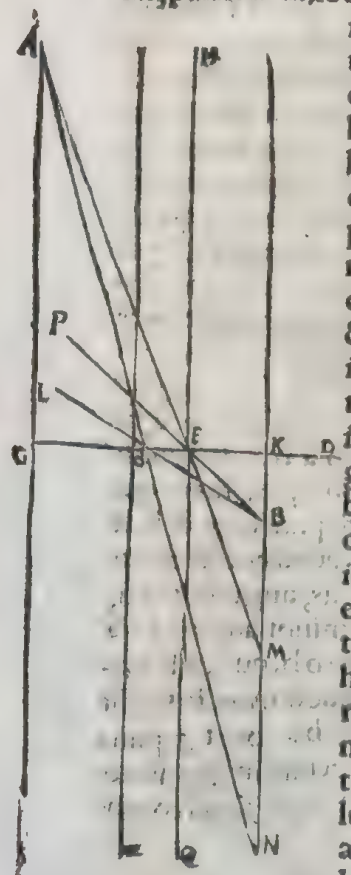
Communi sectione superficiei refractionis & superficie corporis diafani, in quo fit refractione existente linea recta, puncto q̄ uis existente extra perpendicularē ductā à centro uisus per superficiem, corporis diafani rarioris corpore diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractione, & unica uidebitur imago.

Remaneat omnis dispositio ut in præcedentibus, nisi quod corpus diaphonū in cuius superficie est linea g d, & perpendicularis g c, quod est ex parte uisus a, sit grossioris diaphonitatis illo corpore, quod est ex parte b, puncti rei uisæ, & illud quod est ex parte puncti b, sit rarius, & sit linea b k, ducta à puncto rei, per 11. undecimi, perpendicularis



super superficiē corporis diaphoni, sit atq; refractio formæ puncti b, ad uisum a, ex puncto superficiē illius corporis quod sit e, & ducantur lineæ b e & e a, p-trahaturq; linea l e, usq; ad punctū p, ultra superficiē corporis in qua est linea g s, & à puncto refractionis quod est e, ducatur linea h e, perpendiculariter super lineam g k, cadet ergo linea a e, media inter duas lineas e p & e b, nā

prima linea per quam extendit forma ad locum refractionis est linea b e p, sit autē refractionis ad partem perpendicularis e h, per 4. huius, nam corpus quod est ex parte uisus a, est grossioris diaphonitatis corpore qd est ad partem rei uisæ b, ut patet ex hypothesi, p-trahatur itaq; linea a e, ultra punctum e quousq; concurrat cum linea b k, concurrat autē cum illa per 2. primi huius, secet em eius æquedistantē lineā h e 3. Secet ergo lineam k b in puncto m. Est itaq; per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti b, & p-fundabitur sub puncto b, ultra sitū rei, cuius ipsum habet formā, nam corpus quod est ex parte b, est subtilius illo corpore quod est ex parte uisus a, dico itaq; quod forma puncti b, non refrangitur ad uisum a, nisi à solo puncto e, & quod non habet imaginem nisi in solo puncto m, si em hoc sit possibile ut plures habeat imagines q; illa quæ est in puncto m, sit ut habeat imaginē in puncto alio quod sit n, erit itaq; punctus n, in linea perpendiculari b k, per 12. huius, & infra punctū b, p 14. huius, ppter corpore diaphonorum mediore ppositam diuersitatem, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut sub puncto m, sit primo inter duo puncta b & m, ducaturq; linea a n, quæ secabit lineā e k, per 32. primi huius, qd ipsa p-ducta à puncto lateris m e, secat latus k m, trigoni e k m, remotius à puncto a, quod est latus k m, & etiā ideo, quia puncta a & b, sunt in eadem superficie, & linea e d, est iacens inter illa puncta. Secet ergo ipsum in puncto o, est itaq; o punctus refractionis, & ducatur linea b o, quæ transeat usq; ad punctū l, & ex puncto o, extrahatur linea f o q, perpendiculariter super lineā g o d, per 11. primi, linea itaq; b o, est illa linea per quā linea puncti b, extendit ad punctū refractionis qd est o, linea quoq; o a, erit inter duas lineas o l & o f, qm in tali dispositione mediore diaphonore semper sit refractionis ad perpendicularē per 4. huius. Si itaq; punctus n, fuerit inter duo puncta m & b, erit p 32. primi huius, puncto o, inter duo puncta e & k, ergo ut in pmissa p 29. primi huius, angulus o b k, erit minor angulo e b k, qm pars est minor suo toto, sed per 29. primi, angulus l o f, est æqualis angulo o b k, & angulus p e h, est æqualis angulo e b k, ideo qd lineæ h e & f o, & k b sunt æquidistantes, est ergo angulus l o f, minor angulo p e h, angulus itaq; l o a, qui est locus refractionis p corollarium 8. huius, est minor angulo p e a, qui est etiam angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f super angulū refractionis qui est l o a, est maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e h, super angulū refractionis qui est p e a, per eandē 8. huius, sed angulus a o f, est æqualis angulo



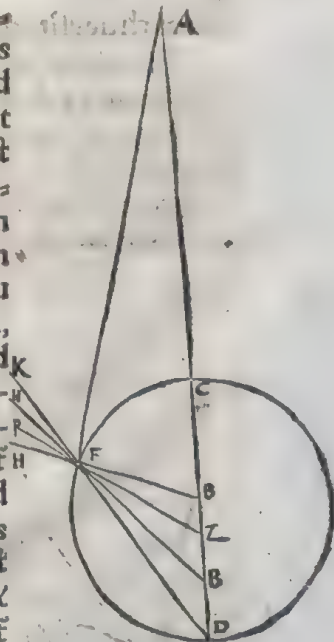
lo p e a, qui est etiam angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f super angulū refractionis qui est l o a, est maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e h, super angulū refractionis qui est p e a, per eandē 8. huius, sed angulus a o f, est æqualis angulo

gulo a n k, p 29. primi, & angulus a e h, est æqualis angulo a m k, p eandē 29. primi, angulus itaq; a n k, est minor angulo a m k, quod est impossibile, & contra 16. primi. Si autē punctus n, fuerit infra punctum m, tunc ut prius in p-xima huius, deductione facta punctus e, cadet intra punctū o & k, & erit angulus o b k, maior angulo e b k, per 29. primi huius, & quia totū est maius parte, angulus ergo l o f, erit maior angulo p e h, p 29. primi, ergo angulus l o a, est maior angulo p e a, & angulus a o f, est maior angulo a e h, p 8. huius, ut prius, ergo angulus a n k, per 29. primi, est maior angulo a m k, quod est impossibile, & contra 16. primi, non est ergo imago formæ puncti b, in puncto n, nec in alio quo alio puncto lineæ m k b, præter qd in puncto m, qm idem impossibile accedit in omnibus datis punctis, ab unico ergo puncto in hac dispositione fiet refractionis, & unica uisui occurrat imago, patet ergo propositum.

XXII.

Communi sectione superficiē refractionis & superficiē corporis diafoni in quo sit refractionis existente circulo, punctoq; uiso existente in perpendiculari ducta à centro uisus super conuexam superficiē corporis diafoni, formæ rei uisæ à nullo puncto fiet refractionis, & una tantum uidebitur imago.

Sit centrum uisus punctū a, sitq; b punctus rei uisæ ultra corpus diaphonum grossius illo corpore diafono, quod est circa uisum, & sit superficies illius corporis diafoni qd est ex parte b, superficies conuexa illa quæ est ex parte uisus a, sitq; cōmunis sectio superficiē refractionis & superficiē illius corporis diafoni per 69. primi huius, circulus c d e, cuius centrum sit punctus 3, & ducatur linea a c 3 d, qui necessario erit perpendicularis super superficiē corporis diafoni per 72. primi huius, qm transit per punctū 3, centrum eius, sitq; b punctus rei uisæ in perpendiculari lineā q est a d, tūc itaq; uisus a, cōprehendet formā puncti b, sine aliq; refractione, nā forma q extendit secundū lineā d a, extendit recte in corpore diafono quod est ex pte uisus a, per 3. huius, ideo qd linea d a est perpendicularis super superficiē corporis diafoni quod est ex parte uisus a, comprehendit itaq; uisus a, forma puncti b, in suo loco & recte, sed & in hac dispositione forma puncti b, nunq; refringit ad a uisum. Aut em punctus rei uisæ qui est b, erit in cētro corporis diafoni quod est 3, aut extra illud, si fuerit in centro 3, tunc nulla linea per quā extenditur forma puncti b, ad circūferentiā circuli c d e, refrangit ad uisum a, qm omnes illæ sunt semidiametri perpendiculares super superficiē conuexam corporis diafoni, & quia sola linea 3 a, exit à centro circuli c d e ad uisum, patet quod forma puncti b, nō refrangit ad uisum a, cum punctus b, fuerit in centro 3, quod si punctus b, fuerit in linea c d e, extra centrum 3, aut igitur erit in linea d 3, aut in linea 3 c, si sit in linea 3 c, adhuc nulla sui fiet refractionis ad uisum a, Quod si fuerit possibile, esto quod refrangatur ex puncto e, & ducatur linea b e, & p-trahatur extra circulum ad punctū h, & p-trahatur linea 3 e, extra circulum ad punctū p, erit itaq; linea 3 p, perpendicularis super superficiē corporis diafoni, quod est ex parte uisus a, Cum itaq; corpus diafonum quod est circa uisum fuerit rarius corpore diafono quod est circa rem uisam, & circa punctum b, patet per 4. huius, qd forma puncti b, qm extendit per lineam b e, refrangitur in puncto e, ad partē contrariā illi parti in qua est perpendicularis 3 p, nō ergo refrangitur tunc forma puncti b, ad uisum a, qd si punctum b, sit in linea d 3, adhuc nō refrangitur forma puncti b, ad uisum a. Si em hoc sit possibile sicut refrangatur ex puncto e, & producat linea b e ad punctū k, & p-trahatur linea 3 e ad punctū p, sitq; ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto e, p lineam e a, palam itaq; qm angulus r e a, est angulus refractionis, & angulus k e p, est contentus à linea b e r, p quā extenditur forma puncti b, & à perpendiculari exeunte ab e, puncto refractionis super superficiē corporis diafoni à qua sit refractionis, ergo per corollarium 8. huius angulus incidentiæ

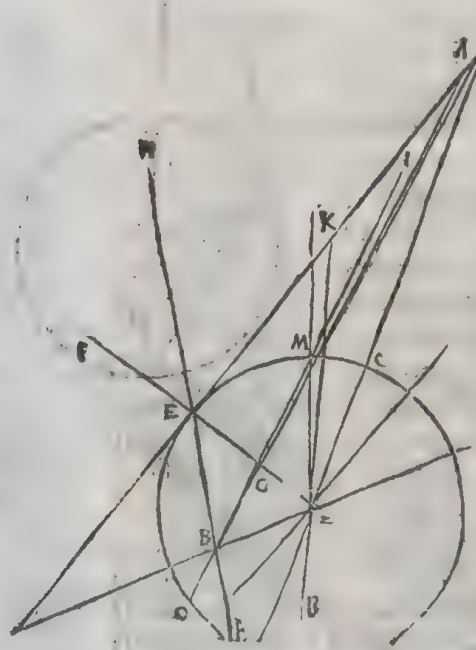


incidentiæ qui est $r e a$, est minor angulo refracto qui est $r e p$, & linea $b e 3$, aut est minor q̃ linea $3 e$, aut æqualis ei, quia punctus b , aut est inter duo puncta d & 3 , aut in p̃nto d . Est itaq; per 19. & p 5. primi, anguluse $b 3$, aut maior angulo $b e 3$, aut æqualis ei, sed angulus $a e r$, per 16. primi, maior est angulo $e b 3$, ergo & angulus $b e 3$, & angulus $r e p$, per 15. primi, est æqualis angulo $b e 3$. Erit ergo angulus $a e r$, maior angulo $r e p$, quod est contra præostensa & impossibile, forma ergo puncti b , nō refrangitur ad uisum a , ex puncto e , sed nec ex alio puncto circuli $c d e$, nec ex alia circūferentia alicuius circuloꝝ in superficie corporis diafoni, in quo est punctū b existentū, ut patet per 1. huius, palam ergo qm̃ existente puncto b , in linea $g d$, nō cōprehenditur forma eius à uisu a , per refractionē ex aliquo puncto superficie corporis densioris, & nō cōprehenditur nisi solum unū punctū, qm̃ linea perpendicularis super superficiē corporis diafoni densioris nō secat illius corporis superficiem nisi in uno tm̃ puncto, unica ergo tm̃ uidetur imago. Similiter quoq; demonstrandū si corpus diafonū qd̃ est circa centrū uisus punctum a , fuerit densius corpore diafono, quod est circa p̃ntū rei uisæ, quod est b , tunc em̃ semper fiat refractionē ad perpendicularē ductā à dato puncto refractionis, & nunq̃ fiet ad centrū uisus punctū a , siue punctū rei uisæ fuerit in linea $e 3$, uel in linea $3 b$, & sequūt̃ maiora impossibilia q̃ prius, & si fuerit in centro 3 , patet quod non refrangitur, sed uidetur directe forma eius, & unica est eius imago, patet itaq; ppositū secundum oēs eius modos.

XXIII.

Communi sectione superficie refractionis & superficie corporis diafani in quo fit refractionē existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendicularē ductā à centro uisus super superficiem conuexam corporis diafoni grossioris corpore diafono uisum contingente ab uno tantum puncto fiet refractionē, & unica uidebitur imago, loco tamen imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto dispositio quæ in proxima pmissa, nisi quod punctus rei uisæ qui est b , sit extra lineam $a c d$, tm̃ intra circulū $c d e$, & quia forma puncti b , non refrangit̃ ad uisum a , nisi in circūferentiā circuli $c d e$, quæ est in superficie refractionis, ut patet p 1. huius, & ex hypothesi, sitq; illa refractionē à concavitate corporis diafoni, qd̃ est ex parte uisus contingens conuexū corporis diafoni ex parte rei uisæ, sit ut refrangit̃ ad uisum a , ex puncto e , circuli $c d e$, dico quod non potest ex alio puncto superficie corporis illius refrangit̃ ad uisum. Sit em̃ si possibile est ut refrangit̃ ex p̃nto



alio circuli $c d e$, q̃ ex puncto e , qui sit punctus m , & ducatur linea $b e a e b m a m 3 e 3 m$, sit quoq; ut linea $3 e$ & $b m$, cum sint in superficie circuli $c d e$, secant se in puncto quod sit g , & producat̃ linea $b e$, extra circulū usq; ad p̃ntū h , & linea $b m$ usq; ad p̃ntū n , & linea $3 e$ usq; ad p̃ntū n , & linea $3 e$ usq; ad p̃ntū p , & linea $3 m$ usq; ad p̃ntū l , erit itaq; angulus $h e p$, per 15. primi, æqualis angulo incidentiæ, qm̃ uterq; illorū est contentus sub linea $e b$, per quā extendit̃ forma, & sub perpendiculari $e p$, ex eunte à loco refractionis quæ est e , super superficiem corporis à quo fit refractionē, eritq; angulus $h e a$, angulus refractionis, & erit angulus $l m n$, æqualis angulo incidentiæ contentus sub linea $n m$, per quā extenditur forma, & sub ppendiculi $l m$, exeunte à loco refractionis quæ est $3 m$, & angulus $n m a$, est angulus refractionis: erit itaq; angulus $h e p$, aut æqualis angulo $n m l$, aut maior aut minor, si sit æqualis tunc per 8. huius, erit angulus $h e a$, refractionis æqualis angulo $n m a$, qui est similiter angulus refractionis, & qm̃ uterq; ipsoꝝ cū suo cōpari ualeat duos re-

ctos

ctos per 13. primi, erit tunc angulus $a m b$, æqualis angulo $a e b$, quod pducta linea $a b$, patet esse impossibile, & contra 21. primi. Si aut̃ angulus $h e p$, sit minor angulo $l m n$, erit angulus $h e a$, minor angulo $n m a$, p 8. huius, erit ergo per 13. primi, angulus $a m b$, minor angulo $a e b$, quod iterum est contra 21. primi, & impossibile. Si uero angulus $h e p$, sit maior angulo $l m n$, extrahat̃ linea $e b$, in partē puncti b , ad p̃ntū circūferentiæ qui sit f , & extrahatur linea $m b$, ultra p̃ntū b , ad p̃ntū circūferentiæ qui sit o , angulus itaq; $e b m$, erit p 54. primi huius, æqualis angulo qui est apud circūferentiā cadens in arcum æqualem duobus arcibus $e m$ & $f o$, & cū angulus $h e p$, ex hypothesi, sit maior angulo $n m l$, erit angulus $3 e b$, p 15. primi, maior angulo $n m l$, ergo & angulus $b m 3$, per eundem 15. cū ergo angulus $3 e b$, sit maior angulo $b m 3$, erit excessus anguli $m 3 e$, sup̃ angulū $e b m$, æqualis excessui anguli $3 e b$, super angulū $b m 3$, per 21. primi cum em̃ in trigonis $e b g$ & $m g 3$, anguli intersectionis ad p̃ntū g , sint æquales, ut p 15. primi, & quibet reliquorū duorū cū suo tertio ualeant duos rectos, patet q̃ duo anguli reliqui unius trigoni sunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni, in quanto ergo angulus $3 e b$, est maior angulo $b m 3$, in tanto angulus $m 3 e$, est maior angulo $e b m$, arcus uero respiciens angulū $m e 3$, cum fuerit apud circūferentiā, erit duplus ad arcum $m e$, per 19. tertij, & per ultimam sexti. Si ergo angulus $m 3 e$, fuerit maior angulo $m b e$, tunc arcus $m e$ duplicatus erit maior duobus arcibus $m e$ & $f o$, & erit excessus arcus $a x$, duplicati super duos arcus $m e$ & $f o$, æqualis excessui arcus $m e$, super arcum $f o$, qm̃ arcus $m e$, utriq; est cōmunis, quo ablato remanet idem excessus, & si uarietur p portio Geometrica, nō tamen uariatur p portio Arithmetica, excessus ergo anguli $m 3 e$, super angulū $e b m$, est ille qui respicit apud circūferentiā excessus arcus $m e$, sup̃ arcum $f o$, sed excessus arcus $m e$, super arcum $f o$, est minor duobus arcibus $m e$ & $f o$, qm̃ est pars arcus $m e$, ergo excessus anguli $a m e$, super angulū $m b e$, est minor angulo $m b e$, per ultimam sexti, & ut patet ex pmissis, excessus itaq; anguli $3 e b$, super angulū $m b e$, est minor angulo $m b e$, ergo ut supra patet p 15. primi, excessus anguli $h e p$, sup̃ angulū $n m l$, est minor angulo $m b e$, ergo excessus anguli refractionis $h e a$, sup̃ angulū $m b e$, refractionis, quæ est $n m a$, est multo minor angulo $m b e$, per 8. huius, sed excessus anguli $h e a$, super angulū $n m a$, est excessus anguli $a m b$, sup̃ angulū $a e b$, per 13. primi, excessus itaq; anguli $a m b$, super angulū $a e b$, est minor angulo $m b e$, excessus uero anguli $a m b$, sup̃ angulū $a e b$, & duo anguli $m a e$ & $m b e$, quod patet p 33. primi huius, pducta linea $a b$, duo itaq; anguli $m a e$ & $m b e$, sunt minores angulo $m b e$, totum sua parte, quod est impossibile, forma itaq; puncti b , non refrangitur ad uisum a , ex alio puncto circuli $c d e$, q̃ ex puncto e , unica ergo habebit imaginem, & hoc est ppositum primū. Sed & locus imaginis diuersat̃ secundū diuersitatem loci in quo est punctum uisum quod est b , pducatur em̃ linea $b 3$, ultra puncta b & 3 , ad utramq; partē trans circuli $c d e$, quæ aut̃ concurret cum linea $e a$, aut erit æquedistans ei. Si concurret, tunc concursus aut erit ad partem diametri ad quā est b , p̃p̃inior periferiæ ut in puncto k , aut concurrent in puncto aliquo alio ad partem uisus, ut in puncto r , si itaq; concursus fuerit in puncto k , tunc per 14. huius, erit imago ante uisum, & erit forma manifeste comprehensa à uisu, qm̃ est in ppendiculi $3 k$, pducta à cetro corporis diafoni sup̃ superficiē corporis diafoni, qd̃ si concursus fuerit in puncto r , erit imago p̃nti r , & tunc forma cōprehenditur à uisu in eius oppositione, sed non manifeste, quia comprehenditur à uisu extra suū locum, scilicet extra superficiem corporis diafoni inter uisum & illam superficiē. Si uero linea $b 3$, fuerit æq̃distans lineæ $e a$, tūc erit linea $b 3$, media inter duas lineas $l b 3$ & $b 3 r$, per 14. primi huius, & tunc imago uidetur indeterminata, & forma comprehendit̃ in loco refractionis, ut patet per 15. libri huius, & hoc est propositū. Ex his itaq; patet, quod re cuius forma comprehenditur à uisu existente ultra corpus diafonū grossius corpore diafono quod est ex parte uisus, non sit refractionē nisi ab uno tantum superficie illius corporis puncto, & res illa non habet nisi imaginem unicam, neq; comprehenditur nisi unum tantum. Hæc enim refractionē est à concavitate totius diafoni, quod est ex parte uisus, cōtingentis conuexum corporis diafoni, quod est ex parte rei uisæ, pa-

xx

tet

et etiam, quod secundum diversitatem situationis puncti a, qui est centrum visus, sit di-
versitas locorum imaginum formæ puncti b, non transmutari secundum situm, qm ea-
dem est huius cū præmissō modo alio declaratio, nisi quod tunc puncta refractionum di-
versificantur.

XXIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractionis existeret circulo, punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni rarioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractionis, & unica refractione uidebitur imago, loco tantum imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Est omnis dispositio, ut in præcedente, nisi quod punctum b , nunc ponimus esse centrum visus, & punctum a , punctum rei visæ, refringatur itaque forma puncti a , ad visum b , à puncto e , & erit linea refractionis a & b , forma itaque extensa per lineam a & e , refringitur per lineam e & b , sicut in præcedenti, propositione, forma extensa per lineam b & e , refringitur per lineam a . Si itaque forma puncti a , refringatur ad visum b , ex alio puncto circuli c & d , & ex puncto e , tunc utique forma puncti b , refringatur ad visum a , ex eodem puncto, ut ostensum est in 9. huius, sed iam in præcedenti declaratum est hoc esse impossibile, forma enim extensa per lineam b & e , & refracta per lineam e & a , per præcedentem, proximam, non potest refrangi ad visum existentem in puncto a , ab alio puncto circuli c & d , neque ex alio puncto superficiæ corporis diaphani, quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refringatur forma puncti a , ad visum existentem in puncto b , ex alio puncto circuli c & d , nisi ex puncto e , & unica tantum videbitur imago, de diversitate quoque locorum imaginum est idem sicut in præmissa declarandum, patet ergo propositum.

XXV.

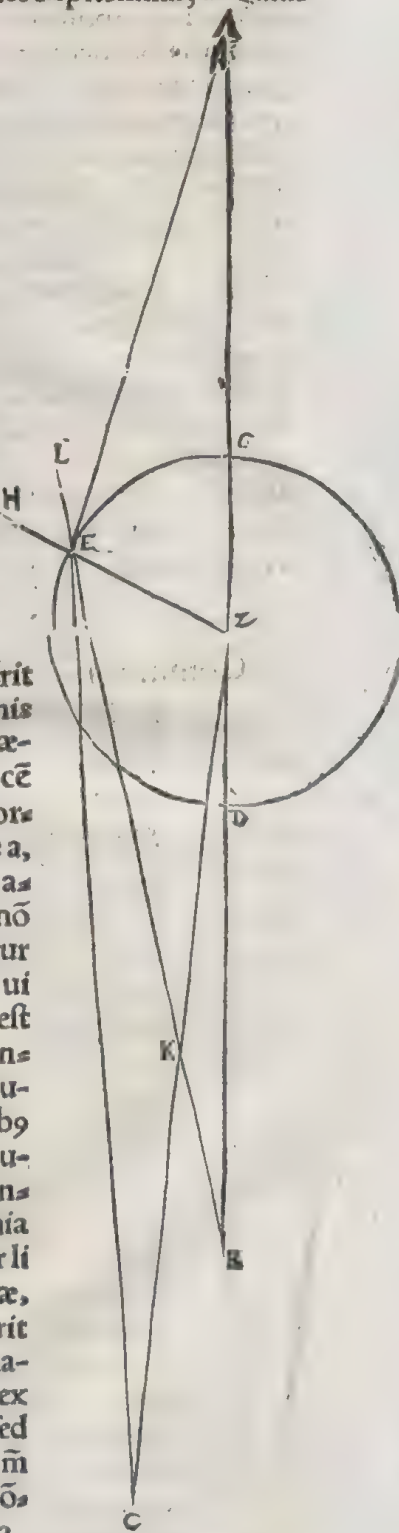
Cum superficies sphaerica conuexa corporis diafoni densioris aere fuerit opposita uisui existenti extra circulum communis sectionis superficiei refractionis & corporis sphaerici diafoni densioris, possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis ipsius punctus directe & diuersa puncta eiusdem lineae uideantur refracte, totaq; forma illius lineae refrangatur à portione superficiei corporis illius terminata circulo non magno, & locus imaginis suae sit in centro uisus.

Esto cōmunis sectio superficiē refractionis & corporis sphaerici conuexi densioris diafoni q̄ est aer, circulus g e d, cuius centrū sit 3, ducaturq; semidiameter 3 e, sup cuius terminum e, fiat per 23. primi, angulus 3 e k, aequalis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonū in aere uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari data à puncto e, super superficiē illius corporis in qua fit refraction, fiatq; angulus k e c, p eandem 23. primi, aequalis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter corpora diafona quacūq; data, ut inter aquā & aerem, uel econuerso, hoc aut est possibile, qm̄ omnes isti anguli per 8. huius, sunt noti, & à puncto 3, centro corporis grossioris ducatur linea æquedistans lineæ e t, per 3. 1. primi, quæ pducta ex utraq; ad circumferentiā sit g 3 d, & linea e 3, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad h punctum, cum itaq; ut patet ex præmissis, proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k e c, sit maxima pportio, qm̄ angulus incidentiæ quē continet linea per quā extendit forma puncti rei uisæ ad superficiē corporis à qua refrangit, cū linea ppendiculari à puncto refractionis sup superficiē illius corporis educta possit habere ad angulum refractionis quē exigit ille angulus incidentiæ quo ad sensum, anguli em̄ refractionis, qui sunt inter duo corpora diuersæ diafonitatis à luce transeunte per illa corpora diuersantur, quorum diuersitas quo ad sensum, habet finem, quem si angulus excesserit, tunc sensus non comprehendet

comprehendit quantitatem refractionis, comprehendent enim directe centrum lucis transiens per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quam extenditur, & hoc plenius exprimi potest per instrumentum quo superius usi sumus, & quoniam ut patet ex præmissis, angulus $e\ d$, est maior angulo $k\ e\ t$, ponat ergo angulus $d\ z\ t$, æqualis angulo $k\ e\ t$, per 27. primi huius, quia itaque lineæ $e\ k$, concurrunt cum lineâ $e\ t$, patet per 2. primi huius, quia concurrunt cum lineâ $a\ d$, eius æquedistante. Sit ut concurrat in puncto b . Similiter quoque lineæ $z\ t$, concurrunt cum lineâ $e\ t$, sit ut concurrat in puncto t , & quia lineæ $e\ b$ & $z\ e$, sunt inter duas lineas æquedistantes, & in eadem superficie, patet quod ipsæ se interfecant, sit punctus sectionis k , eritque per 32. primi, angulus $z\ k\ e$, æqualis duobus angulis $k\ z\ b$ & $k\ b\ z$, sed angulus $k\ b\ z$, est per 29. primi, æqualis angulo $k\ e\ t$, angulus ergo $z\ k\ e$, est æqualis duplo anguli $k\ e\ t$, ergo per 7. quinti, erit proportio anguli $z\ k\ e$, ad angulum $z\ k\ e$, maxima proportio, quæ est possibilis inueniri inter angulum incidentiæ quæ continet lineam per quam extenditur forma & perpendicularis inter angulum refractionis quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e , per 31. primi, ducatur lineæ æquedistans lineæ $t\ z$, quæ per 2. primi huius, concurrat cum lineâ $z\ g$, uersus punctum g , sit itaque punctus concursus a , & extrahatur lineæ $b\ e$, extra circulum $g\ d$, usque ad punctum b , erit ergo angulus $l\ e\ a$, æqualis angulo $z\ k\ e$, per 29. primi, & angulus $l\ e\ h$, æqualis est angulo $z\ k\ e$, per 15. primi. Erit ergo ut patet ex præmissis, angulus $l\ e\ a$, angulus ille refractionis quem exigit angulus $l\ e\ h$, quoniam per 15. primi, angulus $l\ e\ h$, est æqualis angulo $z\ k\ e$, qui acceptus est talis, ut pponitur. Si itaque centrum uisus fuerit in puncto aliquo scilicet puncto aeris, & corpus diafonum densius aere, cuius conuexum est ex parte uisus a , fuerit continuatum usque ad punctum b , & non fuerit distinctum a pud circulum $g\ d$, ex parte b , ita ut diuersitas alterius diafoni non impediat naturam refractionis, tunc forma puncti b , extenditur per lineam $b\ e$, & refrangitur per lineam $e\ a$, & comprehenditur à uisu in puncto a , per lineam $e\ a$, & quoniam angulus refractionis qui est $a\ e\ h$, potest diuidi pluribus portionibus earum quæ possunt esse inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continet ductæ perpendicularares cum lineis per quas incidunt formæ corporibus diafonis à quæ superficie refranguntur. In lineâ itaque $d\ b$, erunt plura puncta quorum formæ extenduntur ad arcum $g\ e$, & refranguntur ab illo ad uisum a , & forma totius lineæ $d\ b$, in qua sunt omnia illa puncta, refranguntur ad uisum a , ex arcu $g\ e$. Si itaque figatur linea $a\ g\ b$, & reuoluatur trigonum $a\ e\ b$, in circuitu lineæ $a\ b$ fixæ, & pars superficiei corporis diafoni quæ est ex parte rei uisæ fuerit spherica, tunc punctum e , quod est punctum refractionis signabit motu suo in superficie corporis spherica conuexa circulum ex parte uisus a , à quo tota refrangetur forma puncti b , ad uisum a , sed locus imaginis in tota periferia circuli refractionis erit unus, quoniam ut patet per 14. huius, locus imaginis est centrum uisus, in quo concurrunt lineæ extensionis formæ quæ est $e\ a$, & perpendicularis $b\ z\ a$. Similiter quoque formæ omnium punctorum lineæ $d\ b$, excepto puncto d , refranguntur ab aliquo puncto arcus $e\ g$, secundum quod præmissum est, & locus imaginis omnium illorum punctorum semper erit in centro uisus, & sic tota imago illius rei uisæ est una, con-

XX 2

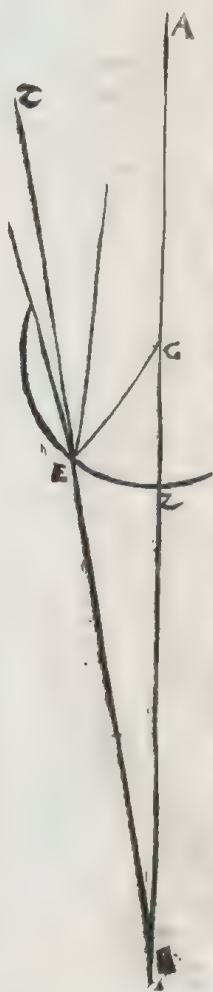
```
preben
```



prehenditur itaq; forma huius rei uisae ab ipso uisu formae circularis apud circulum refractionis, & unicus eius punctus superior, tunc punctum d, uidetur in rectitudine perpendicularis transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diafono, & res uisa fuerit in alio diafono densiori, & superficies corporis diafoni densioris quae est ex parte uisus fuerit sphaerica conuexa, fueritq; uisus extra circulum, cuius conuexum est ex parte uisus, fueritq; ille circulus remotior a uisu q; punctum remotius formae, cuius sit refractionis, ut est in proposito punctum b, distans fuerit a duobus punctis sectionis factae inter perpendiculares & circumferentiam, & cum corpus diafonum densius, quod est a parte rei uisae fuerit totum continuum usq; ad locum in quo est res uisa, nec fuerit in aliquo puncto mediū intercisum, tunc uisus comprehendet formam illius rei uisae & uere & refracte, & locus imaginis illius rei erit in centro uisus, uidebitur aut in superficie uisus, quod est propositum. Si uero sic accadat, ut perpendicularis ducta a re uisa super superficiem corporis a qua sit refractionis, aequidistet alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uisum, & alicui non, possibile erit ut forma rei uideatur partim in superficie corporis a quo sit refractionis, & partim in superficie uisus, & hoc erit ut monstruosum, huiusmodi quoq; infinita accidunt secundum diuersitatem linearum perpendicularis respectu linearum extensionis ipsius formae, eodē quoq; modo demonstrandum est, si punctus rei uisae fuerit in diafono rariori, & centrū uisus in diafono densiori, disposita figura secundum dispositionem illorum angulorum, quae tali pertinent refractionem.

XXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo sit refractionis existente circulo punctoq; rei uisae existēte in perpendiculari ducta a centro uisus super concauā superficiem corporis diafoni oppositam uisui forma rei uisae recte occurrerit uisui, & a nullo puncto fiet refractionis, una quoq; tantum uidebitur imago.



Sit a centrum uisus, & sit b punctus rei uisae ultra corpus diafonum, quod sit exempli causa, grossius illo in quo est centrum uisus a, sitq; corpus grossius superficies quae est ex parte uisus sphaerica concava, cuius sit centrum g, dico quod punctus a & b, existentibus in una linea perpendiculari super superficiem illius corporis concavi, tunc b punctus rei uisae unam solam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uisus a, ducatur enim linea a g, & extrahatur recte usq; ad punctum 3. Erit ergo per 72. primi huius linea a 3, perpendicularis super superficiem concavam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a 3, uisus itaq; a, comprehendet formam puncti b, in rectitudine linearum a b, quoniam linea a b, est perpendicularis super concavam superficiem illius corporis, quod est diafonum grossius, neq; ab aliquo puncto ipsam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium si detur esse possibile. Esto ut forma puncti b, refrangatur ad a, uisum a puncto corporis e & ducantur lineae b e & g e, eritq; linea g e, perpendicularis super superficiem corporis a qua sit refractionis, & extrahatur linea b e, usq; ad punctum t, angulus itaq; t e g, est angulus incidentiae contentus a linea per quam extenditur forma, & a linea perpendiculari exeunte a loco refractionis super superficiem corporis a qua sit refractionis, & quia corpus quod est ex parte uisus a, subtilius est illo qd' est ex parte rei uisae in qua est punctus b, palā p 4. huius, qm erit refractionis ad pte contraria illi pti in q est perpendicularis q e g, & linea e t, nō cōcurrat cum

cum linea b a aliquo modo, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uisum a, non ergo comprehendet uisus ipsam refracte sed solum recte, nō ergo habebit apud uisum a, punctum b, nisi unam solam formā & unam imaginem. Si uero corpus in quo est res uisa fuerit rarius corpore in quo est centrum uisus, adhuc eadem est demonstratio, nec enim ad huc peruenit refractionis ad centrum uisus, patet ergo propositum.

XXVII.

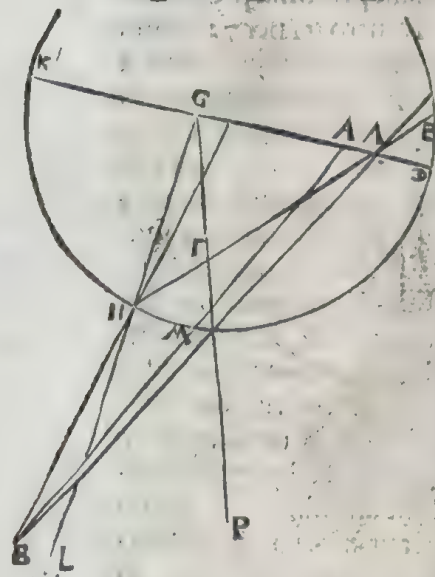
Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo sit refractionis existente circulo punctoq; uisio iacente extra perpendicularem ductam a centro uisus super superficiem concavam oppositam uisui grossioris corporis diafoni cōtingente uisum ab uno tantum puncto fiet refractionis, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi.

Esto dispositio quae in praecedenti, & sit punctus b, extra lineam a z, & quoniam ut patet per secundam huius, omnis superficies refractionis perpendicularis est super superficiem corporis a quo sit refractionis, sit per 69. primi huius, communis sectio superficiei refractionis, & superficiei concavae corporis diafoni a quo sit refractionis circulus h d k, cuius centrum sit g, & sit punctus refractionis formae puncti b ad uisum a, punctum h, dico quod non fiet refractionis formae puncti b ad uisum a, ex alio puncto circuli h d k, quam ex puncto h. Si enim hoc sit possibile, sit idem aliud punctum refractionis m, & ducantur lineae a h, b h, g h, a m, b m, g m, secetq; linea h a, lineam m g in puncto f, & protrahatur linea b h, intra corpus diafonum reliquum ad punctum c, & linea b m ad punctum n, & linea g h ad punctum l, & linea g m ad punctum p, secet linea a g, protrahatur ultra punctum g, circumferentiam circuli in puncto k, aut igitur centrum uisus a, erit in linea k d, quae est diameter circuli, aut extra illam ultra punctum k. Si uisus a fuerit in linea k d, tunc aut erit in centro g, aut in altera duarum linearum g k uel g d, si ergo fuerit a centrū uisus in centro g, tunc forma puncti b, non refrangetur ad uisum a, per praemissam proximā propositionem, lineae enim continuantes corpus diafonum sphaericum cum centro g, per 72. primi huius, sunt perpendiculares super superficiem corporis quod est ex parte uisus, non fiat autem aliqua reflexio formarum incidentium secundum lineas perpendiculares ut ibi ostensum est, forma itaq; puncti b, non refrangitur ad uisum a, in centro corporis diafoni existente. Quod si uisus a, fuerit in linea g d, tunc linea h c, erit inter duas lineas h a & h g, & similiter linea n m, erit inter duas lineas m a & m g, quoniam per 4. huius, & ex hypothese refractionis sit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularem quae sunt h g & m g, corpus enim diafonum quod est ex parte uisus a, est subtilius illo corpore diafoni quod est ex parte rei uisae. Si autem linea h c, fuerit inter duas lineas h a & h g, & a centrū uisus fuerit in linea g d, tunc angulus b h a, erit ex parte puncti d, scilicet respiciens punctum d, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti d, & erit punctum b, ultra lineam g h l, uersus punctum k, quod patet per 15. primi. Si enim linea h c, cadit inter lineas h a & h g, tunc oportet quod linea h b, cadat inter lineas h l & g k, & erit angulus c h g, angulus incidentiae contentus a linea per quam extenditur forma, & a perpendiculari g h, & similiter erit angulus n m g, angulus incidentiae, & erit angulus c h a, angulus refractionis, & similiter angulus n m a, angulus uero n m g, aut erit aequalis angulo c h g, aut maior aut minor, si aequalis, ergo & angulus n m a erit aequalis angulo c h a, p 8. huius, & angulus b m a erit aequalis angulo b h a, per 13. primi, hoc autem impossibile & contra 33. primi huius, & 21. primi, ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g sit maior angulo c h g, erit quoq; per 8. huius, angulus n m a maior angulo c h a, & sic angulus b m a erit minor angulo b h a, quod est iterum impossibile ut prius, quod si angulus n m g sit minor angulo c h g, tunc angulus n m a, per octauam huius, erit minor angulo c h a, & sic totus angulus refractus qui est a m g, erit minor toto angulo refracto qui est a b g, & erit diminutio anguli refractionis qui est n m a, ab angulo refractionis qui est c b a, minor quam diminutio anguli a m g, ab angulo a h g, qui ambo sunt anguli refracti.

xx 3

li refra

Il refracti, in maiori enim quantitate, & si quandoque in eadem pportione excedit angulus refractus maior minorem, quam illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet per octauam huius, & ex tabulis. Si diminutio anguli $a m g$, ab angulo $a h g$ est æqualis diminutioni anguli $h g m$, ab angulo $h a m$, ideo quia duo anguli compositi, qui sunt ad punctum f , punctum scilicet sectionis linearum $k a$ & $m g$ sunt æquales, per 15. primi, & reliqui duo anguli trigonorum $f h g$ & $a f m$, cuiuslibet cum suo tertio ualent duos rectos, per 3. primi. Diminutio itaque anguli refractionis, qui $n m a$ ab angulo refractionis $a h c$ est minor, quam diminutio anguli $h g m$, ab angulo $h a m$. Educatur itaque duæ lineæ $h a$ & $m a$, ad circumferentiam circuli, & incidat linea $a h$ puncto e , & linea $m a$ puncto o , erit ergo angulus $h a m$, ille angulus quem respiciunt in circumferentia circuli $h d k$, duo arcus $h m$ & $o e$, per 54. primi huius, & angulum $h g m$, respicit in circumferentia arcus $h m$, duplicatus per 19. tertij, & quoniam angulus $h g m$ est minor angulo $h a m$, ideo quia ut patet ex præmissis, angulus $a h g$ est maior angulo $a m g$, patet per ultimam sexti, quia arcus duplicatus $h m$ est minor duobus arcibus $h m$ & $o e$, & erit diminutio arcus duplicati $h m$, à duobus arcibus $h m$ & $o e$, diminutio arcus $h m$ ab arcu $o e$, quoniam arcus $h m$, utrobique est communis, ergo diminutio anguli $n m a$ ab angulo $h a c$, erit minor angulo quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus $h m$ ab arcu $o e$, sed angulus quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus $h m$ ab arcu $o e$, est minor angulo $h a m$, ut patet ex præmissis, ergo diminutio anguli $n m a$ ab angulo $h a c$, erit minor angulo $h a m$, ergo per 13. primi, excessus anguli $b m a$ super angulum $b h a$, est minor angulo $h a m$, sed excessus anguli $b m a$ super angulum $b h a$, per 33. primi huius, sunt duo anguli $h a m$ & $h b m$, ergo illi duo anguli sunt minores angulo $h a m$, totum sua parte, quod est impossibile. Quod si centrum uisus a , fuerit in linea $g k$, tunc sicut prius ostensum est, linea $h c$, erit inter duas lineas $h g$ & $h a$, & linea $m n$, erit inter duas lineas $m g$ & $m a$, erit ergo angulus $b h a$ ex parte puncti k , & similiter angulus $b m a$, erit ex parte puncti k , & erit punctum rei uisæ quod est b , infra lineam $g m p$, ex parte d , & item ut prius anguli $c h g$ & $n m g$, sunt anguli incidentiæ contenti à lineis per quas extenditur forma



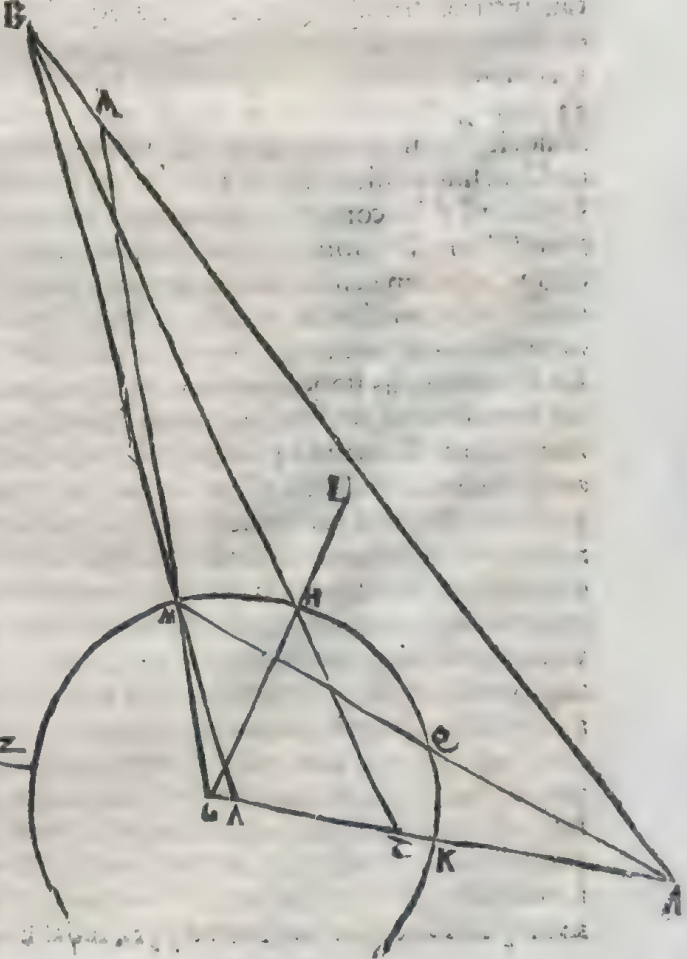
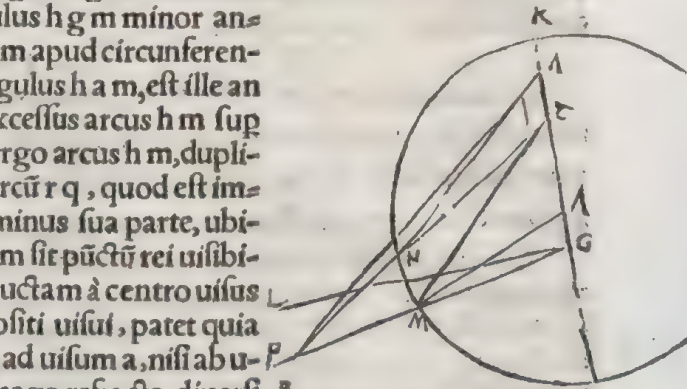
& à perpendicularibus exeuntibus à punctis refractionis, & anguli $c h a$ & $c a h$ & $n a m$, sunt anguli refractionis. Si itaque angulus $c h g$ fuerit æqualis angulo $n m g$, tunc erit ut prius per octauam huius, angulus $c h a$ æqualis angulo $n m a$, & sic item per 13. primi, angulus $b h a$ erit æqualis angulo $b m a$, quod est impossibile & contra 2. primi, ducta linea $b a$, ut supra. Si uero angulus $c h g$, est maior angulo $n m g$, tunc per 8. huius, angulus $c h a$ erit maior angulo $n m a$, & sic iterum, angulus $b h a$ erit minor angulo $b m a$, quod est impossibile, ut supra. quod si angulus $c h g$ fuerit minor angulo $n m g$, tunc angulus $c h a$ est maior angulo $n m a$, & sic totus angulus $g h a$, erit minor totali angulo $g m a$, eritque tunc modo præostenso angulus $h g m$ minor angulo $h a m$, ergo diminutio anguli $h g m$ ab angulo $h a m$, erit minor quam angulus $g m a$, & diminutio anguli $c h a$ ab angulo $n m a$, est minor quam diminutio anguli $g h a$, ab angulo $g m a$, est ergo minor quam diminutio anguli $h g m$, ab angulo $h a m$, ergo diminutio anguli $c h a$, ab angulo $n m a$ est minor quam angulus $g m a$, sed diminutio anguli $c h a$ ab angulo $n m a$, est excessus anguli $b h a$ super angulum $b m a$, excessus uero anguli $b h a$ super angulum $b m a$, sunt duo anguli $h a m$ & $h b m$, per 33. primi huius, ergo isti duo anguli simul sumpti sunt minores angulo $h a m$, totum sua parte quod est possibile. Si uero centrum uisus a , fuerit extra diametrum $k d$, hoc erit ad partem k , quæ respicit partem concavam superficiem sphaeræ diafonæ, quoniam ad partem z , est convexitas sphaeræ corporis diafonæ, à cuius superficie fit refractionis. Si itaque tunc corpus diafonum in quo est centrum uisus a , fuerit continuum ad uisum a , ducantur duæ lineæ $a h$ & $a m$, & quoniam illæ lineæ non sunt contingentes circuli

circulum $d m k$, palam per 57. primi huius, quoniam circulum secabunt, secetque ipsum linea $a h$ in puncto q , & linea $a m$ in puncto r , & producantur alie lineæ ut prius, Si itaque angulus $c h g$ fuerit æqualis angulo $n m g$, tunc angulus $b h a$ est æqualis angulo $b m a$, quod est impossibile ut prius, & si angulus $c h g$ fuerit maior angulo $n m g$, & angulus $c h a$ erit maior angulo $n m a$, erit ergo per 13. primi, angulus $b h a$ minor angulo $b m a$, quod item est impossibile ut supra. Si uero angulus $c h g$ fuerit minor angulo $n m g$, erit angulus $c h a$ minor angulo $n m a$, & totus angulus $g h a$ minor totum angulo $d m a$, ergo ut prius, erit angulus $h g m$ minor angulo $h a m$, sed angulus $h g m$ est ille quem apud circumferentiam respicit arcus $h m$ duplicatus, & angulus $h a m$, est ille angulus quem respicit in circumferentia excessus arcus $h m$ super arcum $r q$, ut patet per 55. primi huius, ergo arcus $h m$, duplicatus est minor excessu arcus $h m$ super arcum $r q$, quod est impossibile, quoniam sic sequitur totum esse minus sua parte, ubique ergo secundum hypothese præmissam sit punctum rei uisibilis quod est b , extra perpendicularem ductam à centro uisus a , super superficiem corporis diafonæ suppositi uisui, patet quia imago formæ puncti b , non refrangitur ad uisum a , nisi ab uno tantum puncto, & erit una tantum imago refracta, diuersificabitur quoque locus imaginis semper secundum diuersitatem concursus perpendicularis ductæ à puncto b , rei uisæ super superficiem corporis diafonæ à quo fit refractionis, cum linea per quam extenditur forma ad centrum uisus a , eritque locus imaginis quandoque retro uisum, quandoque ante uisum, quandoque in centro uisus, & si illas lineas contingat fieri æquedistantes ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, scilicet in superficie corporis à qua fit refractionis, ut hæc omnia declarata sunt per 15. huius, patet ergo propositum.

XXVIII.

Communi sectione superficiem refractionis & superficiem corporis diafonæ in quo fit refractionis existente circulo punctoque rei uisæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super concavam superficiem oppositam uisui corporis rarioris diafono continente uisum ab uno tantum puncto fiet refractionis, & unica refracta uidebitur imago.

Remaneat omnis dispositio proxima præcedentis, nisi quod punctum b , sit centrum uisus, & a sit punctum rei uisæ, refrangatur itaque forma puncti a , à puncto superficiem corporis diafonæ quod est h , & erit linea refracta $q a h b$, forma itaque extensa per lineam $a h$, refrangatur per lineam $h b$, sicut in præcedenti figuratio- ne forma extensa per lineam $b h$, refrangitur per lineam $h a$. Si itaque forma puncti a , refrangitur ad uisum b , ex alio puncto circuli



circuli h d k, quàm ex puncto h, tunc utiq; forma puncti b, refrangetur ad uisum existentem in puncto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in precedenti declaratione est, hoc esse impossibile, forma enim extensa per lineam b h, & refracta per lineam h a, non potest refrangi ad uisum in punctum b, ab alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h, neq; ex aliquo alio puncto superficiei corporis diafoni, quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uisum existentem in puncto b, ex alio puncto circuli h d k, nisi ex puncto h, & unica tantum uidebitur imago, & hoc est propositum.

XXXIX.

Concava superficiei corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus directe, & diuersa puncta eiusdem lineae uideantur refracte, totaq; forma illius lineae refringatur à portione superficiei illius corporis & locus imaginis suae sit in cetro uisus.

Esto per modum 23. huius, communis sectio superficiei refractionis, & corporis sphaerici concavi densioris aere, ut uitri uel cristalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius centrum sit punctum z, ducaturq; semidiameter z e, super cuius terminum punctum e, fiat per 23. primi, angulus z e k, aequalis maximo angulo incidentiae quem continet linea extensionis formae puncti rei existentis sub illo diafano ad uisum existentem extra illud diafonum in aere uel in alio diafano rariore, cum linea perpendiculari ducta à puncto e, super superficiem illius corporis in qua sit refraction, fiatq; angulus k e c, per eandem 23. primi, aequalis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter illa corpora diafona quaecumq; data, ut exempli causa inter uitrum concavum & aerem, hoc autem est possibile, quoniam isti anguli per octauam huius, sunt noti, & à puncto z, centri corporis concavi uitri uel cristallini, ducatur linea aequedistans lineae e c, per 31. primi, quae producta ex utraque parte ad circumferentiam sit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad punctum h, & sit completa totalifiguratione & demonstratione 23. huius, patet quod concava superficiei corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus uideatur directe, & diuersa puncta eiusdem lineae uideantur refracte, totaq; forma illius lineae refringitur ab una portione superficiei illius corporis concavi uitri uel cristallini terminata ad circulum non magnum illius sphaerae, & quoniam punctus d, uideatur secundum perpendicularem a d sine refractione, omnium uero aliorum punctorum lineae d b, formae refrangentur, perpendiculares quoque omnium illorum punctorum sunt in linea b a, concurrentes cum lineis per quas ueniunt formae ad uisum in ipso centro uisus puncto a, patet itaque propositum per 14. huius. Ex praemissis itaque octo theorematibus patent passiones occurrentes uisui propter medium secundi diafoni, in quo res est uisa, cuius figura est sphaerica, siue sit conuexa, siue concava, & quandoque corpore secundi diafoni existente figurae columnaris uel pyramidalis communis sectio superficiei refractionis est linea recta, tunc omnino uniformis passio accedit uisui per illa, & sicut accedit per corpora alia diafona planarum superficierum, quarum communis sectio & superficiei refractionis est linea recta, est eodem modo demonstrandum. Quando uero illa communis sectio est circulus, tunc accidunt ea in corporibus diafoni columnaribus quae accidunt in corporibus sphaericis concavis uel conuexis, praeter haec quod à circumferentia unius circuli superficiei corporis secundi diafoni non potest in talibus corporibus fieri refraction ad uisum, sicut ostendimus in 23. huius, à corporibus sphaericis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafoni concavis uel conuexis non potest communis sectio superficiei refractionis & superficiei unius corporis esse circulus, sicut ostensum est in superficibus reflexionum, per 27. & 29. huius, & quoniam etiam omnes superficies refractionum erectae sunt super superficies corporum, à quibus sit refraction, ut patet per secundam huius, unde istae passiones non pertinent ad illa, quod si communis sectio superficiei corporis diafoni, & superficiei refractionis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafoni fuerit sectio oxigonia, ab uno tantum

tantum puncto fiet refraction, sicut nunc ostendimus in circulis uel conuexis uel concavis, & imago formae rei uisae quandoque uidebitur intra corpus diafonum, quandoque inter uisum & corpus diafonum, quandoque in superficie corporis diafoni, quandoque in superficie ipsius uisus, sicut accedit lineam perpendicularem ductam à puncto rei uisae super superficiem corporis diafoni concurrere uel aequedistare lineae extensionis ipsius formae quam forma peruenit ad uisum, unde non duximus talibus amplius immorandum.

XXX.

Superficiebus corporum diafonorum oppositorum uisui diuersarum figurarum uel ipsis corporibus diuersae diafonitatis existentibus, loca imaginum formarum trans illa corpora uisarum diuersant, & occurrunt uisui formae monstruosae & imagines numeratae.

Ex praemissis enim patet, quod in corporibus diafoni quae sunt unius figurae & substantiae, una tantum occurrit uisui imago omnium corporum quorum formae trans illa corpora diafona se multiplicant ad uisum. Si uero corpus diafonum per quod sit uisus fuerit superficiei compositae ex diuersis figuris, ut forte ex plana & sphaerica, & ex sphaerica & columnari, tunc cum superficies opposita uisui fuerit diuersa ex diuersis figuris composita, & natura perpendicularium & linearum extensionis formarum secundum diuersitatem figurarum ipsarum diuersificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum formarum uisarum diuersantur, & fortasse diuersa erunt puncta refractionum formarum eiusdem puncti rei uisae ad eundem uisum, & diuersae lineae extensionis formarum, & diuersae perpendiculares, propter quod plures uidebuntur imagines eiusdem rei uisae refractae à superficiebus talium corporum, unde si quis aspexerit aliquid uisibile existens ultra corpus diafonum, cuius superficies opposita uisui sit figura composita ex superficie sphaerae magnae & paruae, ut saepe accedit in cristallis uel alijs lapidibus diafoni & uitris, patet quod centrum illarum sphaerarum sunt diuersa per 81. primi huius, illae enim sphaerae se interfecant. Erunt ergo perpendiculares illae ductae ab uno puncto rei uisae super superficiem illius corporis magnam habentes diuersitatem, & si figura superficiei illorum corporum fuerit composita ex superficie sphaerica & columnari, patet quod maior est diuersitas punctorum refractionis & perpendicularium ductarum, difformabitur ergo dispositio imaginum trans haec corpora diafona, & forte illa forma uidebitur monstruosa propter confluum diuersarum imaginum ad constitutionem unius formae, cum puncta refractionum fuerint ad inuicem propinqua, & intersectiones perpendicularium & linearum extensionis formarum fuerint ad inuicem propinqua. Si uero puncta refractionum uel praedictarum sectionum fuerint ad inuicem sensibilibiter distantia, tunc uidentur plures imagines eiusdem rei uisae, quoniam illarum refraction non est una neque unitur, sed remanet diuersa, forma enim rei uisae extenditur ab ipsa re ad superficies sphaericas uel columnares uel alterius figurae ipsius corporis diafoni, & refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita sit comprehensio formarum eiusdem rei ex diuersis refractionibus, unde imagines diuersae fuerint numeratae numero punctorum refractionis. Idem quoque accedit si corpus diafonum uniforme in superficie fuerit diuersae diafonitatis, scilicet in una sui parte densius, & in alia parte rarius, tunc secundum unam sui partem sit refraction ad partem perpendicularis, & in alia sui parte ad partem contrariam, & sic iterum aut formae sunt monstruosae, aut forte aliter diuersae & numero differentes, patet ergo propositum.

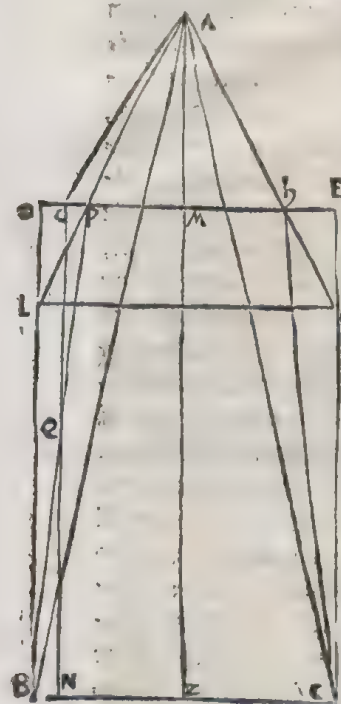
XXXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis à quo sit refraction existente linea recta, uisui quoque existente in perpendiculari exeat à medio puncto lineae uisae super planam superficiem corporis diafoni à qua forma illius lineae refrangitur ad uisum, si linea uisa aequedistans fuerit superficiei corporis diafoni cuiuscumque siue densioris siue rarioris primo, imago refracta rei uisae comprehenditur maior re uisa.

yy

Esto

Esto punctus a centrum uisus, & sit linea uisa in medio secundi diafoni, quæ b c, cuius medius punctus sit z, sitq; communis sectio superficie i refractionis & planæ superficiei corporis diafoni linea d e, ducaturq; à puncto z, quod est medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis super lineam d e, per 12. primi, qui sit z m, quæ producatul ultra punctum m, & erit itaq; linea z m, perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam, in qua est linea d e, quoniam superficies refractionis in qua producitur linea z m, & in qua est linea c d, erecta super illam superficiem corporis diafoni per secundâ huius, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, existente itaq; centro uisus a, in lineâ z m, dico quod lineâ b c, uidetur maior quàm sit secundum ueritatem, nec enim transit per centrû uisus quod est a, & per aliquod punctû lineæ b c, præter punctum z, superficies quæ sit erecta sup superficiẽ corporis diafoni, nisi sola supficies refractionis in qua sunt lineæ a z & b c, non enim transit per a, superficies erecta super superficiẽ corporis diafoni, nisi illa quæ transit per lineam a z, quæ est linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nec exit à puncto a, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi lineâ a z, per 27. primi huius, non ergo transit per punctû a, aliqua superficies perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa, quæ transit per lineam a z & nō transit aliqua superficies per aliquod punctû lineæ b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, ni



si solum superficies in qua sunt duae linea^a z & b c, nō transiret ergo per uisum a, & per aliquod punctū linea^b b c, præter punctū z, superficies aliqua perpendicularis super superficiem corporis diaconi, nisi solum illa in qua sunt linea^a a z & b c, non ergo refringitur forma alicuius punctorū quæ sunt in linea b c, nisi ex aliquo puncto linea^d d e. Ducantur itaq; per 11. primi, ex prædictis pñctis b & c duæ perpendiculares super linea^m m e, quæ ut patet ex præmissis necessario cadunt in illam, & sint linea^b b d & c e, & quoniam linea^b b c & d e, sunt æq̃ distantes ex hypothesi, & linea^b b d & c e, sunt æq̃ distantes per 28. primi, patet quia quælibet illarum linearū q̃ sunt b d & c e æquedistant linea^a a z, per eandem 28. primi, & patet qd non refrangetur forma puncti b ad uisum a, ex puncto d, per 3. huius, neq; forma puncti b à puncto e, quoniam linea^c c e & d b, sunt perpendiculares super superficiem corporis diaconi, nulla autem p perpendicularis refrangitur in aliquo corpore medio, sit itaq; ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto p, & forma pñcti c, ex puncto h, & ducantur linea^b b p, p a, c h, h a, & protrahatur linea a p ultra pñctum p, ad perpendicularem b d, & quoniam linea p a concurrat cum linea z a, patet per secundam primi huius, quoniam ipsa concurreret cum eius æquedistante scilicet linea b d, sit ergo concursus in puncto l, & eadem ratione concurrat linea a h, cum linea e c in puncto k, eritq; per decimam quartam huius, hoc punctū l imago formæ puncti b, & punctum k imago formæ puncti c, quia uero linea a z, est perpendicularis super linea^b b c, erit per quartam primi, linea c a æqualis linea^b b a, æqualiter ergo distant pñcta b & c, à pñcto a, pñcta itaq; refractionis quæ sunt p & h, æqualiter distabunt à pñcto a, quoniam medium per quod fit illorum punctorum formarum diffusio est uniforme, & linea e d æquedistat linea^b b c, linea itaq; a p est æqualis linea^a a h, ergo per quintam primi, angulus a p h est æqualis angulo a h p, ergo per decimam quintam primi, erit angulus d p l æqualis angulo e h k, sed duo anguli p d l & h e k sunt recti, ergo angulus p l d, per 32. primi, est æqualis angulo h k e, ergo per 4. sexti, latera istorum trigonorum sunt proportionalia, quæ æquos angulos respiciūt, sed linea p d est æqualis linea^e e h, quia linea p m est æqualis linea^e h m, per 4. sexti, trigonorum enim a m p & a m h, anguli a d m sunt recti, & anguli a h p & a p h sunt æquales, & latus a m, cōmune æquale sibiipſi. Est ergo linea p m æqualis linea^e m h, hoc etiā patet p 31. primi huius, ysocheles em̄ est trigonus h a p, & perpendicularis, est linea a m, trigona ergo partialia, sunt æquiangula. Est ergo linea

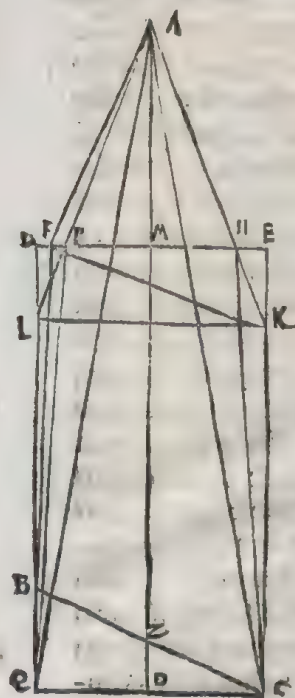
linea e h aequalis lineae p d, patet ergo qm linea d l est aequalis lineae e k, ducā itaq; linea l k, erit ergo p 33. primi, linea k l aequalis & æquidistans lineae l c, angulus itaq; p a l est maior angulo b a c, p 34. primi huius, & linea k l est diameter imaginis lineae b c, nam o-
mne punctū lineae b c refrangitur ad uisum a, ab aliquo puncto lineae p h, sicut em forma
puncti b refrangit̃ a puncto p, et punctū z, ppendiculariter lineæ refractione transiens pun-
ctum m, peruenit ad uisum a, sic punctū quod est inter b & z, refrangit̃ ab aliquo puncto
lineae p m, qd̃ est inter puncta p & m, & sicut forma puncti c refrangit̃ ad uisum a, a puncto
lineae e m qd̃ est h, sic omne punctū lineae c z, refrangit̃ ab aliquo puncto lineae h m, & omne
punctum lineae b z ab aliquo puncto lineae p m, ut si super lineam b z sit punctum n.
Si itaq; dicatur quod forma puncti n, refrangatur ab aliquo puncto lineae m d, extra li-
nea m p ex parte d, ut a puncto g, ducatur linea n g, palam itaq; quoniam linea n g secā-
bit lineam b p, & sit punctus sectionis q, forma itaq; puncti q, perueniat ad uisum a, ex
duobus punctis refractionis. f. p & g, quod est cōtra 18. huius, & impossibile, forma itaq;
puncti n, nō refrangitur ad uisum a, ex aliquo puncto lineae p m quod est inter puncta p &
m, idem quoq; est de omni puncto lineae z c, quod est inter puncta z & c, nullū enim illo-
rum refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto lineae h m quod est inter puncta h & m,
& quia in linea l k, omnes perpēdiculares ductæ a punctis lineae b & c, cū lineis refractionis
protractis se interfecant, patet quia linea k l est diameter imaginis lineae b c, forma
itaq; lineae b c, uidetur in linea k l, maior quā secundū ueritatē sit linea b c, p 20. quarti
huius. Sub maiori em angulo uidetur, quia angulus k a l est maior angulo b a c, p 34. pri-
mi huius, qd̃ est ppositū, & huiusmodi deceptio accidit uisui, ppter debilitatē formæ re-
flexæ, ut patet p 10. huius, ppter quod assimilāt ipsam uisus formæ rei quæ uidet̃ a maio-
ri remotione, maior em distantia debilitat formā, cōprehendit itaq; uisus formā lineae b
c, refractiue ex cōpositione anguli k a l maioris angulo b a c, ad distantia maiore quā
sit distantia lineae b c, & ad positionē æqualem puncti b c, sic itaq; quantitas lineae b c, cō-
prehendit̃ refractē maior ppter magnitudinē anguli quod facit pproximitas ad uisum,
& ppter formæ debilitatē q̃ causatur ppter refractionē, & sic uniuersaliter causa quare
linea b c, apparet maior, est refractione formæ suæ in medio secūdi diafoni ad uisum, et est
semp demonstratio eadē, siue fiat refractione in superficie secūdi diafoni densioris siue rarioris
primo, in quo est linea b c, nec em est aliqua differentia quo ad illud, si tñ fuerit possibile
inueniri corpora diafona taliter collocata, ut superficies plana possit esse in corpore ra-
riore contingente ipsū uisum, sicut accidit cū uitrum planum cōtingit uisum, ita quod
centrū foraminis unæ in uitri plani superficie collocat̃.

Cōmuni sectione superficiēi refractionis & corporis à quo fit refractionē ex
istente linea recta, uisu quoq; existēte in ppendiculari exeunte à medio pun
cto lineæ uisæ sup planā superficiē corporis diafoni à qua forma eius refran
gitur ad uisum, si linea uisa nō fuerit æquedistans supficiēi corporis diafoni
imago eius cōprehendit̃ maior ipsa, & maior q̃ si esset supficiēi corporis dia
foni æquedistans.

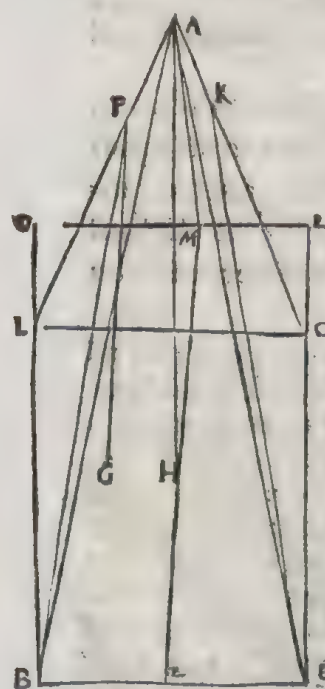
Sit dispositio eade q in pcedente, nisi qd linea b c, nō sit æqdistans lineæ d e, sed sit pñctus c, remotior à pñcto a q̃ sit pñctus b, & à pñcto c, ducat̃ linea æqdistās & æqlis lineæ d e, p 3 1. primi, q̃ sit linea c q, cuius medius pñctus sit o, & à pñcto o, p 1 1. undecimi, ptra hatur linea ppendicularis sup̃ superficie corporis diaconi secans lineā d e, in pñcto m, & lineam b c in pñcto z, & sit centrū uisus qd̃ est a, in illa perpendiculari, quæ est o m, eritq̃ punctus z, in medio puncto lineæ quæ est e b, quia enim linea b q̃ est æquedistans lineæ z o, eritq̃ per secundam sexti, proportio lineæ q o ad o c, sicut b z ad z c, sed linea q o, ut patet ex præmissis est æqualis lineæ o c. Erit ergo linea b z æqlis lineæ z c, est ergo punctum z in medio lineæ c b, punctus itaq̃ lineæ d e, à quo forma puncti q, refrangitur ad uisum a sit p, & punctus à quo refrangitur forma puncti c, sit h, ducanturq̃ lineæ a h & a p, & protrahatur linea a p ad l, punctum lineæ d b, & linea a h ad k, punctum lineæ e c, locutus autem ille lineæ per a. primi huius, ut ostendimus in præmissis. Eritq̃ punctus k, locus imaginis formæ puncti c, & punctum l, formæ puncti q, ducaturq̃ linea l k, quæ

yy 2 erit

erit diameter imaginis lineae a q & a c, erit itaq; ut in precedenti angulus k a l maior angulo e a q, uisus ergo comprehendet imaginem lineae q c, maiorem quam sit linea q c, ut patet per precedentem, & quia linea q p secat lineam b c, sit punctus sectionis r, palam itaq; cum punctus r sit in linea q p, quoniam ipse refrangitur ad uisum a, ex puncto p, forma itaq; puncti b, refrangitur ad uisum a, ex aliquo puncto lineae p d, quod sit inter puncta p & d, nam si daret refrangi ex aliquo puncto inter p & m, sequeretur propter intersectionem lineae incidentiae formae puncti b, & lineae r p, unius puncti formam refrangi ad uisum a duobus punctis lineae d e, quod est contra 18. huius, et impossibile, refrangatur itaq; forma puncti b ad uisum a ex f, puncto lineae p d, & ducatur linea a f, quae protrahatur ad lineam d e, secabit illam p 14. primi huius, secet ergo in puncto l, eritq; per 14. huius, punctus l, locus imaginis formae puncti b, & ducatur linea i k, quae erit diameter imaginis lineae b c. Eratq; situs lineae i k, respectu situs a, similis situi lineae b c, quia linea i k, aut erit aequidistans lineae b c, aut non, erit inter ipsarum distantiam diuersitas sensibilis mutans situm ipsarum respectu uisus a, quia uero est inter distantiam lineae b c, & uisum gradis diuersitas, declinatio enim lineae i k, & linea aequidistans lineae b c, quae exit a puncto k, erit ualde parua, angulus itaq; i a k est maior angulo l a k, per 29. primi huius, & similiter angulus i a k est maior angulo b a c, per 34. primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quam linea b c, & situs imaginis lineae i k est similis situi lineae b c, & linea i k, comprehenditur quasi remotior propter debilitatem formae, quia itaq; linea i k est imago formae lineae b c, palam quod in hoc situ linea b c, uidetur maior quam sit secundum ueritatem, & uidetur linea c q minor quam linea b c, quia ut praestensum est, angulus i a k est maior angulo l a k, secundum quem uidetur imago lineae q c, & hoc est propositum, nec est diuersitas situs diuersorum diafonorum attendenda.



Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium a punctis rei uisae sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineaeq; uisae superficiei eiusdem corporis aequidistate, imago lineae uisae comprehenditur maior ipsa.



& distantia puncti p ad a uisum, est sicut situatio & distantia puncti h ad a uisum, ducantur itaq;

itaq; lineae b p, p a, c k, k a. Est ergo superficies in qua sunt duae lineae a p & b d, perpendicularis sup superficiem corporis diafoni per 2. huius, cum sit superficies refractionis, ergo & linea b d, quae est perpendicularis sup superficiem corporis diafoni ducta a puncto b, erit in hac superficie, & similiter superficies in qua sunt lineae a k & c k, est perpendicularis sup superficiem corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea t e, quae est perpendicularis super eandem superficiem corporis ducta a puncto c, protrahatur itaq; linea a p, ultra p punctum, est palam p iam dicta & p secundum primi huius, quoniam ipsa secabit lineam b d, quia ut patet per 28. primi, lineae a p & b d, aequidistant, quia ergo linea a p, secat lineam b d, secet ipsam in puncto l, secetq; per eandem lineam k d, protrahatur ultra puncta k, lineam t e in puncto o. Est ergo per 14. huius, punctus l locus imaginis formae puncti b, & punctus o locus imaginis formae puncti c, erit quoq; situatio lineae a l, sicut lineae a o, & linea b l sicut lineae t o, ducatur etiam linea l o, hac itaq; erit diameter imaginis lineae b c, & aequalis eidem b c, per 32. primi, ducantur itaq; lineae a b & a c, utraque ergo superficies a l b & a o c, est erecta similiter sup superficiem corporis diafoni per 2. huius, tres itaq; superficies sunt erectae sup superficiem corporis diafoni, quae sunt a l b, a o c, & a m p, & haec superficies necessariae secant se sup lineam perpendiculari, quae est a h, ex eunte a puncto a, super superficiem corporis diafoni per 19. undecimi, quoniam communis sectio illarum necessario est perpendicularis super superficiem cui supstat, & ab uno puncto una tamen perpendicularis sup superficiem planam duci potest per 20. primi huius, Erat itaq; angulus b p l, per 15. primi, aequalis angulo refractionis, & linea b l d, est perpendicularis sup superficiem corporis a qua sit refractionis, ergo linea a l, est obliqua sup ipsam per 13. undecimi, linea ergo a p, continet cum perpendiculari super eandem superficiem exeunte a puncto p, quae sit p g, angulum acutum qui est l p g, & erit perpendicularis p g, aequidistans lineae d l, per 6. undecimi, quoniam ambae lineae p g & d l sunt erectae sup unam superficiem, ergo per 29. primi, angulus p l d, est acutus, ergo p l d, primi, angulus a l b est obtusus, ergo per 19. primi, linea a b, est longior quam linea a l, & similiter patere potest, quod linea a o, minor est quam linea a t, sed linea a l & a o sunt aequales, & linea a l & a t sunt aequales, & linea l o, est aequalis lineae l t, ergo per 34. primi huius, angulus l a o, est maior angulo b a t, & situs lineae l o, est similis situi lineae b c, quia linea exiens a puncto a, ad medium lineae l o, est perpendicularis sup lineam l o, per 22. primi huius, cum per 29. primi, linea l o, sit aequidistans lineae b c, & etiam quia linea b c, est perpendicularis super superficiem in qua sunt lineae a p & m p, sup qua similiter per 8. undecimi, perpendicularis est linea o l, ergo linea o l, est perpendicularis super superficiem continuantem centrum uisus quod est punctum a, cum medio puncto lineae l e. Situs ergo lineae l o, respectu uisus a, est sicut lineae b c, respectu eiusdem uisus a, Sed & linea l o, comprehenditur remotius propter debilitatem formae, linea itaq; l o, uidetur maior quam linea b c, sed linea l o, est imago lineae b c, palam itaq; quia linea b c, uidetur maior quam sit eius uera quantitas, & hoc est propositum, nec ad istud aliquid coadiuuat indiuerstatem ipsa diuersa situatio medio plus uel minus diafonorum.

XXXIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium a punctis rei uisae sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineaeq; uisae superficiei eiusdem corporis non aequedistante, imago rei comprehenditur maiorre uisa, maior quoque quam si esset superficies corpori aequidistans.

Remaneat dispositio quae in precedente, nisi quod linea b c, non sit aequidistans lineae d e, quae est in superficie corporis diafoni, & educatur a puncto e, linea c f, aequidistans lineae d e, & continuatur linea f l, protrahendo lineam d b, perpendiculariter super lineam c f sitq; prout in praemissa ostensum est p, punctum refractionis formae puncti f, ad uisum a, & punctum refractionis formae puncti b, ad uisum a, sit punctum q, & ducatur linea a q, & protrahatur ad lineam d b, occurrerit autem cum illa, ut in proxima ostensum est. Sit ergo punctus conuersus g, qui est altior quam punctus l, nam punctus b, est ultra lineam a f, linea itaq; a g,

yy 3

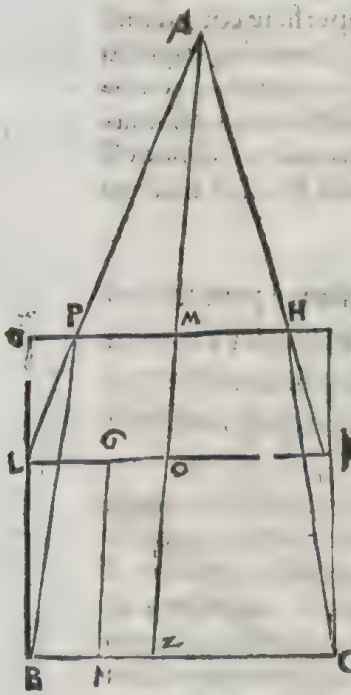
necessa

necessario erit ultra lineam l , punctus ergo g , est altior puncto l , & ducatur linea qo . Erit ergo secundum praemissa linea $g o$, diameter imaginis lineae $b c$, eritque linea $g o$, maior quam linea $l o$, per 19. primi, quoniam angulus $g l o$ est rectus, & linea $a g$, minor quam linea $a l$, per eandem 19. primi, quoniam angulus $a g l$ est obtusus, ut supra patuit, & duae lineae $a g$ & $a o$ sunt in duabus superficiebus secantibus se, scilicet $a g b$ & $a o c$, & differentia communis istarum duarum superficierum transit per a centrum visus per 1. huius, quia ambae illae superficies sunt superficies refractionis, & centrum visus semper oportet quod sit in superficie refractionis, & quoniam ut patet per 2. huius, illae ambae superficies sunt erectae super superficiem corporis diafoni, a quo fit refractionis, patet per 19. undecimi, quoniam linea recta, quae est communis ipsarum differentia, est erecta super illam superficiem, ergo duae lineae exeuntes a puncto a , non perpendiculariter super illam corporis diafoni superficiem, sunt extra hanc communem differentiam in his duabus superficiebus, quae lineae sunt $a b$ & $a t$, suntque altiores duabus lineis $a g$ & $a o$, cadunt enim ultra illas lineas, angulus itaque $g a o$, est maior angulo $b a c$, per 34. primi huius, diversitas enim situum linearum $g o$ & $b e$, a visui a , non est magna, quia linea $g o$, aut est aequidistans lineae $a c$ aut non, est in hac differentia sensibilis. Est ergo situs lineae $g o$, respectu visus a , sicut linea $b c$, respectu eiusdem visus a , videbitur itaque per 20. quarti huius, linea $g o$, maior quam linea $b c$, sed linea $g o$, est imago lineae $b c$, palam ergo, quia linea $b c$, videtur maior quam ipsa sit secundum veritatem, & quia sicut in praemissis patuit, angulus $o a g$, est maior angulo $a l$, videbitur imago $o g$, maior imagine $o l$, quae est imago lineae $c l$, aequedistantis lineae $e d$, quae est in superficie corporis a qua fit refractionis, & hoc proponebatur.

XXXV.

In omnibus refractionibus factis a planis superficiebus corporum diafonorum ad visum imagine apparente maiore ipsa re visa, & pars imaginis videbitur maior parte rei visae sibi proportionali.

Sit dispositio omnimoda quae prius in 29. huius, & sit linea $a m$ 3. secans perpendiculariter lineam $k l$, in puncto o , erit itaque linea $l o$, medietas lineae $l k$, & forma puncti 3, videbitur in puncto o , quia videtur in perpendiculari 3, tota quoque linea $b c$, videbitur in linea $l k$, & linea $b c$, est medietas lineae $b c$, & linea $l o$, medietas lineae $l k$, & linea $l k$, videtur maior quam linea $b c$, ergo & linea $l o$, videbitur maior quam linea $b c$, & erit utriusque istorum causa refractionis, & quia centrum visus a , est in perpendiculari $a 3$, exeunte a puncto 3, qui est extremitas lineae $b c$, super superficiem corporis diafoni, aut super superficiem transeuntem per extremitatem medietatis perpendicularis super superficiem corporis diafoni aequedistantem superficiem corporis diafoni per 23. primi huius, visus itaque comprehendit medietates visibilibus maiores quam sint, nam punctus o , qui est medium imaginis $k l$, est in perpendiculari exeunte a puncto rei visae, siue res visa sit aequidistans superficiem corporis diafoni siue non, sit item linea $b n$, pars aliqua lineae $b c$, & a puncto n , educatur linea $n g$, perpendiculariter super lineam $b c$. Seceturque linea $l o$, in puncto g , erit ergo secundum praemissa linea $l g$, imago lineae $b n$. Sit itaque punctus g , imago puncti n , aut ergo punctus g , erit in linea $l g$, aut prope, quocumque uero istorum existente erit linea $l g$, aequalis lineae $b n$, aut ferè, & quia formae plus distantium a perpendiculari $a 3$, maior est refractionis quam minus distantium per 13. huius, erit refractionis formae lineae $b n$ ad visum a , maior quam refractionis lineae $3 n$, ad

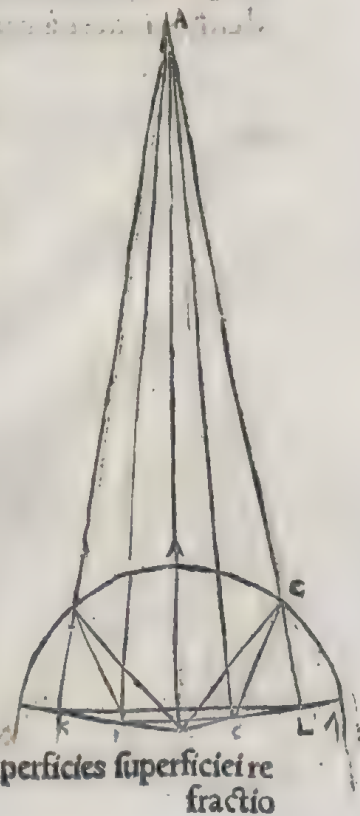


ad visum a . Si ergo minor refractionis facit totam $l o$, imaginem lineae $b c$, apparere visui maiorem quam sit linea $b c$, ergo maior refractionis faciet lineam $l g$, imaginem lineae $b n$, uideri maiorem quam sit ipsa linea $b n$, cum maiorem efficaciam habeat refractionis maior respectu minoris, linea ergo $l g$, quae est imago lineae $b n$, comprehendit maiorem quam sit ipsa linea $b n$, & si visus non comprehendit lineam $l g$, imaginem lineae $b n$ maiorem, ipsa linea $b n$, non comprehendit imagines partium lineae $b n$, quae sunt propinquiores ad punctum 3, maiores ipsis partibus, quia formae illarum partium sunt minores refractionis per 13. huius, quam remotiores a puncto 3, sed refractionis est causa magnitudinis imaginis, visus ergo a , si non comprehendit imaginem lineae $l g$, maiorem quam sit linea $b n$, nec comprehendit imaginem lineae $l o$, maiorem ipsa linea $b c$, nec totam lineam $l k$, maiorem tota linea $b c$, quod est impossibile, & contra 29. huius, visus ergo comprehendit lineam $l g$, quae est imago lineae $b n$, maiorem ipsa linea $b n$, & ita comprehendit lineam $b n$, maiorem quam sit secundum veritatem. Eodem quoque modo potest idem in aliis refractionibus declarari, ut cum per modum 3. huius, fuerit centrum visus extra superficiem perpendiculari illarum productarum, quoniam idem accidit in omnibus illis modis, quibus imago rei videtur maior ipsa re visa, semper enim pars imaginis videbitur maior parte rei visae, sibi correspondente, quod est propositum, & quia communis sectio superficierum refractionis & superficierum corporis diafoni, ut plurimum, est per se in linea recta, quoniam illud corpus diafonum fuerit grossius aere, per accedens uero accidit quoniam contrarium propter uoluntariam situationem corporis densioris plani iuxta visum, ut diximus in fine commentum 29. huius, patet euidenter quod 5. proxime praemissa theorematum per se intelligenda sunt, quando a superficie corporis diafoni grossioris aere fit refractionis ad visum in aere existentem, & per accedens econuerso.

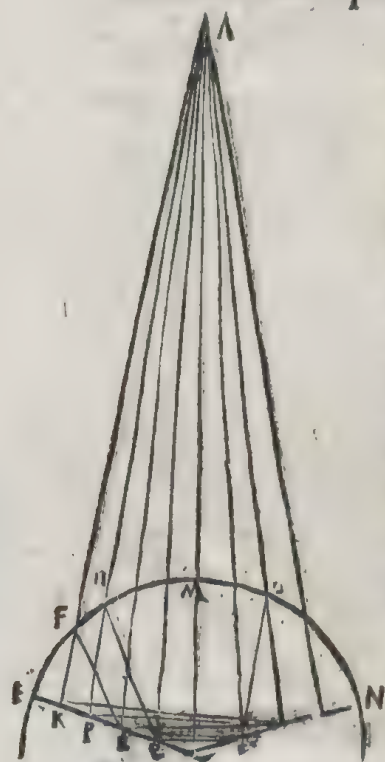
XXXVI.

Communi sectione superficierum refractionis & corporis sphaerici diafoni densioris aere a quo fit refractionis existente circulo centroque visus in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem & re visa inter centrum corporis & visus existentibus, ita quod extrema rei visae aequaliter distent a centro corporis, imago videbitur maior re visa.

Sit superficies sphaerica corporis diafoni grossioris aere, cuius convexum sit ex parte visus, cuius centrum sit a , sitque res visa $b c$, sitque centrum corporis sphaerici punctum d , quod sit ultra lineam $a b c$, respectu visus a , sitque punctus 3, medius punctus lineae $b c$, & ducantur lineae $d b$, $d c$, & pertrahantur quousque concurrant cum superficie corporis diafoni sphaerici linea $d b$, in puncto e , & linea $a 3$, in puncto m , & linea $d c$ in puncto n , & sit visus a , in linea 3, quae est perpendicularis super superficiem illius diafoni corporis per 72. primi huius, Erit itaque $a m$ 3 linea recta, & quoniam linea $b r$, est aequalis lineae $3 c$, & quia puncta b & c , quae sunt extrema rei visae aequaliter distant a centro d , ex hypothesi, Erit etiam linea $d b$, aequalis lineae $d c$. Erunt ergo trigona $b d 3$ & $c d 3$, aequaliter, quoniam linea $3 d$, est communis ambobus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d aequales, qui sunt anguli $3 d b$ & $3 d c$, & similiter erunt anguli ad punctum 3 aequales, sunt ergo recti. Est ergo per definitionem perpendicularis linea $a 3$, perpendicularis super lineam $b c$, ducantur quoque lineae $a b$ & $a c$, ergo per 4. primi, erunt trigona $a 3 b$ & $a 3 c$ aequalia, linea ergo $a c$, est aequalis lineae $a b$, puncta ergo b & c , aequaliter distant a centro visus a , habebunt itaque b & c , aequale respectu ad visum a , extrahat quoque superficies plana in qua sunt lineae $d e$ & $d n$ & $d m$, hac itaque superficie secabit superficiem corporis sphaerici secundum circulum magnum per 69. primi huius, cuius arcus oppositus visui sit $n m e$, eritque in illa superficie centrum visus a , & linea visa quae est $b c$, erit ergo per 1. huius, illa superficies superficierum refractionis



fractionis quæ est perpendicularis super superficiem sphericam, nec sit refractionis formæ lineæ b c, ad uisum a, extra illam superficiem, & linea a 3, est perpendicularis super superficiem sphericam corporis, dico itaq; quod imago lineæ b c, in hac dispositione uidebitur maior ipsa linea b c, quia em, ut patet ex præmissis, forma cuiuscunque partis lineæ b c, non refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto arcus e m n, sit ergo ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaq; puncta b & c, æqualiter distant à puncto a, centro uisus, patet quod ipso erit uniformis refractionis ad uisum, per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter distabunt à puncto m, arcus autem e m & m n, sunt æquales p 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n sunt æquales, qd patet ex præmissis, tñ ergo distabit punctus refractionis, qui est h, à puncto e, quantum punctus g, à puncto n, & erit punctus istos situs & respectus æqualis, ducantur itaq; lineæ b h, a h, c h, a g, & pducatur linea a h ad lineam d e, sitq; punctus sectionis k, & similiter pducatur linea a g, ad lineam d n, in punctu l, ducaturq; linea k l, quia itaq; in trigonis d a k, & d a l, anguli a d k & a d l sunt æquales, ut patet supra, anguli d q; l a d & k a d sunt æquales, qd patet ductis lineis d h & d g, tunc em cū arcus m g & m h sint æquales ex præmissis, erunt p 26. tertij, anguli g n b, a d g, & a d h æquales, ergo p 4. primi, anguli l a d & k a d sunt æquales, ergo p 32. primi, trigona d a k & d a l sunt æquiangula, ergo p 4. sexti, eū linea a d, sit æqualis sibi ipsi, erit linea d l, æqualis lineæ d k, & linea a k, æqualis lineæ a l, eritq; linea l k, æquedistans lineæ b c, uidebiturq; per 20. quarti huius, maior q; sit linea b c, qm angulus k a l, secundū quæ uidetur linea l k, est maior angulo b a c, & quia positio & situs lineæ k l, est cōsimilis positioni & situi b c lineæ, qd patet ex hoc, qd cū linea d l, sit æqualis lineæ d k, & linea e d, æqualis lineæ d b, erit linea l c, æqualis lineæ k b, ergo p 7. quinti & 2. sexti, lineæ b c & l k sunt æquedistantes, ipsæ ergo situs respectu uisus a, est cōsimilis, & similiter positio inter lineas, k l & b c, non est differentia in distantia quæ sit sensibilis, palā ergo qd linea k l, uidebitur maior q; sit, qd imago eius est maior ipsa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta est debilior q; uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo propositum.



Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphericæ diafoni densioris aere à quo sit refractionis existente, circulo uisus existente in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem, & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus ita quod extrema rei uisæ inæqualiter distent à centro, imago uidetur maior re uisa.

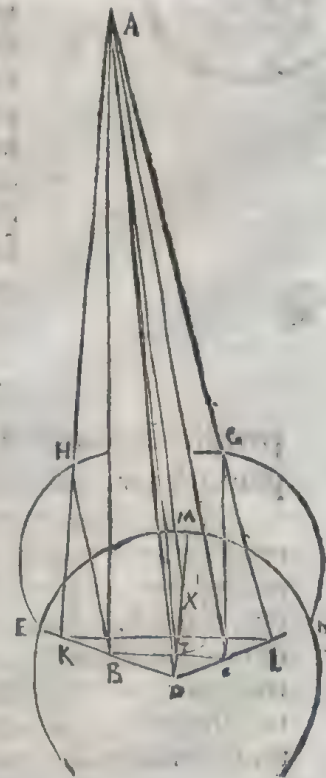
Remaneat dispositio præcedentis, nisi qd extremum lineæ b c, punctu c, sit propinquius puncto d, centro corporis diafoni, & punctu b, remotius ab illo, dico qd adhuc imago lineæ b c, uidebitur maior ipsa linea b c, ducat em à puncto c, linea c q, cuius extrema æqualiter distant à puncto d, qd potest fieri si a linea d e, abscindat per 3. primi, lineæ æqualis lineæ d c, quæ sit d q, palā qd p ea quæ in demonstratione præcedentis ostensa sunt, qm imago lineæ c q, uidetur maior ipsa linea c q, sit itaq; linea illa imago lineæ l p, & palam p 12. huius, qd punctu p, illius imaginis quod est imago puncti q, necessario cadet in linea perpendiculari ducta à puncto q, sup superficiem corporis diafoni, quæ est linea d e, inter puncta d & e, quia punctu l, qd est imago puncti c, erit in linea perpendiculari ducta à puncto e, sup superficiem corporis diafoni, qd est d n, & qd forma puncti c, refragat ad uisum a, ex puncto circuli g, sit ut forma puncti q, refragat ad eundem uisum ex puncto h, patet phypothesim, & p præcedere, qm puncta g & h, æquidistant bunt à puncto m, & qd punctu b, est remotius à centro corporis d, q;

d, qd punctu q, erit per ea quæ ostendimus in 13. huius, punctu suæ refractionis remotius à puncto m, qd punctu h, sit itaq; punctu illud f, & ducatur linea a, quæ cadet extra lineam a h, & hæc pducta ad perpendicularē d e, secet ipsam in puncto k, cadetq; punctu k in linea p e, inter puncta p & e. Si em eaderet in punctu e, esset linea a k, contingens circulo in puncto e, & secans in puncto f, qd est impossibile, & si eaderet in punctu p, uel circa illu, tunc linea a k, secaret lineam a p, & punctus p, uel alter punctus illius sectionis refrangeret ad uisum a, ex duobus punctis h & f, qd est impossibile per 21. huius, eader itaq; punctu k, inter duo puncta p & e. Eritq; per 14. huius, punctu k, imago formæ puncti b, ducat itaq; linea l k, quæ erit diameter imaginis formæ lineæ b c, quia itaq; linea l k, uidetur sub angulo l a k, & linea b c, sub angulo b a c. Est aut angulus l a k, maior angulo b a c, ut manifestū est, quia totū est maius sua parte, patet ergo per 20. quarti huius, quia linea l k, uidetur maior q; linea b c, qd em sub maiori angulo uidetur, maius uidetur, & etiam quia situs & positio lineæ l k, respectu uisus a, est cōsimilis situi & positioni lineæ b c, respectu eiusdem uisus a, patet quia lineæ b c & k l, aut sunt æquedistantes simpliciter, aut inter illas æquedistantiā non est diuersitas sensibilis, ergo per 29. primi, & p 4. sexti, linea k l, est maior q; linea b c, & quia illas lineas l k & b c, ab ipso uisu nō est distantia sensibilis diuersitatis in remotione, uidetur ergo linea l k, maior q; linea b c, quia est maior, sed linea k l, est imago formæ lineæ b c, patet ergo ppositum, comprehenditur etiam linea l k, quasi maior à uisu q; linea b c, ppter debilitatem formæ refractæ, qm ut patet per 10. huius, refractionis debilitat omnes formas lucis & coloris.

XXXVIII.

Centro uisus existente extra superficiem linearum perpendicularium à punctis rei uisæ sub corpore spherico diafoni densiore aere super eius concavam superficiem oppositam uisui productarum, lineasq; uisæ secundū sui extrema centro corporis æquedistante, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisæ.

Esto centrum uisus punctu a, & linea uisæ per refractionē sit b c, sitq; punctus d, centrum corporis diafoni densioris aere, sitq; ita ut linea b c, sit intra illud corpus secundū sui extrema b & c, æqualiter distans à centro d, à medio q; puncto lineæ b c, quod sit 3, à duobus extremis eius punctis ducantur in eadem superficie lineæ ppendiculares super superficiem corporis, quæ productæ ad periferiā circuli sint b e, c m, & c a, hæc itaq; omnes p 72. primi huius, secabunt se in centro d. Erit ergo arcus m n e, in superficie illius corporis diafoni respiciens centrū d, nō sit aut centrum uisus in alia quā ista linea, sed sit extra superficiem in qua sunt istæ lineæ, dico quod imago lineæ b c, uidebitur maior q; ipsa linea b c, ducatur em linea a 3, & à centro uisus puncto a, ducatur p perpendicularis linea super superficiem circuli m n e, per 11. undecimi, qd sit a x, & quia ut patet ex præmissis, & p 22. primi huius, est linea a 3, ppendicularis super lineam b c, situatio itaq; puncti b, uersus uisum a, est p 4. primi, & ex præmissis cōsimilis situationi puncti c, uersus eundem uisum a, & illos punctos uisus a, distantia est æqualis, sit itaq; ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, à puncto corporis diafoni qd sit h, & forma puncti c, à puncto g, suntq; puncta g & h, extra superficiem circuli m n e, eritq; illos punctos h & g, à uisu a, distantia æqualis, ducant itaq; lineæ b h, a h, c g, a g. Eritq; superficies in qua sunt lineæ a h & b h, erecta sup superficiem corporis diafoni per 2. huius, qm ipsa est superficies refractionis, ergo & linea b c, qd est ppendicularis sup superficiem corporis diafoni ducta



ducta $\&$ puncto b, erit in illa superficie per 1. huius. Similiter quoque superficies in qua sunt
lineae c g & a g, cum sit superficies refractionis, patet per 2. huius, quoniam ipsa est erecta su-
per superficiem corporis diaformi, ergo & in illa superficie est linea e n, quae est perpendi-
cularis super eandem corporis superficiem ducta $\&$ puncto c, pertrahat itaque linea a h, ultra
punctum h, & palam per praemissa & per 14. primi huius, quod ipsa secabit lineam b e, sit ergo ut
secet in puncto k. Similiter quoque linea a g, producta ultra punctum g, secet lineam d n in pun-
cto l, eritque situatio lineae a k, respectu uisus a, sicut lineae a l, unde linea a k & a l erunt ae-
quales, & similiter erit linea d k, aequalis lineae d l, quae omnia ostendi secundum modum quo
praecessimus in praemissa 34. huius, copuletur ergo linea l k, haec itaque erit diameter imaginis
lineae b c, & linea d k, aequalis lineae d l, erit linea k b, aequalis lineae l t, ergo per 7. quinti, &
per 2. sexti, lineae l k & b c, aequidistant, ergo per 29. primi, & per 4. sexti, linea l k, est maior
quam linea b c, & quia sub maiori angulo uidetur apparet maior, & hoc est propositum.

XXXIX.

Centro uisus existente extra superficiem perpendiculariũ à puncto rei uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius conuexã superficiem oppositam uisui productarum, lineæq; uisæ extremis centro corporis inæqualiter approximatis, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisæ.

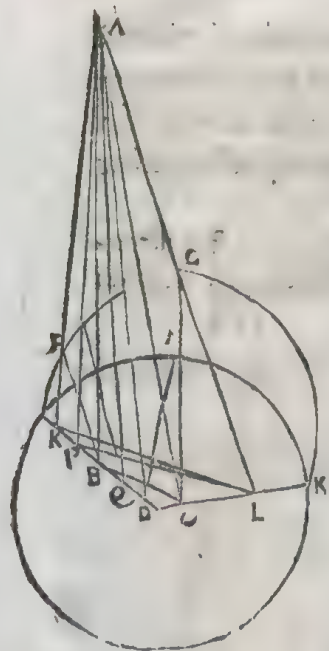
Remaneat omnis dispositio, p̄ximæ præmissæ, nisi quod extrema linēæ b c, in æqua
liter distent à centro corporis diafoni, quod est d, sitq; linēā d b, ma
ior q̃ linēā d c, secetur ergo ex linēā d b, per 3. primī, linēā d q, æ
qualis linēā d c, & copulet linēā c q, cuius extrema æqualiter dis
stabit à centro d. Erītq; per præmissam imago linēæ c q, quæ sit
l p, maior q̃ linēā c q, & quia puncta q & b, sunt in eadem linēā per
pendiculari super superficiē corporis diafoni, quæ est d e, patet qd
ipsa ambo sunt in eadē superficiē refractionis quæ est a d e, & re
franguntur ad uisum a, ex eodem arcu circuli, qui est cōmunis se
ctio illius sup̄ficiēi, & sup̄ficiēi corporis diafoni. Sit itaq; ut for
ma pūcti q, refringatur à puncto illius arcus qui est h. cōformiter
se habente ad uisum a, cū puncto g, à quo refringitur forma pun
cti c, patet per 13. huius, quod punctum à quo refringitur forma
puncti b, quod sit f, erit bassius puncto h, producta quoq; linēā a f,
intra corpus diafonum ad diametrum d e, in punctū k, patet quoq;
ut in 36. huius, quia punctum k, cadet inter puncta p & e, copula
ta quoq; linēā l k, erit ipsa quasi æquedistant linēā b c, & in eadem
superficie cum illa. Erīt ergo maior per 4. sexti, & etiam quia sub
maiori angulo uidetur, maior uidetur, patet ergo propositum.

XL.

Lineæ refractæ uisæ transeuntis per centrum corporis diaconi sphaerici densioris aere non existentis in perpendiculari ducta à centro uisus super illius corporis superficie, imago semper uidetur maior ipsa linea.

Sit a centrum uisus extra corpus diafonum grossius aere, cuius centrum sit d, sitq; li-
nea uisa b c, pertransiens centrum d, ita tñ quod centrum uisus nō sit in illa linea b c, ut
cunq; protracta, dico quod eius imago semper uidetur maior ipsa linea, quoniam enim
perpendicularis super superficiem corporis a quibuscunq; punctis lineæ b c productæ,
omnes continent lineam b c, uisū quoq; in aere existente sit refractio semper ad contra-
riam partem perpendicularis ductæ a puncto refractionis super superficiem corporis,
ut patet per 4. huius, ergo secundum præmissas demonstrationes patet quod lineæ ex-
tensionis formarum punctorum extremorum lineæ b c, quæ sunt b & c, productæ intra

corpus



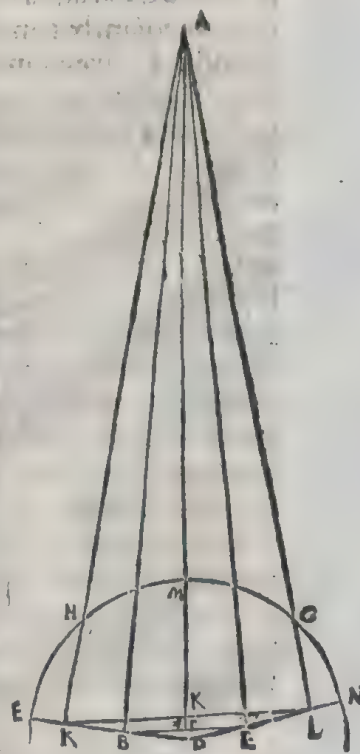
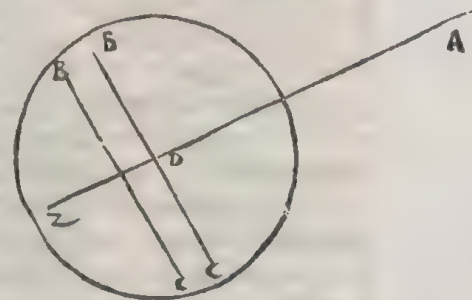
corpus diafonum, à cuius superficie fit refractio, intersecabunt perpendiculares puncto-
rum b & c, maior ergo semper uidebitur imago lineæ b c, q̃ ipsa lineæ, quæ tunc fit pars
sue propriæ imaginis secundum ueritatem, patet ergo propositum. Possêt quoq; am-
plari modus iste demonstrandi ad alios situs lineæ uisæ, qui possent esse ultra centrum
corporis diafoni densioris aere uisû existente extra illud corpus in aere, & conuexitate
corporis respiciente uisum, uidetur em̃ & tunc imago quandoq; maior re uisâ præmissa
modo, scilicet in alijs sitibus ante centrum, ut cum lineæ uisâ fuerit propinqua cẽtro cor-
poris diafoni, & si lineæ uisæ b c, fuerit perpendicularis super lineam a d 3, à cento uisus
per centrum corporis p̃ductam, & lineæ extensionis formæ extremorum punctorum
lineæ b c, secant corporis sphaerici diafoni superficiem, & secant lineas perpendiculares
ductas à punctis b & c, super superficiẽ corporis dia-
foni intra corpus, tunc imago uidebitur minor re uisâ.
Si uero lineæ extensionis formæ punctorum b &
c, fuerint contingentes circulũ corporis diafoni in ter-
minis perpendicularium ductæ à punctis c & b, sup
superficiẽ corporis, uel secantes circulum in eisdẽ ter-
minis, tunc semper imago erit æqualis rei uisæ per 15.
primi, & per 25. & 28. tertij, & uidebitur imago lineæ
b c, sicut quedam corda arcus illius circuli, & si lineas
extensionis formæ accideret contingere circulũ cor-
poris diafoni in duobus punctis medijs illius arcus, ut si uisus sit ualde propinquius sup̃
ficiẽ corporis diafoni, tunc illæ lineæ concurrent cum p̃pendicularibus extra corporis
superficiẽ, uidebiturq; imago lineæ b c, maior ipsa lineæ, & extra superficiẽ corporis
secundum sui extrema extenã, quod si lineæ uisæ b c, sit extra corpus diafonum, contin-
gens ipsum, uel distans ab ipso, non existens tñ pars lineæ a d. tunc imago eius uidebit̃
minor re uisâ, quando concurrat inter ipsum corpus diafonum, uel ultra illud inter rem
uisam & sup̃ficiẽ corporis. Sed in assuetis uisibilibus non est aliquid tale, nisi forte fue-
rit aliquod corpus diafonum uitreum aut lapideum, & fuerit totum corpus solidum, &
res uisâ fuerit inter ipsum, uel si res uisâ fuerit extra sphaeram cristallinam aut uitream.
Horum autẽ situm diuersitatem ex præhabitis principijs de-
monstrandum relinquimus ingenio perquirentis.

XLI.

In omnibus refractionibus factis à superficiebus sphæricis corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore re uisa, pars imaginis uidebit̃ maior part̃i rei uisæ sibi proportionali.

Fiat dispositio q̄ in 34. huius, & sicut liea d m, secet lineā, k l, q̄ est diameter imaginis in puncto o. Erīt ergo liea k o, imago liea b 3, qm̄ punctum 3, uidetur secūdum perpendicularem a 3, per 3. huius, & erīt angulus k a o, maior angulo b a 3, & situs lineæ k o, respectu uisus a, est similis positioni lineæ b 3, respectu eiusdem uisus, & ambæ illæ lineæ æqualiter distant ā centro uisus, uel si in hoc sit aliqua differentia, illa non erīt sensibilis respectu uisus, imago itaq; k o, uidetur maior q̄ lineā b 3, & earum puncta 3 & o, cadunt in lineā 3 a, quæ est ducta ā centro uisus, & cuius pars est lineā 3 m, exiens ab extremitate lineæ b 3, ppendiculeriter super superficiem corporis diafoni, cadens in punctum m, quod si assumat alia pars lineæ b 3, quæ sit b f, & sit locus imaginis formæ puncti f, in puncto r, lineā k o, tunc erit lineā k r, imago lineæ b f, & sicut supra ostensum est, patet quod lineā k r uidēbitur maior q̄ lineā b f, quoniam plus refractionis accidit li

ZZ 2 near



neae b f, quā lineae f 3, per 13. huius, maior ergo ei debetur excessus imaginis q̄ lineae f 3. Si uero punctum a, centrum uisus sit extra superficiem, in qua sunt omnes perpendicularares exeuntes ex punctis lineae b c, super superficiē corporis diafoni, à qua sit refractione, nam lineae a 3, quae exiit à puncto a, perpendiculariter super medium punctum lineae b c, quod est 3, non ppter hoc est perpendicularis sup superficiem corporis in qua est lineae b c, & qm̄ lineae b c & k l sunt erectae super lineam a 3 d, & lineae k o, est imago lineae b 3, & lineae l o, est imago lineae 3 e, & angulus quem respicit lineae k o, apud centrū uisus a, qui est angulus k a 3, est maior angulo b a 3, q̄ quem respicit lineae b 3, apud centrum uisus a, lineae ergo k o, per 29. quarti huius, uidebitur maior q̄ lineae b 3, & similiter lineae k r, uidebitur maior q̄ lineae b f, & omnia haec patent ex illis quae praemissa sunt in 33. huius, siue ergo superficies corporū diafonog oppositae uisui fuerint planae, siue sphaericae conuexae, accidit imaginem rei uisae uideri maiorem ipsa re uisa, in hoc tamen est differentia, quia in corporib, diafonis planarum superficies excessus magnitudinis imaginis super rem uisam est solū in apparentia uisus ppter excessum angulorum secundū q̄s uidet & imago & res ipsa uisa, aliae em̄ imagines secundū ueritatem sunt aequales ipsis rebus uisib, sed in refractione facta à corporibus conuexis sphaericis imago est secundū ueritatem maior ipsa re uisa, & etiam secundum apparentiam in uisu ppter angulorū excessum uidetur maior, quoniam in hoc situ imago respicit maiorem angulum apud centrum uisus q̄ respiciat ipsa res uisa, & sunt utroq̄ modo partes imaginum maiores partibus rerum uisarum sibi proportionalium, patet ergo propositum.

X L I I.

Omne corpus uisum in aqua comprehenditur maius q̄ sit secundum ueritatem.

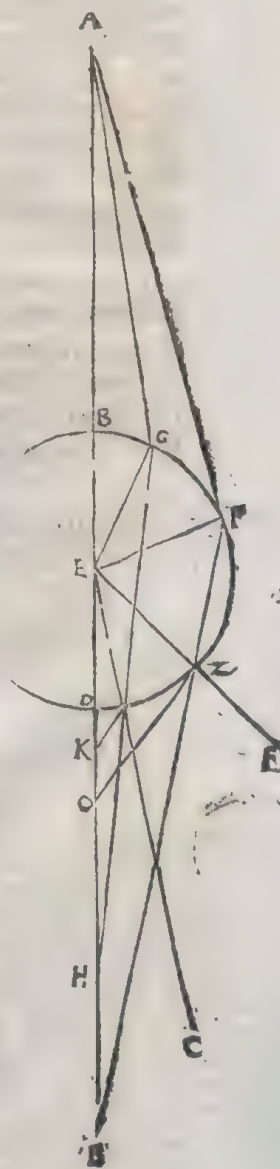
Qd̄ hic pponit, patet satis ex pmissis, sed & idē placuit experimētāliter declarare, & uniuersalē causam p̄culariter exēplare, assumat itaq̄ corpus colūnare lōgitudinis unius cubiti, & altitūae grossicie i, & sit albū, ut manifestius in aqua possit distingui. Sintq̄ superficies eius basis planae, ita qd̄ p se sup illas possit stare aq̄liter sup superficiē horizontis uel terrae uel uasis. Deinde infundat aqua clara in uas aliquod, cuius superficies basis sit plana, ita quod aqua non immergat totam corporis lōgitudinem, & erigatur corpus supermediā basem uasis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquam, q̄a p̄funditas aquae est minor corporis lōgitudine, cum itaq̄ quieuerit aqua, uidebit pars corporis intra aquā grossior q̄ illa quae est extra aquam, patet ergo propositum per experimentum. Sed & idē patet, quoniam enim conuexum superficiei aquae, est figurae sphaericae, & opponitur uisui, & centrum superficiei aquae, quod est centrum uniuersi, ut alias ostendimus, semper est ultra omnia illa uisibilia quae comprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere, siue extremitas rei uisae fuerit aequaliter distans à centro aquae, siue inaequaliter, & siue uisus fuerit in aliqua linearum ppendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uisae super superficiem aquae, siue omnes extra illas perpendicularares, semper est necessarium, ut patet ex pmissis 6. propositionibus proximis, formam rei uisae uideri maiorem ipsa re uisa existente extra corpus aquae. Sed forte si aqua fuerit clara ualde, & pauca, quales aquas in loco subterraneo in concauitate montis, qui est inter ciuitates Paduā & Vincetiam, qui locus dicitur Cubalus, nos uidimus lucidas quasi ut aerem, tunc forte non comprehenditur imago formae rei uisae sub aqua tali esse maior quā si in aere uideretur, quia tunc non est differentia in quantitate istorum quo ad sensum, quoniam densitas aquae modicum addit super aeris densitatem, & ideo sensus tunc non distinguit quantitatē additioni, semper tamen, secundum ueritatem imago sit maior ipsa re uisa, licet illud quandoquē lateat sensum, patet ergo propositum, magis enim est hoc euidens in aquis grossioribus, uel sulphureis calidis, in quorū intuitu & mirabili transmutatione formarum primum nos amor huius studiū allexit.

Re uisa

X L I I I.

Re uisa ultra corpus diafonum sphaericū grossius aere existente, ita quod centrū uisus & res uisa & centrū corporis sphaerici sint in eadē superficie lineae rectae, cōprehenditur imago rei uisae figurae armillaris multo maior re uisa.

Sit centrum uisus a, & corpus sphaericum diafonum sit b d z g, cuius centrum sit e, et ducatur lineae a e, quae protracta secet superficiem sphaerae diafonae in duobus punctis b & d, & protrahatur quoq̄ ultra punctum d usq̄ ad punctum h, transeatq̄ per lineam a b d h, superficies plana secans sphaeram, & sit communis sectio illius superficie planae, & superficie sphaerae diafonae per 69. primi huius, circulus b d z g, Iam autem ostensum est in 23. huius, quod in lineae d h, sunt plura p̄cta, quorum formae refranguntur ad uisum a, ex circūferentia circuli b d z g, & quod forma totius huius lineae refrangitur ad uisum a, si arcus b g z d, fuerit continuus unius scilicet diafonitatis continentis lineam u h l, & si forma puncti h refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis g, & forma puncti l, refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis p, manifestum est quod forma totius lineae refrangatur ad uisum a, ex arcu g p, & ducatur lineae g h, p l, g a, p a, secetq̄ lineae g h, circūferentiam circuli in puncto m, & lineae p l in puncto z, forma itaq̄ puncti h, extenditur per lineam h g, & refrangitur per lineam g a, & forma puncti l, extendit ad lineam l p, & refrangitur per lineam p a, & ducantur lineae e m & e z, & extrahatur lineae e m ad punctum c, & lineae e z ad punctum f, forma ergo quae extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g, refrangitur per lineam g h ad punctum h, & forma quae extenditur per lineam a p, perueniens ad punctum p, per lineam p l, refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc si corpus diafonum fuerit continuum & unū usq̄ ad punctum b. Si uero corpus sphaericū fuerit signatum & terminatum apud circūferentiam sphaericam citra lineam h l, tunc forma quae extenditur per lineam a g, refrangitur per lineam g m, in partem ppendicularise h, & cum forma peruenit ad punctū m, refrangetur secūdo in partem contrariam perpendicularis quae est e m c, & concurret cū perpendiculari e l, refrangatur ergo in punctū k, perpendicularis e l, & similiter forma extenditur per lineam a p, refrangetur per lineam p z, & cū peruenit ad punctū z, refrangetur secūdo ad partem contrariam perpendiculararem e z f, in partem perpendicularis e h, & cōcurret cum illa perpendiculari e h, sit punctū cōcursus o, sic ergo refractione formae quae est à puncto p, peruenit ad punctū z, ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l, per lineam z o, forma itaq̄ puncti k, per nonam huius, extenditur per lineam k m, & à puncto m, refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde secūdo refrangitur à puncto g, p lineam g a ad uisum a, & similiter forma puncti e, extenditur per lineam o z, & à puncto z, refrangitur per lineam z p, & in punctū p. Deinde refrangitur ab illo puncto p, per lineam p a ad uisum a, forma ergo totius lineae k o, refrangitur ad uisum a, ex arcu g p, & si lineae a k o, fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p, circumuolui circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p, describet figuram circulearem, utpote armillam, à cuius totali superficie refrangatur forma lineae k o ad uisum a, & erūt centra uisus a locus imaginis, forma ergo lineae k o, uidebitur in tota superficie circulari quae est locus refractionis, & est armillaris in superficie sphaerae, forma itaq̄ lineae k o uidebitur multo maior seipsa, & erit figura formae diuersa à figura k o, hoc autē potest sic experimento declarari. Accipiat sphaera cristallina aut uitrea perfecte rotunditatis, & accipiat corpusculum paruum, ut cera nigra sphaerica, quae ponatur in capite acus, ponaturq̄ sphaera cristallina in oppositiōe alterius uisui, et claudatur reliquis. Eleuetur acus



z z 3

ultra

ultra sphaeram, & aspiciatur mediū sphaerae, & sit cara opposita medio sphaerae in linea recta, uidebiturq; in superficie sphaerae nigredo rotunda in figura armillae, quod si non uideatur talis figura, moueatur cara ante & retro donec uideatur talis rotunditas, & tūc auferatur cara, & recedet nigredo, quod si caram reduxerit quis ad locum & situm priorem, reuertetur statim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa est diuersitas quā relinquimus studio perquirentis.

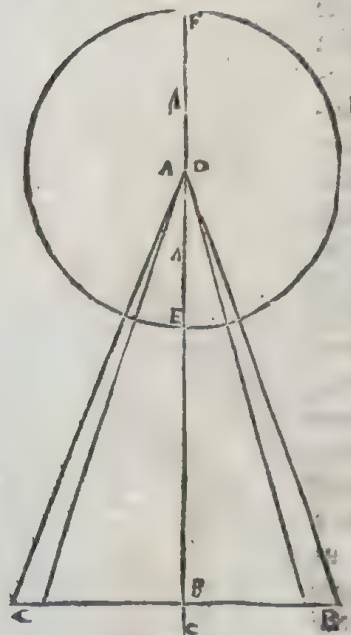
XLVIII.

Re uisa trans corpus diafonum columnare densius aere, itaq; centrum uisus, & centrum alicuius circuli corporis æquedistantis basibus columnæ, & res uisa sint in eadem linea recta, imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnari grossioris diafonitatis quàm sit aer circulus b g d z , & sit centrum uisus a , & cætera ut prius in præcedente, dico quod forma lineæ k o , uidebitur duplicata, quoniam ipsa uidebitur apud arcum g p , & apud arcum sibi æqualem & sibi correspondentem ex arcu b d , in alia parte semichilindri, sed hæc forma non erit circularis, quia figura a h p g , cum fuerit circūuoluta circa a k , lineam immotam fixam, nō trāsit per illam lineam arcus g p , per totā superficiem columnarem, sed refrangetur forma ex aliquibus portionibus columnæ, erit cōtinua in una parte, & similiter in alia, nam superficies in qua sunt puncta l k , transiens per axem columnæ facit in superficie columnæ quæ est ex parte uisus a , lineam rectam transuentem per punctum b , & extensam in longitudine columnæ, et non refrangetur forma lineæ k o , ex illa linea recta, nam linea k h , erit perpendicularis super illam lineam rectam . Non ergo erit forma rotunda corpore diafono existente columnari, sed erunt duæ formæ quarum altera refrangetur super alteram, uidebitur ergo linea k o , habens imagines duas, quarū utraq; est maior quàm linea k o , & erunt illæ duæ formæ eadem apud punctum a , quod est centrum uisus, quoniam in illo puncto a , est locus ambarum illarū imaginū, ut patet per 14. huius, patet ergo p. positum, non potest autem fieri huiusmodi reſectio à superficie corporū pyramidalium quoniam linea k a , non est perpendiculariter erecta sup superficiem conicam taliū corporum, uidelicet potest esse, ut superficies reſectionis ſecet huiusmodi corpora secundū circulum, quemadmodum etiā de superficiebus reflexionum & de speculis pyramidalibus conuexis uel concavis ostensum est in præmissis libris.

XLV.

Centro uifus existente in diametro corporis diaconi sphaerici cōcaui den
 sioris aere, & re uifa respiciente conuexum illius corporis, i
 mago uidebitur quandoq; minor re uifa, quandoq; maior
 ut cum sit figuræ armillaris.



Sit centrum uisus a, lineæq; uisæ sit b c, & sit corpus sphericū con-
cauum densioris diafonitatis quàm sit aer, cuius centrum sit d, & dia-
meter e d, sitq; lineæ b c, extra conuexum illius corporis, & centrum
uisus a, sit in diametro illius intra corpus concauum, dico quod sem-
per imago rei uisæ lineæ b c, erit minor ipsa re uisæ. Si enim cētrum
uisus a, fuerit in centro corporis puncti d, palam per 72. primi hu-
ius, quoniam omnes lineæ extensionis formarū pūctorum lineæ b c
ad uisum a, erunt perpendiculares sup̄ superficiem corporis, quoniā
transeunt centrum eius, locus ergo imaginis per 15. huius, erit ipse
arcus refractionis, uidebiturq; imago curua minor re uisæ. Quod si a,
centrum uisus fuerit in aliquo punctorum semidiametri e d, propin-
quioris rei uisæ, uel in aliquo punctorum semidiametri d f remotio-
ris, adhuc semper lineæ extensionis formarum ad uisum secabunt pe-
ndiculares ductas à punctis rei uisæ super superficiem corporis dia-
fonis à qua fit refraction, in ipsis punctis refractionum, hoc est in pun-
ctis arcus à quo fit refraction uel circa illa puncta intra corpus diafonum uel extra illud, uidebi-

uidebitur ergo imago quandoq; curua, quandoq; recta, quadoq; irregularis, sed semper minor re uisa, quoniam ut patet corda uel alia diameter imaginis est minor re uisa. & omnis linea cadens inter centrum uisus punctum a, & inter lineam b c, est minor quam linea b c, cum ceciderit inter lineas a b & a c, ut hæc patere possunt per 29. primi, uel per 4. sexti. Est itaq; in tali dispositione semp imago minor ipsa re uisa, eritq; eius imago quandoq; maior, ut cum sit figuræ armillaris, Si enim linea b c, sit uetur in diametro f d, tunc formarum punctorum b & c, fiet refraçtio ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis & punctum mediorum lineæ b c, fiet refraçtio à punctis medijs illius arcus, & si linea a b c, remanētē fixa imaginetur illa figura circumuolui quouiscq; redeat ad locum, unde motus accepit principiū, describetur per arcū refraçtionis quædam superficies armillaris in tota spherica superficie corporis à qua totali fiet refraçtio ad uisum. Eruntq; locus imaginis in centro uisus, qui applicans formam uisam ipsi superficie i refraçtionis, rem iudicat figuræ armillaris, ut hæc amplius omnia declarauimus in 4. huius, pater ergo propositum. Sed in uisibilibus nobis assuetis nihil comprehenditur à uisu ultra corpus diafonum sphericum densius aere, cuius concauitas sit ex parte uisus, nisi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel cristallo uel glacie aut aliquo illis simile, refraçtio tamen quæ sit ad uisum à superficie concaua cœli similis est isti, nisi quod secundum illam non fit refraçtio nisi formarum sphericarum, quarū naturam & modum inferius duximus persequendum.

XLVI.

Imago formæ cuiuslibet rei uisæ figuratur diuersimode secundum figuram superficiæ corporis à qua fit refractio ad uisum.

Quoniam enim locus imaginis refractæ est semper in cõmuni sectione katheti incidentiæ, qui est perpendicularis à puncto rei uisæ productus super superficiem corporis diafoni, in quo est res uisæ, & lineæ per quam forma peruenit ad uisum, ut patet per 14. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quoq; puncto rei uisæ exeat kathetus incidentiæ qui est perpendicularis super superficiem corporis in quo est res uisæ, tunc habebimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem à superficie totius uisus corporis ad superficiem corporis diafoni, & hæc figura secat pyramidem radialem secundum quam fit uisio refracta, cuius uertex est in centro uisus per 8. quarti huius, & istarum duarum figurarum corporalium, columnaris scilicet et pyramidalis communis sectio est locus imaginis formæ rei uisæ. Si itaq; superficies corporis à qua fit refractio formæ rei uisæ fuerit plana, tunc corpus imaginatum cõtinens omnes perpendiculares erit similiter planæ superficiei, quare illa imago erit æqualis, uel modico maior quàm sit forma rei uisæ, uidebitur tamẽ semper multo maior re uisæ. Quod si corpus à quo fit refractio fuerit sphericum, & cõuexum eius sit ex parte uisus, fueritq; res uisæ in centro ipsius corporis diafoni, uel inter illud centrũ & uisum, tunc imago rei uisæ erit figuræ pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares quæ sunt katheti incidentiæ concurrunt in centro corporis diafoni per 72. primi huius, et hæc imago quanto magis extenditur uersus superficiẽ cõuexam corporis diafoni, tanto magis amplificatur, & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uisam & superficiem corporis sphericam, semper imago erit amplior re uisæ. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uisam, tunc imago erit strictior re uisæ. Si uero res uisæ fuerit ultra superficiem sphericam corporis diafoni uel ultra centrum eius, tunc cum omnes katheti incidentiæ secant se in centro corporis, citra corpus imaginatum, duæ pyramides oppositæ, quarum uertices cõiunguntur in centro corporis diafoni, & loca imaginum tunc possunt esse diuersa, & forte accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uisæ, quandoq; æqualem, & quandoq; minorem, quod si corpus diafoni sphericum cõcauitas fuerit à parte uisus, & cõuexitas ex parte rei uisæ, tunc idem per rationem qua prius corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in centro corporis diafoni, quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uersus centrum corporis diafoni, tanto magis cõstringitur, & quanto magis extenditur ad partem illam, tanto magis dilata-

distatur & amplificatur superficies, unde secundum hoc locis imaginū diversificatis, diversificatur & quantitas imaginum formarum, quia si locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diaconi concavi quam ipsa res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis propinquior centro corporis diaconi concavi quam ipsa res uisa, erit imago minor ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis remotior à centro corporis quam res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & hoc exemplificavimus in corporibus diaconi sphaericis convexis & concavis, eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus convexis & concavis potest intelligi, univ ersaliter autem quando locus imaginis est superficies corporis diaconi à qua fit refraction, tunc semper imago induit figuram superficiei à qua fit refraction, unde in convexis superficiebus fit convexa, in concavis concava, in columnaribus corporibus fit oblonga columnaris, & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diversificantur etiam figurae imaginum in eodem diacono secundum diversum situm eiusdem rei uisae respectu uisus, unde forma eiusdem rei ut pedis uel manus, quandoque uidetur stricta & curta, quandoque arta & longa, secundum quod perpendicularis res à punctis illius rei ad superficiem corporis diaconi producta illi superficiei incidit diuersimode, sic enim uarie à lineis extensionis formarum intersecantur, & uariatur multiformiter imago, ut patet p. 14. et 15. huius, horum quoque omnium causa sufficienter patet ex praemissis, palam ergo est id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiusdem uidentis uisibus ambobus.

Quoniam enim forma eiusdem rei uisae refracta ab aliqua superficie corporis diaconi, in quo est illa res, se offert ambobus uisibus eiusdem uidentis, tunc in ipsius uisione non fit quantum ad actum uidendi, differentia à simplici uisione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro, huius scientiae, ubi diximus quod res secundum pyramidem uisae, cuius uertex est in centro uisus, & basis in superficie rei uisae, & ostendimus quod tunc ab ambobus uisibus uidetur una forma, unde id hoc supponimus in formis refractis, ut in formis directe uisae. Si enim homo comprehendit aliquid uisibile in coelo aut in aqua, aut sub uetro uel cristallo ambobus uisibus, & claudat unum uisum, nihilominus comprehendit illud uisibile, ambobus ergo uisibus & uno tantum uisu comprehenditur eadem forma, & hoc est propositum, non enim uidimus in talibus aliquid ulteriores morae dignum.

XLVIII.

Cristallo sphaerica soli opposita ignem possibile est accendi in re combustibili quae post illam.

Sit centrum solis punctum a, sitque cristallus sibi opposita, cuius centrum b, sitque ut superficies plana centra amborum quae sunt a & b, pertransiens, secet ipsam cristallum sphaericam secundum circulum per 69. primi huius, quae sit c d e f g, dico quod si aliquod combustibile ponatur post hanc cristallum, ita quod cristallus sit media inter solem & rem combustibilem, ut stupam uel aliquid consimile, possibile est ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro solis a, usque ad centrum cristalli quod est b, diffundi radius qui sit a b, cum itaque radius iste sit perpendicularis super corpus solis & super corpus cristalli, per 72. primi huius, quoniam transit per amborum centra, palam per 47. secundi huius, quia non refrangitur, sed transit corpus cristalli refractionis. Omnesque radij soli superficiei sphaericae cristalli aequedistanter medio a b incidentes, palam quoniam incidunt oblique, ergo per eandem 42. secundi huius patet, quoniam omnes illi radij refranguntur ad perpendicularem a b, quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur ad perpendicularem à puncto refractionis super superficiem cristalli, quae perpendicularis omnes concurrunt cum diametro a b, in centro sphaerae cristalli, sit autem ad illas perpendiculares refraction, ideo quod corpus cristalli densius est corpore aeris per quod transeunt radij inter corpus solis & corpus cristalli incidentes, & quoniam in distantia aequali a radio a b, alij radij à corpore solis praecedentes corpori cristalli incidunt secundum angulos aequales per 43. primi huius, palam per octauam huius, quoniam secundum aequales angulos refranguntur, imaginetur itaque radius a b, produci ultra corpus cristalli, & patet quo

et quoniam à quolibet circulo corporis cristalli totius superficiei solis oppositae refranguntur radij ad unum punctum perpendicularis a b, sicut & omnes perpendiculares concurrunt in centro b, in aliquo itaque illorum punctorum perpendicularis a b, retro corpus cristalli posito combustibili ignis accenditur in illo, si moram duxerit, omnes enim anguli refractionis ex aere ad superficiem superiorem cristalli unius circuli, cuius polus punctus est secundum quem linea a b, secat superficiem cristalli, sunt aequales, & eorum radiorum anguli refractionis à superficie cristalli ad aerem sunt aequales, & quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur à linea perpendiculari à puncto suae refractionis super superficiem cristalli productae, patet quod omnes illi radij aequaliter refracti concurrunt in uno puncto lineae a b, productae ultra superficiem cristalli, & quia illa puncta naturalia latitudinem habent, patet quod in ipsis radij plurimi concurrunt, possunt ergo rem combustibilem ibi positam inflammare, quod est propositum, forte tamen portio sphaerae cristallinae minor hemisphaerio fortius inflammaret in loco centri sui posita re inflammabili, quoniam omnes radij totali illi superficiei sphaericae perpendiculariter incidentes concurrerent in centro per 72. primi huius. Sed in horum experimentatione est in maxima latitudo quae relinquitur ad talia curiosis.

XLIX.

Stellas coeli & lunam secundum refractionem à uisibus comprehendendi instrumentally declaratur.

Instrumentum armillarum ponatur in loco eminenti, unde appareat horisontis pars orientalis, ita quod armilla quae est in loco circuli meridiani sit posita in superficie circuli meridiani, & polus eius sit exaltatus à superficie terrae secundum eleuationem poli mundi super illius habitabilis horisonta, & in nocte obseruetur aliqua stellarum fixarum magnarum, quae tamen peruenit ad circulum meridianum sic transiens per centrum capitis experimentatis aut prope, & consideretur illa in ortu suo dum eleuatur super superficiem horisontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui est polus aequinoctialis, donec fiat aequedistans circulo magno coeli transeunte per polos aequinoctiales, & per centrum corporis illius stellae, & certificetur locus stellae ex armilla, ita ut habeatur distantia stellae à polo mundi. Deinde obseruetur stella donec ueniat ad circulum meridiani, moueaturque armilla mobilis donec fiat aequedistans circulo stellae ut prius, & sit in superficie circuli meridiani, & tunc iterum habebitur distantia stellae à polo mundi, cum stella fuerit in cenith capitis aut prope, inuenieturque distantia stellae à polo mundi in tempore ortus & eleuationis stellae minor ipsius distantia ab eodem polo tempore quo est in cenith capitis uel prope, patet itaque ex istis quia uisus comprehendit formas stellarum orientium reflexe & non recte, quoniam quaelibet stellarum fixarum semper mouetur per eundem circulum, ex circulis aequedistantibus aequinoctiali, nisi forte secundum motum latitudinis uarietur parum in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus. Si itaque uisus comprehenderet stellas recte non refractas, tunc uisus comprehenderet quamlibet stellarum in suo loco, & esset omni hora noctis eiusdem stellae à polo mundi eadem distantia in uisu, cuius contrarium accidit uisui per instrumentum. Similiter quoque accidit in luna, si enim aliquis per tabulas aquauerit locum lunae in aliqua hora prope ortum eius, & habeat latitudinem eius & distantiam à polo mundi notam, & item aequet ipsam pro tempore mediae noctis, & sciat latitudinem eius & distantiam à polo mundi. Si itaque inueniatur locus lunae per armillas tempore ortus sui non accidet diuersitas inter computationem per tabulas & experimentationem per instrumentum, inuento uero loco lunae per armillas dum est in meridiano circulo, erit distantia linea cenith capitis inuenta per instrumentum, cum latitudo lunae est meridiana maior, & cum est septentrionalis minor uera distantia eius ad cenith capitis inuenta per computationem tabularum, patet ergo quod lux lunae non peruenit ad uisum recte, sed refrangitur in aliquo medio corpore secundi diaconi, quia nisi refrangeretur eadem eius esset distantia à cenith capitis per instrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum esset in horizonte,

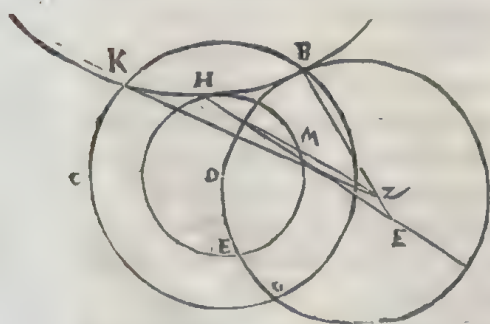
a a a nunc

nunc autem differt, palam est ergo propositum, quia omnes stellae uidentur per refractionem.

L.

Diafonitas corporis coelestis rarior est aeris & ignis diafonitate.

Disposito enim instrumento armillaris ut supra, inuenienda est distantia alicuius stellarum a cenith capitis, & in loco experimentationis sit circulus meridiani a b g, & sit cenith capitis punctum b, & polus mundi sit punctum d, centrum quoque mundi sit punctum e, & ducatur semidiameter meridiani circuli quae sit e b, pertransiens centrum uisus experimentantis, quae sit punctum z, sitque circulus h c, aequidistans circulo aequinoctiali & polo ipsius qui est d, Eritque polus illius circuli h c, punctum d, per 68. primi huius, propter distantiam illorum circulorum, sitque circuli h c distantia a puncto d, polo mundi, illa in qua inuenitur stella in hora certificationis distantiae primae, quae est in ipso puncto sui ortus, & sit locus stellae in illa hora punctum h, sitque circulus alter qui k b g, aequidistans aequinoctiali circulo, & etiam circulo h c, cuius distantia a polo mundi, quae est d sit illa, in qua inuenitur stella in secunda hora considerationis, quae sit stella existente iuxta cenith capitis in circulo meridiani quae est a b g. Eritque circulus k b g aequidistans polo mundi qui est d, & ualde propinquus ipsi cenith capitis, aut transiens per punctum b, quod est cenith capitis. Ille ergo circulus k b g, est in quo cessat obliquitas refractionis, nam cum stella fuerit in cenith capitis in puncto b, aut ualde prope, tunc uisus comprehendit eius formam recte, nam linea e z b a centro mundi e, per centrum uisus z, ad cenith capitis b pertingens, est perpendicularis super concuum sphaerae coelestis, & super conuexum sphaerae aeris per 72. primi huius, quoniam transit per centrum utriusque illarum sphaerarum, uisus itaque propter perpendicularitatem lineae z b, super sphaeras aeris & coeli, comprehendit stellam existentem super hanc lineam recte, siue corpus coeli & aeris sint eiusdem diafonitatis siue diuersae, quoniam ut supra ostensum est per tertiam huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio secundi diafoni, forma itaque stellae apparentis in puncto b, sine omni refractione peruenit ad uisum per medium corpus coeleste & ignis & aeris, quorum in hoc loco acceptio est uniformis, quoniam ignis plus diafonus est aere, & ex lucibus coelestibus nihil ad nos peruenit uel ad nostros uisus, nisi per medias sphaeras ignis & aeris quae quantum ad illud sunt sphaera quasi una, stellae itaque existentem in cenith capitis aut prope illud, comprehendit uisus in suo uere circulo aequidistante circulo aequinoctiali super quem mouebatur ab initio noctis, quousque peruenit ad circulum meridianum. Cum in circulo itaque k b g, fuerit stella in prima experimentatione, sit autem circulus altitudinis transitus per stellam in prima hora experimentationis circulus b h k. Secetque iste circulus circulum k b g, in ambobus punctis, scilicet in puncto k, qui est in parte orientis, & in puncto g, illi directe opposita, secetque circulum h c, scilicet in puncto h, in quo corpus stellae uidetur esse in tempore primae considerationis, & quia distantia stellae secundum uisum a polo mundi fuit in prima experimentatione minor quam in secunda, patet quod circulus h c, est propinquior polo d, quam circulus k b g, punctus itaque h, circuli altitudinis qui est b h k, propinquior est ipsi cenith capitis b quam punctus k. Ducantur itaque duae lineae h z & k z, ad centrum uisus z, quia ergo stella comprehenditur a uisu in prima hora experimentationis in puncto h, circuli b h k, & tunc erit in superficie circuli b h k, & cum stella erit in illa hora secundum ueritatem in circumferentia circuli k b g, oportet necessario ut stella in illa hora fuerit secundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis qui sunt k b g & b h g, qui est punctus k, super terram, comprehenditur autem a uisu in puncto h, per lineam z h, quia forma stellae peruenit ad uisum in rectitudine lineae h z, & linea quae est inter stellam & uisum secundum ueritatem, est linea k z, palam ergo quod uisus non comprehendit stellam quae est in puncto k recte, comprehendit ergo ipsam refracte, & quia in corpore coelesti propter homogeneitatem



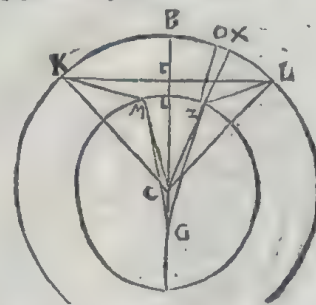
super terram, comprehenditur autem a uisu in puncto h, per lineam z h, quia forma stellae peruenit ad uisum in rectitudine lineae h z, & linea quae est inter stellam & uisum secundum ueritatem, est linea k z, palam ergo quod uisus non comprehendit stellam quae est in puncto k recte, comprehendit ergo ipsam refracte, & quia in corpore coelesti propter homogeneitatem

homogeneitatem suae diafonitatis non potest fieri refractionis, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaque locus refractionis factae in medio secundi diafoni, quod est aer uel ignis punctum m, & ducatur linea k m, & protrahatur a puncto m, linea recta usque ad punctum z centrum uisus, quia ergo forma stellae extenditur a stella per lineam k m, & refrangitur ad uisum, per lineam k m z, formae uero non refranguntur nisi occurrerit corpus diuersae diafonitatis, ut ostendimus in secundo libro huius, & in praemissis huius libri propositionibus, ergo corpus coeleste in quo est stella, est differentis diafonitatis ab aeris & ignis diafonitate, & quia locus refractionis est apud superficiem transiensem inter duo corpora differentia in diafonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaque m, est in concauitate coeli, & si producatur linea e m, hoc secundum ueritatem erit semidiameter sphaerae coeli, cuius concuum attingit conuexum ipsius ignis, est ergo perpendicularis super superficiem coeli concua contingentem aerem uel ignem, & super superficiem aeris uel ignis conuexam, & quia forma stellae extensa in corpore coelesti per lineam k m, refrangitur in aere ad uisum per lineam m z, linea uero k m, protrahitur ultra punctum m, secaret lineam z m, elongans se a puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit concuae superficiei ipsius coeli, palam quia illa refractionis est ad partem in qua est perpendicularis e m, transiens per punctum refractionis perpendiculariter super conuexam superficiem aeris, & quoniam neque in coelo, neque in terra, neque in aere est aliquod corpus densum politum, a quo possit fieri reflectio ut a speculo, patet quia illa diuersitas accidit propter refractionem formae in medio secundi diafoni, corpus itaque aeris est grossius corpore coeli, ut patet per quartam huius, & hoc est propositum.

L I.

Diametri omnium stellarum & lineae determinantes distantias quarum libet duarum stellarum in cenith capitis uel circa existentium, minores comprehenduntur per refractionem quam si directe uiderentur.

Sit circulus meridianus in aliquo horizonte b f k, & communis sectio superficiei huius circuli, & superficiei conuexitatis sphaerae coeli infimi p 69. primi huius, sit circulus m e z, erunt ergo isti duo circuli in eadem superficie & concentrici. Sit ergo centrum ipsorum quod est centrum mundi punctum g, sitque centrum uisus punctum c, & ducatur a centro mundi g, ad centrum uisus c, linea g c, & extrahatur linea g c in partes donec occurrat circulo meridiani in puncto b, secetque circulum qui est in superficie coeli concua in puncto e, erit itaque punctus b, cenith capitis quo ad uisum, sit itaque k l, arcus cuius corda k l, sit diameter alicuius stellae aut distantia inter aliquas duas stellas, & linea c b, transeat per medium arcum k l ad punctum b, et secet corda k l in puncto p, arcus itaque k b est aequalis arcui b l, & ducatur duae lineae c k & c l. Erit ergo angulus k c l, quidam angulus secundum quem uisus c, comprehendit arcum k l, quoniam ipsum recte comprehendit. Sit itaque ut forma puncti k, refrangatur ad uisum c, a puncto m, circuli m e z, qui est signatus in concua superficie ipsius coeli infimi, ut praesumptum est, & forma puncti l, refrangatur ad uisum c ex puncto z, ducantur lineae g m & g z, a centro mundi ad loca refractionis, ducant quoque lineae k m, l z, z c, forma itaque puncti k, extenditur per lineam k m, & refrangitur ad uisum c, per lineam m c, & quoniam linea g m, exit a centro ad circumferentiam, palam p 72. primi huius, quod ipsa est perpendicularis super superficiem sphaerae coeli incidens puncto m, quod est punctum refractionis, et quia per praemissam corpus coeli quod est z m, est rarioris diafonitatis quam corpus aeris, in quo est uisus c, palam p 4. huius, quia refractionis quae sit secundum lineam m c, erit ad partem perpendicularis lineae quae est m g. Erit itaque punctum m, inter duas lineas c b & c k, quia si punctus m esset ultra lineam c k, tunc perpendicularis exiens a puncto g ad punctum m, esset etiam ultra punctum k, & ita cum forma puncti k refrangatur ad partem perpendicularis m g, & non perueniret ad perpendicularem g e, ergo non perueniret ad uisum c, palam itaque, quoniam punctus m, est inter duas lineas c k & c b, & eodem modo declarari potest, quia punctum z, est inter duas lineas c b & c l, extrahatur itaque linea c m ad q, punctum

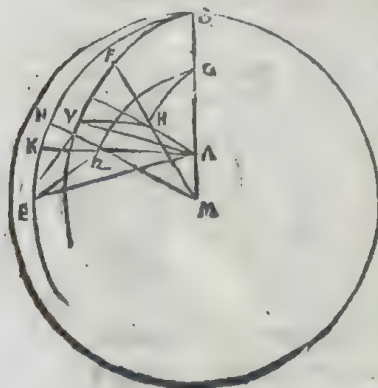


aaa 2 circu

circuli meridiani, & linea $c z$ ad punctum r , eiusdem circuli meridiani. Erit itaq; arcus $q k$ æqualis arcui $k r$, & angulus $q c r$ erit minor angulo $k c l$, qm̄ est pars eius. Sed angulus $q c r$ est angulus p̄ quē uisus c , cōprehendit arcū $c k l$ refracte, & angulus $k c l$, p̄ quē uisus c , comprehendit arcū $k l$ recte, si ipsum recte posset comprehendere, sed remotio arcus $k l$, & uisus est maxima, quā ppter quantitatem eius uera certificatur, uisus itaq; per existimationem nō per certitudinē accipit remotionē arcus $k l$, sed existimatio uisus qm̄ cōprehendit refracte, non differt ab existimatione eius, qm̄ comprehendit recte, nisi in hoc solū, quod putat se recte cōprehendere qm̄ comprehendit refracte, uisus itaq; c , cōprehendit arcum $k l$, refracte ex angulo minori q̄ ille angulus quo ipsum cōprehendit recte, & secundum cōparationē ad illā eādē remotionē, ad quā comparat si ipsam recte cōprehenderet. Sed uisus c , cōprehendit magnitudinē ex quantitate anguli respectu remotionis pūcti c , qd̄ est centrū uisus a , a superficie rei uisæ p̄ 20. quarti huius, ergo cōprehendit quantitatem arcus $k l$, refracte minorem q̄ si cōprehenderet illam recte, & si figura in qua sunt pūcti $k l r b$ imaginetur circūuolui linea $c b$, existente immobili, describetur circulus secūs meridianū circuli in duobus pūctis, cuius circuli polus erit punctū b , cenith capitis, & erūt omnes anguli qui sunt apud uisum c , contenti duabus lineis similibus lineis $c k$ & $c l$, inter se qualibet suæ cōpari æqualis, uisus ergo c , cōprehendit formā arcus $k l$, refracte in omni situ in respectu circuli meridiei, cū fuerit in uertice capitis minorē, q̄ cōprehendit ipsam recte, & si linea $c b$, secuerit arcū $k l$ in duo æqualia, tūc duo puncta q & r , erūt inter duo puncta k & l . Eritq; angulus $q c r$ minor angulo $k c l$, & erit omnis angulus æqualis angulo $q c r$, extens a pūcto c , secūs stellā, & linea exiens a cetro uisus c , in superficie illius circuli secabit circulū minorē ipsius stellæ, & cōprehenditur quāritas eius minor q̄ sit, & sic tota stella uidebitur maior q̄ sit, ois ergo stella uidet minor cū est in cenith capitis q̄ si uideret directe, & similiter est de omni distantia inter quaslibet duas stellas, cū cenith capitis fuerit inter duas extremitates illius distantia, comprehenditur em̄ in oibus suis positionibus minor, q̄ si directe cōprehenderetur sine refractione. Omnis itaq; stella in uertice capitis aspiciētis existens uidet minor q̄ in alio loco coeli, & quāto magis remouet a uertice capitis, tanto semp̄ apparet maior, itaq; in horizonte apparet maior q̄ in alio loco, & hoc est cōmune oibus stellis, planetis scilicet & fixis, quod in cenith capitis uel prope illud semp̄ sunt minores, & hoc similiter apparet in lineis determinantibus stellarum distantias, hoc est in ipsis stellarū distantijs, ut spaciōrū coeli quæ sunt inter stellas magis q̄ in quantitatibus stellarū, nam quāritas stellæ quo ad uisum est res parua, & excessus suæ quantitatis res parua, sed magis cōprehenditur diuersitas & excessus distantiarū, patet ergo, ppositum.

LII.

Diametri stellarū uel lineæ stellarum distantiam determinantes, existentes in horizonte aut inter horizonta & circulū meridiei, taliter ut æquedistant horizonti, uidebūtur propter refractionē minores q̄ si directe uiderentur.



Sit item circulus meridians qui p̄ b , cuius centrū quod est centrū mūdi sit punctus m , & sit centrū uisus a , & cenith capitis pūctū b , & ducat lineam $a b$, et sit diameter stellæ aut distantia inter aliquas duas stellas linea $d e$, æquidistans horizonti, & sit circulus altitudinis transiens p̄ unā extremitatē diametri stellæ, aut distantie inter duas stellas circulus $b d$, & alius circulus altitudinis transiens p̄ alteram extremitatē diametri stellæ aut distantie sit circulus $b d$, & alius circulus altitudinis transiens extremitatē diametri stellæ aut distantie sit circulus $b e$, cōmunes quoq; sectiones superficiem istorum duorū circulorum & superficiei concave coeli infimi sint duo circuli $g h$ & $g z$, forma itaq; pūcti z , refrangit ad uisum a , in superficie circuli $g h$, esto ut hoc fiat in pūcto h , & forma pūcti e , refrangitur ad uisum a , in superficie circuli $g z$, sic itē in puncto z , ducant lineæ $a d$, $a e$, $a h$, $a z$, $m z$, $m h$, & produ-

producatur linea $m z$, ad arcū $b e$, in punctum n , & linea $m h$, pducatur ad arcum $b d$, in punctū f , & qm̄ linea $d e$, æquedistat horizonti, cū sit quædam pars circuli æquedistantis circulo horizontis, ut alicuius illoꝝ circulorum qui Arabice dicatur Almucantara, palam p̄ 68. primi huius, qm̄ cenith capitis quod est punctus b , est polus circuli $d e$, qm̄ ipse est polus horizontis, arcus itaq; $b d$, est æqualis arcui $b e$, per 27. tertij, cordæ em̄ illorum arcuum sunt æquales p̄ 65. primi, linea itaq; $m h$, est ppendicularis sup̄ superficiem corporis, diafoni coelestis per 72. primi huius, qm̄ exit a centro mundi, linea itaq; $h a$, refrangitur a puncto h , ad uisum a , & erit eius refractione ad partem diametri $h m$, per 4. huius, aer em̄ est densior corpore coelesti, ut patet p̄ 48. huius, refringetur ergo ad partē cōtrariā illi, in qua est ps̄ reliqua ppendicularis q̄ $h f$, ergo h , pūctū refractionis est altius q̄ linea $a d$, & similiter declarabitur quod 3 punctus refractionis est altior q̄ linea $a e$, duo ergo puncta f & n , quæ sunt termini duarū linearū ppendiculariū $m f$ & $m n$, sunt inter duo puncta d & e , & cenith capitis quod est b , ita quod punctum f , est inter duo puncta e & b , & angulus refractionis qui est apud punctū h , est æqualis angulo refractionis qui est apud punctū z , per 13. huius, qm̄ situs duorū punctoꝝ d & e , respectu uisus a , est cōsimilis ex hypothesi, tūc ergo distat punctus f , a puncto d , quantū punctus n , a puncto e , extrahatur itaq; linea $a h$, ad punctū t , & lineam $a z$, ad punctū k , distabit itaq; punctus t , a puncto d tūc, quantū punctus k , a puncto e , & ducatur linea $t k$, qui necessario erit æquedistans lineæ $d e$, per 88. primi huius, qm̄ arcus $e k$, est æqualis arcui $d t$, est ergo linea $t k$, minor q̄ linea $d e$, per eandem 88. primi huius, & lineæ $a t$, $a k$, $a d$, & $a e$ sunt æquales, quia punctum a , centrū uisus est quasi centrū mundi, & omnium arcuum signatoꝝ ut $b d$ & $b e$, duæ lineæ $a t$ & $a k$, sunt æquales duabus lineis $a d$ & $a e$, & basis $t k$, trigoni $a t k$ est minor q̄ basis $d e$, trigoni $a d e$, ergo p̄ 25. primi, erit angulus $t a k$, minor angulo $d a e$, sed angulus $t a k$, est angulus secundū quē linea $d e$, comprehenditur refracte, & angulus $d a e$, est angulus secundū quē linea $d e$, comprehenditur recte, patet itaq; illud quod proponebatur, siue linea $d e$, sit diameter alicuius stellarum, siue ipsa sit linea determinans distantiam inter stellas.

LIII.

Diametri stellarum aut lineæ determinantes distantiam stellarum in aliquo circulo altitudinis super horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores quā si directe uiderentur.

Remaneat dispositio quæ supra, & sit diameter alicuius stellæ uel distantia aliqua rum duarū stellarū linea $d e$, quæ sit erecta in aliquo circulo altitudinis transeunte per cenith capitis, qd̄ est punctū b , qui circulus altitudinis sit $b d e$, sitq; cōmunis sectio superficiem circuli $b d e$, & superficiei concavitatis sphaeræ infimæ coelestis, circulus $a h$ 3. per 69. primi huius, & ducant lineæ $a d$ & $a e$, & refrangant formam puncti d , ad uisum a , ex puncto h , & formam puncti e , ex puncto z , copulēt quoq; lineæ $d h$, quæ pducant ultra punctū h , in punctū n , & $c z$, quæ pducant ultra punctū z , in punctū o , patet ergo ut in pcedente proxima, qd̄ punctū h , est altius q̄ linea $a d$, & qd̄ punctū z , est altius q̄ linea $a e$, ducantur itaq; lineæ $a h$, $a d$, $a z$, $a e$, $m h$, $m z$, & ptraheant lineam $m h$, ultra punctū h , ad circulum altitudinis in punctū t , & lineam $m z$, ultra punctū z , in puncto k , erit ergo angulus refractionis qui sit ex refractione formæ pūcti e , ad uisum a , qui est angulus $a z m$, ualde paruus, qm̄ linea $a m$, qui est semidiameter terræ respectu tantæ distantie, nō est alicuius sensibilis quantitatis, ut aliās declarauimus in scientia motuū coelestiuū, & angulus refractionis eius erit paruus sequens modū illius anguli $a z m$, qm̄ cū aer sit densior corpore coelesti, ut patet p̄ 48. huius, palā p̄ 4. huius, qm̄ sit refractione ad ppendicularē quæ est $z m$. Erit ergo p̄ 8. huius, angulus $e z m$, & similiter angulus $b h t$, acutus, ergo anguloꝝ $a h d$ & $a e z$, uterq; erit obtusus p̄ 13. primi. Pūctū itaq; z , aut erit in superficie horizontis, aut altius, si erit in superficie horizontis, erit ergo in extremitate ppendicularis exeuntis a centro uisus, quod est a , sup̄ lineam $b a$, ppendiculariter superficiei horizontis insistentē, quæ ppendicularis imaginat esse ducta in superficie horizontis, aut si fuerit al-

222 3 tius

A geometric diagram featuring a circle with center point A. Two diameters are shown: a vertical one labeled B at the top and E at the bottom, and a horizontal one labeled C at the right and I at the left. Several other points are marked on the circumference and interior: G is on segment AB; Q is in the upper-right quadrant; P is on the rightmost point of the circle; N is near the center; H is in the upper-left quadrant; K is on the left side; L is at the top-left; and Z is on the lower-left arc. Lines connect these points in a complex web, including connections from A to B, C, P, I, and several others like A-H, A-N, A-Q, A-K, A-L, A-Z, and various chords between the peripheral points.

bus æqualibus tertium est inæquale, ergo circulus cōtinens trigonū a h d, est maior circulo cōtinente trigonū a 3 e, quia angulus a h d, est maior angulo a 3 e, & linea h d, est minor q̃ linea 3 e, linea itaq; h d, distinguit de circulo minore cōtinente triangulū a h d, arcum minore arcui simili illi arcui quē refecat linea 3 e, ex circulo minore cōtinente triangulū a e 3, angulus ergo h a d, est minor angulo 3 a e, sit ergo angulus 3 a d, cōmunis illis ambobus angulis, erit ergo angulus h a 3, minor angulo d a e, angulus uero h a 3, est angulus secundū quē uisus a, cōprehendit lineā d e, per refractionē, & angulus d a e, est angulus secundū quē cōprehendēret forma lineæ d e, recte si hoc posset fieri, uisus itaq; a, cōprehendit lineā d e, reflexe minore q̃ recte per 20. quarti huius, qm̃ sub maiori angulo comprehendit ipsum reflexe q̃ recte, patet ergo propositum.

LIII.

Omnes stellæ cōprehendunt rotundæ, qm̃ uterq; diametrorum suar. s. longitudi-
nis & latitudinis cōprehendit æqualiter minor, quàm si cōprehenderet recte, quilibet er-
go suar. diametror. declivium cōprehenditur æqualiter minor per refractionē q̃ si com-
prehenderet recte, stella ergo cōprehendit rotunda in omni suo situ, omnes quoq; stel-
læ cōprehendunt minores p refractionē, q̃ si directe uiderent; qm̃ ipsar. diametri com-
prehendunt minores, u patet ex ppositionibus pmissis. & hoc uerū est, quantū à parte re-
fractionis, quæ sit in medio secundi diaconi qd̃ est aer, qui est dērior cœlo per 48. huius,
in cœlesti itaq; cōcaua superficie, sit refractio ad perpendicularem exeuntē à puncto re-
fractionis super illam superficiem, hoc est ad lineam quæ est semidiameter mundi per
4. huius. Diversitas uero refractionis quæ sit secundū distantia stellar. à polo mundi in-
uenitur

venit

LV.

Quoniam enim ut patet ex pmissis 5. theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet stellæ erit in conuexo aeris uel ignis sub concato cœli infimi ignem continentis. Hæc autem elementorū quodlibet mobile est se p motu recto, utpote sursum ppter leuitatē quæ est in illis, mouetur aut per accedens motu circulari una cū motu diurno cœli, propter formā stellæ ipsi incidentē necesse est diuicari & distrahi, sicut ipsa forma uide tur aliquatiter locū mutare ppter motū corporis in quo uidet, necesse diuersitas in isto siue lumen stellæ p se ipsum diffundat, siue fiat hoc ppter reflexionē luminis solaris à stellis

stellis. Semper enim tam lumen per se diffusum à corpore luminoso, quàm lumen ab alijs corporibus diffusum, quoniam per refractionem uidetur sit debilius per 10. huius, unde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuersis motibus, aut uno motu forti necesse est formam illam debilitatam diuicariatam & distinctam uideri propter motum corporis subiecti, in quo uidetur, unde in his talis refractione luminis non est causa, & huius simile est in aqua uelociter currente, à cuius superficie formae stellae reflexae uidentur plus scintillare quàm in ipso loco suae imaginis refractae per aerem uideantur, quoniam propter motum aquae distrahuntur forma reflexa, & mutantur loci imaginis reflexae, propter quod & stellae formae plus moueri uidentur, & ideo apparet amplius scintillantes. Similiter quoque formae stellae in loco suae imaginis tempore uetore propter maiorem motum corporis medij plus scintillant. In planetis uero non semper accidit scintillatio, quoniam licet plus scintillant, & in eis sit idem locus imaginis, & ipsorum formae propter refractionem debilitentur, tamen propter propinquitatem ad nos uidentes non accidunt eis multa debilitas, quia minor sit in eis refractione per 13. huius, perueniunt ergo formae ipsorum fortes ad uisum, unde & locum imaginis suae, quousque corpus subiectum moueatur, penetrent in motu & sine omni diuicariatione, nisi forte aliquid corpus grossius aere uisibus & planetarum formis interponatur, utpote uapor aquaticus grossus, tunc etenim propter incertitudinem motus illius uaporis, praesertim cum à uentis agitur, formae planetarum quasi scintillantes perueniunt ad uisum, & ex hac causa aliquando & ipsam solē uidemus scintillantem in mane cum fuerit in ortu suo uisibilis secundum spirituum uisibiliū resolutionem, propter quorum resolutionem & motum, sol semper aliquandiu aspectus uidetur scintillare & moueri forma eius, quoniam recipit in spiritibus motis, qui propter uictoriam luminis cum fuerint in fine suae corruptionis ab actu uisibilis mutati, rarificantur super suam naturam consistētiam, unde mouetur motu sibi improprio nato & insolito, suntque causa motus formae uisae, & tunc uidetur forma rei uisae scintillare, sicut etiam accidit cum à corporibus politis sit fortis reflexio luminis ad uisum, tunc enim propter improprietatem illius luminis ad spiritus uisibiles sit motus illorum spirituum, & uidentur formae illorum corporum scintillantes & motae, quia recipiuntur in corpore commoto. Sic itaque scintillatio semper accidit omnibus stellis fixis, quoniam causa illius est perpetua, scilicet diuicariatio formae suae in loco imaginis accedens ex motu subiecti corporis. In planetis uero scintillatio accidit ut raro, quia causa eius est eueniens ut raro. In alijs uero corporum formis, quae excellentia corrumpit sensum, non est proprie scintillatio, siue illa corruptio fiat per simplicem luminis immissionem, uel per reflexionem à corporibus politis, quia illa scintillatio non accidit sensui ut est suae propriae dispositionis, sed ut est infirma suae corruptionis, & etiam si habentibus in oculis formam rei motae, aut etiam mouentibus, omnia moueri uideantur, propter motum spirituum, sine regimine animae discurrentium, non propter hoc differunt formae rerum omnium scintillare, patet ergo per positum. Et quia secundum praemissos refractionum modos passionem uisibilium infirmorum & supremorum transcurrimus, restat ut refractiones quae in medijs accidunt corporibus aliquantulum pertractemus, utpote illas quae in uaporibus medijs occurrunt.

LVI.

Non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus quàm in medio lumine sensibilis fieri est impossibile.

Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquam partem medij, uniformis erit extensio radij secundum lineam rectam per primam huius secundum, unde si non aggregantur radij in corpore aliquo occurrente ipsis radijs luminis, non erit plus sensibile lumen in illo corpore quàm fuerit in alia parte medij, per quam ferebatur secundum extensionem ad motum lineae rectae, lumine enim inaequaliter lato per unum corpus, & aliud, nisi fiat aliqua diuersitas ipsius luminis, non magis in uno quàm in alio corpore sentietur, alijs circumstantijs in uisu & remotione existentibus aequalibus, quod si fiat diuersitas luminis in radijs respectu diuersorum corporum, ut patet per 4. huius, tunc in eo corpore in quo magis radij disgregantur minus luminis apparet. Si ergo in aliquo corpore plus luminis apparebit, necesse est in illo corpore radios plus aggregari, patet ergo quod non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso

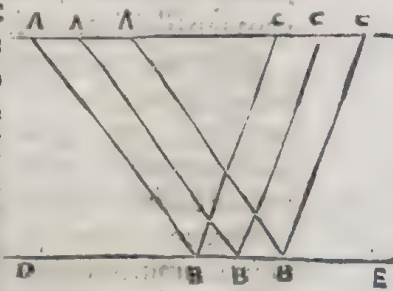
nos plus quàm in medio lumine sensibilis fieri in aliquo corpore quàm sit in medio unius diafoni impossibile est. Ex quo patet, quod si radij in aliquo corpore plus aggregantur quàm in medio, quod in illo corpore lumen sensibilis quàm in medio apparebit, & secundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminosi per reflexionem uel refractionem aggregari palam est.

Istud patet per hoc, quoniam cum radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpore, tunc quia per 20. quinti huius, angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis, & radius incidens & reflexus sunt in eadem superficie, ut patet per 25. quinti huius. In superficie ergo eadem radij duo ad aequales angulos incidentes reflectuntur & ununtur sic ut fiant unum, aggregantur ergo, quia duo obtinent unum locum, imò minus unum. Verbi gratia, sit ut in superficie una reflexionis quae sit a b c, incidentant duo radij à diuersis partibus diafoni corporis luminosi, scilicet a & c, ad unum punctum corporis in quo sit reflexio, quod sit b, & sint anguli incidentiae aequales, producta ergo à puncto b, linea in dicta superficie ad utramque partem, scilicet ea quae est communis sectio superficie reflexionis & superficie corporis à quo sit reflexio, quae sit d b e, erit angulus incidentiae qui est a b d, aequalis angulo reflexionis, qui est c b e, per 20. quinti huius, sed & secundum angulum incidentiae qui est c b e, sit reflexio radij c b, ergo radius b a, reflexus, & radius c b incidens, efficiuntur unus, & radius b c, reflexus, radius quoque a b, incidens efficiuntur unus. Sic autem est de alijs omnibus qui incidunt secundum pyramidem, cuius conus est in aliquo puncto corporis, à quo sit reflexio, & basis in corpore luminoso, patet ergo quod ad minus omnes illi radij in se duplicantur, unde cum ipsi sint infiniti, quoniam solum sunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides sunt tot quot sunt puncta in corpore à quo sit reflexio, patet quod ipsi per reflexionem aggregantur. Sed & per refractionem in medio secundi diafoni lumen aggregari per experientiam sensibiliter adhibitam patere potest. Cum enim ostensum sit quod in medio secundi diafoni densiori aere à parte opposita superficie incidentiae semper sit radiorum aggregatio, imò concursus in punctum unum, & ibi lumen & calorem generant, imò quod ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, ut patet per 46. huius. Refractio itaque lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in superficie à quo sit refractione in profundum corporis densioris diafoni radius incidens & refractus, qui in medio unius diafoni producti, essent linea una, angulum refractionis constituunt. Suntque per 46. secundi huius, in una superficie quae dicitur superficies refractionis, est semper orthogonalis super superficiem corporis in quo sit refractione per 2. huius, unde tales radij omnes sic sibi ipsis incidentibus quando sunt refracti uicinantur & aggregantur secundum diafoni secundi dispositionem angulo refractionis ad angulum incidentiae suae uariato. In grossiori enim uel densiori diafono radius non perpendicularis magis debilitatur, unde ad perpendicularem uehementius refragitur & in uiciniorum punctum axis cadit, angulus ergo sit acutior angulo incidentiae suae respectu eius, si secundum idem punctum radius subtilioris diafoni incidisset, & ob hoc, quoniam angulus ex omnibus refractis radijs cum linea, quae est communis sectio superficie refractionis, & superficie corporis in quo sit refractione, est minor in corporibus densioris diafoni quàm minus densis, patet quod in corporibus densioribus & radij plus aggregantur quàm in minus densis, per 8. huius, sit itaque illorum radiorum aggregatio quandoque propter lucis reflexionem ad punctum unum Mathematicum uel naturalem, ut in nono libro huius scientiae per specula comburentia ostendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris ubi de talibus sermo fuit. Fit etiam haec aggregatio quandoque per refractionem, quoniam radij secundum aequales angulos incidentes per 8. huius, secundum aequales angulos refranguntur, & quandoque concurrunt in puncto uno, ut patet per 46. huius, semper autem in talibus & radij reflexi & refracti

bbb



in illo
non lumen,
nisi

plurimū
minimū
scintillat
lumen

lumen

per opus
lumen fuerit

fracti quodammodo in eadem parte medij le duplicant, unde faciunt maius lumen, aggregatis autē per refractionem radijs, ut patet ex præmissis, tunc visu existente in loco aggregationis lumen generatur, & quandoq; in corporib; diafonis superficiem leuem habentibus densioribus aere propter leuitatem superficiei lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1. quinti huius, tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuersitatem densioris diafonis fit luminis refractione ad perpendiculararem intra corpus, ut patet per 4. huius, tunc in periferia cuiuslibet superficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipsi ad inuicem radijs uicinatis fortificatur sensibilitas luminis, quādo ergo superficies talium corporum sunt leues ut politæ per naturam, tunc licet in ipsis fiat refractione, ab eorum tamē superficie fit etiā reflexio radiorum, licet debiliter, & ppter hoc duabus his causis concurrentibus in superficie corporum talium lumen aggregatur, & apparent corpora plurimum luminosa, quamuis magis densa magis appareant luminosa. Non sunt autem modi alij aggregationis radiorum quāu' reflexio & refractione, ad hos enim ut ad primos, si qui alij modi apparuerint, radialiter reducuntur, patet ergo propositum.

LVIII.

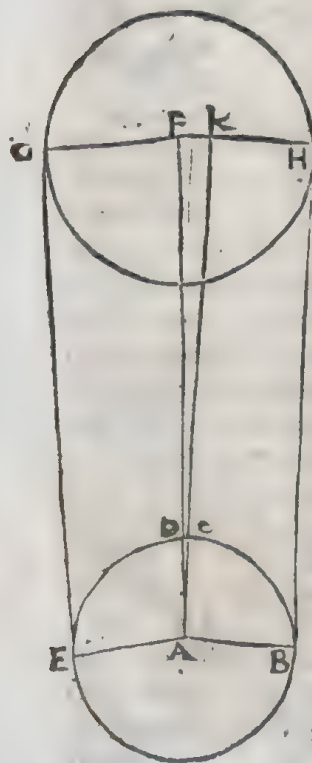
Sine oppositione corporis densioris q̄ sit medium proximum rad̄is cor
poris luminosi ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maio
rem sensibilitatem impossibile est fieri.

Istud patet per hypothelsim, qm radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper id
minosi & uniformes, si ergo medium per quod feruntur sit uniforme, nunq̃ reflectuntur
uel refranguntur, sed semper feruntur in continuum & directum, ut patet per i. secundi
huius, nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex
æquali diffusionē luminis receptum est in oculo uidentis, nec etiam ad uisum fiet reflexio,
nec refractione in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis, nec lumen uel sensibi-
litas luminis maior efficietur, patet ergo propositum, quoniam sine oppositione cor-
poris densioris q̃ sit primum medium per quod fertur radius corporis radiosi luminosi, ipso-
rum reflexionem uel refractionem fieri non est possibile, qm̃ omnis reflexio uel res-
fractio semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

LIX.

Quantitatem arcus circuli magni terræ secundum quæ
illuminatur à sole possibile est declarari.

Supposito ex his quæ alibi declarata sunt per antiquos & nos, quod corpus solis sit maius corpore terræ, palam per 27. secūdi huius, quā sol aspicit terram secundum superficiem terræ maiorem medietate superficiē ipsius terræ. Sit itaq; circulus secundum quem terra illuminatur à sole, qui b c d e, cuius centrum sit a. & sit circulus maior solaris corporis, qui g h, cuius centrum sit f, ducanturq; lineæ contingentēs utramq; horum circulorum qui sint b h & e g, proportio itaq; b c d e, terræ, est illuminata à sole qui est maior hemispherio, ducantur itaq; lineæ a b & f h, quæ erunt æquedistantes per 28. primi, quā utraq; ipsarum est perpendicularis super lineam b h, utroq; circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f, est maior q̃ linea b a, ut patet ex suppositis, refecetur à linea f h, æqualis linea a b, per 3. primi, sitq; h k æqualis ipsi a b, & ducatur linea a k, eritq; per 33. primi, linea a k æquedistans lineæ h b, ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h, & quia linea f h, est 5. partes, & medietas partis ferè, secundum quod linea a b. est pars una, ut demonstrauit est in Astronomicis, remanet linea k f, 4. partes & media. Per eandem quoq; uiam Astronomicam ostensum est, quod secundum quantitatem, qua semidiameter terræ est

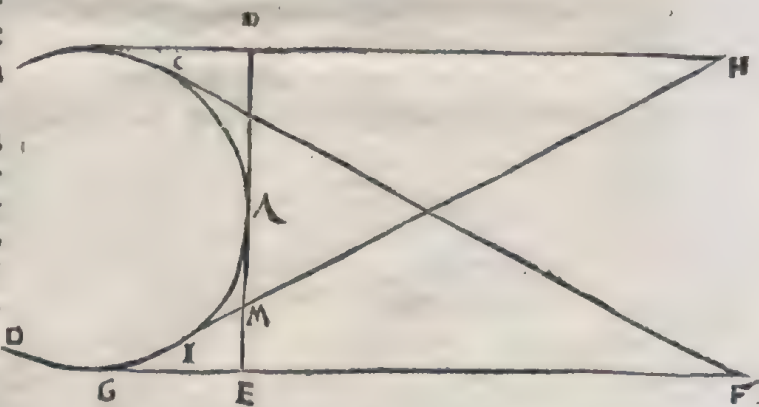


pars una, linea a f, est partes 1210. cum sit distantia solis à terra in medijs longitudini-
 bus eius. Si ergo secundum quantitatem qua linea a f, est 1210. partes, linea f k, est 4
 partes, & medietas partis, erit secundum quantitatem qua linea a f, est 120. partes, linea
 f k, 29. minuta, 12. secunda, & secundum quantitatem qua linea a f, est 60. partes, linea
 f k, est 14. minuta & 36. secunda, circumscripto ergo circulo in trigono orthogonio, q
 est f k a, per 5. quarti, erit arcus quem subtendit corda f k, quali 13. minuta, & 56. secun-
 da, ergo per ultimam sexti, erit angulus b a f, 13. minuta, & 56. secunda, secūdiū q angu-
 lus rectus est 90. partes, arcus ergo c d, 13. minuta, & 56. secunda, secundum quod arcus
 b c, est partes 90. per ultimam sexti, quoniam angulus b a c, est rectus per 34. primi, an-
 gulus enim k h b, est rectus, totus ergo arcus b d, erit 90. partes, 13. minuta, & 56. se-
 cunda. Sed arcus d e, est æqualis arcui d b, totus ergo arcus b c d e, est 180. partes, 27. mi-
 nuta, & 52. secunda, quod quærabamus.

LX.

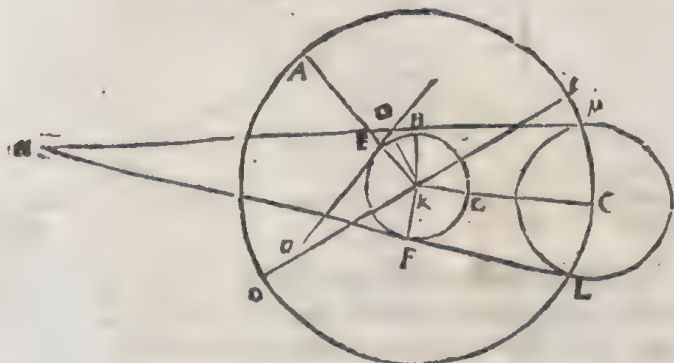
Summorum uaporum consistentiam ad quantum possint eleuati per-
tingere, possibile est inueniri.

Ad hoc quod hic proponitur demonstrandum, utemur consuetis in scientia astro-
rum, ut in præcedenti. Sit itaq; per 69. primi huius, circulus secundum quem superficies
plana transiens centrum solis & terræ, secat terram circulus a b e, & sit locus uisus a, &
sit linea d a e, contingens circulum, & quoniam angulus contingentie est indivisibilis,
quia est minimus acutorum per 15. tertij, tunc patet quod uisus non cadet sub linea d a
e, sed tantum super illam, & quoniam, ut patet per 27. secundi huius, umbra terræ est py-
ramidalis. Sit illa pyramis umbræ terræ, ante crepusculum matutinum, quando pri-
mo uidetur aer albescere in mane, c f e g, cuius uertex sit f, acr itaq; cadens intra hanc py-



pyramidem non illuminatur à sole, sed radius solaris cadit super omnem aerem, qui est extra hanc pyramidem, quoniam illum non impedit per obstaculum terræ, non tamen uidetur uisui illuminatum hoc quod est extra hanc pyramidem, quoniam ut patet per 54. & per 56. huius, non fit luminis reflexio ab aere puro & subtili. Tria sunt ergo quæ in hac dispositione res faciunt non uideri, ut si cadant sub linea contingente, & per uisum transeunte, uel si cadant intra superficiem conicam pyramidis umbræ terræ, uel si tanta sit subtilitas materiæ corporum mediorum, ut ab ipsis non fiat reflexio ad uisum, sit quoq; ut linea e a d, contingens terram in puncto a, centro uisus, secet superficiem pyramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod sit punctum e, ut propinquum umbræ, aer ergo qui est apud punctum e, est inuisibilis, non quod cadat sub linea terram contingente, quoniam ille aer est in superficie horizontis, nec quod cadat intra superficiem pyramidis umbræ terræ, quoniam est extra illam, sed manet inuisibilis propter subtilitatem materiæ suæ, quia non habet mixtionem uaporis densioris aer à quo reflectatur lumen solis ad uisum, ut patet per 56. huius, imaginemur ergo moueri solem usq; ad principium crepusculi matutini, & quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir solis semper procedit, ut patet per 27. secundi huius, & ex causa eclipsium lunarium patet, quod illa pyramis omne corpus medium habet necessario transire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k, cuius uertex sit h, quæ intersectet lineam e d, quæ est diameter horizontis in puncto m. In hoc itaq; puncto m, ex significato ipsius nominis crepusculi

primo uidebitur reflexum lumen solis, ut fiat sensibile, hoc autem necesse est accidere ex densitate aeris inspissati per naturam uaporum, quia ab aere simplici non fit reflexio, ut patet ex praemissis huius libri propositionibus, & per primam secundi huius, punctum ergo m, est punctum altissimum in quo consistit eleuatio uaporum aerem inspissantium. Describatur quoque consequenter circulus altitudinis pertransiens centrum solis in hora diei crepusculi, qui sit a b c d, qui per 69. primi huius, secabit sphaeram terrae secundum circulum, qui sit e f g h, cuius centrum sit k. Sitque linea a centro terrae ad zenith caput ducta, quae sit a e k, sitque linea b k d, perpendicularis super lineam a k, semidiametrum circuli altitudinis. Eritque linea b k d, diameter cuiusdam circuli, cuius superficies per 18. undecimi, erit erecta super superficiem altitudinis secans sphaeram terrae in duo hemisphaeria, nec est differentia sensibilis superficiei huius circuli a superficie circuli horizontalis. Sit itaque corporis solis centrum in puncto c, eritque per attentionem Astronomicae, scilicet instrumentalem armillarum uel astrolabij, uel tabularum, totalis arcus h c, quo distat centrum solis ab ipsa superficie horizontalis ferè 19. partes, secundum quod circulus altitudinis est 360. & quoniam diameter solis est quintuplus diametro terrae & eius continens medietatem, fiat circa centrum c, circulus l m, secundum diametrum quintuplam & medietatem continentem lineam e k, quae est semidiameter terrae. Erit quoque ut patet ex praemissis circulus l m, maximus circulum corporis solaris, producatque linea c k, a centro solis ad centrum terrae secans superficiem terrae in puncto g, & quoniam longior radius a corpore solis exiens, & ad terram pertingens quasi linea contingens est per 16. secundi huius, ducantur duae lineae contingentes ambos circulos, solis scilicet & terrae, qui sunt l f n & m h n, secundum quas lineas per 27. secundi huius, continetur illuminatio solis & umbra terrae, producatque linea contingens circulum terrae in puncto e, quae sit p o, secetque linea m h n, lineam p o, in puncto q. Eritque punctus q, locus luminosus in tpe crepusculi, & quoniam punctus n, qui est uertex pyramidis umbrae, quia semper est in nadir solis, secundum motum solis declinat, & partibus suae basis uicinus uelocius mouetur, patet quod primum in quod radius solis cadit extra pyramidem, est summitas uapor eleuatorum a terra & aqua, producatque ergo linea k r q, a centro terrae ad summitatem uaporum, signeturque punctus r, in superficie terrae, & ducatur linea k f. Eritque arcus f g h, pars terrae illuminata, cuius quantitas, ut patet per praemissam, est 180. partium, 27. minutorum & 52. secundorum, secundum quod totus circulus e f g h, est 360. partes. Erit medietas ipsius quae est f g, partes 90. & 13. minuta, & 56. secunda, haec est ergo quantitas anguli f g k, secundum quod 4. recti sunt 360. partes, sed angulus b k c, ex praemissis, & ultimarum sexti, est 19. partes, quoniam est angulus crepuscularis. Remanet ergo angulus e k h, 18. partes, 46. minuta, 4. secunda, & quoniam linea q c, est aequalis lineae q l, per 58. primi huius, quoniam ab uno puncto ducant eundem circulum contingentes, erit p 8. primi, angulus q k e, aequalis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. partes, 23. minuta, & 2. secunda, & quoniam angulus k q e est rectus p 17. tertij, erit angulus k q e, p 32. primi, complementum unius recti, hoc est 80. partes, 36. minuta, & 58. secunda, prout 4. recti ualet 360. partes, & secundum quod duo recti ualet 360. partes. Erit ergo angulus k q e, 161. partes, 13. minuta, & 56. secunda, circumscripito ergo circulo ipsi trigono q e k, erit arcus quem subtendit linea k e, 161. partes, 13. minuta, & 56. secunda, corda ergo eius quae est linea k e, erit 118. partes, 23. minuta, & 20. secunda, 18. tertia, secundum quantitate quae est diameter q k, est 120. partes, & secundum quantitate qua diameter q k est 60. erit corda k e, 59. partes, 11. minuta 40. secunda, 9. tertia, ergo secundum quantitate qua linea k e, est 60. erit linea k q, 60. partes, & 48. minuta, & quinquaginta secunda, ablato itaque a linea k q, partibus sexaginta, quae est quantitas



angulus e k h, 18. partes, 46. minuta, 4. secunda, & quoniam linea q c, est aequalis lineae q l, per 58. primi huius, quoniam ab uno puncto ducant eundem circulum contingentes, erit p 8. primi, angulus q k e, aequalis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. partes, 23. minuta, & 2. secunda, & quoniam angulus k q e est rectus p 17. tertij, erit angulus k q e, p 32. primi, complementum unius recti, hoc est 80. partes, 36. minuta, & 58. secunda, prout 4. recti ualet 360. partes, & secundum quod duo recti ualet 360. partes. Erit ergo angulus k q e, 161. partes, 13. minuta, & 56. secunda, circumscripito ergo circulo ipsi trigono q e k, erit arcus quem subtendit linea k e, 161. partes, 13. minuta, & 56. secunda, corda ergo eius quae est linea k e, erit 118. partes, 23. minuta, & 20. secunda, 18. tertia, secundum quantitate quae est diameter q k, est 120. partes, & secundum quantitate qua diameter q k est 60. erit corda k e, 59. partes, 11. minuta 40. secunda, 9. tertia, ergo secundum quantitate qua linea k e, est 60. erit linea k q, 60. partes, & 48. minuta, & quinquaginta secunda, ablato itaque a linea k q, partibus sexaginta, quae est quantitas

uitas

etas lineae q r, semidiameter terrae, remanet linea k q, quae est summa uaporum eleuatio 48. minuta, & quinquaginta secunda, secundum illam quantitate qua diameter terrae est 120. partes, & quoniam secundum Cosmographos maximus circulus terrae secundum miliaria est notus, ergo secundum illum quantitas diametri est nota, ergo & linea r q est nota, & hoc est propositum. Est autem secundum computationem Abbomadi ex miliaribus, quibus terrae circumferentia est 24000. miliaria, linea r q, 51. miliarium, 47. minuta, & 34. secunda, & 31. tertium sunt ferè. Summa ergo ad quod eleuatur uapores secundum ipsorum consistentiam minus est 52. milia passuum, ut patere potest perquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denso & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminosi fieri manifestum est.

Istud in politis corporibus, & ut in speculis & similibus sensus cõperit, nosque in pluribus praemissis huius scientiae libris istud sumus cum amplitudine studij persequuti. In aqua uero soli exposita patet, quia radius in parte soli opposita uidetur, & maxime si locus oppositus sit obscurus, hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliquantulum densiori idem euenit, ut quando inspissatus est & consistens quasi in nubem, tunc enim ab ipso fit luminis reflexio, ut apparet in crepusculis serotinis & matutinis. Huic etiam attestatur quod tempore pluuiali radij solis saepe in aere disperguntur, & uix tenuiter ad terram pertingit propter humiditatem & grossiciem aeris contraposti ipsi soli, hoc etiam patet, quoniam in aere modice densitatis in hyeme maxime flante austro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflecti secundum formam circularem, & maxime uisibus humidis ad quos de facili fit luminis reflexio & formarum, cum uirtus uisiva propter debilitatem organi debilitatur, sic quod non potest densitatem modicam aeris penetrare, sed ad uisum forma rei uisae refrangitur ab aere modice densitatis, sicut ad uisum fortes refrangitur solum ab aliquo solido peruietatem non habente, unde etiam in uisu aliquis debilitatus & non acute uidens propter ophthalmiam uel propter aliud, uidet quaedam imaginem suam in aere grosso ante se, sicut in speculo, stantem contra se, & ambulantem cum ipso quando ipse ambulat, & respicientem ad ipsum, & sic quidam notus meus post plurimum noctium uigilias cum compulsum nocte sequenti equitaret, formam suam hoc est uirum alium secum equitantem uidit, cum transiret quaedam aquam, circa quam grossus fuit aer, & cum staret stetit & ille alius, & omnia opera ipsius faciebat, cum autem ad aerem serenum uenit ille notus meus, tunc socius eius disparuit, quia non fuerat nisi forma sua. Et si cuius debili error accidit, nec mirum, quia & quandoque sanis uisibus hoc accidit ab aere spisso & longe distante, sicut etiam auxilio speculorum, ut in ultima septimi huius ostendimus, posset fieri, quod aliquis imaginem propriam uel aliam non in speculo sed extra speculum uideret in aere in loco imaginis, qui per industriam posset ad locum certum uariari. In uapore etiam rorido fit reuerberatio luminis, quando incipit uapor aqueus dissolui in guttas, quia quaelibet suarum partium fit quasi speculum, & ob hoc lumen reflectitur ab ipso, & istud apparet in aqua guttatim sparfa, quoniam ab illa lumen etiam ad partem oppositam reflectitur, & sic post reflexionem coloretur, patet ergo propositum.

LXII.

A superficie aquae & aeris densi, & uaporis roridi, & similibus refractione fieri ad perpendicularem patens est.

Quod hic declarandum proponitur, patet per 4. huius, sed etiam experimentis cõprobatur, & hoc est uniuersale, quando forma rei uel radius per medium rarius ad densius diafonum procedit, tunc enim semper in medio secundi diafoni fit refractione ad perpendicularem, uerbi gratia, exposita aqua in uase soli in fundo uasis uidebuntur radij aggregati, lucescere etiam sole super aerem densum uisui & soli interpositi, quandoque lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quamuis multa pars luminis superius ad nubes uicinas reflectitur, & hoc fit maxime in tempore praecedente tempus pluuiarum, unde post talem improporionatum tempore calore & lumen insolitum saepius pluuia descen-

bbb 3 dit.

vrgo das
vrgo dasSpina
vrgo das

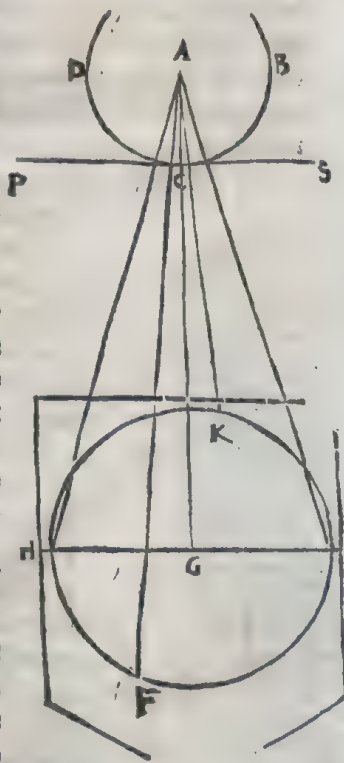
dit. Ex quo patet, quia nube in uaporem roridum resoluta refraçtio fit radiorum in ipso uapore rorido, & ad nos perueniunt radij solis aggregati per refractionem, patet ergo quod in aqua & in aere denso & uapore rorido quadoq; forma uel lumē est in rariori diafono, & incidit illis diafonis densioribus, diafonum quoq; in quo est uisus non multū differt à diafono in quo fit refraçtio, tunc fiet refraçtio sensibilis ad perpendicularē: quod si forma uel lumen sit in densiori diafono, uel ultra densius diafonum uideatur, tunc fiet refraçtio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uisui apparent maiora sua certa quantitati, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod summitates rerū in mari uisarum refracte uidentur, eo quod forma ipsarum dispergitur à perpendiculari in secundo diafono subtiliori scilicet in aere, & uidentur formæ illorū in concursu lineæ refractæ cū perpendiculari ducta à re uisa ad superficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uideatur positus in uase sub aqua in ea distantia, in qua uisus propter altitudinē periferiæ uas sine aqua ipsum denarium directe non uideret, & tunc uidetur etiā maior qm̄ sub maiori angulo uidet. In aere etiā denso, utpote quando Euri flant, & aer humidus fit & in grossatur, omniū rerum uidentur magnitudines maiores, sol quoq; & omnia astra orientia & occidentia propter caliginem aut aerem uaporibus terræ ingrossatum illis uisibus interpositum, uidentur maiora, quā in medio coeli existentia, ut patet per 52. huius, & hæc est causa temporalis, alia uero est perpetua, quam diximus ibidem, ex hoc etiā peruenit quod si in loco imaginis, uel inter imaginem & uisum ponatur uitrum clarū uel cristallus, ita ut imago reflexa à speculo ad certum locum aeris uideatur per uitrum, tūc eū imago maior uidebitur, & secundum quod media diafona multiplicata à densiori in rariis fuerint, forma se uisibus ita uicinante, qd̄ ultimo ipsa per aerem uideatur, tunc forma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmissis pluribus theorematibus huius libri. In istis enim corporibus medijs omnibus sic dispositis fit refraçtio à perpendiculari ducta à centro rei uisæ ad superficiem corporis diafoni rem ipsam uel formā refractā continentis. His ergo modis fit in propositis corporibus uel similibus sibi ad uisum refraçtio, Inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autē fit in uapore rorido incipiente aquā fieri q̄ fiat ab aere, nec mirū, quia uapor roridus qui fit tēpore transmutationis nubium ex uapore continuo inguttatim sperfam aquam est grossior aere, unde in ipsa facta refraçtio plus sentitur, non potest autem tunc figura rei uisæ cuius forma refrangitur distincte ad uisum peruenire propter refractionum multitudinem, sed peruenit uisui tantum aliqua forma rei, sicut patet etiam quod in speculis paruarum partium uel superficierū refractarū alterius super alteram eleuatarum, & si modicæ præminentia sint, ita tamē quod superficies ipsorum speculorum non sint in eadem linea recta uel curva, tunc non apparet rei propria quātitas uel figura, sed apparet recte color ipsius rei uisæ, cuius forma reflectitur ab ipsis, per quod manifeste patet quod forma corporis luminosi quæ ab aqua uel aere grosso integre, scilicet quo ad figuram & lucem uel colorem reflectitur ad uisum à uapore rorido, sine figura & quantitate certa, sed tantum cum suo colore uel lumine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uisum luminis solaris uel stellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriae, sed tantum formæ luminis reflexi, patet ergo propositum.

LXIII.

Omnis corporis sphaerici luminosi irradiationem in corpore cuius superficies æquedistat superficier cōtingenti corpus radiosum sphaericum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis sphaerici super superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis sphaerici, possibile est fieri secundum pyramidē rotundam, cuius basis est in corpore irradiato, uertex uero in centro corporis luminosi, ex quo patet omnē huiusmodi irradiationem fieri secundum angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus radiosum sphaericum, in quo sit circulus magnus qui b c d, & eius centrū sit pun

fit punctum a. contingatq; ipsum superficies plana quæ sit s p in puncto c, & sit superficies corporis illuminandi à corpore sphaerico superficies g, quæ est ex hypothesi æquæ distans superficier p, & sit linea a c g, ducta à centro corporis sphaerici perpendicularis super ducti corporis superficiem, dico quod irradiationem illius corporis possibile est fieri secundum pyramidē rotundam, cuius basis est in superficie corporis g, uertex uero in puncto a, centro corporis luminosi. Si enim perpendicularis a g, in centro uel in media superficier g, non ceciderit, ducatur ad ipsius superficiem g, breuius extremū linea a f, super cuius terminum in puncto a, constitutur angulus ex 23. primi, æqualis angulo g a f, quæ sit g a h, producatuq; linea a h ad superficiem g, & producantur in superficie g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f & a g h, qui sunt ad basem, sunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ super superficiem, & anguli a f & g a h sunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a ferit æquale lateri a h & f h æquale g h, similiter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus triangulorum qui sit g a k, productisq; lineis a k & g k, erit sicut in præcedentibus, linea a k æqualis lineæ a f uel a h, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex pūcto g, exeant tres lineæ æquales & in eadem superficie, patet ex 9. tertij, lineā f h k, secundū quantitatē lineæ g f à puncto g, productam esse circulearem, quia itaq; irradiatio fit secundum has lineas, scilicet a f, a h, a k, & secundum alias omnes ducibiles angulos æquales cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui sunt ad punctum a, continentes, ut est linea a l, & alia, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, qm̄ fit irradiatio secundum pyramidē rotundam, sit enim secundum figurā quæ describi possit per triangulū d g f, orthogonium, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locum unde inceperant moueri, & ex præmissis patet, quoniam huius irradiatio semper fit secundum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propositum. Si dicatur quod etiam fit irradiatio extra hanc pyramidē, hoc est uerum, sed quia natura lucis est semper æqualiter diffundi, ut patet per 20. secundi huius, tunc fiet ad omnem partem superficier g, secundum pyramidē uel secundum partem pyramidis in ipsa receptam parte alia pyramidis ad superficiem corporis non illuminabilis protensam, unde si pars illuminata extra signatam pyramidē modica fuerit, non fiet in ea sensibilis irradiatio propter radiorum paucitatē, qui si magna fuerit cum ipsa ad æquales angulos, multi radij conueniant, tunc irradiatio sensibilis erit propter multorū radiorum concursum & æqualitatem angulorum, & sic est possibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri secundum lineam circulearē quæ sit terminus basis pyramidis uel parti basis. Eodem autem modo demonstrandū, si superficies g æquedistat superficier p, contingenti corpus luminosum in b d, punctis, uel in alijs pūctis signatis. Vniuersaliter autem corporum quæ splendorem sensibilem à corpore aliquo luminoso accipiunt, oportet quod sit talis aspectus ad corpus luminosum, ut theorema supponit, scilicet æquedistantia ad superficiem planam contingentem corpus luminosum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis radiosii ad superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis luminosi, & huius signum est irradiatio lunæ, quæ nunquā nisi in parte soli opposita illuminatur, & semper medietas illius, ea scilicet quæ solē respicit est illuminata necessario propter naturam præmissi aspectus, aliā uero partē irradiatio solis nisi forte per refractionem nullatenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminosi, ad infinitas bases in corpore irradiando una base alteri inscripta applicantur, ideo tota superficies irradiati corporis corpus luminosum aspiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniam oportet



luna
irradiatio
diaphana

in minori circulo secundū angulos minores incident, & secundū angulos minores reflectuntur p 20. quinti huius, uel secundū minores angulos refranguntur p 8. huius, patet aut p 106. primi huius, quia secundū q angulus refractionis uel reflexionis plus minuit, secundū hoc angulus in uisu cōtēntus augmentatur, & quia angulus refractionis uel reflexionis semper est acutus rectilīneus diuisibilis, propter hoc angulus ad axem semper fit rectus p 89. primi huius. Ex præmissis quoq; patet corporū perpulcrum auxiliū 12. huius, qm̄ em̄ in pyramide orthogona centrū circuli basis & conus semper sunt in eadem linea, ut in axe in proposito erunt a & g, in axe a g, sed eadem ratione erunt b & g in eadē linea, linea uero l g & g a, cōiunctæ sunt linea una, eo qd' f g, à termino ipsarū extēns cū ambabus facit angulos rectos, quomodoq; ergo se habeat uisus ad corpus irradiatū, dummodo ad ipsum fiat reflexio uel refraction, patet, ppositū, qm̄ semper centrū corporis irradiantis & centrū oculi & centrū circuli basis utriusq; pyramidis irradiationis, f. & uisionis sunt in eadē linea, scilicet axe pyramidis irradiationis, nec aliter est possibile uideri irradiationē.

L X V.

LXV.

Iridē ex reflexiōe & refractiōe radiorū corporis luminosi uideri necesse est.

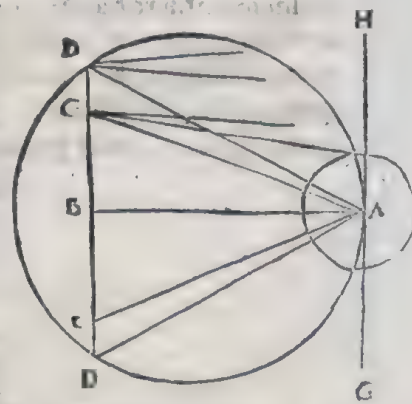
Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus quæ interfecans horizontem ad diuersas partes mundi prænditur, quamuis etiã de alijs quæ illi iridi similia uidentur intentio nem nõ principaliter facturi simus. Quoniã uero iris fit ex multitudine luminis corporis luminosi in uisu recepti, hoc patet sensui; qđ aut non aggregatis radijs corporis lumi noli lumẽ sensibilibus possit fieri in corpore nõ luminoso qđ in medio, p quod prius lumẽ ferebat, ostensum est p 54. huius impossibile esse, unde patet ex hoc qđ lumẽ uigoratur ex aggregatione radiorũ corporis luminosi ut sensibilibus fiat in aliquo corpore qđ in medio, quia uero aggregatio radiorũ corporis luminosi fiat p reflexionẽ uel per refractionẽ qđ fit in corpore densioris diafoni qđ mediũ, per quod antea ferebatur, declaratũ est p 55. hu ius, patet itaq; generaliter qđ luminis maior sensibilitas per reflexionẽ uel p refractionẽ in oibus uisibilibus causat. Quod uero iris specialiter ex reflexione fiat, patet p hoc, quia lumen eius sensibile peruenit ad uisum ut suppositũ est in principio libri huius, ostensum est quoq; p 20. quinti huius, quod omne quod uidet per reflexionẽ, sic uidetur, quod angu lus secundũ quẽ forma speculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo secũ dum quem illa forma reflectitur ad uisum, quod etiã patet per 26. quinti huius, ducta p pendiculari à pũcto incidentiæ sup superficiẽ corporis politi ad qđ reflexionis anguli refe runt, cõtinet em radius incidens & radius reflexus cũ eadem ppendiculari angulos æ quales, si itaq; forma iridis fiat in uisu, patet iridem p reflexionẽ radiorũ corporis lumi noli ad uisum causari. Quod uero iris per refractionẽ etiã radiorũ corporis luminosi fiat, patet p hoc, quia nõ generatur iris nisi in aliqua diafona materia existẽte in medio, & p hibente transitũ luminis. Iam quoq; dictũ est in 4. huius, qđ in corporibus diafonis den sioribus primo diafono, & si ab ipsorũ superficie fiat reflexio semp tamẽ sit refractionẽ p pendicularem, et sic lumen taliũ corporũ superficiebus oblique incidens quasi secũdum unam lineã ad duas partes oppositas diuisum, prænditur, fit itaq; p refractionẽ in talibus corporibus luminis aggregatio qđ uisui offertur, sicut & quodlibet aliud uisibũ, & sicut nubes alba, & lumẽ ab illorũ corporũ superficie ad uisum reflexũ coadiuuat, ut actũ mi noris sensibilitatis faciat in uisum, sicut uidemus qđ à corporibus albis qđ plus habent lu minis sensibilibus fit reflexio qđ à corporibus medio colore coloratis, hoc etiã patet p lumi nis pfundationẽ in iridis generatione, cũ enim ea qđ solũ reflexionẽ luminis habent tan tum in supfcie irradienẽ. Materia iridis sensibilibus inuenitur in pfundo irradiata, et ob hoc cõperit Philippus sodalis Platonis, & ut quotidie quoq; circa iridem deambulantib; contingit, & nos ipsi experimento hoc didicimus, iris mutat secũdũ mutationẽ ui dentis. sequitur em fugientem ab ea, & illũ qui pgregreditur ad eam fugiens antecedit, & si quis ad dextrũ uel sinistrũ latus pgressus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, sed secundum reflexionem solũ uisa fugiunt fugientẽ & occurrunt accedenti, uidentur enim talia semp in cõkursu lineæ reflexionis ad uisum pgregredientis, cũ perpendiculari ducta à pũcto rei uisæ sup superficiẽ corporis à qua fit reflexio formæ uisæ, ut patet p 37. quinti huius.

huius, iris ergo non solum uidetur per reflexionē, sed etiā per refractionē luminis intra corpus & q̄ reflectitur, quāuis accedenti ad iridem uel ab ipso elongato ab alijs & alijs superficiebus corporū lumini obuiantiū fiat reflexio luminis ad uisum, qm̄ fuga iridis, p̄grediēti ad eā & sequitio fugientis ab ea, accedit, p̄pter diuersas reflexiōes, quæ sunt ad uisum & diuersis partibus materiæ iridis, scilicet secundū qd' uisus mutat pūcta in quibus ab angulis basis unius pyramidis om̄es radij in centro ipsius oculi cōcurrunt, & quia tales bases sunt infinitæ, & pūcta in quibus eorū radij reflexi in axe colliguntur sunt infinita, patet etiā quod per reflexionē multipharīam uidentur irides infinitæ secundū infinitatem punctorū in axe pyramidis occurrentis accedenti uel recedenti secundū lineam eiusdem axi uel etiā à latere eunti secundum mutationē axis à centro corporis luminosi per aliū punctum suæ superficiē exeūtis, q̄ per illū quo primus axis exiebat, fit em̄ uisus ad latera sic mutantur noua pyramis & noua basis, aliudq; est punctū superficiē corporis luminosi, per quod uenit radius perpēdicularis ad superficiē materiæ iridis, qui in ipsum cadente centro oculi fit axis pyramidis utriusq; uidentur itaq; hoc modo irides infinitæ ad quamcūq; differentiā positiōis q̄s uidentū motus fuerit, dū modo cōtra corpus luminosum nō moueatur, quod etiā si uerū sit per reflexiōis naturā posse fieri, refractionē tñ radiorū corporis luminosi semper augmentat lumen, ut uideri ualeat sensibilis à uisū, patet em̄ quod refractionē radiorū corporis luminosi aggregat lumen ut fiat magis uisibile, qm̄ p̄pter refractionem radiorū circa eandem partē mediij radius duplicatur. Similiterq; ipsorū radiorū reflexio lumen aggregat et ad uisū sensibilē reducit, iris uero nō fit nisi ex aggregato lumine, nec fit ex illo nisi occurrat uisui, ergo ad generationē iridis refractionē radiorū corporis luminosi & reflexio eorundē necessario existunt, & hoc est quod in p̄senti theoremate perquirere uolebamus.

LXVI.

In uapore rorido iridem generari necessarium est.

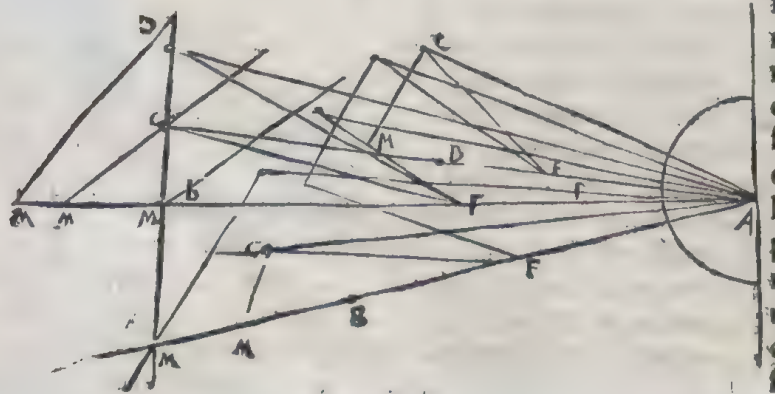
Quod hic pponitur patet, quia cū iris non fiat sine lumine, immo luminis multitudi-
ne, lumine aut nō aggregatur nisi ex reflexione aut refractione radioꝝ corporis lumino-
si, ut patet p. 5. quinti huius, hæc aut nō fiāt, nisi tñ fiat obiectio corporis densioris aere
purō p. 65. huius, ergo in loco generatiōis iridū nō erit ipsius generatio sine corpore irra-
diali, à cuius superficie possit fieri reflexio & refractione luminis incidētis, aliqd uero solidos
planorū sibi esse est impossibile, sed neq; aquā, qm̄ hæc curreret subito ad inferiorē locorū
sibi possibile, iris uero aliq̄ tēpore manet, nec tñ posset in aqua cōtinua figurā iridis ge-
nerari, qm̄ lumē integrū reflecteret à superficie aquæ, ppter continuitatē ipsius aquæ. Iris
q̄ sit in aqua diffusa per remōs, sit propter aquæ dispersionē, quia tūc remōne p manu
uicē nauca aquā rorās, & ob hoc cū aqua sic fuerit fusa in ipsa
colores iridis apparēt, nō etiā potest esse q̄ sit aer grossus in q̄
iris generat, qm̄ impressio luminis in aere nō efficeret colores
iridis, sed faceret quandā albedinē, ut apparet in crepusculis
matutinis in ipsa p̄ncipijs & etiā terminis crepusculorū se-
rotinorū & uniuersaliter in similibus quibuscūq;. Non etiā po-
test esse uapor cōtinuus, siue sit eleuatus ad generationē nubis
siue sit in nubē cōdensatus. Esto em̄ qd̄ sit possibile à uapore
cōtinuo nubē generari, ponat ergo corpus radiosum cuius cē-
trū sit a, in circulo horizōtis, feceritq; ipsum superficies orthogo-
naliter erecta sup̄ superficiē horizōtis p centrū ipsius corporis,
& ducat in illa superficie secante p centrū corporis luminosi linea
h g. Huic itaq; superficie secantī aut æquidistant uapor cōtinuus ir-
radialis aut nō. Si æquidistat, sit linea eius superficie b' c d æq̄di-
stans lineæ h g. Incidatq; sibi radij a b, a c, a d, & sit linea a b, ppendicularis sup̄ superficiē
uaporis q̄ in se reflectet p. 21. quinti huius, & reflectent etiā liæ a c, a d, q̄a nō sunt, ppen-
diculares, qm̄ aut̄ agulus a c b est acut⁹ p. 32. pri. cū angulus a b c sit rect⁹, patet p. 13. pri.
qd̄ angulus d c a est obtusus, ppendicularis ergo extracta à pūcto c, nō cōcurrēt cū axe
a b, ergo nec radius reflexus, cū ergo centrū uisus ex 62. huius, necessario sit sitū in linea



a b, quæ est in superficie horizontis, & centrū uisus sit centrū horizontis, q̄ sit p̄ctus f, patet quod lumē sic reflexū centrū uisus nullatenus attinget, nisi forte radius ille reflexus superficiē alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum, ergo uapore taliter disposito iris non uidebitur: qd' si uaporis cōtinui superficies superficiē secāris corpus luminosum nō æquedistat, sed cū ipsa cōcurrat, si illa superficies sub horizonte cōcurrat idē accidit impossibile, & eodē mō de ducendū, quia & si hoc modo radios aliquos de sub horizonte ad uisum reflecti sit possibile, nō tñ uisus illos passionē aliquā iudicabit, nō em̄ uident ea q̄ sub horizonte, cū horizon sit circulus q̄ est terminator uisus, & cū superficies horizontis sit obliqua super superficiē uaporis, patet qd' radius a cētro corporis luminosi perpendicularit̄ incidens superficiē uaporis cadit sub horizonte, oēs q̄ radij nō perpendicularit̄ superficiē uaporis ultra superficiē horizontis incidentes reflectunt̄ ad partē contrariā centrū uisus in cētro horizontis cōstituti, nō ergo uidebitur iris cētro uisus & superficie illius uaporis taliter ad inuicē dispositis, qd' si nō sub horizonte, sed super horizontē cōcurrant illæ duæ superficies, una uaporis & alia secāris luminosum corpus, tūc itēq̄ lumē ad uisum reflecti nō est possibile, ex causis prius dictis. Semper em̄ angulus a c d, cū sit extrinsecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto per 16. primi, ergo reflexio nunq̄ fiet ad uisum qui est in cētro horizontis. Sed etiā dato qd' in aliqua pmissarū dispositionē fiat reflexio ad uisum, qd' tñ est impossibile, nō ppter hoc iris uidebit̄, qm̄ pro-

pter uaporis cōtinuitatem fiet luminis multa in superficie uaporis generatio, & erit lumē cōtinuū q̄ ad uisum reflexū ipsum debilitabit, nec in pfundum uaporis ipsum permittet inspicere, & dicit uulgus qd' tale lumē est sol aqueus, nec habet distinctionē aliq̄ colorū, & etiā si dicat superficies super horizontē cōcurrat, tūc iris reflexa uideret̄ ad cenith capitis sensibilis secundū gibbū circuli q̄ uidet̄, quod totū sensui est contrariū, nec apparet uisui. In tali ergo uapore nō est cōueniens iridē causari. Sed inter uaporē aqueum cōtinuum, & inter aquā depluentē a nubibus est quoddā mediū qd' dicitur uapor roridus, & sit qm̄ frigus condensare incipit uaporē aqueū in formā p̄priā, s. aqua reducere, tūc em̄ condensant̄ raræ partes uaporis, & sit partiū uaporis distantia q̄ rotundari incipiūt, nondum tñ ppter debilitatē agētis reducunt̄ ad formā p̄priā quæ sibi det motū ad inferius, & tūc illæ uaporis particule sunt quasi quædā parua specula in q̄bus solū apparet color corporis radioli sine quātitate et figura ut diximus in 59. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipientia rotundari ppter æquale ex omni parte uirtutis cōdensantis actionē quousq̄ materiā cōdenset, incidat lumē corporis luminosi, refrangit̄ ad posterius ipsius quilibet radioli sibi incidentiū ad lineā perpendicularē a p̄cto incidentiæ sup̄ superficiē illius corporis, pductā p 4. huius, & qm̄ p 72. primi huius, illa ppendicularis trāsit centrū illius corporis sphærici, patet quod radius refractus oblique cadet super superficiē illius corporis

oppositā corpi luminoso, & aggregabit lumen in pfundo totius cōstituentis istorū corpusculorum, ppter refractionē factam in quolibet ipso rō, sicut uidemus in cristallo rotunda qm̄ ultra superficiē illius posteriorū sit aggregatio radioli in aere ad p̄ctū unū, ut patet p 46. huius, in quolibet aut̄ istorū corpusculorū siue ipsa sint maiora guttis ex ipsis postmodū uia cōdensationis generatis, ut qnq̄ possibile est fieri siue p modū aggregationis ex pluribus corpusculis fiat gutta. In hoc em̄ q̄ ad iridis ge-



dis generationem nō est diuersitas, quoniam in quolibet corpusculorū talit̄ semp̄ incidunt radij infiniti, quoniam etiā reflectuntur a superficie ipsorum corpusculorū secundū angulos incidentiæ suæ, quos faciūt cū lineis maiores circulorū dictorū corpusculorum in puncto suæ incidentiæ contingentibus, qui anguli diuersi sunt, etiā ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuersi, ut patet per totum sextum librū huius scientiæ, & radij incidentes facientes angulos cum lineis contingentibus corpuscula prædicta cum lineis signatis in superficie corpus luminosum secante concurrentibus superius horizonte, & intersecantibus axem pyramidis illuminationis ultra punctum b, remotius a corpore luminoso, ut in puncto m, quia anguli tales inter pyramidē obtrusi sunt, ideo per 33. quinti huius, illi radij sic incidentes ad uisum reflectuntur, & in puncto ubi talium radiorū plurimorū sit concursus in axe inter corpus luminosum & uaporē uisū posito uidetur lumē, & qm̄ istorū corpusculorū quædā sunt in quo secundū æquales angulos, ut dictum est, radij incidunt a cētro corporis luminosi, tales aut̄ radij ex omni parte nubis dispersi sunt infiniti, cū em̄ tota consistentia uaporis sit plena talibus corpusculis, infiniti sunt tales radij in superficie nubis uel uaporis roridi concurrente, uel etiā æquedistante superficiē secanti corpus luminosum secundū quod respicit uaporis consistentiā, & in illorum irradiatione pyramis figurat̄, cuius uertex est in cētro corporis luminosi, basis uero in consistentia uaporis roridi, & lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur ad diuersas ptes diuersorū corpusculorū, q̄ cū secundū similes angulos suæ incidentiæ reflectuntur ad uisum aliam faciunt pyramidē, cuius uertex est in cētro uisus, basis uero eadem cum base pyramidis prioris, & est circulus, ut ostensum est uniuersaliter in 62. huius, uidetur aut̄ illud lumen reflexum cōtinuum, ppter uicinitatē partium uaporis, & eorum distantia insensibilitatē a uisui, qui protensus ab illis fallitur ppter sui debilitatē, & ob hoc uisus aggregatū ab omnibus illis corpusculis reflexū lumen sine cognitione uel perceptione distantia partium recipit, & iudicat tanq̄ unum, patet itaq̄ ex præmissis, qd' licet tota consistentia uaporis sit radiosa, & forte tota irradiata superficies sit multilatera, tñ semper uidetur circularis, cuius ratio est, quia non uidetur nisi quod de ipso secundū æquales angulos ad unum punctū axis pyramidis radialis est reflexū, qm̄ uero anguli ad basem sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt æqualia p 6. primi, ergo per 65. primi huius, centrū uisus est polus, & superficies ad quā illæ æquales lineæ terminant̄ est circulus, & ita uidetur iris circularis. Potest etiam exempli causa idem aliter declarari, ut si ductis tribus lineis uel pluribus a punctis reflexionis orthogonaliter sup̄ lineam ipsi totali consistentia uaporis a cētro luminosi corporis perpendicularit̄ incidentē, illæ em̄ erunt in eadē superficie ex 5. undecimi, erūtq̄ æquales ex 32. & ex 26. primi, ergo in puncto cōcursus earū in axe, est centrum circuli ex 9. tertij, & quia totius radij partes non ad æquales angulos reflectuntur, non uidet̄ totus circulus radiosus, quousq̄ in tota nubis consistentia ubiq̄ lumen existat, radij em̄ qui ad maiores angulos reflectunt̄ q̄ sint anguli radiorū ad uisum reflexorū ultra punctū uisus ad alium locum axis reflectunt̄, radij aut̄ qui ad minores angulos eis qui ad uisum perueniunt reflectuntur, ad locū alium axis infra centrū uisus concurrunt, & sic neutri uident̄, nisi forte ab alijs uisibus in locis suorū concursū existentū, & propter hoc accidit moto hoīe in ante uel retro aliā & aliam iridem uideri, qm̄ semp̄ uisus p̄gredientis uel recedētis incidit in p̄cta aggregationis diuersorū radiorū, sicut etiā accidit in hominibus diuersis magis uel minus a cētro solis secundū diuersam cenith capitis elongationē dispositionis, sub eodē tñ existentibus circulo meridiano uel alio circulo altitudinis. Iris itaq̄ ppter has causas uidetur circularis concaua, quia nec exteriores nec interiores radij incidentes superficiē totius consistentia roridæ in eodem puncto cōcurrunt ad uisum, unde uisus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas, & signum huius est, qd' accidit in superficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto est forma solis uel lunæ, uel stellæ, non tñ uidetur nisi in puncto uel loco uno a quo est possibilis reuerberatio ad uisum, & mutato uidente ulterius alia iterum forma corporis luminosi uidetur a loco alio, a quo est ad uisum possibilis reflecti, & idem uidetur de candela uel lumine aliquo distincto in cultello nouo uel ferreo polito, uel alio, quia semp̄ re immobili existente mutatur forma uisa,

iris
circularis
vis.

iris con
cava
q̄m̄ nō
circularis
sed q̄m̄
circularis
uident̄.

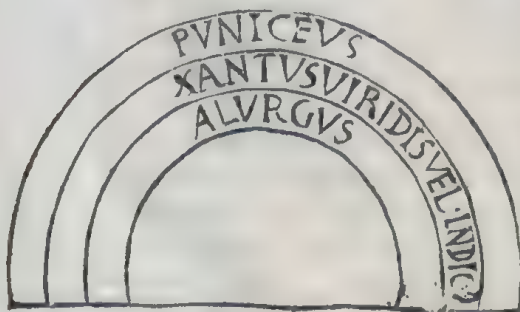
quā nō nō nō nō

uisu mutato secundum motum quo possibile est ad oculum reflecti, & in puncto alio non uidetur, aliud etiam signum huius est, quia, si aliquo existente radio solis per alium qui est extra radium transversaliter spargatur ore uel aliquo alio artificio aqua rotatur in radium, uisus eius qui est in radio forte non uidebit nisi colore album, cum tamen spargens cui oppositur uapor directus uideat lumen & colores iridis, sed confusos, nisi dispositio corpusculorum radioe sic disponatur, ut possit fieri certa reflexio ad uisum in medio radii existentem. Patet itaque ex praemissis, quod iris in uapore rorido generatur. Signum autem illius est, quod modicum stat iris, eo quod uapor talis cum sit ex materia graui, iam ad formam grauius accedente stare non potest super superficiem horizontis, nisi moueatur ad centrum grauium, quod est centrum mundi, secundum quod ei est possibile, & ob hoc etiam post apparitionem iridis quando operatione agentis condensatur materia, & reducit ad formam potentem mouere, sicut pluuia, & ex corpusculorum quolibet in uapore prius separatorum fit per condensationem materiarum gutta aquea descendens. Signum etiam eius est quod dictum est prius, quod aqua uapores se sperfa ore manu uel remo, ut apud nautas, in radio solari appareret iris, & iridis colores, & diuersi aspicientes uident illud, quia radii incidentes guttulis diuersimode reflectuntur, patet ergo propositum, quod est iridem in uapore rorido generari. Si autem dicatur, quia partes corpusculorum in materia iridis non sunt omnes omnino sphaerice, non est uisum facies instantia, quia idem accidit omnino in non sphaericis, quod nunc dictum est de sphaericis, nunc ergo fiet iris nisi multi congregati radii ad uisum uniformiter reflectantur.

LXVII.

Tricolor est omnis iris.

Dubitatum propter sui difficultatem ab antiquis hoc theorema proponitur, multis enim mathematicis paruit figura & quantitas iridis, & sunt haec ab ipsis naturalis philosophiae inquisitoribus supposita, color tamen quem uidimus nondum convenienter ab aliquo est pertractatus, nisi per distinctionem materiae iridis secundum adusti, indigesti & opaci naturam, quod si hoc motum & possibilitatem rerum naturalium seruet & seruare ualeat intellectus eorum qui scripserunt talia duximus relinquendum. Colores autem iridis secundum uerum, quod se nobis post multos cogitatus & experientias obtulit, sic possunt declarari, quia enim totus uapor roridus, qui est materia iridis in superficie & profundo est irradiatus, & ipsius est multa profunditas, patet quia ipse in aspectu sui ad solem serenius & immixtius habet lumen mixtum, tamen cum colore uapis qui niger est, ut in aquis uaporibus eui dens est, sunt enim omnes nigri, natura autem lucis est immiscere se coloribus rerum ad quas reflectit. Est enim in principio secundi huius suppositum, lucem res coloratas transeuntem illarum coloribus colorari, hoc enim patet sensui, unde etiam lumen reflexum secum defert colorem rei a qua reflectit ad uisum, sicut patet in radio transeunte per uisum coloratum, cum itaque lumen de natura sua fulgidum sit, ut patet, & recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aqueo, necesse est ipsum per 15. quarti huius, uisui colore praesentare puniceum, & iridem in parte illa secundum uisum colore habere puniceum propter fortitudinem uisus & plurimam ad ipsum in loco uicino reflexionem fortiorum radioe, propter uicinitatem corporis luminosi a quo fit impressio lucis reflexae secundum lineam breuiorem, & quoniam tota nubes est luminosa, & lumen semper secundum aequales angulos reflexum a diuersis superficiebus in profundo nubis aequedistantibus basi pyramidis primo illuminationis ad eundem reflectitur uisum per superficiem prioris pyramidis uicinis uisui, quoniam ut patet per 68. primi huius, circuli aequedistantes in eadem axe suos habent polos, & idem punctus est polus diuersorum circuloe patet, quia etiam lumen quod est in profundo nubis uidetur, quoniam uero illud lumen, est lumen refractum debile multo colori nubis quod niger est admixtum, & quoniam uidetur per pyramidem uisuale



inscriptam ab eodem uertice, utpote a centro oculi ipsi primae pyramidis uisuali secundum quam

qua uiciniores radii qui puniceae apparent ad uisum reflectuntur, quae ad minorem basem inscribitur, patet per 106. primi huius, quoniam anguli qui ad basem inscriptae pyramidis sunt, maiores erunt anguli qui sunt ad basem primae pyramidis, lumen ergo ab illo loco in radiis sub maiori angulo ad uisum reflectit, unde radii minus luminis uniti sunt, & debilius uisui offeruntur, anguli etiam quos in centro uisus faciunt, sunt minores, ut patet per eandem 106. primi huius, quoniam anguli qui sunt per radios primae pyramidis in centro uisus, sub minori ergo angulo uidetur lumen in corpore nubis, quam in superficie, quod autem sub minori angulo uidetur minus uidetur, ut patet per 20. quarti huius, hoc autem patet experimentum in lumine stellae uel candelae, quoniam enim prius uisum est aperto oculo fulgidum, claudendo plane oculis amittit fulgor, & incipit nigrescere. Item quoniam a remotiori uidetur tale lumen, ideo debilius uidetur, remotio enim siue protensio uisibilis a uisui est causa debilitatis uisus, ut patet per 15. 8. quarti huius. Item quia uapor remotior a corpore luminoso grossior est & nigrior, & magis aqueus, unde nigredo uaporis luminis incorporatum plus denigrat, & magis ipsum uisui obfuscatur praesentat, & hoc quidem in coloribus iridis aliquam causalitatem habent, totalis uero causa omnibus huius coloribus uniuersalis immixtio umbrarum ipsi fulgore luminis, quoniam enim ut patet per praemissam, uapor roridus est materia iridis, a cuius corpusculis fit reflexio luminis ad uisum per 11. secundi huius, omnia corpora densa in parte luminoso corpori aduersam umbram proiciunt, patet quod radii reflexi a remotioribus corpusculis superficiebus umbrarum anteriorum corpusculorum nigredini se immiscunt, & sic permixti colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uisum, & secundum quod plus uel minus umbrarum nigredine permiscunt, secundum hoc diuersificant actum suum luminositatis, in uarios colores, & huius rei signum est in coloribus similibus iridi, qui obducto uisui ipsa manu uel alio umbroso de sub manu in fenestram periferijs uidentur. Signum quoque huius est magnitudo maris, quae propter umbrarum multiplicationem accidit in maribus aquarum limpidarum, in quas lumen se profundat, cum ex turbulentis aquis marium quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipsis maribus non nigredo sed uiriditas accedit, & obductis palpebris uisui respectu luminis ex umbris pilorum ipsarum palpebrarum colores iridis uidentur. Singula quoque particularia in quibus colores iridis apparent, ad hanc umbrarum causam, ut ad quoddam uniuocum reducuntur, ut patet in collis anatum & pauonum quae secundum diuersam dispositionem diuersimode colorantur, crispitudo enim suarum pennarum alias hinc & inde proicit umbras, quae permixtae luminis diuersos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti, nec enim alias praemissarum causas nostro potuimus indagare ingenio, existentibus enim tamen 22. uisibilibus, nullum aliorum uisibilium praeter umbram, & lumen horum colorum apparentium uisui uidetur esse causa, unde & hunc colorum iridis aestimauimus proximam esse causam, nullum tamen uidimus quem intellectus suus in hoc modicum intelligibile direxerit. Sed huius rei facilis omnes alij difficiles uisi sunt dare causas. Nos tamen hac causa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti, alia quae praemissimus poneret, ut quaedam adminiculantia huic causae. Istis itaque praemissis causis uel omnibus uel pluribus uel aliquo sensibiliter concurrentibus intersectione pyramidum reflexionis basium aequidistantium, tunc deficit iudicium uisus, & lumen magis mixtum uaporis nigredini minusque refractum, sub maiori quam angulo reflexum & sub angulo maiori uisum, & in maiori distantia a se ipso positum, & in materia grossiori radiatum, & umbris pluribus permixtum uisui iudicat magis ab albo recedere quam puniceum, uideturque illud lumen reflexum sibi uiride seu praeuium, & secundum colorem praeuium plurimum pyramidum facta reflexione cum dicta sensibiliter a prius entibus conditionibus uariari, uidetur lumen plus nigro accedere, & sit uisui color alurgus siue lasurus, qui uaporis magnitudine umbrisque pluribus magis permixtus est quam praeuius, & demum cum secundum hunc colorem alurgum plurimum pyramidum uisui circumferentis basium sensibiliter incipiunt praedictae conditiones uariari, & cum lumen amplius ad uisum sit dispositum non reflectit, fit nigrum, quod amplius permixtum lumen non uidetur. Signum uero praedictae est, quia cum aliquis postquam solem uel aliud corpus fulgidum aspexerit, claudit oculos subito & fortiter, primo quidem obducto oculo pelle, quod prius uidit fulgidum, uidetur puniceum, deinde praeuium, deinde purpureum, post in nigrum colorem

rem forma lucis decidens exterminat, & sic factio motu in uisu de albo ipso paulatim exterminato semper in propinquius nigro fit resolutio. Patet itaq; ex præmissis, quoniam iris fit tricolor, quorum colorum supremus est puniceus, & color uiridis sub puniceo continetur, quoniam color circumferentiarum basium uiridium sub colore basium circumferentiarum punicearum fertur ad uisum, & similiter color alurgus sub uiridi continetur eadem ratione, & sic uidetur unus arcus coloratus sub alio arcu continuo colorato. Color uero xanticus qui inter colorem uiridem & colorem puniceum uidetur, in iride non est color distinctus ab alijs, sed ex commixtione uiridis & rubei uisibus occurrit. Puniceus enim color iuxta prasinum uisus albus uidetur, quia & purpureus color iuxta nigrum albus uidetur, uiride enim commixtum est albo, & ob hoc color xanticus, quia propinquior est nigro quam puniceus, inter puniceum & uiride uidetur, unde etiam facta iride in nube nigerrima, color superior non est puniceus, sed xanticus uidetur, propter multam nigredinis uaporis cum lumine permixtionem, & resoluta nube quod prius uidebatur puniceum demum album uidetur, prasinum quoque uidetur tendere ad xantum colorem, & alurgum ad uiride, & iam uidetur quidam uir experientia iridem totam albam, quod accidit propter materiam raritatem & luminis claritatem, & uisus optimam dispositionem in se, & in distantia proportionata ad rem uisam, uel forte propter uaporis plurimam grossiciem & densitatem, in quo non potuit lumen penetrare in profundum, sed fiebat a superficie uaporis reflexio, & propter hoc lumen non receperat colorem a colore corporis sibi commixto, nec miscebat nigredini umbrarum, unde reflexio faciens iridem in forma luminis reflectebatur sine admixtione nigredinis & umbrarum. Signum uero diuersarum apparitionis colorum est quod uidetur in texturis purpurarum, in quibus colores iuxta alios positi plurimam faciunt differentiam & mixtionem in uisu, non enim idem uidetur purpureum iuxta positum albo & nigro, aut alicui alteri colori, & ex hoc propter claritatem aliqualem quae color accipit a uicino sibi colore aliquam fantasiam colorum in uisibus oriuntur. Sicut etiam accidit operantibus ad lucernam decipi in coloribus propter admixtionem impuri luminis, & accidit eos peccare, & alios colores pro alijs accipere, colorum alietate ex immixtione ipsius luminis generata, & sic non inconuenienter dici possit, quod medij colores iridis, a medijs pyramidibus secundum dictas circumstantias & diuersas umbras permixtionem cum lumine generentur. Numerum autem colorum iridis secundum antiquos in ternario decreuimus, extendit enim in tantum colorum nomina, ut color medius illius extremi coloris non habeat cum quo niger participat in natura, & sic iridem tantum tricolorem esse necessario comprobatur, nec possunt pictores tales colores plenarie simulare. De coloribus qui apparent in iride generata ex uapore aqueo sparso ore uel subtili artificio manu uel remota, tota causa dicta est, cum enim lumen ad talia corpuscula incidit, & ab eis reflectitur ad uisum in radio positum, uel in fenestra per quam incidit radius uerso occipite directe ad centrum solis, tunc lumen propinquius reflexum tantum est luminis, quod remotius reflexum lumen propter admixtionem umbrarum superiorum corpusculorum propinquiorum uisibus & corpori luminoso magis & magis obtenebratur secundum modos prius dictos, uidebiturque sic constituto uisu iris ex causis prius dictis rotundata, taliter autem uisu disposito ad radium uidebuntur propter inordinatam reflexionem ad uisum colores iridis inordinati, quoniam illa reflexio cum non fiat secundum angulos aequales ad figuram iridis rotundam non pertingit, & secundum quod lumen corpuscula rorida contingit, sic secundum aliquam reflexionem perceptam lumen colores uarios uisui inducit, sed quanto remotiores sunt radij a principio suae aggregationis in fenestra, tanto colores magis efficiunt opacos propter plurimam umbrarum immixtionem ipsi luminis reflexo. Inuenimus & nos diebus aestiuis circa horam uesperinam uel modicum ante circa Viterbium in quodam praecipitio apud balneum, quod dicitur Scopuli, aquam uehementer praecipitari, descendentesque ad uidendum, quid in ipso posset accidere soli sibi opposito, uidimus iridem perpetuam sole circa aspectum illi debita existente, & multas ex proprietatibus iridis notauimus, unde quia ea quae prius scripta de iride fuerant, nobis non per omnia sufficere uidebantur, excepto eo quod inuoluntate scripserat Aristotelis, illud nobis principium cogitationis fuit, ut praesenti negotio studium applicaremus, patet itaque propositum.

Corona

Corona fit ex refractione luminis solis uel lunae uel stellarum primae magnitudinis a uapore humido circulariter ad uisum.

Impressio quae Graece dicitur halo, & Arabice alileti, Latine dicitur corona, fit autem haec impressio in uisu ex incorporatione luminis in aliqua consistentia uaporis. Cum enim ut patet per 54. huius, non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus quam in medio lumen sensibilius fieri sit impossibile, patet quod ad generationem halo necessarium est aliquem uaporem corpori luminoso & uisibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus communis interponitur uisibus, & corpori luminoso non potente illum uaporem cito dissoluere uel disgregare, tunc fit ad uisum refractione luminis secundum circulum per 62. huius, lumen enim secundum aequales angulos illi uapori per ignem & aerem incidens secundum aequales angulos refrangitur ad uisum per 8. huius, uidetur itaque lumen circulare propter aequalem refractionem luminis aggregati ad uisum, quoniam propter refractionem luminis, ut patet per 4. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum enim lineae radiales frangantur ad angulos, tunc lumen uisui quasi duplicatur, & peruenit uehementius ad uisum, & si forte uapor ille sit roridus distinctus per corpuscula, tunc plures sunt refractiones & augetur lumen, & quoniam idem radius incidens superficiei uaporis, in corpore uaporis refrangitur ad perpendicularem a puncto suae incidentiae super superficiem corporis a quo refrangitur productam, & secundum extensionem lineae incidentiae umbra protenditur per 11. secundum huius, & quoniam radius incidens & refractus non sunt linea una, sed angulum continent. Ideo patet quia radius refractus refrangit umbram piectam a corpore cui incidebat, quoniam tamen est modica, quia ut plurimum corona uidetur in uapore raro leuiter condensato, uerum quia retro uaporis illius consistentiam fit noua refractione in aere medio inter uaporem & uisum, qui fit a perpendiculari per 4. huius, patet quod lumen refractum perueniens ad centrum uisus non est umbrarum nigredine permixtum, sed liberum ab illis, & propter hoc semper uidetur album uel forte modico & in distincto colore aliquali, ut rubeo secundum se totum coloratum, iris uero quia fit per reflexionem radiorum umbras protractas penetrantium, ideo illi radij sub actu coloris perueniunt ad uisum, fitque distinctio colorum secundum modum diuersitatis luminis & umbrarum. Videtur itaque corona ex refractione luminis quandoque solaris, sed raro accidit hoc propter fortitudinem & uehementiam illius luminis, uaporem quae est materia coronae subito dissoluentis. Saepem tamen accidit hoc ex lumine lunae & stellarum primae magnitudinis, quorum lumen illam consistentiam uaporum dissoluere non potest, a minoribus uero stellis non accidit halo propter sui luminis debilitatem, quod tantum effectum imprimere non potest. In circuitu quoque luminis candelarum quandoque accidit uideri coronam in aere grosso, ut plurimum flante Euro, & tunc quandoque propter raritatem aeris umbram proiectionis partium superiorum super infimas accidit uisibus colorem purpureum a tali refractione uel reflexo lumine praesentari, patet itaque propositum.

Iridem in parte mundi meridionali a septentrionalibus uisibus non est possibile uideri.

Quod per 107. primi huius, patet in pyramidibus purae Mathematicis sibi ad inuicem inscriptis, idem patet per 62. huius, de pyramidibus reflexis iridem causantibus, quae naturam Mathematicorum pyramidum consequuntur, semper enim oportet ut centrum uisus sit inter centrum corporis luminosi & centrum iridis, ad hoc ut illa impressio uideatur, quam proprie iridem nominamus, licet aliae impressiones colores iridis simulantes quandoque per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quod autem iris meridiana a uisibus septentrionalibus uideri non ualeat, satis patet ex alijs quae diximus in generatione colorum iridis, qui propter reflexionem luminis & umbrarum luminis admixtionem per se causantur, potest etiam occasionaliter id patere per hoc quod materia iridis in approximatione corporis luminosi de facili resoluitur in aquam, uel

ddd subti

Corona
quae
uideria g. b.
t. u. m. - l.
h. u. i. p. s. m.

Subtiliatur in aerem lucidum, a cuius superficie non possunt fieri reflexiones, quæ etsi fierent tamen tenderent in partem in qua est sol, nec ad visum peruenirent, & etiã quia colores iridis qui fiunt propter debilitatem reflexæ lucis non possunt in tali loco causari, quia circa corpus luminosum cum semper magis sit luminis, radij reflexi non debilitantur, sed magis visibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad visum per uaporem uel aerem densum aliquod lumen aggregatum uideri potest in uapore uel aere condensato, ut diximus de generatione in præmissa coronæ, quæ sit ex refractione luminis solis quandoq; & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sæpe uero ex lumine lunæ & stellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum, qui est materia iridis, per 64. huius, non sit lumen aliud irradians, unde etiã corona grossa apparet uisui, scilicet in grossa materia & spissa siue densa a forti lumine causata est possibile, ut in ipso aliqui colores iridis appareant uisui posito inter corpus luminosum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & causæ colorum iridis in loco tali concurrent, & materia subest, iris ergo sic poterit apparere, forte accedit quod materia in qua plus meridionalibus a uapore rorido iris uidetur reflexa, tunc hominibus plus septentrionalibus ab eodem uapore, ita qd uapor idem eodẽ tempore utrisq; habitatoribus appareat, & secundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem, & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus constitutis. Ex quolibet his quæ dicta sunt patere potest, quia quandoq; ex fortibus solis radijs reflexis a nube aquosa integra ad locum in quo est uapor roridus a latere solis aliquo possunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus in completis, ut quando corporis solis nubes solida aquosa diametraliter componitur, & in ipsam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obstitit, in qua sit radiorum refractione & reflexio perueniens ad visum, tunc enim colores iridis apparent siue recti, ut cum uapor recte opponitur uisui, & tales colores sunt in uapore raro aqueo permixto, quandoq; uero apparent circulares, & fiunt quasi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam sit radiorum solis reflexio ad oppositum uaporem, & uapor roridus ad quem & a quo ad visum sit luminis reflexio, & uisus ad quem sit reflexio in eadem recta linea consistant, & quod superficies nubis a qua sit reflexio & superficies uaporis a qua & ad quam sit reflexio productis super horizontem quasi in superiori hemispherio concurrant, aliter enim uix fieret sensibilis reflexio ad visum posteriorem nube, a qua sit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis a corpusculis paruis, de quibus sermo fit in 64. huius. Nos enim per huius concursum superficierum intelligimus concursum linearum contingentium corpuscula uaporis roridi in ipso puncto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina sit circa solem, ubi radij solares fortes existunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, sed 4. simul uidimus Paduæ sole iam ad uesperam declinante, & non erant irides in distantia 10. graduum a sole, & omnes circulorum completorum & in superficiebus diuersis, & erant quædam quasi se extrinsecus contingentes. Eas autem irides quæ fiunt ex radijs corporis luminosi non ab alia nube reflexis ad uaporem, sed ab ipsa uapore ad visum reflexum, non est possibile fieri nisi in oppositione corporis luminosi ad uaporem uisui in medio existente, unde in nostra habitabili non potest uideri iris ad meridiem, quia non interponitur ibi uisui uapor & corpori luminoso, cursus enim stellarum erraticarum terminantur secundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in nostra habitabili septentrionalis fieri non potest, & hoc est quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs solaribus & lunaribus tantum irides generantur.

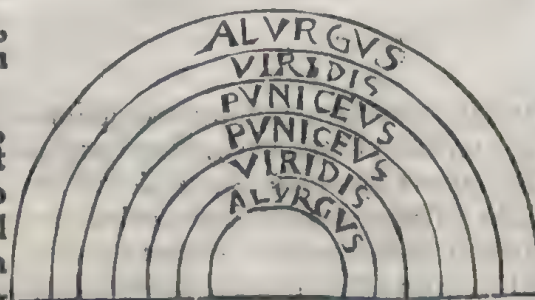
Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij secundum modum diametri sensu

sensibiliter extenduntur, solis utpote, quia est corpus maximum quantitate omnium luminosorum corporum & purissimæ substantiæ, lunæ uero, quia ipsa terræ est uicinior, unde eius radij uisui sensibilius offeruntur, ab aliorum uero corporum luminis sensibilitate excusat uisum paruitas ipsorum corporum respectu solis, & magna a nobis distantia respectu lunæ. A sole autem iridem fieri cognitum est sensui, ex radijs etiam lunæ iridem fieri est possibile, & hoc est sæpe uisum maxime apud plus septentrionales, quibus sæpe offertur materia, unde uiderunt lunæ iridem obseruatores nocturni in Alemaniâ bis in uno anno, & forte pluries uideret secundum quod se offerunt agens & materia, apud meridionales uero rarius uidetur, quia non offert se totiens materia, & si agens semper sit dispositum ad diffusionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Aristoteles non considerauit fieri iridem lunæ in loco suæ habitationis nisi bis in 50. annis, fiunt autem irides lunæ plures in crepusculis luna plena uel gibberosa magna existente posita circa orientem super horizonta sic, ne radij solis uideantur, fiunt etiam in nocte, semper tamen in opposito lunæ, habetq; iris lunæ formam & materiam quam & iris solis, similiter & colorum distinctiones, qui tamen sunt albiore coloribus iridis solis, cuius causa est, quoniam in nube nigra & in nocte sit iridis lunæ apparitio, unde dupliciter nigro, scilicet noctis & nubis, albi quod sit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum est debiliter album, ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & similiter de unoquoq; aliorum colorum, quilibet enim illorum colorum albiore uidetur, & sic tota iris lunæ albiore uidetur quam iris solis, umbræ enim radijs lunæ accidentes non sunt tam nigre ut umbræ solis, & huius causæ sunt diuersæ, ut dictum est, lumen enim lunæ est pallidius lumine solis, unde colores ex cõmixtione sui informati inficiuntur, nec accedunt ad summum formæ sibi propriæ, sicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per sensum. Sic ergo patet a quorum corporum radijs irides generantur, quoniam ex radijs solis & lunæ tantum, non autem ex aliarum stellarum radijs quantumcunq; quod est propositum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus situ colorum differentibus possibile est uideri.

Verbi gratia, cum non sint plures nisi tres colores iridis, ut patet per 65. huius, non est possibile diuersificari colores iridis in situ, nisi secundum extremorum colorum, scilicet puniceæ & alurgi localem transpositionem, quia semper medius manet in causalitate media inter istos, & ob hoc patet qd plures q; duæ irides situ colorum differentes fieri non possint, quia color medius non potest habere causam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis sint transpositi in situ. Quod autem quandoq; plures irides eiusdem situs in coloribus uidentur una sub alia, ut primo rubeum, deinde uiride, & deinde alurgum, & idem rubeum, & idem uiride, & demum alurgum hoc accidit propter diuersitatem materiæ, in diuersis superficiebus, quarum una est ante aliam, & quos accidit sub uno angulo uideri, unde uidentur quasi sint habitæ uel cõtiguæ, qd si in angulo sit diuersitas ut ga exiens a uisu, transiens per gibbum iridis uisus scilicet inferioris, non transit per gibbum superioris, tunc uidebuntur concurrentes, & inter alurgum superioris & puniceum inferioris erit notabilis differentia, scilicet et alba, quoniam ab illa parte nubis pro-

Nonnigra
vnteridion
m i r i d e

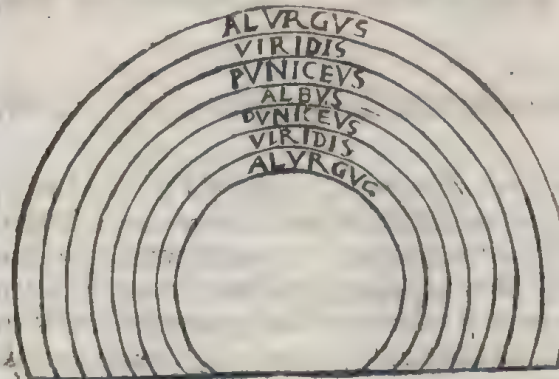
ddd 2 pingul

pinquioris uel remotioris ipsi uisui quod uidetur reflexionis ad uisum illum conueniat, non fit reflexio luminis ad uisum, quod non accideret quando sub eodem angulo uidentur. Sunt tamen huiusmodi irides semper in diuersis superficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis causantur, & ob hoc ipsorum est quasi centrum unum, quod est centrum pyramidis irradiationis, & uidentur aequedistantes in uisu ipsorum periferia, & possibile est, licet non saepe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliam uisui offerantur, & istud poterit probari duobus aquam in radio spargentibus, uno scilicet sub reliquo, tunc enim iris sub iride poterit uideri, sed idem erit ordo in situ colorum iridis utriusque, neuter tamen alterius iridem uidebit, sed cuiusque sua in eodem tempore uisui occurrit. Impossibile autem est quod hic fiat in eadem superficie, scilicet quod plures irides eiusdem situs in coloribus appareant, quoniam ab illa sola parte superficiei fit reflexio, ubi secundum aequales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiusdem superficiei superioribus uel inferioribus periferia praedicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris semper debiliores apparent, quoniam sunt a radijs magis distantibus a perpendiculari & remotioribus a uisu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur respectu eius, quod ex interioribus radijs causatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoque colores interioris iridis contrapositioni & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapositionis dicimus, quando sicut iridis interioris color est puniceus, qui est in exteriori circumferentia ipsius, sicut exterioris iridis color est puniceus, qui est in interiori periferia ipsius iridis, mediusque utriusque iridis color est prassinus. Interiorque color interioris iridis est alurgus, sicut exterior color iridis exterioris. Sic autem dispositis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis sunt debiliores quam



interioris iridis colores. Huius quoque causa aliqua esse posset, si illi colores omnes in una nubis superficie uiderentur, quia tunc colores exterioris iridis per magnam distantiam uisui apparerent, sicut & interiores periferia iridis interioris. Ad quod intelligendum ponamus exempli causa solem super horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 62. huius, quod centrum basis pyramidis irradiationis & centrum uisus, & centrum corporis radiosi, quod est sol sunt semper in eadem linea. Centrumque basis pyramidis irradiationis & pyramidis uisionis est unum punctum centro so-

lis diametraliter oppositum, unde ipsum est nadir solis, & mouetur semper secundum motum solis, motusque suo similem circulum describit, circulo motus solis, scilicet ei parallelo quem sol motu suo diurno describit super horizonta, talem enim dictum centrum iridis describit quod est centrum basis pyramidis illuminationis sub horizonte, & sicut cum sol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fuit in parte horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam linea ducta a centro solis ad circumferentiam basis pyramidis illuminationis sunt aequales per 89. primi huius, palam quod superficies basis praedictae pyramidis sic horizonta intersectat, quod ipsa cum superficie secante solem orthogonaliter insistente horizonti concurrat sub horizonte, ergo facit angulum super horizontem obtusum respectu uisus, nec mirum quoniam horizon cum transeat per unum polorum circuli basis ut per centrum uisus, qui est polus illius

polus illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterum illius circuli non transit, quaelibet ergo pars superficiei uaporis in qua fit iris exterior illa pars quae est super circulum iridis in parte altiori plus a uisu elongatur, & si ab ipsa reflecti accideret radios ad uisum, necesse est superiores nigriores uisui apparere, respectu eorum radiorum qui a partibus eiusdem superficiei in superioribus illis ad uisum reflectuntur, ut patet per penultimam & ultimam quarti huius, & fit superioris iridis inferioris periferia quae uicinior est uisui colores puniceos, mediae uero prassinos, supremae uero alurgos necesse est uideri, & uincit quantitas distantiae in magnitudine excessus elongationis quantitatem angulorum reflexionis & quantitatem angulorum uisionis, & ob hoc colores iridis superioris contrapositioni quandoque uidentur coloribus iridis interioris in qua superior periferia semper uidetur punicea, quoniam quando ad uisum ab illa parte superficiei fit reflexio improporionata reflexionibus distantia, tunc radij inferiores eiusdem superficiei in eadem distantia ad uisum reflecti non possunt, eo quod in proximitate debitam distantiam excedunt, sunt enim tali uisui proportionata reflexioni distantia uiciniores quod ergo uisui de proximo uapore irradiatum apparere potest, puniceum apparet propter unitatem & alias causas in 65. huius, prius dictas, uisui uero profundato ulterius in uapore secundum modum distantiae fulgor luminis umbrarum nigredine permiscetur, & uariantur colores secundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quaedam gibbositas quo ad uisum, & ob hoc forte dictum est a quibusdam, nubem fore concauam in qua iris generatur, quamuis ea quae uidentur nubis concauitati non oporteat adscribi, quia uapor quo ad consistentiam sui totius est integer plenus corpusculis distinctis, sicut uidentur aethomi totum solis radium implere, & est talis uapor a parte posteriori a sole grossior quam a parte anteriori solem aspiciente. Quod si centrum solis in periferia orientis positum fuerit, sic ut basis pyramidis illuminationis sit orthogonaliter horizonti insistent, adhuc radij exteriores ad uisum reflexi, sunt longiores respectu eorum qui ab interioribus periferijs reflectuntur per decimam nonam primi. In eodem enim triangulo ad uisum terminato maiori angulo opponuntur. Sic ergo patet, quod corpore solis ubicunque posito exterioris iridis colores respectu colorum iridis interioris possibile est contrapositionis apparere. Omnes autem colores secundae iridis sunt debiliores necessario coloribus primae iridis, quoniam sunt a radijs magnis distantibus a perpendiculari & secundum maiores angulos ad uisum reflexis, propter quod isti radij cum radijs incidentibus minus aggregantur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo quod nunc praemisimus utimur per principium ad propositum declarandum disponente, & si ipsum non sit circa causam, manifestum est enim quod illi radij cum sint extra periferiam proportionatam reflexioni ad illum uisum, scilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non reflectentur ad uisum cum lumine, nisi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem disponatur, & nisi lumen eorum innatum uisibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cum ipsis ad uisum reflexorum producat, & huius signum est albedo, quae circulariter apparet in nube inter periferiam superiorem iridis interioris puniceam, & inferiorem iridis superioris puniceam, & quia haec albedo fit per lumen nubem irradians ad uisum non reflexum, cum enim radiorum ab eadem superficie reflexibilium qui ad uisum in aliquo uno loco dispositum reflecti possunt. Sint hi, qui ab ultima periferia inferioris iridis reflectuntur, nullus superior radiorum reflectetur ad illum uisum, sed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uisionis simplicis illi uisioni occurret, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & si plurimi radij propter eos qui ad illum uisum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi se diffundant, lumen tamen ad illum uisum ex eorum incidentia a uicino uapore reflecti non potest, quoniam cadunt illi radij in superficiebus uaporis aqua, sicut a superficie improporionata adhuc uisui non est conueniens distantia reflexioni, hoc enim in principio periferiae puniceae incipit, ubi secundum angulos in illa pyramide acutissimos radij incidunt ipsi nubi, alij uero radij posteriores his radijs in punicea periferia inferioris iridis ad maiores radios anguli incidunt quo ad uisum, cum sint in profundiore superficie a uisu ad illam superficiem uaporis

poris in qua est inferior superioris iridis periferia punicea reuertuntur, & ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus a sole illam partem superficiei ex aggregatio-
 ne maioris luminis uisibilem faciunt, radijs ad uisum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem sensibilibiter non poterant reflecti, & quoniam radij ab inferiori parte sursum ad alias partes uaporis roridi reflexi, siue uapor ad quem fit reflexio in eadem superficiei cum prima iride siue in alia superficiei sit consistens cum radijs ab eadem periferia ad uisum reflexis in generatione primae iridis, ut declaratum est in 64. huius, angulos constituunt, sunt trianguli, quorum anguli sunt in centro uisus, bases uero sunt lineae interiacentes puniceam periferiam inferioris iridis, & puniceam superioris, & quod ab illis basibus nulla sit uisui sensibilis reflexio, tota ipsarum superficies uidetur alba, nisi reflexo ab ipsa aliquo lumine ad uisum. Simili quoque modo sit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridem supremam, et quoniam anguli incidentiae radiorum illas partes iridis causantium sunt maiores, ut supra patuit per 106. primi huius, ideo per 20. quinti huius, & anguli refractionum sunt maiores, altius ergo in uaporem superiorem illi radij pertingunt, procreantes sibi similes colores, quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum corpusculorum colorem participat, qui ad corpus oppositum mixtum cum lumine transmutatur per secundam quinti huius, & sicut ostensum est per 55. quinti huius, quoniam propter reflexionem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, sic etiam accidit in ipsa reflexione coloris istarum iridum contrapositos uiridi, colores quoque secundae iridis debiliores uidentur quam primae iridis, scilicet inferioris, quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidentes sunt debiles, & uisui propter distantiam magnam insensibiles, ut patet per penultimam quarti huius, & etiam radij reflexi a primae iridis refractionis radijs sunt debiles, ut patet per tertiam quinti huius, & per decimam huius, Sic ergo necessario secundae iridis colores sunt debiles nigri, quia nigredine umbrarum permiscetur, necessario ergo respectu primae iridis coloribus secundae iridis colores debiliores apparent, nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes superiores roridi uaporis, propter illorum radiorum debilitatem, & forte ob hoc dixit Aristoteles, quod plures duabus iridibus non possunt uideri, quoniam tantum duae sunt quae sit colorum formaliter distinguuntur, quamuis plures quandoque uideantur, ut in praemissa declaratur, patet ergo, propositum.

LXXIII.

Omnem arcum sensibilem iridis per circulum suae altitudinis in duo aequalia diuidi est necesse, unde manifestum est quemlibet uidetem propriam iridem uidere.

Cum enim ex praecedentibus patet, quod quando superficies horizontis interfecit superficiem circuli iridis, tunc eorum communis sectio ex 37. undecimi, est linea recta, sed quia circulus altitudinis iridis semper transit per zenith capitis, quoniam ut patet per 62. huius, & declaratum est in praehabitis centrum uisus est polus iridis, illius uero circuli altitudinis centrum est centrum mundi & horizontis, ergo ipse transit per polos horizontis, zenith enim capitis est polus ipsius horizontis, linea uero a polo ad centrum horizontis deducta est erecta super superficiem horizontis ex principio primi huius, ergo per 18. undecimi, circulus ille altitudinis iridis est erectus super superficiem horizontis, & ipse transit eius centrum, quoniam cum ipsi ambo sint circuli magni sphaerae mundi, patet quoniam ipsorum est idem centrum quod est centrum mundi, ille ergo circulus altitudinis secat horizontem per aequalia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitudinis cum per centrum uisus transeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum solis, haec enim sunt in eadem linea per 62. huius, transit ergo per polos circuli iridis, & secundum praemissa secat eum per aequalia & orthogonaliter. Sed si horizonta & circulum iridis altitudinis per aequalia secat & orthogonaliter, ergo illorum sectionem per aequalia secabit & orthogonaliter per decimam nonam undecimi. Sit ergo illa communis sectio linea a b, quae producta circulum altitudinis diuidat per aequalia in puncto c, ducaturque sursum in superficie circuli altitudinis in puncto c, linea c d, quae sit communis sectio superficiei illius circuli & iridis, & haec linea c d, erit perpendicularis super lineam a b, per decimam

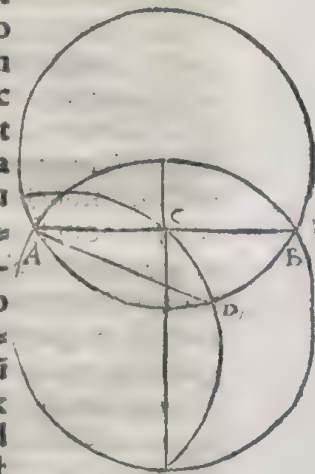
decimam nonam undecimi, eo quod circulus altitudinis erectus est super superficiem cuiusque duorum illorum circulorum, quorum est communis sectio linea a b, sitque communis sectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d, angulus ergo d c a est rectus, & similiter angulus d c b, subtendantur ergo illis angulis lineae a d & b d, & patet ex 4. primi, & ex praemissis quod ipsae sunt aequales, ergo per 27. tertij, arcus iridis qui est a d est aequalis ipsius arcui b d, pars ergo periferiae iridis quae est super horizontem, quoniam illa sola est sensibilis quae per circulum altitudinis per aequalia est diuisa, quod est propositum. Vnde manifestum est correlariu perpulchrum, scilicet quemlibet uidentem iridem, propriam uidere, ex eo enim quod aliquo moto uidente secundum locum super zenith capitis uariatur, patet enim quod diuersorum diuersa sunt zenith, & diuersi horizontes, nec est possibile aliquos duos eadem habere horizonta, quoniam semper oculos uidentis est centrum horizontis, si ergo aliquorum diuersitas sit secundum distantiam latitudinis uersi tantum, tunc ab eorundem oculos diuersimode radij reflexi a corpore nubes secundum diuersa puncta aggregationis concurrent, & remotior ipsorum a uapore rorido maiorem iridem uidebit, propinquior minorem, si in eadem superficie appareant irides, quae si appareant in superficiebus diuersis aequedistantibus, tunc secundum aequales circulus iridis uideri poterit, & sequetur iris fugientem et fugiet sequentem, ut diximus in 63. huius, est tamen eis idem circulus altitudinis, sed non eodem modo se habens, quod si diuersitas aliquorum sit secundum longitudinem uniuersi tantum, tunc erunt diuersi circuli altitudinis, & quilibet illorum circulorum diuidit per praemissa arcum iridis qui est super horizonta, in duo aequalia, ergo ipsa diuisa sicut & ipsa diuidentia sunt diuersa, quilibet ergo propriam iridem uidebit, quod si latitudo & longitudo uidentium differant, tunc per praemissa patet, quod nullo modo eandem iridem uidebunt, patet ergo quod intendebamus, & signum huius est, quod si aliquis stans in radio solis aversa soli facie aquam ore spargat uidebit cum ambobus oculis ante frontem suam colores iridis, & arcum aequaliter ab utroque oculo distantem, quod si aqua secundo sparserit, & oculum dextrum clauserit uel manu cooperiat, uidebit arcum aequaliter distantem a centro sinistri oculi, arcum quoque iridis dextrum oculum secantem, & econuerso erit, si oculum sinistrum clauserit, tunc enim iterum uidebit arcum aequedistantem a centro dextri oculi, sinistrumque oculum secantem, ex quo manifeste patere potest, quod color iridis est passio uisus, & quod mutatur iris secundum uidentium mutationem, & quod materia sua est uapor roridus, et quod distinctio colorum non est ex qualitate materiae, sed ex reflexione luminis ad uisum cui color essentialiter aduenit ex comixtione nigredinis umbrarum.

LXXIII.

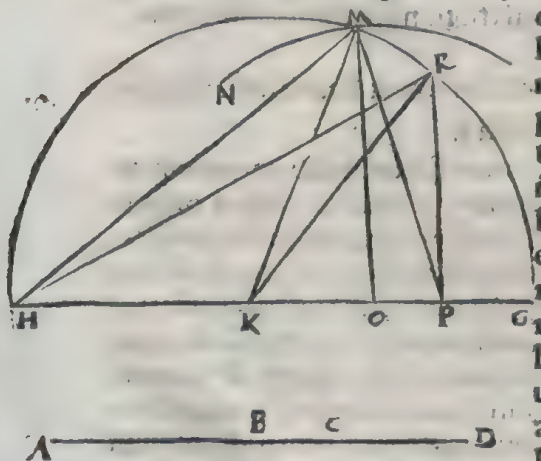
In aliquo puncto horizontis existente centro corporis luminosi, necesse est tantum semicirculum ab eo causatae iridis uideri.

Quoniam enim non est possibile solis uel lunae, quorum solummodo corporum, ut in 68. huius diximus, radij iridem faciunt, centra in horizonte existere, nisi in oriente uel occidente in nostra terra, scilicet Poloniae, habitabili, quae est circa latitudinem 50. graduum, & quauis in regionibus maximae latitudinis, sole existere in capite capricorni, ut in his quae sunt 66. graduum & 9. minutorum sol in meridiano existens circulo uideatur in periferia horizontis, & in alijs regionibus diuersificata latitudine regionis & declinatione solis in diuersis circulis altitudinis quandoque sol uideatur in horizonte. Ponamus itaque solem in oriente cuius centrum sit a, fiatque iris in parte sibi opposita uisui inter medio existente, & erit illa iris ad occidentem per 67. huius, & sit centrum iridis punctus b, ducaturque diameter circuli iridis trans superficiem horizontis per centrum b, quod centrum tunc necessario erit in superficie horizontis, quoniam per 64. huius, ostensum est, quod centrum solis & centrum uisus & centrum iridis necesse est in eadem linea esse. Eiusdem

METO



uero lineæ partem in eadem superficie, partem in sublimi esse est impossibile per primam undecimam. In superficie uero horizontis est ex hypothesi centrum solis & centrum uisus & centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in superficie horizontis, et sit diameter illa iridis quæ c d, & coniungantur lineæ a b, a c, a d, fientq; duo trianguli a c b & a d b, & quoniam in his triangulis latus a c est æquale lateri a d, per 89. primi huius, quoniam sunt lineæ longitudinis unius & eiusdem pyramidis, & latus c b æquale est lateri d b, quia sunt semidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune est ambobus illis triangulis, patet ergo per octauam primi, & angulus c b a est æqualis angulo d b a, uerique itaq; est rectus, patet per decimam octauam undecimam, erit superficies horizontis erecta super superficiem circuli iridis, transit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim sectio illorū circulorum non potest esse nisi diameter circuli iridis quæ semper suū circulum diuidit per æqualia, per diametri definitionem. Quod autē de circulo iridis est super horizontē hoc uidetur. Sic ergo posito centro solis uel lunæ in puncto horizontis, semicirculus iridis uidetur, nisi forte tanto minus quantum est differentia, propter hoc, quod centrum uisus non est uerum centrum uniuersi. In hoc autem non est sensibilis differentia, & si sit, non est in generatione iridis, sed in uisione ipsius, & hoc est quod hic proponitur demonstrandum. Potest & idem aliter demonstrari. Sit ergo secundum dispositionem priorem centrum solis in aliquo puncto horizontis quod sit punctum h, & sit k. centrum uisus, quod est centrum horizontis, & sit horizontis diameter linea h g, erigatur ergo semicirculus unius altitudinis super horizontem orthogonaliter ex centro k quæ sit h m g, hunc quoq; semicirculū altitudinis arcus iridis generatæ in oppositæ solis interpositione cetero uisus, fecit in puncto m, & producatur linea k m, & quoniam linea h k, k m & k g omnes sunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo sunt æquales & omnes notæ, quoniam mudi semidiameter est nota, ut si ipsa supponatur esse 60. partium, producatur itaq; linea h m, & si notus est angulus h k m, tunc linea h m, erit nota. Sciri autem potest angulus h k m, per hoc ut sciatur arcus m g, qui est arcus altitudinis, qui sciri potest per instrumentū, ut per armilla uel per astrolabium uel quadrantem, quo scito scitur angulus m k g, quæ si auferatur de duobus rectis, scitur angulus h k m, & sic scitur linea h m, respectu semidiametri k m, operatione illa qua utimur in scientia astrorum, linea uero h m, cū sit linea longitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis unius pyramidis sint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ, circunducatur itaq; circulus iridis super superficiem horizontis eam interfecit, quæ ut patet ex præmissis transeat punctum m, circuli altitudinis, sit quoq; ut ipse circulus iridis secet horizontē in puncto n, duos itaq; circulos contingent lineæ k m & h m in pun-



ficunt lineæ b d ad lineam a b, & quia proportio lineæ h m ad lineam k m, uel ad lineam h k, æquales per septimam quinti, ex præmissis est nota, proportio ergo lineæ a b ad lineam b c, erit

b c, erit nota, ergo ipsarum utraq; est nota secundum aliquam quantitatem suppositam in altera ipsarum, sed & proportio lineæ b d ad lineam a b est nota, ergo & lineæ a b est nota, lineæ b d est nota, sed lineæ b c fuit nota, ergo relinquitur ut lineæ c d sit nota, sed lineæ h k est nota, quia cum ipsa sit diameter horizontis, erit ipsa partium 60. ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem erit lineæ b c, notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius; quia nota est proportio a b ad b c, sicut b d ad a b, & a b est maior quàm b c, ut patet ex præmissis, erit ergo b d maior quàm b c, relinqueturq; c d maior quàm b c, hoc autem patet in numeris taliter dispositis quibuscumq;, lineæ ergo proportionalis lineæ h k est lineæ c d, illa erit minor quàm lineæ h k uel quàm lineæ k g, abscindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g, & sit lineæ k p. Eritq; lineæ k p, secundum præmissa nota, copuletur itaq; ad puncto p, ad punctum m, lineæ in superficie circuli altitudinis quæ sit p m, eritq; necessario ut quæ est proportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadem sit proportio lineæ a b ad lineam p m, quod si dicatur hoc non est possibile, quæ est ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p, eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem lineæ p m, per tertiam primi huius. Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineam p quæ sit p r, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, uel b c ad lineam k p, eadem est lineæ a b ad lineam p r, quæ autem est proportio lineæ c d ad lineam h k, eadē est lineæ b c ad lineam k p, ergo per decimam sextam quinti, quæ est proportio lineæ b c ad a b, eadem est lineæ k p ad p a, & sic lineæ c d b c, a b, pportiones erūt lineis h k, k p, p r, sed q̄ est pportio lineæ a b ad b c, eadē est lineæ b d ad a b, ergo & in ipsarū, pportionibus sic erit, q̄ sicut se habet lineæ r p ad p k, sic coniunctim se habebit tota p h ad lineā p r, ducant ergo lineæ h r & k r, fientq; duo trianguli q̄ h r p & k r p, quarū communis est angulus r p h, & latera dictū angulū cōinentia respectu diuersorū trigonorū sunt, pportionalia, quæ em̄ est pportio lineæ p r, lateris maioris trianguli ad lineā p r, latus trigoni p r k minoris, ergo p 6. sexti, illi trianguli sunt æquianguli, ergo p 4. sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt pportionalia. Est ergo pportio lineæ h p ad lineā p r, & lineæ p r ad lineā p k, sicut lineæ h r ad lineā k r, secundū q̄ pportionem habet lineæ h p ad lineā p r, hanc habet lineæ b d ad lineā a b, & q̄ habet lineā b d ad a b, hanc habet lineæ a b ad b c, & q̄ a b ad b c, hanc habet lineæ h m ad k m ex hypothesi, p 11. ergo quinti patet, quod q̄ pportionem habet lineæ h r ad lineā k r, hanc habet lineæ h m ad lineā k m, hoc autē est impossibile & cōtra 56. primi huius, qm̄ in semicirculo quocumq; duabus lineis ductis ad quodcūq; punctū piferia. s. una à termino diametri & alia à centro, ut sunt in pposito lineæ h m & k m, duas alias lineas ab eisdem punctis ad aliū punctū circumferentiæ quodcūq; duabus prioribus pportionales ducere est impossibile. Est ergo impossibile lineā a b ad aliā minorem lineā q̄ lineæ p m, eandē habere pportionē q̄ lineæ b d ad lineā h p, uel q̄ lineæ c d ad h k, uel q̄ lineæ b c ad k p, sed necq; potest lineæ a b, habere illā pportionē ad aliquā lineā maiore lineæ p m, qm̄ eadem est ratio, & eodē modo deducitur ad impossibile, ergo quæ est pportio c d ad lineā h k, uel lineæ b c ad k p, eadē erit lineæ a b ad p m, & sequit repetita priori demonstratiōe, q̄ ducebat ad impossibile. s. q̄ est pportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadē sit lineæ h m ad a k m, ductis itaq; pluribus semicirculis altitudinis circa centrū k, sub horizonte pportionales lineæ prædictis lineis h m & k m, ducantur secundū modū 65. primi huius, si ergo lineæ m p, sit ppendiculariter insistens diametro h g, tūc posito centro p, secundū semidiametrū p m, describat circulus, qd̄ si lineæ p m, nō sit ppendicularis sup̄ diametrū h g, polo itaq; existente puncto p, p 65. primi huius, quoniam ille punctus distabit æqualiter ab omnibus in illis semicirculis signatis punctis similibus puncto m, ducant circulus secundū distantia lineæ p m, qui attinget omnia dicta puncta semicirculorū altitudinis in quæ cadūt pdictæ pportionales lineæ sine anguli reflexionē iridem causantes. Si em̄ dicatur qd̄ nō attingat, accidet secundum præmissā angulū cōtrariū 65. primi huius, qd̄ est impossibile, potest etiā sic fieri ut semicirculus h m g, sit medietas horizontis, & facta diuisiōe in puncto m, intelligatur circūduci idē semicirculus, nihil em̄ refert semicirculos diuersos describere uel unum circūducere.

malis est puer
 et impotens
 in ista munda
 me alij
 habent propo
 minervit.

$$4 \cdot 3 \cdot 2\frac{1}{3}$$
$$5 \cdot 4 \cdot 2 \frac{1}{4}$$

* 6 . 5 . 2 .

que J n'aim
ni y romm
c. 16

falsum est
 de mōstru
 nō ita

quod C.D.
maior B.C.

*. m m h y
A B C

42.36.1

PL. 9. 2

1

[illegible]

100

[illegible]

punctus m , circumductus describet circulum iridis qui est $h m$, circa centrum uel polu-
 p, secundum distantiam lineae $p m$. Eruntque anguli a termino diametri, scilicet puncto
 h , & a centro k , ductarum ad circulum $n m$, omnes aequales in qualibet superficie reflex-
 ionis, quia triangulus $h m k$, in tota circunductione similes sibi triangulos causat in
 qualibet superficie reflexionis, & similiter triangulus $h m p$, motu suo describet similes
 triangulos, & triangulus $h m p$ similiter similes triangulos describet. Si itaque linea $m p$,
 non sit perpendicularis super diametrum $h g$, ducatur ergo perpendicularis a puncto
 m , per duodecimam primi Euclidis, super diametrum $h g$, cadetque illa perpendiculari-
 tis per 29. primi huius, inter puncta k & p , uel inter puncta p & g , quoniam linea $m p$,
 cum diametro $h g$, ex aliqua sui parte angulum acutum continet, ut patet ex praemissis,
 & similiter linea $m k$, quia iris non apparet ultra medium diametri horizontis ut pri-
 us patuit, cadit ergo illa perpendicularis in punctum o . Similiterque ad idem punctum
 diametri necessario cadent ab omnibus aliorum semicirculorum angulis lineae perpen-
 dicularis, uel angulus $k o m$, motu suo in omnibus superficiebus reflexionum aequales an-
 gulos causabit, punctum ergo o , est centrum circuli reflexionis factae ad usum, cum er-
 go centrum iridis sit in horizontis diametro, medietas eius erit super horizontem quae
 est $n m$, & medietas sub horizonte quam tunc communis sectio superficieum horizon-
 tis & iridis est diameter iridis. Idemque accideret si linea $m p$, esset perpendicularis super
 diametrum, & hic est modus quo Aristoteles propositum conclusit. Sed tamen non est
 nobis uisa fore necessaria noticia linearum, quia sine illa idem & eodem modo declara-
 ri potest.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis super horizontem existente centro corporis lu-
 minosi secundum eius elevationem, centrum circuli iridis sub horizonte depri-
 mitur, & portio iridis minor semicirculo uidetur.

Esto secundum dispositionem proximam. Sit sit horizon circulus $h m g$, cuius diameter
 sit linea $m h$, & centrum k , sitque circulus altitudinis transiens per zenith capitis & per centrum
 corporis luminosi qui est $l m n h$, & sit centrum solis eleuatum super horizontem in circulo
 altitudinis in puncto n , & quoniam per 62. huius, centrum corporis luminosi & centrum oculi &
 centrum basis pyramidis irradiationis semper sunt in eadem linea, cum centrum uisus sit centrum
 circuli altitudinis, si ducatur linea a centro luminosi corporis per centrum uisus, illa neces-
 sario erit diameter circuli altitudinis, erit ergo illa linea a puncto n , producta per centrum k , ne-
 cessario cadens in aliquod punctum circuli altitudinis qui sit l , & erit semicirculus altitudi-
 nis eleuatus super circulum horizontis qui est $h n m$ aequalis semicirculo $n m l$, & quoniam sunt
 medietates eiusdem circuli, ablato ergo communi arcu qui est $n m$, erit arcus qui est $h n$
 aequalis arcui $m l$, sed punctum l , est locus centri circuli irradiationis, & punctum n , est locus
 centri solis, patet ergo quod quantum centrum solis eleuatur super horizontem, tantum centrum
 circuli basis pyramidis irradiationis deprimetur super horizontem, & hoc est primum pro-
 positum. Cum autem erit centrorum utrumque in circulo horizontis, medietas circuli iridis
 uidetur, ut in praecedenti theoremate est ostensum, ergo cum centrum solis eleuatur, &
 centrum circuli deprimetur, minus semicirculo uidebitur, & hoc est quod secundo pro-
 ponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in ori-
 ente, idem est si sit in horizontis parte occidentali, uel in quacunque parte sit horizontis,
 ut est his quorum latitudo est 66. graduum, & 9. minutorum, his enim est sol in meridie
 in puncto tropici hiemalis in horizonte, & sic secundum regiones diuersas uniuersale
 semper est propositum theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniam enim si sol est in horizonte, semicirculus tantum uidetur, ut patet ex 72. huius, &
 si sit super horizontem in aliquo circulo altitudinis, patet per praemissam quod quantum centrum
 solis uel lunae eleuatur super horizontem, tantum centrum iridis deprimetur sub horizonte,
 unde tunc super horizontem semper pars iridis minor semicirculo uidetur, sicut patet in alijs
 parallelis

parallelis in sphaera, per quorum centrum non transeat horizon, hi enim in portiones inaequa-
 les sub horizonte & super horizontem secantur, patet ergo cum corpus luminosum in tem-
 pore uisionis iridis sit aut in horizonte aut super horizontem, quod nunquam completus circulus
 iridis poterit uideri, nisi forte fiat ex reuerberatione luminis solis a nube forti ad ter-
 ram uel ad aliam nubem, ubi sit uapor roridus in medio, & uisus inter uaporem & nubem a
 qua sit reuerberatio, uel in eadem linea, sic quod ad ipsum possit fieri reflexio, tunc enim
 impossibile est integras irides uideri, sed de talibus sermo propositus non intendit, dixi-
 mus enim de talibus iridibus in 67. huius, patet ergo propositum.

LXXVII.

Data iridis semidiameter inuenire.

Ad quantum enim summorum uaporum consistentia eleuari possit iam ostendimus in 58.
 huius, sed non secundum totam elevationem illorum possibile est iridem eleuari, quoniam materia iri-
 dis est uapor roridus per 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor siccus, si ergo data iri-
 dis semidiameter uolumus inuenire, data iris sit semicircularis, facilius habetur propositum
 tum, accipiat enim altitudo sua per instrumentum, circuli quoque altitudinis suae portio siue arcus
 interioris horizontis & gibbus iridis duplicetur, & cum arcu duplicato intrentur tabulae chor-
 darum & arcuum prima dictioe almagesti postarum, & extrahatur chorda arte consueta, eritque
 chorda inuenta diameter totius iridis, & ea diuisa per aequalia medietas ipsius erit semidia-
 meter iridis, & ita summus circuli altitudinis erit semidiameter iridis, quae sub hoc situ in
 tali altitudine uidetur. Si dicatur quod illa semidiameter non est iridis secundum cuiusdam al-
 terius circuli aequedistantis iridi, sed maioris iride, hoc non obstat, quod illi duo circuli in
 eundem angulum solidum cadunt apud centrum mundi, quod tunc est centrum uisus, unde quod de
 uno dicitur de reliquo potest intelligi quo ad quantitatem, & quia per talium diametrorum pro-
 portiones habetur completa proportio iridis ad iridem, ideo talem diametrum, iridis diametrum ap-
 pellamus. Si uero iris sit, portio minor semicirculo, accipiat ipsius altitudo, & quia ut
 patet per 73. huius, tunc sol est super horizontem in eodem circulo, accipiat altitudo solis, quia
 ergo ut in illa declaratum est distantia centri iridis sub horizonte est aequalis elevationi so-
 lis super horizontem, coniungantur isti duo arcus altitudinis, iridis, scilicet, & solis, peruenietque arcus
 interioris punctum circuli altitudinis in quo incidit diameter ducta a centro corporis so-
 lis per centrum uisus & per centrum iridis ad ipsum circulum altitudinis, & hoc est nadair solis,
 & punctum superioris circuli altitudinis iridis, duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur cor-
 da ut prius, diuidaturque per aequalia, & habetur intentum, patet ergo propositum.

LXXVIII.

Iridis semicirculus uisus est medietas circuli minoris, portio uero minor
 semicirculo uisa est portio circuli maioris.

Huius propositae rei causa patet secundum praemissa huius libri, quoniam enim ut patet per 63.
 huius, patet centrum solis & uisus & iridis semper in eadem linea consistunt quae est axis pyra-
 midis illuminationis uaporis roridi, propter quod patet in omni reflexione ex qua appa-
 ret iris, semper centrum uisus est polus circuli iridis, palam ergo quod nulla facit diuersitatem
 in uisu erectio uel obliquatio superficie iridis super superficie horizontis, quoniam semper linea
 pertransiens centrum solis & uisus est erecta super superficie iridis, & sic periferia iridis sem-
 per se habet uniformiter ad uisum quantum est de se, ut patet per 65. primi huius. Quod ta-
 men hic proponitur, causam habet non ex reflexione, sed ex refractione, quia ut in 8. huius, de-
 clarauimus, diuersitas angulorum refractionis causatur ex diuersitate diametris corporum dia-
 sonorum eiusdem speciei, maior enim sit refractione ad punctum perpendicularem in aqua gros-
 siori quam in aqua subtiliori, quia itaque sole existente in periferia horizontis, aer est grossior
 seipso, postmodum per luminis solaris praesentiam subtiliato, palam quod in grossiori il-
 lo aere minor sit refractione a perpendiculari, radij itaque tunc refracti magis approximant
 perpendiculari quam postmodum aere subtiliato, ad propinquiore ergo locum superficiei iri-
 dis sit aggregatio radij incidentium superficiebus uisui ibi existentium, quod fiat in aere ra-
 riori existere, subtiliato uero aere sit ad eisdem uisus a partibus remotioribus ipsius uaporis
 refra-

Minor
 circuli
 in horizonte

reflexio, non enim fit à partibus propinquioribus, quoniam ab illis neque prius fiebat. Sed neque fit illa reflexio à partibus uaporis à quibus fiebat prius, quoniam medio immutato est ipsa refractione immutata, per 8. huius, fit ergo necessario reflexio à partibus uaporis remotioribus quam prius. Radij ergo reflexi sunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramis ergo illuminationis est maior, ergo & basis eius, quæ ut patet ex præhabitis est periferia iridis, erit maior. Existente uero sole in periferia horizontis, tunc tantum causatur iridis semicirculus uidetur, ut patet per 72. huius, eleuato uero sole super horizonta, tunc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifestum est ergo propositum. Est autem quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo solis coniunctæ semper faciunt gradus 42. quod per præsens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis sit quandoque minor quandoque maior secundum mediocorum diafonorum & suarum reflexionum diuersitatem, ut præostensum est, tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circulorum diuersarum iridum semidiametri sunt æquales, posset tamē esse modica differentia, quæ forte per instrumentum modicum improporionale circulo altitudinis non possit aliquantulum perpendi, & etiam eorum experientia est in proportionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quod tales uerso instrumento uel mutato uisu fixo instrumento accipiunt, quæ nulla est sole existente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia, quia etiam Aristoteles de illa nihil scripsit, cum tamen de præsentī theoremate magnam fecerit mentionem, quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uiderimus, super hoc attulit declarationem. De differentia uero climatum nullus excusationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione, semper enim cētrum solis, uisus, & circuli iridis in eadem linea consistunt, & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis solis altitudini in omnibus climatibus est æqualis, nec in hoc aliquis differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibusdam regionibus sole existente in meridie iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendū propositū ponatur primo centrum solis in aliqua regione in meridie in cenith capitis, & palam ex præmissis, quod tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte æquedistans horizonti, & quoniam tunc altitudo solis erit partium 90. sole descendente, siue hoc sit propter ipsum motum solis, siue propter altitudinem regionum distantium plus ab æquinoctiali, quam regio in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea quæ est directe sub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quandiu sinus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius, diligens perquisitor poterit inuenire, quantum autem sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur à diametro iridis, tantum apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride, & ob hoc in diebus æstiuilibus ab æquinoctio uernali ad autumnale in consuetis nobis regionibus quæ sunt ultra clima quartum usque ad finem notorum septem climatum in meridie iris non apparet, & si in alia parte anni appareat quandoque, totum autem hoc diximus propter regiones quæ sunt extra climata, in quibus præmissa regula doctrinæ generali poterit committi. In omnibus autem regionibus sole existente super horizontem in qualibet hora diei iris poterit apparere præterquam in meridie. In illis tamē horis in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro, & hæc sufficiant pro iridis intento, Quia irim de coelo misit Saturnia luno.

LXXX.

Nubium apparens color fit secundum dispositionem materiae & luminis incorporationem.

Quoniam enim nubium consistētia ex duobus fit uaporibus, sicco. scilicet et humido, ut declaratum est in philosophia naturali, tunc quoniam sol agendo ex sicco penitus extrahit humidum, adurit siccum terrestrem,

terrestre, ita quod lumen in ipsum penetrare non potest, ideo fit tunc nubes nigra multæ nigredinis, & sunt tales nubes materia uentorum. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condensatione frigoris propter quā in ipsum penetrare non potest radius solaris uel stellæ, & non remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocunque disgregato subtili recipiente ingressum luminis solaris fit nubes alba, unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in se humidum fumosum ammixtum aliquantulum terrestre adusto, tunc in ipso recepto lumine fit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferiorem partem nubis humidæ in mane uel in sero, & hæc significant pluiam futuram, & si quidem sit in oriente in mane, defertur pluuia super homines illius habitabilis. Si uero sit in occasu, tunc defertur pluuia in mundi inferius hemispherium sub homines uidentes, & erit ibi pluuia in nocte, & redibit illa pars cœli forte spoliata nubibus in mane, & sic significat rubor nubium in sero serenitatem in die sequenti, quoniam uero nubes depressa habet superius resperfam purpureitatem obscuram ualde, tunc illa rubedo est ex partibus terreis adustis quæ iam incipient inflamari in uentre nubis, & sunt nubes tales periculosæ continentes materiam tonitruu & similitum. Quod si nubes sit rorans & in fine suæ resolutionis, tunc illa nubes in se recepto lumine, quoniam iridis acquirit colorem, & secundum sui uarias dispositiones fit multa uarietas colorum lumine nubibus præsentē, siue lumen nubi incidens refrangatur ad uisum propter densitatem secundi diafoni, siue reflectatur ad uisum à superficie ipsius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes superior per nubem subtilem umbrosam uisibus occurrat, tunc enim uario colore coloratur nubes uisa secundum illarum umbrarum admixtionem, patet ergo propositum.

LXXXI.

Virgæ sunt ex refractione radiorum solarium ad uisum ab aliqua consistentia nubosa raritate & spissitudine inæqualiter distincta.

Virgæ dicimus extensiones radiorum per nubes, quæ uulgo dicuntur funes tentorii, interposita enim nube aliqua aquosa inter solem & uisus nostros fit refractione radiorum solarium ad uisum, & hoc accidit in medio secundi diafoni, & ob hoc quandoque ibi uidentur iridis colores secundum quasdam lineas rectas, ptenas, eo quod habeant quandam subtiliorem & quandam grossiorem consistentiam, in quibus permixtum solis lumen fantasiam coloris in ipsis facit, potior tamen in his causa est admixtio umbrarum quæ diuersimode immixtæ luminis colores diuersos uisibus representant, & quia radius solis perpendicularis super superficiem nubis penetrat nubem, & ad uisum non reflectitur, ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur, & sol per illam uisus uidetur sine figura, sed in colore puniceo aut colorem alium habens uisus. Sol enim per consistentiam nubis grossiorem & caliginosam alium & alium præsentat uisibus colorem. Non est autem in hoc differentia, siue sol uideatur per nubem, sic quod fiat suorum radiorum ad uisum refractione, siue radij solis reflectantur ad uisum, aspicienti uero ad solis latera uidetur quoniam iridis color uirgatus, ut præmissimus, quando nubes secundum aliquid est spissa, & secundum aliquid rara, & secundum aliquam sui partem plus aquosa, & secundum aliquam minus, & quandoque uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgæ itaque sunt propter irregularitatem diuersi situs & quantitates speculorum, non propter figurarum anomaliam. Sunt enim quedam specula, quæ propter sui anomaliam figuras anomalas permutatas uisibus ostendunt formarum uisarum per ipsa, de quibus in nono libro scientiæ huius aliquis sermo fuit, unde & nubes figuram solis non ostendit, quia specula nubis non sunt proprie ostendentia figuram propter speculorum paruitatem, sed ostendunt colorem quod conuenit diafonitati speculorum & nubis totius, & distinguuntur illi colores secundum dispositionem cui lux incorporatur, & secundum umbrarum immixtionem, patet ergo propositum.

ccc 3

Pare-

Pareliae sunt ex reflexione radiorum solarium ad uisum ab aequali consistencia nubosa.

Pareliae dicimus quasi paria soli, elios em Graece sol dicitur Latine, & significat soles aqueos q in nube uidentur, nube em interposita soli & uisibus existente aequali secundum sui specula, neq densiore neq rariore, neq plus aquosa, neq minus secundum suas partes, tunc radius solis illis incidens ppter similitudinē & aequalitatē speculorum, & ipsorum regularitatem minus coloris, fit fantasia, albi autem uidetur coloris propter spissitudinem consistenciae & regularitatem ipsius nubis. Radij em ad ipsam nubem sic dispositam incidentes, & ab ipsa refracti ad uisum maxime nube illa non existente aquosa neq nigra, uicina tamen aqua sine admixtione alicuius umbrae reflectuntur ad uisum, propter quod ppter solis colorem, q luminosus & albusest, in tota nubis consistencia apparere faciunt uisibus, suntq pareliae albae, sicut etiā ab omni corpore polito reflectit lumen solis ad uisum propter spissitudinem consistenciae, ut ostensum est per 1. qnti huius. Sunt autem pareliae magis signum pluuiae q uirgae, quia aequalis nubium consistencia quae est materia parelijs, signum est quod aer idonee habet se ad permutationem & ad generationem aquae. Et quia Australis aer facilius in aquam permutatur ppter sui facilitatem in patiēdo, q aer Borealis, q siccior est propter frigoris costrictionem, ideo pareliae Australes magis sunt signum pluuiae q Boreales. Fiunt autem pareliae sicut & uirgae magis sole existente in oriente uel occidente q in meridie, qm sol existens in medio caeli soluit tales nubium consistencias, & plurimum segregat illas, & neq sunt desus per solē neq desubtus, sed a lateribus solis obliquis quae sunt secundū polos mundi, & neq sunt multum prope solem, q a propinquo cito dissoluitur nubium consistencia, neq sunt multum longe a sole, q nō est inde possibile reflexionem fieri ad uisum, reflexio em facta a paruo speculo subtilis est, unde longe protensa debilitatur & euanescit anteq perueniat ad uisum, & ex eisdem causis non sunt hae pareliae super solem, neq sub sole, quia prope solem existentes consistenciae nubium soluuntur, remotae uero distantes non perueniunt secundum ipsorum reflexionem ad uisum, secundum lateralem uero solis situm est inuenire mediocrem distantiam, in qua consistencia nō soluitur, & tamen fit reflexio ad uisum, & cum non est minus prope ad terrā descendens illa nubis consistencia, quando em nubes sunt nimis propinque horizonti, tunc ab ipsis nubibus reflexi radij non ptingūt ad uisum propter distantiam minorem, improporionatam reflexionem luminis qm em uisus sunt apud terram, patet q tunc luminis reflexio a nube non concurrat cum uisibus. Sub sole etiā nō potest fieri parelia, q a tunc nubes uicina terrae perpendiculari solis radium respiciens dissoluitur cum radio solari, remota uero nubes a uisu nullam causat reflexionem uel refractionem ad uisum propter longitudinem distantiae, q a si in altera solis esset consistencia nubis nimis alta, non accideret reflexionē luminis fieri ad uisum, nec tunc apparent pareliae ipsis uisibus, patet ergo propositum.

Ex cristallo exagona soli opposita colores iridis generantur.

Huiusmodi em colores generantur ex debilitatione luminis propter refractionem ad perpendicularē ductam a centro corporis solis ad superficiem unius parallelogrami ex lateribus cristalli, & qm declarauimus in 27. secundi huius scientiae, manifestū est quod a sole illuminatur magis medietate chiliindri sibi oppositi si rotundum sit chiliindrū haec autem in chiliindro angulato esse non potest angulis uenientibus in diametru corporis basem per aequalia diuidentis, tunc em sola medietas illuminatur propter radioe incidentiam ut diximus ibidē. Sed si corpus illud columnare diafonum fuerit, tunc em alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionē. Si itaq superficies corporis diafoni soli opposita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis, tunc una sit luminis refractione fortis, & lumen sub forma luminis transibit ad partem oppositam corporis, & aggregabitur extra corpus sub forma luminis, sicut etiā hoc fortius euenit

nit in corpore spharico diafono non concauo, eo quod a superficie maioris partis totius illius corporis sphaerici sit refractione ad radiū q perpendiculariter incidit super superficiem corpus sphaericum contingentem aequedistantem superficiē secanti corpus solis per centrum secundum aspectum quo ab ipso respicitur corpus illuminandum, ut ostendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & tot radiorū aggregatione, & si non ad punctum unum, quoniam hoc est impossibile propter diuersitatem superficialium incidentiae, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipso lumine absq coloratione sub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppositum, & incendit ex mora corpus inflammabile subito, ut stupam uel aliqd potentiam actiuam i se habentem ad inflammationem. Si uero corpus diafonū soli oppositum sit plurimum superficialium q unius planae uel circularis, secundum eam .f. partem, q soli opponitur, utpote si corpus quadrangulum secundum unum suorum angulorum soli opponitur, tunc fiet refractione radiorum incidentium uni superficiē ad ambas superficies oppositas, & similiter radiorum incidentium alteri superficiē, & tamen ex parte opposita luminis refracto aer q est corpus rarioris diafoni occurrerit, refrangentur radij ab utraq pte superficiē ab illa perpendiculari, quae ab angulo ad angulum ducta i corpore basem ipsius per aequalia diuideret, uel alia ei aequedistante, & in alio corpore denso illi corpori diafono subiecto, ut terra uel alio corpore quocunq, tunc quandoq apparebūt duo lumina clara, aliquando uero colorata, ut si corpus diafonum aequalium fuerit angulorum & superficialium, & hoc pater experimentanti, eruntq ibi duo colores confusi non plures, color, .f. rubeus, & alius mixtus quasi uiridis, q secundum cristalli uel alterius parui corporis dispositionem magis sunt intensi uel remissi. Quod si superficies corporis quo ad partem soli oppositam fuerint tres, ut sunt in cristallo exagona, tunc a q libet superficialium oppositarum soli quae sunt 3. receptum lumē cuiuslibet superiorum trium superficialium redditur corpori opposito, ut terrae uel alteri corpori cuiusq fuerit, quae tria lumina quorum medium manet in ipsa perpendiculari columnae cristallinae basem suam per aequalia diuidente uel ipsi diuidenti aequedistante, & fit uisibile lumē illud nisi lumen solis impediatur. Alia uero 2. refranguntur a dicta perpendiculari propter naturam secundi diafoni rarioris .f. aeris, dictum em est in 4. huius, quod in medio secundi diafoni rariore existente refractione fit a perpendiculari, & est quasi quadam dispersio radiorum, apparent aut colores in istis luminibus sic reflexis uel refractis, propter mixtionem nigredinis coloris cristallini cum lumine penetrante, & propter ammixtiones umbrarum partium ipsius cristalli praeminentium secundum acumen suorum angulorum, qui per 1. secundi huius, projiciuntur ad patrem oppositā incidentiae radiorū in partem aduersam corpori luminoso, quarum umbrarum numerus facit diuersitatem colorum, quando lumine permiscetur, qm ubi radio luminis perpendiculari magis q ad superficiem incidentiae circa quam in uiciniori multoq radioe fit aggregatio, color cristalli & umbrae commixtus reflectitur, q a ille radius magis est luminosus, tunc fit color rubeus. In alijs uero radijs secundum sui debilitatem coloris corporis luminosi & umbrarum plurimum commixtionem alij colores medij generantur, sūt aut tres colores, qm ex tribus superficialibus superioribus radij colliguntur ad quamlibet inferiorē superficiē, & color rubeus semper ab illa parte uidebitur, ubi radius perpendicularis super superficiem cristalli in contrario situ generat iridis oppositam soli aggregatis oibus radijs suae superficiē incidit post refractionem factam ex aeris intrapoli diafonitate, & tunc qm tres irides generantur propter triplicem naturā refractionis i medio 2. diafoni rariori, ut praemissum est, & q a ter tria faciūt quadratū, qui est 9. erūt tunc 9. colorum indiuidua multiplicitatis trium superficialium superiorum, numero in numerum, trium inferiorum, tres uero erunt specificae differentiae colorum, & fit istarum colorum per angulos corporis sensibilis distinctio, qm & a linea angulorum quae actū est indiuisibilis, reflexi uel refracti radij indiuisibiles nihil sensibile producunt. Non autem sunt isti colores iridis per cristallum penitus per naturam colorum uerae iridis, quorū distinctio formaliter est tantum in uisu, sed fiunt per naturam lucis reflexae a figura dicti corporis,

unde etiā causa ipsorū nō est ad uisum facta reflexio, nō em̄ uident per modū reflexiōis sed p̄ modū simplicis uisionis ut alia uisibilia quæ uisui offeruntur, & à quolibet in eodē loco uidentur, sit itaq; colorum distinctio à figura corporis, qm̄ à qualibet alia cristallo uel corpore per uisū alterius figuræ colores uarij apparent, q̄ secundum sitū colorū iridis non sunt distincti, & istius signum est quod si accipiatur cristallus exagona, & duo eius superficies cæra rubea uel alia tegantur, sic q̄ inter illas 2. tertia superficies maneat nō opaca, tunc & tribus alijs soli transeunti per foramen non magnum oppositis, si locus operationis non sit alijs ualde luminosus, & aliquod nigrum supponitur, tunc uidebitur etiam ex cristallo modica iris maxia & pulcherrima & coloris clarissimi, quod sit ppter aggregationem totius luminis ab oībus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis, quæ ad locum uicinum unicū aggregantur. Si uero illæ superficies 3. quæ nūc soli sunt oppositæ inferiores fiunt, & e conuerso alia 3. superiores, tunc iris quandoq; una & quandoq; nulla apparebit, & qui ludum istum iocolum reuoluerit, inueniet quæ hic scripsimus plura quā per nos in tali solatio sunt inuenta, & si unam ex 6. superficiebus dictis experimentans opacauerit, ille similia p̄ reuolutionē cristalli ad diuersos situs inueniet, & si cristallū oculo opposuerit, sic ut 3. non opacatæ superficies ad oculū uertantur, & omēs 3. oculo oppositos illam cæram rubeam uidebit, & si reuoluerit cristallum coram oculo, plures occurrent diuersitates, quas generationibus colorum applicare q̄ poterit, semper considerans umbræ immixtionem, quoniam eadem est natura reflexiōis formarum ad uisum, & luminis ad ea quibus incidit, non enim deferit color uel forma uisibilibus ad uisum, nisi per naturam lucis quæ est in ipso, poteritq; per experientiam his dictis multa addere diligens inquisitor, patet itaq; propositum.

LXXXIII.

Sub uase uitreo rotundo pleno aqua soli exposito, colores similes iridis coloribus uidentur.

Sit ut exponatur solius uas uitreum rotundum ad modum urinalis plenum aqua pura, dico quod uerum est quod proponitur, uidentur enim in superficie corporis suppositi illi corpori, ut in terræ superficie uel in alia corpore colores similes iridis colorib; quorum generatio est propter uarias luminis solis refractiones, ut enim patet per 4. huius, sit una refractione ab aere ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum, quorum refractionum anguli sunt diuersi, ut patet per 8. huius, secundum hos itaq; refractionum modos cum admixtione coloris ipsorum corporum diafonorum & umbrarum proiectarum à corporibus, lumen penetrat, & circulariter diffusum uel forte irregulariter secundum corporum diafonorum conuexas, superficies uarias uisui præsentant colores distinctos secundum præmissas causas. Quod si uas illud extrinsecus aqua perfusum fuerit, pulchriores colores uisui præsentabit, quoniam tunc numerus refractionum aliquatiter augetur, & similiter numerus umbrarum, non sunt autem hi colores uere colores iridis, quoniam numerantur alio colorum numero quā colores iridis, & non perueniunt ad uisum per reflexionem quamcunq; colores iridis, sed uidentur directe, sicut & ipsum lumen & alij colores, patet itaq; propositum.

LXXXV.

Speculo quocunq; sub aqua soli exposito figura solis uidebitur quasi duplicata.

In

In speculo enim respectum lumen radiorum super superficiem aquæ perpendicularium, superficiē uero speculi oblique incidentium, reflectitur à superficie speculi ad uisum in loco reflexionis existente, & sic offert uisui figuram solis, lumen uero radiorum oblique superficiē aquæ incidentium refrangitur in superficie aquæ ad perpendicularē ductam à puncto incidentiæ ad superficiem aquæ per 4. huius, cum itaq; illa forma refracta peruenit ad speculi superficiem, tunc ab illa superficie cui oblique incidit, reflectitur iterum ad uisum, apparentq; duæ figuræ solis, una maior propter simplicem reflexionem, alia quoq; minor propter refractionem quæ in medio densiori minuit figuram postmodum reflexam, uideturq; illa secunda figura solis quasi sit corpus stellæ sequentis corpus solis. Est autem & ipsa forma solis quod patet, quoniam & extra radiū solis cum figura solis à superficie speculi per se non reflectitur, & hanc refractam formam accidit uideri, & si plane speculum super aquam deducatur in solis radium, tunc eadem numero forma quæ prius sub minori lumine fuit uisa, uidebitur amplius quā prius luminosa, & secundum motum aquæ uidebitur moueri, circa reflexam figurā solis, patet ergo propositum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ suffragante præsidio tres propositos uidendi modos secundum omnem ipsorum quatenus potuimus diuersitatem transcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiae diuinæ bonitati reddere possibile nobis est, ad illas tamē quas possumus gratiarum actiones consurgimus ei, qui uere trinus & unus est, soli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æque bonum æstimantes, cui sit honor & gloria per infinita sæcula, Amen.

Vitellionis Mathematici doctissimi πῶς ὀφείλειται seu Perspectiue libri decimi, & sic totius operis continentis propositiones 805. finis.

